

Berichte
des
Deutschen Wetterdienstes

Nr. 46
(Band 7)

DK 551.579.5 : 551.501.45

Statistische
Bearbeitung von Bodenfeuchtwerten

von

Rolf Pfau

(mit 8 Abbildungen und 11 Tabellen im Text)

Inhalt

	Seite
Zusammenfassung	3
Abstract	3
1. Problemstellung	3
2. Das Material und seine statistische Bearbeitung.....	4
2.1. Auswahl der behandelten Meßreihen	4
2.2. Die Häufigkeitsverteilungen und ihre höheren Mo- mente	4
2.3. Häufigkeitsanalyse nach Essenwanger	8
3. Die physikalische Deutung der gefundenen statistischen Maßzahlen	13
3.1. Die Varianz als Funktion der Tiefe und der Verdun- stungsraum	13
3.2. Die Mittelwerte der Teilkollektive und ihr Zusammen- hang mit Feldkapazität und Pseudofeldkapazität	14
4. Ausblick auf die Anwendungsmöglichkeiten der gezeigten Arbeitsmethode	19
Literatur	19

Anschrift des Verfassers:

Dr. R. Pfau, Deutscher Wetterdienst Zentralamt,
Offenbach a. M., Frankfurter Straße 135

Zusammenfassung

Mit Hilfe statistischer Kriterien wird nachgewiesen, daß Häufigkeitsverteilungen von Bodenfeuchtwerten nicht als einfache Normalverteilungen darstellbar sind, sondern als Mischverteilungen angesprochen werden müssen. Mit Hilfe einer von Essenwanger aufgezeigten Analysenmethode werden diese Mischverteilungen in Teilkollektive zerlegt. Für die agrarmeteorologischen Dienststellen Geisenheim und Heidelberg ergeben sich dabei bei jeder Häufigkeitskurve im wesentlichen zwei Teilkollektive, deren Maßzahlen, Varianz und Mittelwert, bestimmt werden. Es zeigt sich, daß diese formal gewonnenen Zahlen gestatten, die Feldkapazität, die Pseudofeldkapazität, den maximal ausschöpfbaren Bodenfeuchtegehalt und den Verdunstungsraum einer Bodenfeuchtemeßparzelle objektiv festzulegen, ohne mit den bereits bestehenden Anschauungen, die auf meist empirischer Grundlage beruhen, in Widerspruch zu geraten.

Abstract

It is shown by means of statistical criteria that the frequency distribution of soil moisture data cannot be represented as a normal distribution, but has to be considered as a mixed distribution. By means of the analysis method of O. Essenwanger the mixed distribution is divided into sub-collectives (Teilkollektive). For the agro-meteorological offices Geisenheim and Heidelberg with each frequency curve chiefly arise two sub-collectives, the statistics, standard deviation and mean value of which are defined. It can be shown that the formally obtained values allow to define objectively the field capacity, the pseudo field capacity, the maximum soil moisture contents available and the evaporation space (Verdunstungsraum) of one plot for soil moisture measuring purposes so that they are in conformity with previous ideas for the most part formed on an empirical basis.

1. Problemstellung

Schon kurze Zeit nach der Aufnahme von Bodenfeuchtemessungen an verschiedenen, vorwiegend agrarmeteorologischen Dienststellen des Deutschen Wetterdienstes wurde offensichtlich, daß die in Gewichtsprozenten angegebenen Absolutwerte der Bodenfeuchte von Meßparzelle zu Meßparzelle beträchtliche Unterschiede aufwiesen. Dieses Verhalten zeigten sie selbst dann, wenn an ein und demselben Ort ein Wechsel des Meßfeldes notwendig geworden war. Aus einem Vergleich der Meßergebnisse untereinander konnten deshalb nur in sehr beschränktem Umfange Schlüsse gezogen werden, und die Definition eines Relativwertes wurde zur unumgänglichen Aufgabe. Die einschlägige Literatur bietet eine Fülle von Begriffsbestimmungen, die bei aller Unterschiedlichkeit praktisch alle den gleichen Zweck verfolgen. Es wird versucht, die Extremwerte der Bodenfeuchte nach der trockenen wie nach der feuchten Seite hin zu erfassen und das von diesen Werten bestimmte Intervall zum akuten Feuchtwert ins Verhältnis zu setzen. Das erwähnte Intervall wird verschieden bezeichnet, so z. B. als pflanzennutzbares Wasser (Czeratzky, Mitscherlich), als nutzbare Wasserkapazität (Baumann), ausschöpfbarer Wassergehalt (Baier) und nicht zuletzt als maximal ausschöpfbarer Bodenfeuchtegehalt, wie er von Uhlig

(1) definiert worden ist und in den regelmäßigen Veröffentlichungen des Deutschen Wetterdienstes Eingang gefunden hat. Neben den genannten Begriffen, deren Aufzählung nicht den Anspruch auf Vollzähligkeit erhebt, gibt es noch einige, die sich an die in der Meteorologie übliche Definition der relativen Feuchte anlehnen, d. h. den akuten Meßwert zu einem Maximalwert ins Verhältnis setzen. Die Autoren (Baier (2), Blanck (3)) gelangen damit zu einer relativen Bodenfeuchte.

All diese Definitionen leisten theoretisch das, was man von ihnen erwartet. Sie gestatten einen Vergleich der auf verschiedenen Meßparzellen gewonnenen Ergebnisse. Sie kämpfen aber auch alle mit der gleichen Schwierigkeit, nämlich mit der Unsicherheit in der Festlegung der Extremwerte. Sei es nun die Feldkapazität, der mehrfach gemessene winterliche Höchstwert oder die maximale Bodenfeuchte als Obergrenze des gesuchten Intervalls, sei es der tiefste sommerliche Wert oder der Welkepunkt als dessen Untergrenze, immer stellen sich einer exakten Bestimmung allerlei Schwierigkeiten entgegen. Eine wirklich objektive Fixierung ist häufig nicht möglich. Bestimmt man die Grenzen im Laboratorium, so erhebt sich die Frage, wieweit die Versuchsbedingungen mit dem Zustand im Freiland, d. h. im ungestörten Boden übereinstimmen. Es würde den Rahmen dieses einleitenden Kapitels sprengen, wollte man auf nähere Einzelheiten eingehen. Es soll deshalb nur kurz der Begriff „maximal ausschöpfbarer Bodenfeuchtegehalt (m. a. B.)“ behandelt werden, und zwar in erster Linie deshalb, weil er — wie oben bereits erwähnt — Grundlage der im Klimaschnellmeldedienst des Deutschen Wetterdienstes veröffentlichten Meßreihen ist. Uhlig (1) zeigt an Hand dreier extremer Böden in Gießen die Unmöglichkeit, die Gewichtsprozentangaben dieser drei Böden beispielsweise in der Schicht von 10—20 cm Tiefe miteinander zu vergleichen. So schwanken die Bodenfeuchtwerte von Sand um einen Mittelwert, der etwa bei 7 Gewichtsprozenten (G%) liegt, während die entsprechenden Werte von Löß und humosem Boden bei etwa 22 bzw. 51 G% zu finden sind. Man sieht ein, daß ein Vergleich dieser Zahlen erst dann etwas aussagt, wenn man sie relativ zu irgendeiner Größe wie sie eingangs erwähnt ist sieht. Uhlig definiert deshalb als den maximal ausschöpfbaren Bodenfeuchtegehalt das Intervall zwischen dem mehrfach aufgetretenen höchsten und niedrigsten Wassergehaltswert. Zur Festlegung dieser mehrfach aufgetretenen Extremwerte zeichnet er eine Häufigkeitsverteilung der Meßergebnisse mehrerer Jahre und liest aus dieser die gesuchten Grenzwerte ab. Nach Uhlig geschieht dies auf den ersten Blick. Die Abb. 1 zeigt jedoch, daß die Obergrenzen, die mit 10 G% für Sand, mit 27 G% für Löß und mit 63 G% für humosen Boden abgelesen werden, ebensogut anders festgelegt werden könnten, wenn man als Bestimmungskriterium lediglich die Forderung „mehrfach gemessen“ zu beachten hat. Bei der Festlegung der unteren Extremwerte werden die Schwierigkeiten noch größer, da tiefste Trockenwerte erheblich seltener als hohe Feuchtigkeitswerte auftreten und die Mehrfachforderung u. U. schon bei 2 bis 3 Meßwerten als erfüllt angesehen werden kann. Nun könnte man einwenden, die Größe des gesuchten Intervalls sei mit vielleicht ± 3 G% hinreichend genau festgelegt. Das ist jedoch nur bedingt richtig. Bei humosem Boden mit einem von Uhlig festgelegten m. a. B.

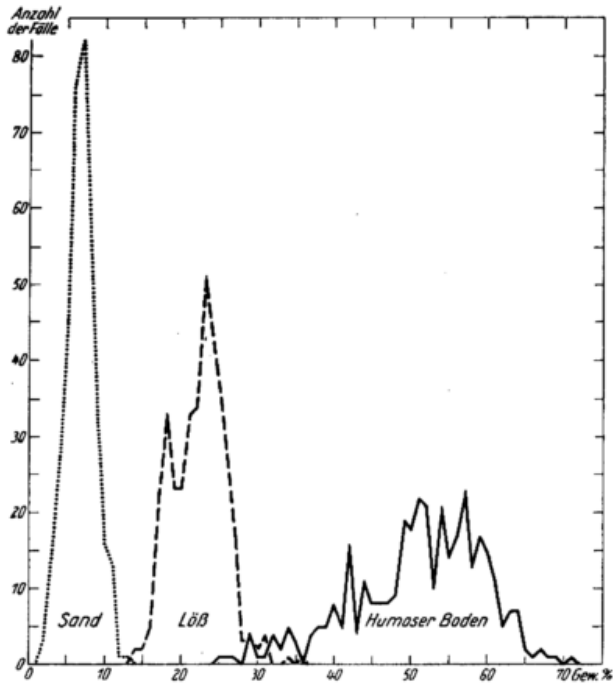


Abb. 1
Häufigkeitsverteilungen Gießener Bodenfeuchtwerte
(nach U h l i g)

von 36 G⁰/₀ ändert sich der Relativwert um $\pm 2,8$ G⁰/₀, wenn der akute Bodenfeuchtwert um ± 1 G⁰/₀ variiert. Ist der m. a. B. beispielsweise mit 39 anstatt 36 G⁰/₀ bestimmt worden, so beläuft sich die entsprechende Änderung des Relativwertes auf $\pm 2,6$ G⁰/₀. Ein solcher Unterschied ist belanglos. Bei Sand aber und bei anderen Böden in größerer Tiefe schrumpft der m. a. B. auf Werte unter 10 G⁰/₀ zusammen. Für den Gießener Sandboden wird m. a. B. = 9 festgelegt. Jetzt ändert sich der Relativwert um 11,1 G⁰/₀, wenn der gemessene Bodenfeuchtwert um 1% schwankt. Für m. a. B. = 12 G⁰/₀ beträgt die analoge Änderung nur noch $\pm 8,3$ G⁰/₀. Bei kleinem m. a. B. — und das ist bei den meisten Böden mit zunehmender Tiefe der Fall — ist es also keineswegs gleichgültig, ob das Bezugsintervall um einige Gewichtsprocente zu groß oder zu klein ausfällt. Die Unmöglichkeit, objektiv zu arbeiten, kann — besonders wenn mehrere Personen das gleiche Problem bearbeiten — zu recht unterschiedlichen und damit mangelhaften Ergebnissen führen. Selbstverständlich hat U h l i g diese Unsicherheit auch erkannt, wie er auch auf die Schwierigkeiten hingewiesen hat, die sich während des Auftretens von Frostperioden infolge Stau und Übersättigung besonders bei der Fixierung der oberen Grenze ergeben. Auch haben Autoren, die die Feldkapazität heranziehen, auf die Mißlichkeit ihrer Festlegung aufmerksam gemacht. Es soll mit diesen Ausführungen keineswegs der Wert der Versuche, zu Relativzahlen zu kommen, geschmälert werden. Sie alle geben überhaupt erst einmal die Möglichkeit, Bodenfeuchtwerte verschiedener Parzellen miteinander zu vergleichen. Es kann aber nicht verschwiegen werden, daß eine gewisse Unbehaglichkeit bleibt, wenn man sich auf Werte festlegen muß, zu deren Bestimmung hinreichend einengende Kriterien fehlen, kurzum, deren Beträge mehr oder minder subjektiv beeinflusst sind. Aus diesem Gefühl heraus entstand der Gedanke, die Forderungen zur Festlegung der Extremwerte zumindest einmal eindeutig und einheitlich festzulegen. Es sollte also z. B. der Begriff „mehrfach gemessen“ durch irgendeine exakte, objektiv verwendbare Forderung ersetzt werden. Das Naheliegende war, die gegebenen Häufigkeitsverteilungen einfach durch eine Gaußkurve zu

approximieren, Mittelwert und Streuung zu berechnen und dann vielleicht eine 3 σ -Grenze als Intervall heranzuziehen. Diese Methode hätte zumindest gewährleistet, daß mehrere Bearbeiter zum gleichen Ergebnis gelangt wären. Im Abschnitt 2.2. wird gezeigt werden, daß dieser Weg wohl einfach, aber nicht zulässig ist.

2. Das Material und seine statistische Bearbeitung

2.1. Auswahl der behandelten Meßreihen

Bei Beginn der Bearbeitung lagen Bodenfeuchtemessungen von 12 agrarmeteorologischen Dienststellen des Deutschen Wetterdienstes vor. Fünf Meßreihen reichen bis 1949 zurück. Da es sich bei der vorliegenden Arbeit darum handelte, überhaupt einmal festzustellen, wie weit die Werte der Bodenfeuchte statistischer Bearbeitung zugänglich waren, wurde von vornherein unter Verzicht auf die Möglichkeit, die Ergebnisse mehrerer Stationen miteinander zu vergleichen, größter Wert auf homogenes Material gelegt. So wurden die Gießener Reihen ausgeschaltet, weil die Bodenfeuchte dort auf idealisierten, nämlich auf Lysimeterböden gemessen wird. Auf die Hohenheimer Werte wurde verzichtet, weil die Meßreihe infolge mehrfachen Wechsels der Meßparzelle aus 3 Stücken besteht und weil sich zeigte, daß die von U h l i g (4) angegebene Methode einer Homogenisierung Annahmen erforderte, die in unkontrollierbarer Weise die Urliste und damit die primäre Verteilungstafel des statistischen Materials beeinflusst hätten. Da auch Art und Weise der Gewinnung von Werten vor 1950 aus den Unterlagen nicht immer klar hervorging und man an der Vergleichbarkeit mit den Werten der folgenden Jahre hier und da Zweifel hegen konnte, wurden letztlich die Meßreihen der agrarmeteorologischen Dienststellen Geisenheim und Heidelberg wie sie vom 1. Januar 1950 bis zum 31. März 1957 gewonnen worden waren bearbeitet. Es handelt sich um zweimal wöchentlich ermittelte Werte der Bodenfeuchte bis zu einer Tiefe von 100 cm in Stufen von 10 zu 10 cm, ausgedrückt in Gewichtsprozenten. Jeder Einzelwert stellt einen Mittelwert dar, der aus durchschnittlich vier gleichzeitig vorgenommenen Bohrungen gewonnen ist. Von der Möglichkeit, mit den Einzelbohrungen zu arbeiten, wurde Abstand genommen. Das statistische Material hätte sich zwar in erfreulicher Weise vervielfacht, die anfallende Rechenarbeit aber in ähnlicher Weise vergrößert. Der aus mehreren, gleichzeitig vorgenommenen Bohrungen gewonnene Mittelwert wurde also als repräsentativ für den Bodenfeuchtezustand der Meßparzelle zur betreffenden Zeit angesehen. Er ist der gleiche, der im Klimaschnellmeldedienst des Deutschen Wetterdienstes laufend veröffentlicht wird.

Die Bearbeitung der Weißenburger Reihe, die den Reihen von Geisenheim und Heidelberg-Grenzhof in der Qualität durchaus entspricht, wurde einstweilen zurückgestellt.

2.2. Die Häufigkeitsverteilungen

Die Geisenheimer Bodenfeuchtwerte, die vorwiegend in ganzen Gewichtsprozenten angegeben waren oder auf solche abgerundet wurden, wurden unter Zugrundelegung einer Klasseneinteilung von 1 zu 1 Gewichtsprozent ausgezählt. Wenn auch U h l i g (1) mit gutem Grund empfohlen hatte, Frostperioden tunlichst aus der Betrachtung auszuschalten, weil man sonst u. U. die wahren Verhältnisse an der oberen Grenze verwischen könnte, wurden doch auch solche Zeitspannen in vollem Umfange herangezogen und ihre Werte mit gleichem Gewicht der statistischen Grundmenge zugeordnet einmal deswegen, weil die nicht lückenlosen Erdbodentemperaturwerte nicht immer

eine klare Entscheidung zuließen, wie die Frostverhältnisse besonders in größeren Tiefen waren und zum anderen Male, weil die Betrachtung einzelner Fälle ergab, daß die auszusondernden Stau- und Übersättigungserscheinungen nicht immer parallel mit dem Auftreten negativer Bodentemperaturen einhergingen,

sondern häufig genug eine Phasenverschiebung zeigten oder auch ganz ausblieben. Mit dem Ausschluß von Frostperioden wäre also wieder eine subjektive Beeinflussung des Materials vorgenommen worden. Das sollte aber unterbleiben, solange die Einwirkung auf das Endergebnis nicht klar ersichtlich war. Tab. 1 zeigt

Tab. 1 Absolute Häufigkeiten der Bodenfeuchte (G%) in Geisenheim vom 1. 1. 50 bis 31. 3. 57

Tiefe	Klasse																							
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24					
0-10	1	5	4	15	21	39	50	48	43	36	39	46	37	48	45	57	38	19	23					
10-20	0	1	0	0	0	10	19	32	59	65	70	55	53	56	70	68	59	30	22					
30-30				1	0	1	3	14	56	69	80	66	73	55	71	76	64	38	26					
30-40				1	0	1	1	4	21	85	96	103	77	52	82	69	69	29	9					
40-50					1	1	0	3	8	54	111	131	90	78	75	80	43	20	6					
50-60									2	10	33	32	22	19	22	23	14	7						
60-70									2	5	38	37	27	20	24	15	11	5						
70-80								1	3	15	44	41	19	30	12	15	4							
80-90								2	20	34	33	29	25	15	14	2	1							
90-100								22	39	37	30	30	12	13	1									

Tiefe	Klasse																x̄	N		
	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40			41	42
0-10	14	6	9	12	8	8	6	0	6	2	2	1	2	4	1	1	5	1	17.0	703
10-20	11	5	7	3	4	1	2	1											18.3	703
30-30	5	2	0	3															18.5	703
30-40	2	0	1	0	1														18.2	703
40-50	1	0	0	0	1														18.3	703
50-60																			18.4	184
60-70																			18.2	184
70-80																			17.6	184
80-90																			15.9	184
90-100																			15.6	184

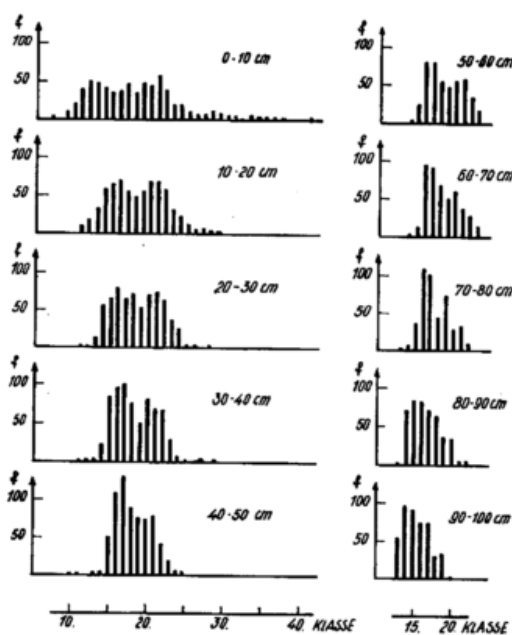


Abb. 2 Häufigkeitsverteilungen der Bodenfeuchte (Gew. %) Geisenheim (1. 1. 50 - 31. 3. 57)

die primäre Häufigkeitstafel aller Bodenfeuchtwerte von Geisenheim aus der Zeit vom 1. 1. 1950 bis 31. 3. 1957 in den verschiedenen Tiefenstufen. Schon aus einer oberflächlichen Betrachtung ist ersichtlich, daß die Mittelwerte nicht mit dem Dichtemittel zusammenfallen. Aus Abb. 2 geht deutlich hervor, daß die Verteilungen bis zu einer Tiefe von 80 cm zweigipflig, darunter zumindest schief sind. Mit diesem Befund war für den am Ende des Abschnittes 1 angedeuteten Versuch, die Häufigkeitsverteilungen durch je eine Normalverteilung darzustellen, Vorsicht geboten. Es lag vielmehr nahe, als weitere Arbeitshypothese die Existenz von Mischverteilungen aufzustellen.

Um zu einer Entscheidung zu gelangen, ob die Abweichung der vorliegenden Häufigkeitsverteilungen von einer Normalverteilung als überzufällig anzusehen sei, wurde das Material mit verschiedenen Testen geprüft. So wurden einmal für alle Kurven die höheren Momente in Form der Schiefe

$$S = \frac{1}{N \cdot s^3} \cdot \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^3 \cdot f_j$$

und des Exzesses

$$E = \frac{1}{N \cdot s^4} \cdot \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^4 \cdot f_j - 3$$

berechnet.

Strenge erfüllt ist. Das könnte natürlich dahingehend gedeutet werden, daß die Verteilungen sich in zunehmendem Maße einer reinen Gaußkurve nähern. Wahrscheinlich ist, daß der mittlere Fehler wegen des hier verhältnismäßig kleinen N (184 gegenüber 703 in den ersten 50 cm) sehr groß ausfällt. Es tritt häufig beim gleichen Element Signifikanz auf lediglich durch Vergrößerung der statistischen Grundmasse. Der Befund kann deshalb gegenüber dem sonstigen Ergebnis nicht ohne weiteres als Gegenteil angeführt werden.

Ein weiteres Prüfverfahren besteht in der Berechnung der relativen Häufigkeiten und ihrer Aufsummierung von Klasse zu Klasse. In Tab. 3 sind diese

aus den Angaben der Tab. 1 herleitbaren Werte zusammengestellt. Trägt man die Summenhäufigkeitsprozente als Funktion der Klassen in ein Wahrscheinlichkeitsnetz ein, so stellt sich eine ungestörte Normalverteilung bekanntlich als Gerade dar. Eine Mischverteilung jedoch ergibt einen mehrfach geknickten Linienzug je nach Anzahl der Teilkollektive, die die Verteilung bilden. Das haben Essenwanger und Brandtner (5) an Hand phänologischer Materials demonstriert, ist aber in statistischen Lehrbüchern ebenfalls gezeigt. Zeichnet man nun die $\Sigma\%$ -Werte der Tabelle 3 für die einzelnen Tiefenstufen auf einem solchen Wahrscheinlichkeitspapier auf, so ergeben sich, wie Abb. 3 zeigt, Kurvenzüge, die für Mischverteilungen

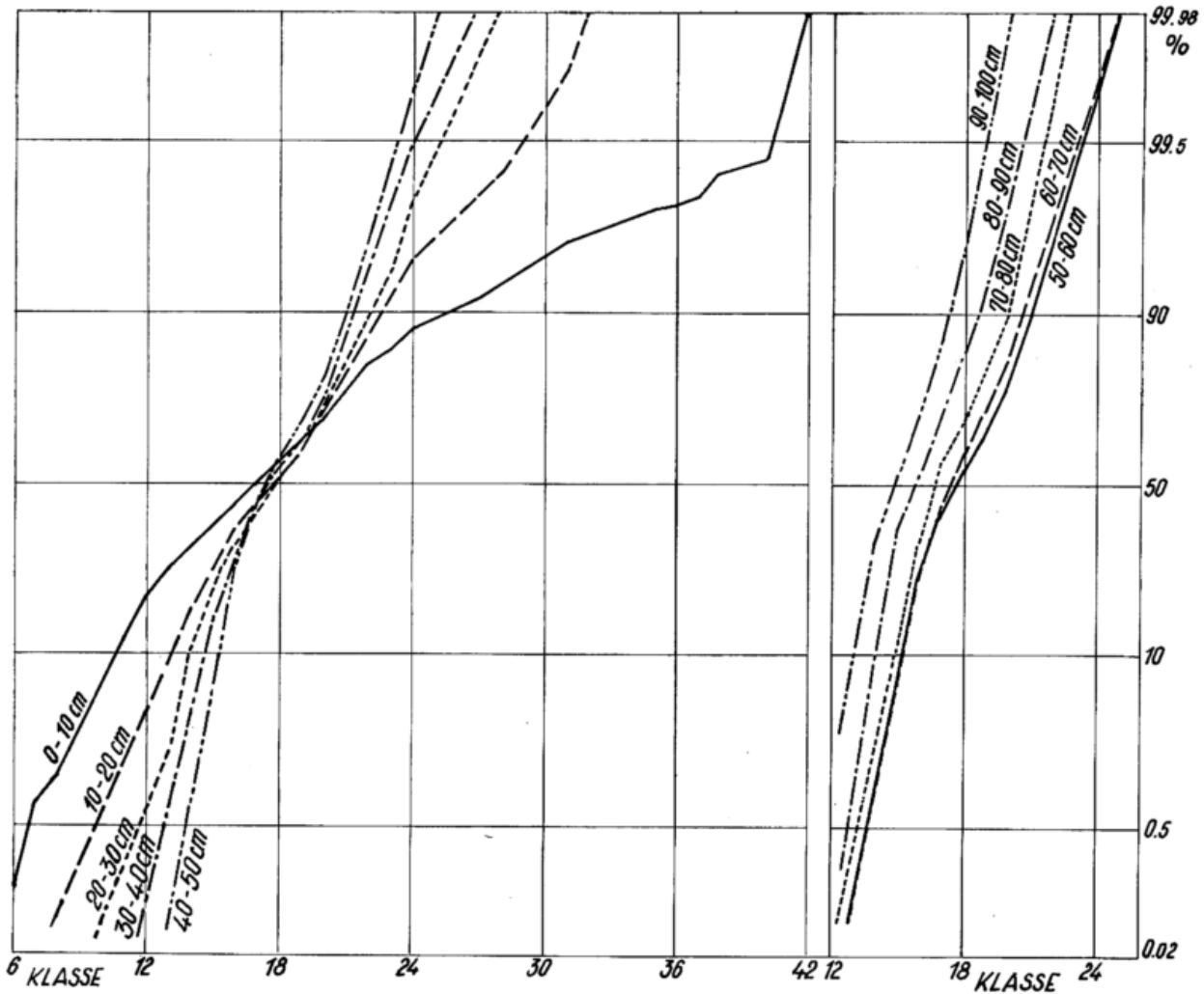


Abb. 3
Summenhäufigkeitskurven der Bodenfeuchte von Geisenheim

gen charakteristisch sind. Es muß auch hiernach bei einer Weiterbearbeitung des Materials mit wenigstens zwei dominierenden Kollektiven gerechnet werden.

Endlich wurde noch ein dritter Test durchgeführt. Aus der Varianz s^2 und dem Mittelwert \bar{x} , der schon von der Berechnung der höheren Momente her für alle Tiefenstufen vorlag, wurde die entsprechende Normalverteilung bestimmt und der Grad ihrer Abweichung von der gegebenen Häufigkeitsverteilung ermittelt. Eine Handhabe dazu gibt die χ^2 -Verteilung. Es sei hier lediglich das Ergebnis für die Schicht von 0 bis 10 cm und für die zwischen 80 — 90 cm angeführt. Für die bodennahe Schicht erhält man $\chi^2 = 174,725$ bei 13 Freiheitsgraden, für die Tiefenschicht $\chi^2 = 42,92$

bei 6 Freiheitsgraden. Nach einer von Weber (6) veröffentlichten χ^2 -Tabelle resultieren daraus P-Werte, die kleiner als 0,1% sind, d. h. die gegebenen Häufigkeitsverteilungen weichen von einer aus s^2 und \bar{x} zu bestimmenden Normalverteilung signifikant ab, lassen sich also nur durch mehrere Gaußkurven angleichen.

Die entsprechenden Kurven der Station Heidelberg-Grenzhof, denen derselbe Zeitraum zugrunde liegt, zeigen ein anderes Aussehen. Sowohl aus Tab. 4 als auch aus Abb. 4 ist ersichtlich, daß eine ausgesprochene Doppelgipfligkeit mit Ausnahme der bodennahen Schicht nicht anzutreffen ist. Die Häufigkeitsverteilungen sind schon nach Augenschein stark exzessiv mit rechtsseitiger Asymmetrie. Eine Untersuchung der

Tab. 4 Absolute Häufigkeiten der Bodenfeuchte (G^{0/0}) in Heidelberg-Grenzhof vom 1. 1. 50 bis 31. 3. 57

Klasse Tiefe	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	\bar{x}	N
	0—10	3	3	11	18	35	48	83	62	82	86	76	64	47	48	35	15	6	2	2	3	2	3	13.9
10—20			4	3	10	15	26	99	157	171	108	84	39	14	2	2							13.8	734
20—30				4	13	15	21	67	177	213	141	57	23	3									13.7	734
30—40				7	10	9	19	78	162	210	161	59	17	2									13.8	734
40—50					6	13	14	43	121	197	217	101	22										14.2	734
50—60					1	9	6	8	16	69	180	244	171	29	1								14.6	734
60—70						3	6	13	12	44	154	252	185	55	10								14.9	734
70—80						1	6	14	16	70	160	234	181	45	7								15.1	734
80—90								15	43	117	165	174	162	51	7								14.6	734
90—100						1	4	16	38	63	93	107	70	16	1								14.2	409

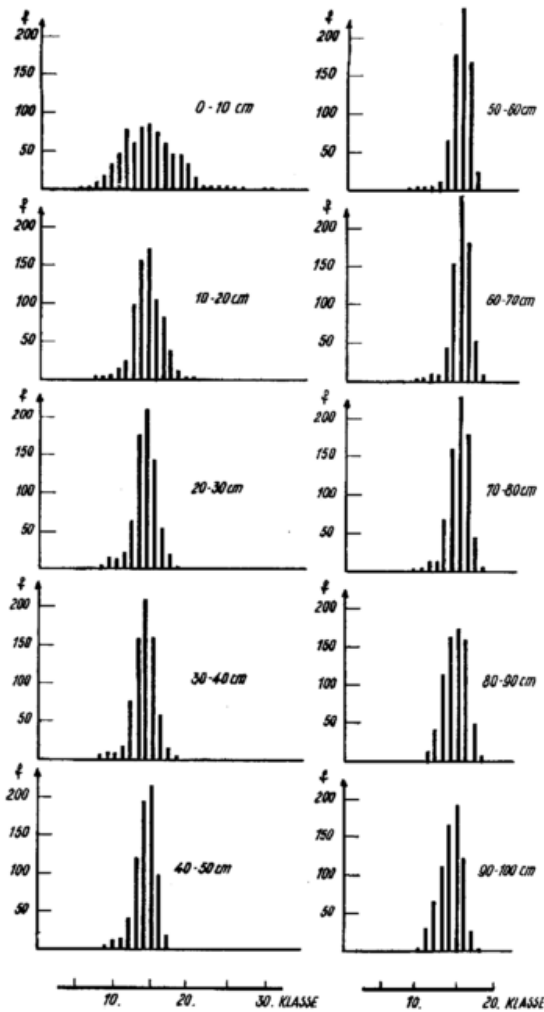


Abb. 4 Häufigkeitsverteilung der Bodenfeuchte (Gew. %) Heidelberg-Grenzhof (1. 1. 50 — 31. 3. 57)

höheren Momente bestätigt dies. So ist die Schiefe stets negativ und der Exzeß positiv im Gegensatz zu den Geisenheimer Ergebnissen. Wir finden $S = -0.27 \pm 0.09$ und $E = 0.97 \pm 0.32$ für 10 — 20 cm, $S = -0.77 \pm 0.09$ und $E = 1.10 \pm 0.32$ für 40 — 50 cm und $S = -1.5 \pm 0.09$ und $E = 2.8 \pm 0.32$ für die Schicht zwischen 70 und 80 cm. Trotz Fehlens einer ins Auge fallenden Doppelgipfligkeit liegt demnach auch für Heidelberg-Grenzhof signifikante Abweichung von der Normalverteilung, also Mischverteilung vor. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß die Schiefe durch physikalisch sinnvoll deutbare Transformationen im

Abszissenmaßstab nicht beseitigt werden konnte. Es ist aber auch nicht einzusehen, warum von der Erkenntnis, daß sich Bodenfeuchtwerte als Mischverteilungen präsentieren, abgegangen werden sollte nur weil das typische Merkmal, die Doppelgipfligkeit, nicht markant hervortritt.

Als erstes Ergebnis der Bearbeitung der Häufigkeitsverteilungen von Bodenfeuchtwerten kann also festgestellt werden:

- 1) Die Häufigkeitsverteilungen der Bodenfeuchtwerte folgen nicht einer reinen Normalverteilung.
- 2) Statistische Maßzahlen wie Mittelwert und Streuung, berechnet nach den üblichen Vorschriften, haben lediglich formalen Charakter und lassen sich deshalb physikalisch kaum deuten.
- 3) Einer Weiterbildung des vorliegenden Materials muß das Vorhandensein von Mischverteilungen als Arbeitshypothese zugrunde gelegt werden.

Aus Punkt 2) folgt, daß es sinnlos ist, Abweichungen der Bodenfeuchte von ihrem Mittelwert zu berechnen und beispielsweise in Form eines Zeit-Tiefendiagramms zu zeichnen. Es führt auch zu keinem Ergebnis, wenn man mit dem formalen Varianzwert der Verteilungen versuchen würde, die eingangs erwähnten Extremwerte zwecks Bestimmung des m. a. B. zu erfassen. Verwendet man z. B. als Kriterium die 3σ -Grenze, und fixiert die Extremwerte mit $\bar{x} \pm 3\sigma$, so erhält man für Geisenheim in der Schicht 10 — 20 cm die Werte 29 und 7, mithin einen m. a. B. von 22. Für die Schichten 40 — 50 cm und 90 — 100 cm resultieren die Wertepaare 25 und 11 mit m. a. B. = 14 bzw. 21 und 11 mit m. a. B. = 10. Ein Vergleich mit Werten, wie sie Uhlig festgelegt hat, zeigt einen beachtlichen Unterschied. Er fand für die angeführten Schichten 24/9 mit m. a. B. = 15, 23/12 mit m. a. B. = 11 und 18/11 mit m. a. B. = 7. Die 3σ -Grenze erfaßt also die Obergrenze nicht richtig. Man kann sich leicht überzeugen, daß der Versuch mit $\bar{x} \pm 2\sigma$ an den Tiefstwerten scheitert. Es wäre also den bisherigen Bestimmungsmethoden gegenüber wenig gewonnen.

Im folgenden Abschnitt wird gezeigt werden, wie auf Grund der aufgestellten Arbeitshypothese die Häufigkeitsverteilungen von Geisenheim und Heidelberg-Grenzhof mit Hilfe einer Analysenmethode in Teilkollektive aufgespalten werden.

2.3. Die Häufigkeitsanalyse nach Essenwanger

Methoden einer Häufigkeitsanalyse bieten sich mehrere an. So hat Doetsch (7) gezeigt, wie man eine exakte Zerlegung durchführen kann, von Daevess-Beckel (8) stammen graphische Verfahren. Essenwanger (9) ist bereits 1954 näher auf diese Methoden eingegangen und hat ihre praktischen Schwierig-

keiten aufgezeigt, gleichzeitig aber ein rechnerisches Verfahren abgeleitet, das wohl in der Aufstellung der notwendigen Hilfstafeln einen einmaligen beträchtlichen Aufwand erfordert, aber, sofern die Tafeln einmal vorliegen, für die Praxis außerordentlich brauchbar ist. Die theoretischen Grundlagen sind in der zitierten Arbeit eingehend behandelt. Eine ausführliche Ableitung der Gleichungen, die für die praktische Arbeit erforderlichen Tafeln und Anwendungen sind Ende des Jahres 1957 erschienen (10). So kann darauf verzichtet werden, auf die Theorie näher einzugehen.

Es erscheint aber zweckmäßig, wenigstens an einem Beispiel den Gang der Analyse zu zeigen. Wir betrachten deshalb die Häufigkeitsverteilung von Geisenheim in der Schicht 10 — 20 cm, wie sie aus Tab. 1 entnommen werden kann und legen eine weitere Tabelle an. Die erste Spalte enthält die Klasseneinteilung, die zweite die absoluten Häufigkeiten f (Tab. 5). Daneben bereitet man ein Blatt für die nun folgenden Rechnungen vor (Tab. 6). Die Theorie geht davon aus, daß die Ränder einer Mischverteilung keine f -Werte enthalten, die von mehreren Kollektiven be-

Tab. 5 Geisenheim: 10—20 cm, Häufigkeitsanalyse

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Klasse	f	K1	Δ	K2	Δ	K1	K2	Δ	K3	Δ	K1	K2	K3	Δ	Δ^2
		$\sigma^2 = 3.52$ $\bar{x} = 21.0$ $a_0 = 66$		$\sigma^2 = 3.24$ $\bar{x} = 15.0$ $a_0 = 63$		$\sigma^2 = 4.00$ $\bar{x} = 20.7$ $a_0 = 70$	$\sigma^2 = 3.80$ $\bar{x} = 15.2$ $a_0 = 71$		$\sigma^2 = 2.00$ $\bar{x} = 27.0$ $a_0 = 7$		$\sigma^2 = 4.00$ $\bar{x} = 20.7$ $a_0 = 70$	$\sigma^2 = 3.80$ $\bar{x} = 15.2$ $a_0 = 68$	$\sigma^2 = 2.00$ $\bar{x} = 27.0$ $a_0 = 7$		
7	1		1		1			1		1				1	1
8	0		0		0			0		0				0	0
9	0		0		0			0		0				0	0
10	0		0	1	-1		2	-2		-2		2		-2	4
11	10		10	6	4		7	3		3		7		3	9
12	19		19	17	2		18	1		1		18		1	1
13	32		32	37	-5		38	-6		-6		36		-4	16
14	59		59	58	1		59	0		0		56		3	9
15	65		65	68	-3	1	70	-6		-6	1	67		-3	9
16	70	2	68	58	10	4	65	1		1	4	62		4	16
17	55	7	48	37	11	13	46	-4		-4	13	44		-2	4
18	53	18	35	17	18	28	25	0		0	28	24		1	1
19	56	37	19	6	13	49	11	-4		-4	49	10		-3	9
20	70	57	13	1	12	66	3	1		1	66	3		1	1
21	68	66	2		0	69	1	-2		-2	69	1		-2	4
22	59	57	2		0	57		2		2	57			2	4
23	30	37	-7		-7	36		-6		-6	36			-6	36
24	22	18	4		4	18		4	1	3	18		1	3	9
25	11	7	4		4	7		4	3	1	7		3	1	1
26	5	2	3		3	2		3	5	-2	2		5	-2	4
27	7		7		7			7	7	0			7	0	0
28	3		3		3			3	5	-2			5	-2	4
29	4		4		4			4	3	1			3	1	1
30	1		1		1			1	1	0			1	0	0
31	2		2		2			2		2				2	4
32	1		1		1			1		1				1	1
Summe	703										350	330	25	-2	148

703

Tab. 6 Geisenheim: 10—20 cm, Häufigkeitsanalyse

y	y ²	y ² x	y ² x ²	y	y ²	y ² x	y ² x ²
5	25	-50	100	11	121	-242	484
11	121	-121	121	22	484	-484	484
22	484	0	0	30	900	0	0
30	900	900	900	59	3 481	3 481	3 481
59	3 481	6 962	13 924	68	4 624	9 248	18 496
	5 011	7 862	15 045		9 610	12 729	22 945
		-171				-726	
		7 691				12 003	

Tab. 6 (1. Fortsetzung) Geisenheim: 10—20 cm, Häufigkeitsanalyse

$X_q = 1,53 \quad S_q^2 = 3,02$

Aus Tafel 1b

$x_{\Delta} = 3 \quad \sigma^2 = 3,5$ oder

$x_{\Delta} = 4 \quad \sigma^2 = 5,5$

y	y ²	y ² x	y ² x ²
22	484	—968	1 936
30	900	—900	900
59	3 481	0	0
68	4 624	4 624	4 624
70	4 900	9 800	19 600
	14 389	14 424	27 060
		—1 868	
		12 556	

$X_q = 0,87 \quad S_q^2 = 1,88$

y	y ²	y ² x	y ² x ²
10	100	—150,0	225,00
19	361	—180,5	90,25
32	1 024	512,0	256,00
59	3 481	5 221,5	7 832,25
	4 966	5 733,5	8 403,50
		—330,5	
		5 403,0	

$X_q = 1,09 \quad S_q^2 = 1,69$

Aus Tafel 1a

$x_{\Delta} = 2,5 \quad \sigma^2 = 3,25$ oder

$x_{\Delta} = 3,5 \quad \sigma^2 = 5,00$

Fehlerausgleich K1:

y	y ²	y ² x	y ² x ²
2	4	—20	100
9	81	—324	1 296
27	729	—2 187	6 561
47	2 209	—4 418	8 836
69	4 761	—4 761	4 761
66	4 356	0	0
57	3 249	3 249	3 249
37	1 369	2 738	5 476
18	324	972	2 916
7	49	196	784
2	4	20	100
	17 135	—11 710	34 079
		7 175	
		—4 535	

$\bar{x} = \frac{-4 535}{17 135} = -0,3$

Berechnung von a_0

$\log 17135 = 4,23389$

$\log \sqrt{2\pi} = 0,39910$

$\log s = 0,14943$

$\log (s \cdot \sqrt{2\pi}) = 0,54853$

$X_q = 1,25 \quad S_q^2 = 2,39$

Aus Tafel 1b

$x_{\Delta} = 2 \quad \sigma^2 = 3,25$ oder

$x_{\Delta} = 3 \quad \sigma^2 = 6,00$

Aus Tafel 2b:

$S_2 (x_{\Delta} = 3 \text{ und } \sigma^2 = 3,5) = 11 579$

$a_0 = 66$ und aus Tafel 3:	66
	57
	37
	18
	7
	2

$S_2 (x_{\Delta} = 2,5 \text{ und } \sigma^2 = 3,25) = 10 972$

$a_0 = 68$ und aus Tafel 3 mit $\sigma^2 = 3,24$

68
58
37
17
6
1

$s^2 = \frac{34 079}{17 135} = 1,99$

also

$\sigma^2 = 3,98 \sim 4,00$

Tab. 6 (2. Fortsetzung) Geisenheim: 10—20 cm, Häufigkeitsanalyse

log $a_0^2 = 3,68536$
 log $a_0 = 1,84268$
 $a_0 = 69,6 \sim 70$

K1 ($a_0 = 70, \sigma^2 = 4,00$)

70	
(0,3)	(0,7)
69	66
57	49
36	28
18	13
7	4
2	1

Fehlerausgleich K2:

y	y^2	y^2x	y^2x^2
1	1	-5	25
6	36	-144	576
17	289	-867	2 601
37	1 369	-2 738	5 476
58	3 364	-3 364	3 364
68	4 624	0	0
68	4 624	4 624	4 624
46	2 116	4 232	8 464
26	676	2 028	6 084
9	81	324	1 296
1	1	5	25
17 181		11 213	32 535
		-7 118	
		4 095	

$\bar{x} = 0,2$ $s^2 = 1,89$
 $\sigma^2 = 3,78$

Berechnung von a_0

log N = 4,23505
 log $\sqrt{i\pi} = 0,39910$
 log s = 0,13823
 0,53733
 log $a_0^2 = 3,69772$
 log $a_0 = 1,84886$ also
 $a_0 = 71$
 K2 ($a_0 = 71, \sigma^2 = 3,80$)

71

(0,2)	(0,8)
70	65
59	46
38	25
18	11
7	3
2	1

einflußt sind, d. h. daß es möglich sein muß, aus mindestens drei, im Bedarfsfalle auch vier oder mehr Werten einen ersten Anhalt für Varianz, Gipfelhöhe und Mittelwert eines Teilkollektives durch Rechnung zu erhalten. Eine erste Betrachtung der f-Werte läßt es ratsam erscheinen, am trockenen Ende (Klasse 10 und 11) anzufangen mit vielleicht vier Punkten. Am feuchten Ende zeichnet sich von der 26. Klasse an abwärts eine Folge von fünf f-Werten ab, die auch einen verhältnismäßig ungestörten Eindruck macht. Da es sich mit fünf Punkten besser als mit vier rechnen läßt — eine Erfahrung, die man sehr bald macht — beginnen wir mit den f-Werten 5, 11, 22, 30, 59, notieren sie in unserer Nebenrechnungstabelle 6 als Ordinaten y und berechnen y^2 , y^2x und y^2x^2 . Daraus ergibt sich ein Wertepaar S_q^2/X_q mit 1,53/3,02. Die Tafel 1^b der Essenwanger'schen Arbeit läßt uns, da wir mit 5 Ordinaten arbeiten, ein $\sigma^2 = 3,50$ und ein $x_\Delta = 3$ entnehmen. Brauchbar, wenn auch nicht ganz so gut, wäre $\sigma^2 = 5,50$ und $x_\Delta = 4$. Wir notieren dieses Ergebnis und wiederholen den gleichen Arbeitsgang, indem wir um eine Klasse fortschreiten und wieder mit 5 f-Werten arbeiten, also mit 11, 22, 30, 59, 68. Eine analoge Rechnung liefert wieder über Tafel 1^b $\sigma^2 = 3,25$ mit $x_\Delta = 2$, aber auch $\sigma^2 = 6,00$ mit $x_\Delta = 3$. Sowohl $3,50/3 \rightarrow 3,25/2$ als auch $5,50/4 \rightarrow 6,00/3$ schreiten vernünftig weiter. x_Δ fällt um eine Klasse, die Varianzen bleiben in engem Rahmen konstant, ein Zeichen, daß noch keine ernsthafte Störung durch ein 2. Teilkollektiv aufgetreten ist. Ein 3. Versuch mit 22, 30, 59, 68, 70 ergibt kein brauchbares σ^2 und x_Δ mehr. Die Varianz springt, das 2. Kollektiv macht sich bemerkbar. Da der Term $3,50/3 \rightarrow 3,25/2$ die beste Konstanz der Varianz zeigt, benutzen wir diese Werte für die weiteren Rechenoperationen. Aus Tafel 2^b (Essenwanger) kann nun mit $\sigma^2 = 3,50$ und $x_\Delta = 3$ das zur Bestimmung der Scheitelhöhe a_0 notwendige S_2 mit 11579 ent-

nommen werden. a_0 ist dann gegeben mit $100 \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = 100 \sqrt{\frac{5011}{11579}} = 66$. Die Tafeln 3 (Essenwanger) gestatten nun, aus $a_0 = 66$ und $\sigma^2 = 3,52$ (an Stelle von 3,50, was nicht angegeben ist) die zugehörigen Ordinatenwerte dieses Kollektivs abzulesen, indem man in der Praxis $a_0 = 66$ auf der Zunge eines 50 cm-Rechenschiebers unter 1 der festen Skala stellt, die Tafelwerte mit dem Schieber der Reihe nach auf der festen Skala einstellt und den gesuchten Ordinatenwert jeweils darunter auf der Zungenskala abliest.

Damit ist das erste Teilkollektiv K1 mit $\sigma^2 = 3,52$, $\bar{x} = 21,0$ und $a_0 = 66$ gewonnen. Seine Ordinatenwerte tragen wir in Spalte 3 der Tab. 5 ein. Spalte 4 enthält Δ , den nach Abzug des Kollektivs von den f-Werten verbleibenden Rest. Er wird nun von den niederen Klassen her mit 4 Punkten (10, 19, 32, 59) behandelt. Der Rechenvorgang gleicht dem oben geschilderten, wie aus Tab. 6 zu ersehen ist und führt letztlich über die Tafeln 1^a, 2^a und 3 (Essenwanger) zum 2. Kollektiv K2 mit $\sigma^2 = 3,24$, $a_0 = 68$ und $\bar{x} = 15,0$. Von der zweiten Möglichkeit, die sich aus Tafel 1^a ergibt, nämlich $\sigma^2 = 5,0$ und $x_\Delta = 3,5$ wurde nicht Gebrauch gemacht. Längere Erfahrung mit dieser Analysenmethode läßt die große Varianz (5,0) von vornherein unwahrscheinlich erscheinen. Ein weiterer Schritt mit den nächsten vier, um eine Klasse verschobenen Ordinaten würde zeigen, was man bei hinreichender Übung ohne Rechnung sieht.

Nun wird K2 in Spalte 5 eingetragen und $\Delta = f - (K1 + K2)$ berechnet (Spalte 6). Damit ist die Rohanalyse beendet. Der nun beginnende Fehlerausgleich hat die Aufgabe, die Abweichungen auf ein Minimum zu verringern. Dazu verteilt man die Δ -Werte anteilmäßig auf die Ordinatenwerte von K1 und K2 und

gleich aus, indem man zu den veränderten Ordinaten $y = K1 + \text{Fehleranteil (2, 9, 27, 47 usw.)}$ und $y = K2 + \text{Fehleranteil (1, 6, 17, 37 usw.)}$ die bestmögliche Annäherung sucht. Die notwendigen Rechenoperationen gehen wieder aus Tab. 6 hervor. Es zeigt sich, daß K1 mit $\sigma^2 = 4,00$, $a_0 = 70$ angenommen und der Mittelwert \bar{x} um $-0,3$ verschoben werden muß, K2 mit $\sigma^2 = 3,80$, $a_0 = 71$ und $\bar{x} = 15,2$ anzusetzen ist. Um für diese Maßzahlen die zugehörigen Ordinatenwerte berechnen zu können, ist eine den Tafeln 3 (Essenwanger) analoge Tabelle erforderlich, die in den Abszissenwerten von 0,1 zu 0,1 fortschreitet. Eine solche Tafel hat Essenwanger nicht veröffentlicht, sie aber in dankenswerter Weise dem Verfasser zur Verfügung gestellt, wie überhaupt alle notwendigen Hilfstabellen schon Monate vor ihrem Erscheinen überlassen wurden. Nur dadurch war es dem Verfasser möglich, sich schon im Sommer 1957 mit der praktischen Seite der Methode vertraut zu machen.

Aus dieser Tafel kann man nun K1 und K2 entnehmen, wie sie sich nach dem ersten Fehlerausgleich darstellen. In den Spalten 7 und 8 der Tab. 5 sind beide Kollektive wiedergegeben. Die nun zu berechnenden $\Delta = f - (K1 + K2)$ zeigen nur noch in den höheren Klassen eine systematische Abweichung. Dort sind noch alle $\Delta > 0$. In diesen Klassen steckt noch ein Restkollektiv. Es läßt sich nach der oben gezeigten Methode unschwer als K3 mit $\sigma^2 = 2,00$, $a_0 = 7$ und $\bar{x} = 27,0$ bestimmen (Spalte 10, Tab. 5). Betrachtet man nun den Fehler $\Delta = f - \sum_{i=1}^3 K_i$ (Spalte 11), so sind systematische Abweichungen nicht mehr festzu-

stellen. Man kann natürlich den oben gezeigten Fehlerausgleich mehrfach bis zu einem völlig befriedigenden Ergebnis wiederholen. Bei längerer Praxis kann man das äußerst lästige und zeitraubende Verfahren dadurch abkürzen, daß man geringfügige Änderung der Varianz, des Mittelwertes und der Gipfelhöhe aus der Erfahrung heraus anbringt. Man gewinnt ein Gefühl für die Auswirkung solcher Änderungen auf die Δ -Werte und kann in dieser letzten Phase der Analyse häufig eine Fortsetzung des unbequemen Fehlerausgleiches umgehen. So wurde der Scheitelwert des Kollektivs K2 auf 68 erniedrigt und als endgültige Lösung die Werte angenommen, wie sie in Tab. 5, Spalte 12—14, angegeben sind. Man hat also:

	σ^2	\bar{x}	a_0	$\frac{0}{0}$ aller Werte	
K 1	4.00	20.7	70	49.8 %	Der mittlere Fehler $\Delta_m = -2$, das Fehlerquadrat $\Delta^2 = 148$. Über eine objektive Prüfung der Güte und Hinlänglichkeit der Analyse mit Hilfe des χ^2 -Tests wird noch berichtet.
K 2	3.80	15.2	68	46.9 %	
K 3	2.00	27.0	7	3.6 %	
			Fehler	- 0.3 %	
				100.0 %	

Auf die geschilderte Weise wurden die 20 Häufigkeitsverteilungen der Stationen Geisenheim und Heidelberg-Grenzshof analysiert. In den Tab. 7 und 8 sind

Tab. 7
Geisenheim: Ergebnis der Häufigkeitsanalyse

Tiefe	K1 (Trockenkollektiv)			K2 (Nasskollektiv)			K3 (Übersätt.-Koll.)			FK	PFK	3 σ -Grenzen		χ^2 -Test	
	σ^2	a_0	\bar{x}	σ^2	a_0	\bar{x}	σ^2	a_0	\bar{x}			MIN/MAX	m.a.B	χ^2 /FG	P/0
0—10	6.80	49	13.0	6.00	50	20.0	4.00	12	28.0	20.0	13.0	5/27	22	17.567/15	30
10—20	3.80	68	15.2	4.00	70	20.7	2.00	7	27.0	20.7	15.2	9/27	18	4.118/17	99
20—30	3.00	78	15.8	3.00	75	20.5	1.74	12	23.5	20.5	15.8	11/26	15	14.380/13	62
30—40	2.08	104	16.3	2.20	80	20.7	2.84	3	23.5	20.7	16.3	12/25	13	10.840/13	46
40—50	1.80	128	16.8	1.70	80	20.6	1.24	5	23.5	20.6	16.8	13/24	11	3.180/10	98
50—60	1.20	36	16.6	1.60	25	20.3	1.02	3	22.5	20.3	16.6	13/24	11	1.019/ 8	99
60—70	0.90	44	16.6	1.30	25	19.8	0.89	5	22.5	19.8	16.6	14/23	9	4.506/ 8	60
70—80	1.00	47	16.5	1.00	22	19.3	0.40	7	21.5	19.3	16.5	13/22	9	8.354/ 7	41
80—90	0.90	45	15.4	0.83	26	18.0	0.30	9	20.3	18.0	15.4	13/21	8	7.217/ 6	30
90—100	0.82	43	14.2	0.70	35	16.7	0.32	8	19.0	16.7	14.2	11/19	8	2.211/ 6	90

Tab. 8
Heidelberg-Grenzshof: Ergebnis der Häufigkeitsanalyse

Tiefe	K1 (Trockenkollektiv)			K2 (Nasskollektiv)			K3 (Übersätt.-Koll.)			FK	PFK	3 σ -Grenzen	
	σ^2	a_0	\bar{x}	σ^2	a_0	\bar{x}	σ^2	a_0	\bar{x}			MIN/MAX	m.a.B
0—10	2.76	25	9.3	4.80	85	13.4	3.08	37	18.0	13.4	9.3	4/20	16
10—20	1.44	63	12.3	1.20	145	13.9	0.80	56	16.3	13.9	12.3	9/17	8
20—30	1.06	80	12.9	1.02	170	14.1	0.76	28	16.1	14.1	12.9	10/17	7
30—40	1.00	125	13.0	0.80	157	14.5	0.70	20	16.3	14.5	13.0	10/17	7
40—50	1.18	15	10.5	1.22	180	14.0	0.56	107	15.4	14.0	10.5	7/18	11
50—60	2.04	11	11.0	1.00	208	14.5	0.43	118	15.7	14.5	11.0	7/18	11
60—70	1.94	17	11.8	0.80	224	14.8	0.56	95	16.1	14.8	11.8	8/18	10
70—80	1.10	43	12.9	0.74	232	14.9	0.29	90	16.3	14.9	12.9	10/18	8
80—90	0.84	102	13.0	0.74	167	14.9	0.20	111	16.4	14.9	13.0	10/18	8
90—100	1.04	48	12.5	0.70	104	14.6	0.45	40	16.0	14.6	12.5	9/17	8

die Ergebnisse zusammengefaßt. Für beide Stationen ergeben sich in allen Tiefenstufen 3 Kollektive, von denen jeweils zwei dominieren. Wie diese Kollektive physikalisch deutbar sind, wird im nächsten Abschnitt behandelt werden. Vorher soll aber noch untersucht werden, ob die Analysen den Anforderungen entsprechen, d. h. ob die Abweichungen zwischen den primären Häufigkeitsverteilungen und der Summe der Teilkollektive innerhalb des Zufallsbereichs bleibt. Ein erster Anhalt ist der Fehler Δ . Er darf keine systematischen Abweichungen zeigen und $\sum \Delta_i$ soll bei Null liegen. Die Summe der Fehlerquadrate $\sum \Delta_i^2$ gibt ein

Maß für die Abweichung, aber doch nur relativ. Objektiv ist die Anwendung des χ^2 -Tests. In Tab. 7 werden für die Geisenheimer Ergebnisse die jeweiligen Werte für χ^2 angegeben. Aus ihnen resultiert zusammen mit der ebenfalls angegebenen Anzahl der Freiheitsgrade ein P-Wert, der für alle Tiefenstufen die noch bestehende Abweichung, also den Fehler der Analyse, als zufällig, die Analyse selbst somit als hinreichend und nicht korrekturbedürftig ausweist.

3. Die physikalische Deutung der gefundenen statistischen Maßzahlen

3.1. Die Varianz als Funktion der Tiefe und der Verdunstungsraum

Zum Verständnis dieses und der folgenden Abschnitte ist es mehrfach notwendig, Ausführungen Erbes (11) zu folgen, die er — ausgehend von Problemen der Wasserbilanzgleichung — 1957 veröffentlicht hat. Diese Arbeit setzt sich zum Ziele, einen Beitrag zur Bestimmung des Wasservorratsänderungsgliedes zu liefern und behandelt in diesem Rahmen ausführlich die Bodenfeuchtemeßreihen von Stuttgart-Hohenheim, Geisenheim und Heidelberg-Grenzshof, wie sie bis Ende 1952 vorlagen. Neben einer sehr klaren Gegenüberstellung all der in der Literatur nebeneinander bestehenden Begriffsbestimmungen werden die Vorgänge im Boden, soweit sie das Wasser betreffen, beschrieben. Eine Zusammenfassung und Diskussion bisheriger Anschauungen ergänzt durch eigene Untersuchungen gestattet einen guten Überblick über den augenblicklichen Stand der Dinge. Für diesen Abschnitt der vorliegenden Arbeit ist es der Begriff des Verdunstungsraumes, dem wir uns zuwenden wollen. Erbe führt die Gedankengänge Robinsons und anderer Autoren weiter und kommt unter Anerkennung der Tatsache, daß in Einzelfällen Abweichungen von der vorgetragenen Theorie möglich sind, zu folgendem Bild:

Versteht man unter der Feldkapazität diejenige Wassermenge, die der Boden entgegen der Schwerkraft über eine längere Zeit zu halten vermag, ein Feuchtgleichgewicht also, bei dem die Schwerkraft durch die Adhäsionskräfte der Bodenkolloide und die Kapillarkräfte kompensiert wird, so kann dieser Zustand lediglich durch Einwirkung der Verdunstung unterschritten werden. Ebenso kann Sickerwasser nur auftreten, wenn der Boden feuchter ist als der Feldkapazität entspricht, wobei natürlich bei auftretendem Niederschlag der Betrag des augenblicklichen Defizits der Bodenfeuchte gegenüber der Feldkapazität maßgeblich ist, ob überhaupt und wann nach Auffüllung des Bodens auf Feldkapazität Sickerwasserbildung einsetzt. Die Länge des Zeitraumes, in welchem die Feldkapazität im Jahresablauf in den tieferen Schichten eines Bodens unterschritten wird, dürfte mit zunehmender Tiefe immer geringer werden, denn es scheint nicht möglich zu sein, daß eine tiefere Schicht infolge Verdunstungseinwirkung unter Feldkapazität austrocknet, bevor die darüberliegende diesen Wert ent-

sprechend unterschritten hat. Es ist auch unwahrscheinlich, daß eine tiefere Schicht nach Unterschreitung der Feldkapazität weiteren Feuchtigkeitsverlust erleidet, wenn die hangenden Schichten bereits wieder durch Niederschläge aufgefüllt werden. Es muß also in irgendeiner Tiefe einmal eine Schicht kommen, deren Feuchtwert während der Unterschreitung der Feldkapazität im Hangenden gleich bleibt. Dieser gleichbleibende Wert muß aber der Feldkapazität entsprechen.

Diese Schicht begrenzt also den Einflußbereich der Verdunstung, den Verdunstungsraum eines Bodens, nach unten. Alle darunter liegenden Schichten müssen dann mindestens Feldkapazität aufweisen. Das gilt alles selbstverständlich unter der Voraussetzung entsprechender Grundwasserferne, also bei Lage des Grundwasserspiegels, die eine Einwirkung der Verdunstung auf das Grundwasser ausschließt.

Der Boden kann somit in drei Tiefenzonen eingeteilt werden:

1. Zone: Die Bodenfeuchte liegt im Jahresablauf sowohl über als auch unter dem Werte der Feldkapazität (Verdunstungsraum)
2. Zone: Zone ständiger Feldkapazität (nach Abfluß des Sickerwassers)
3. Zone: Grundwasserzone

Über die Tiefe der ersten Zone liegen wenig Angaben vor. Sie bestätigen, daß die Meßtiefe von 1 m wohl nicht ausreicht, um die zweite Zone nachzuweisen. Belgische Untersuchungen (Demortier und Droeven (12)) geben einen Verdunstungseinfluß bis unterhalb 100 cm an, Thornthwaite und Mather (13) sprechen von 180 cm, allerdings unter bewachsenem Boden, Baumann (14) nimmt 160 cm an, ein Wert, zu dem Uhlig (15) durch Extrapolation ebenfalls kommt.

Wenn nun die in Abschnitt 2.3. gewonnenen Varianzen der Teilkollektive einen physikalischen Sinn, d. h. im Gegensatz zum s^2 der nicht aufgespaltenen Häufigkeitskurve mehr als formalen Charakter haben, so müßten sie gesetzmäßig mit der Tiefe abnehmen und sich in einer bestimmten Tiefe T dem Werte Null nähern. Außerdem müßte dieser Grenzwert bei beiden Kollektiven etwa in der gleichen Tiefe erreicht sein. Wir betrachten die für den Geisenheimer Boden gewonnenen σ^2 -Werte der Kollektive K 1 und K 2, die wir künftig als Trocken- bzw. Naßkollektiv bezeichnen wollen, und tragen sie im Tiefendiagramm auf. Bezeichnen wir dabei längs der Abszissenachse die Tiefe nicht in Absolutwerten, sondern nach Tiefenstufen

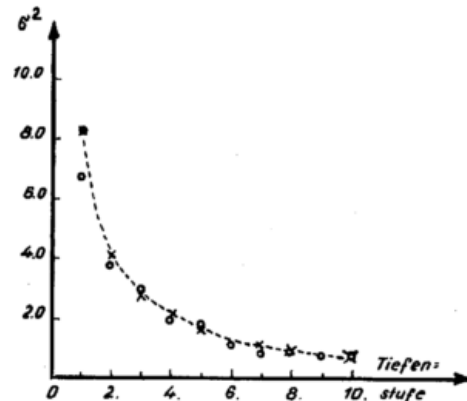


Abb. 5a
Die Varianz der Teilkollektive als Funktion der Tiefe
Geisenheim, Trockenkollektiv

$$\times : y = \frac{8,5}{x}$$

○ : gerechnet

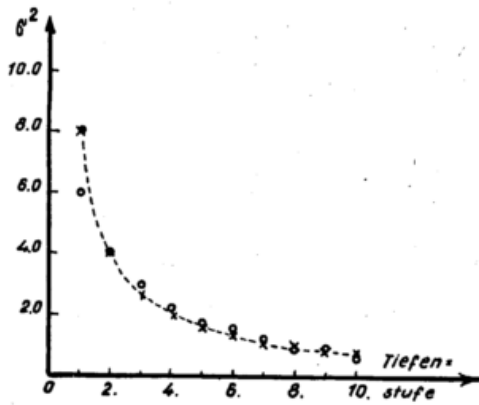


Abb. 5b
Die Varianz der Teilkollektive als Funktion der Tiefe
Geisenheim, Naßkollektiv

$\times : y = \frac{7,9}{x}$
 $\circ : \text{gerechnet}$

(1. Stufe = 0—10 cm usw.), so ergibt sich Abb. 5a und 5b. Eine lineare Angleichung verbietet sich von selbst, die Kurve $\sigma^2 = f(\text{Tiefe})$ ist höherer Ordnung. Es wurde versucht, eine Beziehung von der Form $Y = \frac{a}{x} + b$ zu finden, wobei Y für die Varianz und x für die Tiefenstufen steht. Die Konstanten a und b sind dabei so zu wählen, daß die Angleichung die bestmögliche wird, d. h. es muß erfüllt sein:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \frac{a}{x_i} - b)^2 = \text{Minimum}$$

Diese Bedingung liefert durch partielle Differentiation noch a und b zwei Bestimmungsgleichungen für diese Größen, nämlich:

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^n (y_i - \frac{a}{x_i} - b)^2 = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \frac{a}{x_i} - b) \cdot \frac{1}{x_i} = 0 \text{ und}$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^n (y_i - \frac{a}{x_i} - b)^2 = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \frac{a}{x_i} - b) = 0 \text{ d.h.}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i} - a \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2} - b \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} = 0 \text{ und}$$

$$\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} - N \cdot b = 0$$

wenn N die Anzahl der Beobachtungen ist.
Mit den Substitutionen:

$$\sum_{i=1}^n y_i = S_1, \quad \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} = S_2, \quad \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2} = S_3 \text{ und } \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i} = S_4$$

erhält man endlich: $S_4 - aS_3 - bS_2 = 0$ und $S_1 - aS_2 - N \cdot b = 0$, woraus folgt:

$$a = \frac{S_1 \cdot S_2 - NS_4}{S_2^2 - NS_3} \text{ und } b = \frac{S_2 S_4 - S_1 S_3}{S_2^2 - NS_3} = \frac{S_1 - aS_2}{N}$$

Errechnet man mit Hilfe dieser Gleichungen für beide Kollektive die Funktion $\sigma^2 = f(T)$ in der Form $Y = \frac{a}{x} + b$, so erhält man für

$$K 1: Y = \frac{8,5}{x}$$

und für

$$K 2: Y = \frac{7,9}{x}$$

Berücksichtigt man nun, daß bei einer Varianz $\sigma^2 = 0.5$ bereits über 95% aller Werte eines Kollektives in der Mittelwertklasse oder unmittelbar daneben liegen, so kann man bei einer Meßgenauigkeit von $\pm 1 G\%$ eine Varianz von $\sigma^2 = 0.5$ praktisch gleich Null setzen. Man kann also nach derjenigen Tiefe T fragen, in der σ^2 den Wert 0.5 unterschreitet, also aus obigen Gleichungen den x-Wert ermitteln, für den $y \leq 0.5$ wird. Man erhält für das Kollektiv K 1 $x = 17$ und für K 2 $x = 16$, d. h. die gesuchte Tiefenstufe liegt zwischen 160 und 170 cm, womit die Begrenzungstiefe des Verdunstungsraumes gegeben ist. Selbstverständlich stellt dieser Wert einen „mittleren Verdunstungsraum“ dar, der in sehr trockenen Jahren überschritten werden kann. Dieser maximale Verdunstungsraum muß am Einzelfall gefunden werden.

Erbe ist bei seinen Betrachtungen über den Verdunstungsraum von Geisenheim von der Feldkapazität ausgegangen. Er ermittelt sie, wie wir später sehen werden, mit Hilfe der mittleren Feuchteminima, stellt fest, daß es eine Tiefe geben muß, wo die Feldkapazität mit diesen Feuchteminima zusammenfällt und kommt auf diesem Extrapolationsweg für Geisenheim auf 160 cm. Da ihm nur 2 Jahre Bodenfeuchtemessung zur Verfügung standen, wäre er bei Betrachtung anderer Jahre wahrscheinlich auf einen kleineren oder größeren Wert gestoßen, der repräsentativ für den kleinen Zeitabschnitt gewesen wäre. Die gezeigte Methode liefert den statistisch gesicherten Mittelwert, wie er Grundlage für allgemeine Bilanzrechnungen werden könnte. Er steht nicht im Widerspruch zu bisher mehr oder minder empirisch ermittelten Werten.

Für den Heidelberger Boden stößt die Bestimmung des Verdunstungsraumes auf Schwierigkeiten, die aber nicht in der Methode begründet sind. Wie wir später ausführlicher besprechen werden, ist dieser Boden im Gegensatz zu Geisenheim nicht bis zur Meßtiefe von 1 m gleichmäßig aufgebaut. Bei 40 cm ändert er seine Beschaffenheit sprunghaft. Das zeigt sich schon in Tab. 8 in der unstetigen Veränderung von σ^2 und \bar{x} bei 40 cm Tiefe. Außerdem tritt ab 90 cm in zunehmendem Maße Kies auf, was später sogar die Einstellung von Messungen zwischen 90 und 100 cm erzwingt. Man kann deshalb nur die ersten 40 cm betrachten und sieht ähnlich wie bei Geisenheim gezeigt wurde, daß der Verdunstungsraum bei etwa 70 cm Tiefe seine Begrenzung fände, wenn die Bodenzusammensetzung sich kontinuierlich mit der Tiefe fortsetzen würde. Diese Aussage zeigt zumindest den völlig anderen Aufbau des Heidelberger Bodens und läßt u. U. Schlüsse auf die Verhältnisse im Wurzelraum zu. Den aufgezeigten beachtlichen Unterschied zu Geisenheim werden wir im nächsten Abschnitt wieder bestätigt finden.

3.2. Die Mittelwerte der Teilkollektive und ihr Zusammenhang mit der Feldkapazität FK und der Pseudofeldkapazität PFK

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt gezeigt worden ist, daß die eine Maßzahl der Teilkollektive, nämlich die Varianzen, Gesetzmäßigkeiten aufweisen und ohne Widerspruch zu langjährigen Erfahrungen zu sinnvoller physikalischer Deutung führen, wenden wir uns nunmehr dem Versuch zu, die zweite statistische Maßzahl, den Mittelwert \bar{x} , physikalisch zu interpretieren. Dazu ist es notwendig, vorerst wieder kurz den Darlegungen Erbes zu folgen. Auf Grund diffiziler Untersuchungen der Beziehung zwischen Feldkapazität und Sickerwasser an Hand der vorliegenden Meßreihen und gestützt auf eigene Tiefenbohrungen kommt Erbe zu einer Erweiterung der im vorangegangenen Abschnitt erwähnten Zoneneinteilung. Es gibt einen Grad der Austrocknung, bei dem durch Anlagerung von Luft an die Bodenteilchen eine unechte, eine Pseu-

dofeldkapazität, auftritt. Sickerwasser wird wegen des Benetzungswiderstandes, der mit diesem Zustand verbunden ist, vorerst einmal rasch weitergeleitet, wenn auch nur so lange, bis die PFK wieder überschritten ist. Dann wird wieder ein Versiegen von Sickerwasser zu beobachten sein, wie es bei Feuchtwerten unterhalb der echten Feldkapazität zu erwarten ist. Erbe erweitert deshalb seine Zoneneinteilung wie folgt:

1. Zone: Die Bodenfeuchte liegt im Jahresablauf sowohl über als auch unter der Feldkapazität. Die Austrocknung kann gelegentlich bis zum Auftreten der Pseudofeldkapazität fortschreiten.
2. Zone: Die Bodenfeuchte liegt im Jahresablauf sowohl über als auch unter der Feldkapazität. Austrocknung bis in den Bereich der Pseudofeldkapazität kommt nicht vor.
3. Zone: Zone ständiger Feldkapazität (nach Abfluß des Sickerwassers)
4. Zone: Grundwasserzone

Es existieren also zwei für die Wasserbewegung im Boden sehr wichtige Schwellenwerte, die wohldefinierte Vorgänge auslösen.

Während die Pseudofeldkapazität meines Wissens von Erbe erstmalig in ihrer vollen Bedeutung erkannt und herausgestellt worden ist, tritt die Feldkapazität als Begriff auf, seitdem man sich mit der Bodenfeuchte näher beschäftigt. Unterschiedlich war die Auffassung der Autoren in der Zuordnung der Meßwerte zur Feldkapazität. Baier hat sich intensiv dieser Frage gewidmet. Er fand für Stuttgart-Hohenheim, daß die mittleren Höchstwerte der Bodenfeuchte umgerechnet in Volumenprozent (V %) etwa gleich waren dem Porenvolumen (PV) des Bodens, und zwar für jede Tiefenstufe. Nachdem er anfänglich diese Höchstwerte der

Feldkapazität gleichsetzte, fand er später an Hand der Ergebnisse seiner Sickerwasseranlage, daß die Feldkapazität nur etwa 90% des Porenvolumens ausmachen dürfte und formulierte deshalb 1954 (16):

$$FK = 90\% PV = 90\% \text{ mittlere Bodenfeuchtehöchstwerte.}$$

Das Porenvolumen selbst entspricht also der theoretisch überhaupt möglichen Wassermenge, die im Boden sein kann, unabhängig davon, ob sie der Boden tatsächlich aufnimmt.

Erbe griff diese für Hohenheim gültige Relation auf und versuchte, sie auf die Meßwerte der Geisenheimer Reihe zu übertragen. Das Geisenheimer Feld ist grobkörniger als der Hohenheimer Boden und liegt schon mit seiner Hygroskopizität (im Durchschnitt) 3,5 G % wesentlich unter dem Hohenheimer Wert (5,6 G %). Eine Baier's Untersuchung analoge Gegenüberstellung von mittleren Höchstwerten und Porenvolumen ergab als erste interessante Feststellung, daß die den mittleren Höchstwerten entsprechende Bodenfeuchte keineswegs das Porenvolumen ausfüllte, daß also auch die Beziehung $FK = 90\% PV$ nur für Hohenheim gültig war. Da sich nun andererseits ergab, daß häufig auftretende Minima — vorzugsweise im Januar und Februar — in Hohenheim etwa den Zustand von 90% PV, also FK, erfassen, nahm Erbe an, daß ebendiese Werte in Geisenheim die Feldkapazität erfassen würden. Die gleichen Untersuchungen dehnt er auf das Heidelberger Meßfeld aus und stellt auch hier fest, daß die Höchstwerte das Porenvolumen nicht ausfüllen. Die Gültigkeit der Relation von Baier bleibt auf Hohenheim beschränkt. Erbe bestimmt nun für Geisenheim und Heidelberg unter Zuhilfenahme der winterlichen mittleren Minima die Feldkapazität und errechnet ihr prozentuales Verhältnis zum jeweiligen Porenvolumen. Da wir gleich auf diese Werte zurückgreifen müssen, seien sie in Tab. 9 zusammengestellt.

Tab. 9 Beziehung zwischen Feuchtehöchstwerten (F_{MAX})
Feuchtetiefstwerten (F_{MIN})
mittl. winterlichen Feuchtetiefstwerten = FK (F_{MIN})
Hy = Hygroskopizität } und Porenvolumen (PV)

Tiefe cm	Hohenheim					Geisenheim					Heidelberg				
	Hy G%	PV V%	F_{MAX} in % PV	F_{MIN} in % EV	$\frac{F_{MIN}}{FK}$ in % PV	Hy G%	PV V%	F_{MAX} in % PV	F_{MIN} in % PV	$\frac{F_{MIN}}{FK}$ in % PV	Hy G%	PV V%	F_{MAX} in % PV	F_{MIN} in % PV	$\frac{F_{MIN}}{FK}$ in % PV
0—10		43.8		32	90	3.5	45.5	100	24	56	2.3	45.1	83	20	51
10—20		41.1		49	92	3.5	47.5	74	30	47	2.3	38.1	73	39	63
20—30		40.4		52	98	3.4	52.3	61	27	40	2.3	34.2	70	41	65
30—40		39.6	nicht	61	89	3.5	50.2	55	28	44	2.9	39.1	61	38	53
40—50	im Durchschnitt	38.1	unter	66	89	3.5	49.6	55	24	42	4.3	34.7	75	41	65
50—60	5.6	36.1	100	80	93	3.6	47.6	57	38	45	4.6	36.5	72	49	59
60—70		35.9		72	89	3.7	48.2	55	35	43	4.1	39.4	63	48	57
70—80		36.1		55	95	3.5	50.8	48	35	42	4.6	38.2	71	50	59
80—90		37.0		68	90	3.3	51.1	45	31	40	4.2	38.1	67	47	55
90—100		38.1		79	90	3.3	47.6	46	33	41	3.9	35.7	74	48	60

Die Hohenheimer Werte sind eines besseren Vergleiches wegen nochmals mit aufgeführt. Zusammenfassend ist dazu zu sagen:

1. Der Korngrößenanalyse nach ist der Hohenheimer Boden bindiger als der Geisenheimer. Das geht auch aus den Hygroskopizitätswerten hervor. Für Heidelberg wird lehmiger Sand (bis 40 cm) über sandigem Lehm (bis 90 cm) über Kies angegeben. Die Hy-

Werte bestätigen dieses Profil nicht. Danach müßte die Schicht unterhalb 40 cm den bindigeren Boden enthalten. Der schon erwähnte Sprung bei 40 cm ist aber deutlich.

2. Bei absolut größtem Porenvolumen nimmt in Geisenheim der dort beobachtete maximale Wassergehalt (F_{MAX}) im Vergleich zu den beiden anderen Stationen den geringsten Teil des Porenvolumens ein.

3. Die Feldkapazität — also etwa die mehrfach beobachteten winterlichen Minima — zeigen ein ähnliches Verhalten dem Porenvolumen gegenüber.

Ergänzend zeigt Erbe noch, daß im Gegensatz zu Hohenheim und Heidelberg die Austrocknung im Geisenheimer Boden rasch bis 1 m und tiefer vordringt.

Soweit die Ergebnisse, die Erbe aus der Betrachtung der Bodenfeuchtemeßreihen der Jahre 1951/52 und bereits vorliegenden Bearbeitungen gewonnen hat.

Nun kann man rein formal die durch die Häufigkeitsanalyse gewonnenen Mittelwerte \bar{x} der Kollektive über den bekannten Umrechnungsfaktor in Volumen-

Tab. 10
Geisenheim: Beziehungen zwischen den Mittelwerten \bar{x}_1 und \bar{x}_2 der Teilkollektive und dem Porenvolumen PV

Tiefe	\bar{x}_1 G°/o	\bar{x}_1 V°/o	\bar{x}_1 °/oPV	$\bar{x}_1+3\sigma$ G°/o	$\bar{x}_1+3\sigma$ V°/o	$\bar{x}_1+3\sigma$ °/oPV	\bar{x}_2 G°/o	\bar{x}_2 V°/o	\bar{x}_2 °/oPV	$\bar{x}_2-3\sigma$ G°/o	$\bar{x}_2-3\sigma$ V°/o	$\bar{x}_2-3\sigma$ °/oPV	PV V°/o
0—10	20.2	24.2	53	27.4	33.2	73	13.0	15.7	35	5.2	6.3	14	45.5
10—20	20.7	25.8	54	26.7	33.4	70	15.2	19.0	40	9.3	11.6	24	47.5
20—30	20.5	22.8	44	25.7	28.5	55	15.8	17.6	34	10.6	11.8	22	52.3
30—40	20.7	24.0	48	25.1	29.1	58	16.3	18.9	38	12.0	13.9	28	50.2
40—50	20.6	23.7	48	24.5	28.4	57	16.8	19.3	39	12.8	14.7	30	49.6
50—60	20.3	24.2	51	24.1	28.7	60	16.6	19.8	41	13.3	15.8	33	47.6
60—70	19.8	22.8	47	23.2	26.7	55	16.6	19.1	40	13.7	15.8	33	48.2
70—80	19.3	22.6	44	22.3	26.1	51	16.5	19.3	38	13.5	15.8	31	50.8
80—90	18.0	20.5	40	20.7	23.6	46	15.4	17.6	34	12.6	14.4	28	51.1
90—100	16.7	20.7	43	19.2	23.4	49	14.2	17.3	36	11.5	14.1	29	47.6

Tab. 11
Heidelberg-Grenzhof: Beziehungen zwischen den Mittelwerten \bar{x}_1 und \bar{x}_2 der Teilkollektive und dem Porenvolumen PV

Tiefe	\bar{x}_1 G°/o	\bar{x}_1 V°/o	\bar{x}_1 °/oPV	$\bar{x}_1+3\sigma$ G°/o	$\bar{x}_1+3\sigma$ V°/o	$\bar{x}_1+3\sigma$ °/oPV	\bar{x}_2 G°/o	\bar{x}_2 V°/o	\bar{x}_2 °/oPV	$\bar{x}_2-3\sigma$ G°/o	$\bar{x}_2-3\sigma$ V°/o	$\bar{x}_2-3\sigma$ °/oPV	PV V°/o
0—10	13.4	17.9	40	20.0	26.8	59	9.3	12.5	28	4.3	5.8	13	45.1
10—20	13.9	21.6	57	17.2	26.6	70	12.3	19.0	50	8.7	13.5	35	38.1
20—30	14.1	22.2	65	17.1	26.8	78	12.9	20.2	59	9.8	15.4	45	34.2
30—40	14.5	21.6	55	17.2	25.6	65	13.0	19.4	49	10.0	14.9	38	39.1
40—50	14.0	22.8	66	16.7	27.2	78	10.5	17.1	49	7.3	11.9	34	34.7
50—60	14.5	22.4	61	17.5	27.0	74	11.0	16.9	46	6.7	10.3	29	36.5
60—70	14.8	23.2	59	17.5	27.5	70	11.8	18.5	47	7.6	11.9	30	39.4
70—80	14.9	23.7	62	17.5	27.8	73	12.9	20.5	53	9.8	15.6	41	38.2
80—90	14.9	23.4	59	17.5	26.3	69	13.0	19.5	51	10.3	15.6	41	39.1
90—100	14.6	22.8	64	17.1	26.7	75	12.5	19.5	55	9.4	14.7	41	35.7

prozente umrechnen und diesen Wert seinerseits für alle Tiefenstufen als Prozentsatz des Porenvolumens ausdrücken. Das ist für Geisenheim in Tab. 10, für Heidelberg in Tab. 11 geschehen. Vergleicht man den in % PV ausgedrückten Mittelwert \bar{x}_1 des Feuchtekollektivs, so findet man eine sehr gute Übereinstimmung mit den Angaben, die in Tab. 9 als $\bar{F}_{MIN} = FK$ in % PV zu finden sind. Eine 100%ige Übereinstimmung kann nicht erwartet werden, denn in dem einen Falle werden zwei Jahre behandelt, im anderen ein Mittelwert aus einer 7 $\frac{1}{4}$ jährlichen Periode bestimmt. Trotzdem ist die Übereinstimmung überzeugend. Es kann daraus der Schluß gezogen werden, daß der Mittelwert des Feuchtekollektivs identisch mit der mittleren Feldkapazität des betrachteten Zeitraumes ist. Ohne Widerspruch mit dem Befund Erbes ergibt sich, daß weder für Geisenheim noch Heidelberg das Porenvolumen im Zustande der Feldkapazität voll ausgenutzt ist. Der Prozentsatz der Erfüllung deckt sich mit Erbes Untersuchungen.

Bilden wir jetzt weiter formal $\bar{x}_1 + 3\sigma$, d. h. legen wir die äußersten Grenzen des Feuchtekollektivs fest,

rechnen diesen Wert in Volumenprozent um und bestimmen wieder den Prozentsatz dieser Beträge am Porenvolumen, so gelangen wir zu Werten, die in gleichem Maße mit F_{MAX} in % PV der Tab. 9 vergleichbar sind, d. h. die Analysenmethode liefert uns die Werte, die die kräftigste Wasseransammlung, die im betreffenden Boden beobachtet wird, darstellt, d. h. die Obergrenze des von Uhlig definierten maximal ausschöpfbaren Bodenfeuchtegehalts. Auch dieser Feuchtezustand erfüllt in Übereinstimmung mit Erbes Ergebnissen das vorhandene Porenvolumen nicht zu 100%. Wir fassen nochmals zusammen:

Die Maßzahl \bar{x}_1 des Feuchtekollektivs liefert für jede Schicht einen Wert, der der Feldkapazität entspricht. Mit $\bar{x}_1 + 3\sigma$ ist der Zustand höchster Wasseraufnahme gegeben unter Ausschluß von Übersättigungs- und Verschlämmungserscheinungen. Diese Werte sind durch die Randkollektive ausgeschieden. Die Porenerfüllung im Zustande der Feldkapazität beträgt für Geisenheim im Mittel aller beobachteten Tiefen 47,2% (44,0%), im Zustande der Feuchtehöchstwerte 57,4% (59,6%). Für Heidelberg gelten die Beträge 58,8% (58,7%) und 71,1%

(70,9%). Die geklammerten Zahlen entsprechen dem Befund Erbes.

Nachdem auf die dargelegte Weise die Feldkapazität für alle Tiefenschichten ermittelt ist, kann man daran gehen, die Abweichung von diesem Zustand im Jahresverlauf darzustellen, um zu sehen, ob das Ergebnis sinnvoll ist. Dazu ist es erforderlich, für Geisenheim und Heidelberg für alle Tiefen die mittlere Feuchte der betrachteten 7¹/₄ Jahre im Jahresverlauf zu errechnen und die Differenz ΔFK zur Feldkapazität zu bestimmen. Aus den gefundenen Werten müßte sich ein Zeit-Tiefendiagramm entwerfen lassen, das — als Zustandsdiagramm gedeutet — die Abweichung von der FK im Jahresablauf abzulesen gestattet. Die Eigenart des vorliegenden Materials, nämlich aus Meßwerten zu

bestehen, die jeweils an Dienstagen und Freitagen gewonnen sind und somit im Laufe der Jahre nie auf den gleichen Tag zu fallen, läßt eine Mittelbildung für einen bestimmten Kalendertag nicht zu. Man muß deshalb die vorliegenden Jahresreihen in Pentaden unterteilen und alle die Werte zu einem Mittel zusammenfassen, die in die gleiche Pentade fallen. So wurde für beide Stationen für jede Tiefe verfahren. Die aus 7¹/₄ Jahren gewonnenen Mittel wurden von der Feldkapazität der jeweiligen Tiefe abgezogen und das Ergebnis ΔFK in ein Diagramm eingezeichnet, dessen Abszisse die Pentaden 1 bis 73, dessen Ordinate die Tiefenstufe trägt. Durch Zeichnen von ΔFK -Isoplethen entstand für Geisenheim und Heidelberg ein Zeit-Tiefendiagramm der Abweichung von der Feldkapazität, wie es in den Abb. 6 u. 7 wiedergegeben ist. Durch verschie-

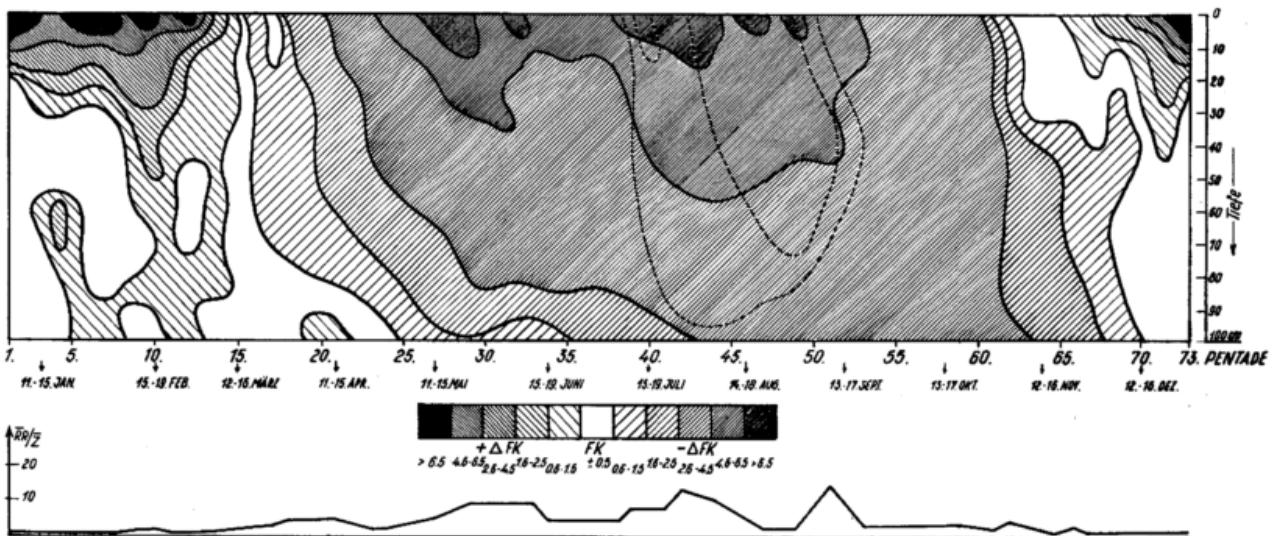


Abb. 6
Geisenheim, Abweichung von der Feldkapazität

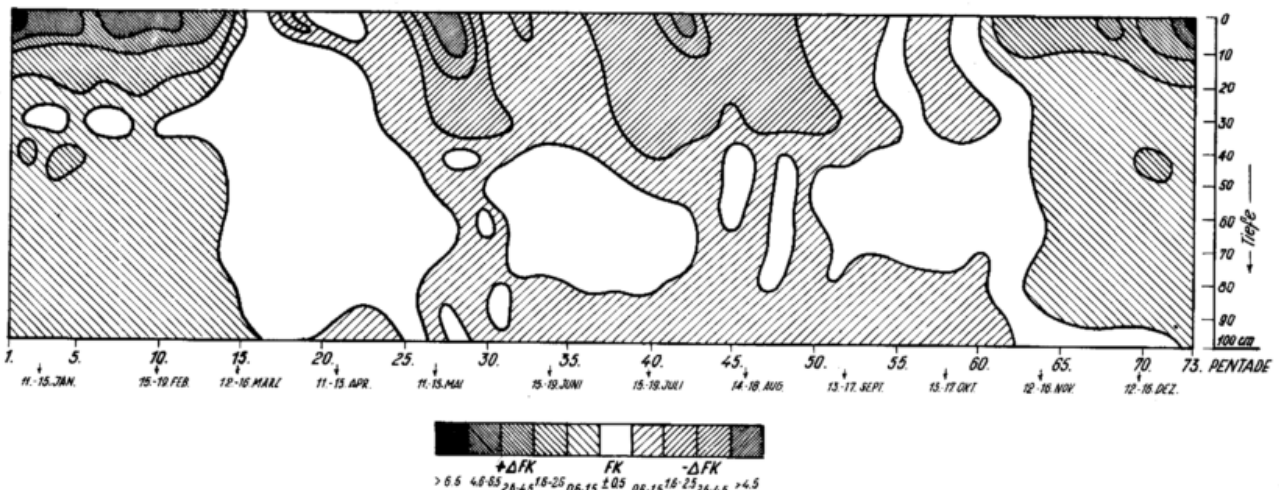


Abb. 7
Heidelberg-Grenzhof, Abweichung von der Feldkapazität

dene Schraffuren wurde der Grad der Abweichung verdeutlicht. Als Zustand „Feldkapazität“ wurde $\bar{x}_1 \pm 0.5 G\%$ festgelegt. Die weiteren Stufen sowohl für negative als auch für positive Abweichung sind 0.6 — 1.5, 1.6 — 2.5, 2.6 — 4.5, 4.6 — 6.5, > 6.5 Gewichtsprozent.

Beide Abbildungen zeigen, daß die Schicht, in der dauernd mindestens Feldkapazität herrscht, bei beiden Böden nicht erreicht ist. Entsprechend dem über die Varianz-Tiefenfunktion gefundenen Ergebnis reicht in Geisenheim die Zone der Unterschreitung der FK unter die 1-m-Grenze. Wir sehen auch, daß die Einwir-

kung der Verdunstung beim Heidelberger Boden wesentlich gehemmt ist. Größere negative Abweichungen von der Feldkapazität treten bis etwa 30 cm Tiefe auf. Tiefer reichende Austrocknung — zwischen 40 und 90 cm — ist nur zwischen Mitte Mai und Mitte Juni und im Hochsommer zu beobachten. Sonst herrscht in dieser Schicht auch im Sommer wiederholt Feldkapazität. Ob die von Mitte Mai bis in den Spätherbst hinein anhaltende Unterschreitung des Feldkapazitätszustandes in der tiefsten Schicht des Heidelberger Bodens reell ist, kann nicht entschieden werden. Es steht lediglich fest, daß diese Tiefe reichlich Kiesbeimengung aufweist und somit vielleicht erheblich günstigere Sickerungsverhältnisse herrschen, als im Hangenden. Die Messungen in dieser Schicht sind lückenhaft und in den letzten Jahren der Meßreihe fallen sie ganz aus. Das aus ihnen gewonnene Ergebnis kann somit nur mit allem Vorbehalt benutzt werden.

Im einzelnen zeigt die Abb. 6, daß in Geisenheim in den oberen Schichten bis Mitte März ein Zustand positiver Abweichung herrscht, der in mehreren aufeinander folgenden Perioden auf die tieferen Schichten übergreift. Besonders im Februar befindet sich der gesamte Meßraum im Zustand mehr oder minder großer positiver Abweichung von der Feldkapazität. Ab Mitte März beginnt bei zunehmender Verdunstung der Austrocknungsprozeß, der entsprechend der schon erwähnten Bodenzusammensetzung rasch bis in größere Tiefen zu einem Absinken der Bodenfeuchte unter die FK führt. Er erfolgt ebenfalls in zwei Wellen, nämlich mit Maxima in der zweiten Maihälfte und in der Zeit von Mitte Juli bis etwa Mitte September. Die offensichtliche Bremsung dieses Vorganges zwischen den genannten Perioden starker Austrocknung ließe sich wahrscheinlich leicht aus dem mittleren Witterungsablauf erklären (Sommermonsun). Es soll aber hier nicht weiter darauf eingegangen werden. Die winterliche Auffüllung geht wieder in mehreren Vorstößen vor sich, nämlich etwa Ende November, Mitte Dezember, in der zweiten Januarhälfte und Mitte Februar. Ein Durchgreifen nach der Tiefe mit positiver Abweichung von der FK ist — wie schon oben bemerkt — erst im Hochwinter festzustellen, während die Auffüllung auf Feldkapazität bereits im Dezember bis 100 cm Tiefe fortgeschritten ist. Es sei hier nochmals betont, daß wir ein mittleres Zustandsdiagramm vor uns haben, von dem der akute Einzelfall in beliebiger Weise abweichen kann.

Wie schon angedeutet, zeigt der Heidelberger Boden ein anderes Verhalten. Der Zustand der Feldkapazität und positiver Abweichung davon ist bis weit in den Frühling hinein und auch schon im Herbst vorherrschend. Eine Zone negativer Abweichung größeren Ausmaßes bleibt auf die oberen 40 cm beschränkt. Tiefer reichende Unterschreitung der FK tritt zu denselben Zeiten auf, zu denen wir in Geisenheim die Maxima gefunden haben. In der Periode, in der Geisenheim ein Abbremsen des Austrocknungsvorganges aufwies, erreichen die Schichten zwischen 40 und 90 cm vorwiegend wieder die Feldkapazität. Die Ursache dürfte dieselbe sein wie in Geisenheim, da im mittleren Witterungsablauf dieser beiden Stationen kein grundlegender Unterschied besteht. Lediglich die bereits mehrfach erwähnte Abweichung der Bodenbeschaffenheit gegenüber Geisenheim bedingt andersartige Auswirkungen. Der festgestellte größere Widerstand des Heidelberger Bodens gegenüber dem Verdunstungseinfluß deckt sich mit Beobachtungen Erbes.

Zusammen mit den Relationen zwischen der Maßzahl \bar{x}_1 und dem Porenvolumen beweisen die gezeigten Diagramme, daß mit eben diesem Wert, gedeutet als Feldkapazität, sinnvolle Ergebnisse gewonnen wer-

den können. Nun bleibt als letzter der errechneten statistischen Werte noch der Mittelwert \bar{x}_2 des sogenannten Trockenkollektivs, der einer physikalischen Deutung bedarf. Es war schon erwähnt worden, daß Erbe neben dem Schwellenwert „Feldkapazität“ einen weiteren Zustand der Bodenfeuchte, nämlich den der „Pseudofeldkapazität“ als wesentlich herausgestellt hat. Bei Erreichen dieses Schwellenwertes ist die Austrocknung des Bodens soweit fortgeschritten, daß eine ankommende Feuchtigkeitsspende vorerst einmal auf Benetzungswiderstand stößt, so daß die betreffende Schicht trotz ihres Trockenzustandes Sickerwasser abzugeben in der Lage ist. Wie lange dieser Zustand anhalten kann und bis zu welchem Grade ankommendes Wasser dazu benutzt wird, diesen Zustand zu ändern, sei dahingestellt. Die Klärung dieser Frage bedarf eingehender Einzeluntersuchung. Erbe hat jedenfalls durch Tiefenbohrungen bei Göttingen sowohl den Nachweis für die Existenz des Verdunstungsraumes erbracht, als auch auf das Vorkommen von Vorgängen hingewiesen, die nur mit dem Begriff einer Pseudofeldkapazität deutbar sind. Trotz der geringen Erfahrungen mit diesem Schwellenwert lag es auf Grund der bisherigen Ergebnisse nahe, den Mittelwert \bar{x}_2 des Trockenkollektivs mit der Pseudofeldkapazität zu identifizieren. Numerische Vergleiche mit dem Porenvolumen konnten auf direktem Wege nicht vorgenommen werden, da Angaben der PFK in Prozent des Porenvolumens nicht vorliegen. Erbe hat aber die absoluten Tiefstwerte der Bodenfeuchte in % PV angegeben (vgl. Tab. 9). Nun haben wir nach Gewinnung der FK über den Wert \bar{x}_1 gesehen, daß wir mit $\bar{x}_1 + 3\sigma$ die Höchstwerte erfassen können. Warum sollten analog mit $\bar{x}_2 - 3\sigma$ nicht die Tiefstwerte festgelegt werden können? In den Tab. 10 und 11 sind diese Werte in Gewichtsprozent, Volumenprozent und % PV für alle Tiefen angegeben. Vergleicht man jetzt die Spalten $\bar{x}_2 - 3\sigma$ in % PV (Tab. 10 und 11) mit den Angaben der Spalten F_{MIN} in % PV (Tab. 9), so findet man wieder eine erfreuliche Übereinstimmung. Wir haben also mit $\bar{x}_2 - 3\sigma$ die Tiefstwerte, d. h. die Untergrenze des Uhlighschen m. a. B. gewonnen.

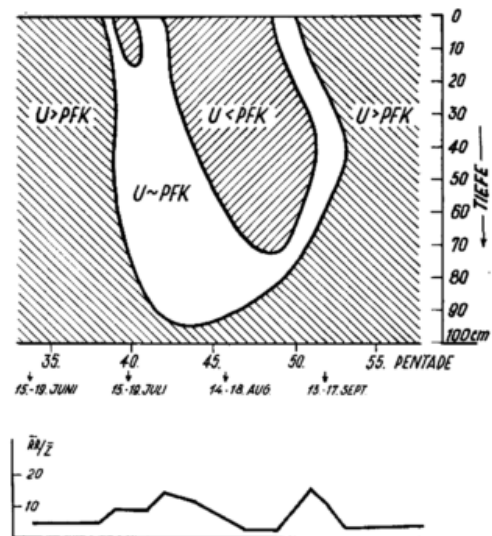


Abb. 8
Geisenheim, Abweichung von der Pseudofeldkapazität

Nun können wir sehen, zu welchem Ergebnis die Annahme $\bar{x}_2 = PFK$ führt. In Abb. 8 ist die Abweichung der Bodenfeuchte von der Pseudofeldkapazität für Geisenheim gezeigt. Sie wurde auf gleichem Wege gewonnen wie ΔFK der Abb. 6 u. 7. Eine schmale Zunge negativer Abweichung im Hochsommer, zeitlich

nach der Tiefe etwas verschoben und bis knapp 70 cm reichend, charakterisiert die kritische Zone, in der mit der PFK deutbare Vorgänge auftreten können. Nun gibt es keine Vergleichsmöglichkeiten, wie sie sich aus den zahlreichen Untersuchungen über die Feldkapazität entnehmen lassen. Man kann aber einen Versuch wagen. Nach Definition stellt die PFK einen Zustand dar, bei dem trotz Austrocknung unter Feldkapazität Sickerwasser auftreten müßte. Es gibt in Geisenheim für einige Jahre Meßreihen, die Sickerwasserangaben für den 25-cm-Horizont enthalten. Gewonnen sind diese Werte mit einem Kleinlysimeter nach Popoff. Mit diesen Ergebnissen wurde folgendes versucht:

Bildet man für die gleichen Pentaden, für die die Bodenfeuchtemittel errechnet wurden, das Mittel des gefallenen Niederschlags und das des aufgefangenen Sickerwassers, so müßte das Verhältnis $\frac{\overline{RR}}{\bar{z}}$ in einem vernünftigen Zusammenhang mit dem Zeittiefendiagramm von ΔFK (Abb. 6) bzw. ΔPFK (Abb. 8) stehen. Ohne nun etwa quantitative Angaben machen zu wollen, müßte also in Perioden positiver ΔFK in den Schichten bis etwa 30 cm dieser Quotient in der Größenordnung eins liegen. Bei zunehmender Austrocknung müßte er, da \bar{z} klein gegen RR wird, ansteigen, um Höchstwerte zu erreichen, wenn $\bar{z} \rightarrow 0$, d. h. wenn die Bodenfeuchte sich dem Werte der PFK nähert. Bei Unterschreiten der PFK jedoch müßte $\frac{\overline{RR}}{\bar{z}}$ bei nun wieder meßbaren \bar{z} erneut kleiner werden.

So wurde der genannte Quotient berechnet und in Abb. 8 für die Zeit zwischen der 35. und 55. Pentade dargestellt, wohlgemerkt nicht mit der Absicht, quantitative Angaben zu machen, sondern lediglich als Tendenzindikator für das Wechselspiel Niederschlag — Sickerwasser. Die Kurve zeigt tatsächlich einen Anstieg mit zunehmender Annäherung an die PFK-Zone und ein Absinken, sobald diese kritische Feuchtestufe unterschritten ist. Ein erneutes Ansteigen erfolgt, sobald die Zone PFK wieder erreicht ist. Betrachten darf man natürlich nur den Bereich bis etwa 30 cm, denn nur für diese Tiefe gelten die Popoff-Messungen. Überträgt man die ganze Abb. 8 in die Abb. 6 und ergänzt man die in Abb. 8 gezeigte Kurve $\frac{\overline{RR}}{\bar{z}}$ nach beiden Seiten, so sieht man, daß der Quotient bei Jahresbeginn klein ist, d. h. bei $\Delta FK > 0$ entsprechen sich \overline{RR} und \bar{z} etwa. Mit zunehmender Austrocknung wächst der Quotient, da bei gleichem Niederschlag immer weniger Sickerwasser anfällt. So geht es weiter, bis die Zone der PFK erreicht ist. Anschließend folgen das Minimum, das oben als Effekt einer Unterschreitung der PFK gedeutet wurde, ein erneuter Anstieg und endlich das Absinken mit zunehmendem Sickerwasseranfall. Das sekundäre Minimum von Mitte Juni bis Mitte Juli fällt wieder mit der bereits erwähnten Zone einer abgebremsten Austrocknung zusammen. Hier ist \bar{z} wieder verhältnismäßig groß, da die Bodenfeuchte — relativ gesehen — zunimmt und sich in Richtung FK bewegt. Diese Darstellung dürfte eine Rechtfertigung für die Annahme $\bar{x}_2 = PFK$ sein.

Der Heidelberger Boden mit seinem wesentlich größeren Widerstand dem Verdunstungseinfluß gegenüber zeigt ähnliche Zonen PFK oder darunter nur in den obersten Schichten, und auch da nur insel förmig. Für diesen Boden kann deshalb gesagt werden, daß im Mittel eine Austrocknung unter PFK nicht vorkommt. Das heißt selbstverständlich nicht, daß es im akuten Einzelfalle nicht geschehen könnte. Er ist jedoch so selten, daß seine Auswirkung bei mehrjährigen Mitteln nicht in Erscheinung tritt.

4. Ausblick auf die Anwendungsmöglichkeiten der gezeigten Arbeitsmethode

In den vorangegangenen Abschnitten ist mit positivem Ergebnis versucht worden, den Nachweis zu erbringen, eine statistische Behandlung gegebener Häufigkeitsverteilungen gestatte objektive Angaben über Feldkapazität, Pseudofeldkapazität, Verdunstungsraum und extreme Erwartungswerte. Selbstverständlich sind diese Angaben als mittlere Werte anzusehen, denn ihre Gewinnung basiert auf den Voraussetzungen der Großzahlforschung. Wollte man auf die durch dauernde Textur- und Strukturänderung eines Bodens bedingten Schwankungen der FK u. a. m. eingehen, so würde man gezwungen sein, in Einzelheiten einzudringen. Schon bei der Frage des „richtigen“, d. h. des repräsentativen Bodenfeuchtwertes, der aus 4 oder 6 Bohrungen gewonnen wird, müssen derartige Untersuchungen beginnen. Zu den großen Gesetzmäßigkeiten, die uns dazu verhelfen sollen, von der kleinen Meßparzelle auf größere Flächen zu schließen, kämen wir damit schwerlich.

Eine eindrucksvolle Darstellung der Bodenfeuchteverhältnisse und der Wasserbewegung im Boden sollte sich eigentlich ergeben, wenn man in Übereinstimmung mit Untersuchungen, die an der AMVB Neustadt angestellt wurden, die Schichten 0 bis 20 cm (Krume), 20 bis 60 cm (Wurzelbereich) und 60 bis 100 cm (Untergrund) zusammenfaßt, den Wassergehalt durch Umrechnung der Meßwerte in Volumenprozent bestimmt und unter Anwendung der gezeigten Methode seine Abweichung von der FK und PFK in diesen Schichten errechnet. Ergänzt werden könnte eine solche Darstellung durch gleichzeitige Verwendung des Uhligschen m. a. B., eines Begriffes, der durch die vorliegende Arbeit nicht entwertet, sondern lediglich objektiv festgelegt wird. Eine solche Darstellung für einige Stationen mit mehrjährigen Meßreihen wird angestrebt.

Literatur

- (1) Uhlig, S.: Die Charakterisierung der Bodenfeuchteverhältnisse mit Hilfe relativer Zahlenwerte. Z. Acker- u. Pflanzenbau **98**, 313—324 (1954)
- (2) Baier, W.: Ergebnisse der Bodenfeuchteuntersuchungen in Stuttgart-Hohenheim. Ber. Dt. Wetterd. US-Zone Nr. 37 (1952)
- (3) Blanck, E.: Handbuch der Bodenlehre **6**. Berlin 1930, 133.
- (4) Uhlig, S.: Die Untersuchung und Darstellung der Bodenfeuchte. Ber. Dt. Wetterd. US-Zone Nr. 30 (1951)
- (5) Brandtner, E. u. Essenwanger O.: Zur Statistik phänologischer Daten. Meteor. Rdsch. **10**, 151 bis 156 (1957)
- (6) Weber, E.: Grundriß der biologischen Statistik. Jena 1957
- (7) Doetsch, G.: Zerlegung einer Funktion in Gauß'sche Fehlerkurven. Z. Physik **49**, 708 (1928)
- (8) Daeves-Beckel: Großzahl-Forschung und Häufigkeitsanalyse. Weinheim (Bergstr.) u. Berlin 1948
- (9) Essenwanger, O.: Neue Methode der Zerlegung von Häufigkeitsverteilungen in Gauß'sche Normalkurven und ihre Anwendung in der Meteorologie. Ber. Dt. Wetterd. Nr. 10 (1954)

- (10) Essenwanger, O.: Tafeln zur Häufigkeitszerlegung mit Anwendungsbeispielen. Ber. Dt. Wetterd. Nr. 39 (1957)
- (11) Erbe, J.: Untersuchungen zur Bestimmung des Wasservorratsänderungs-Gliedes in der Wasserbilanzgleichung durch Messungen des Grundfeuchte- und Grundwasserganges. Bes. Mitt. Dt. Gewässerkdl. Jb. Nr. 21 (1957)
- (12) Demortier, G. u. Droeven, G.: Mouvements des précipitations aqueuses dans trois profils de sols limoneux après une période sèche. Bull. Inst. agron. Gembloux Toure 18, 53—60 (1950)
- (13) Thornthwaite, C. W. u. Mather, J. R.: The role of evapotranspiration in climate. Arch. Meteor. Geophys. Biokl. 16 (1951)
- (14) Baumann, H.: Zur Kenntnis des Wasserhaushaltes eines lehmigen Sandbodens bei künstlicher und natürlicher Beregung I u. II. Z. Pflanzenernähr., Düng., Bodenkde. 38 (83), 150—165 (1947) u. 43 (88), 26—46 (1949)
- (15) Uhlig, S.: Die Wasserreserven unserer Böden im Frühjahr. Wasserwirtsch. 44, 207—211 (1954)
- (16) Baier, W.: Agrarmeteorologische Untersuchungen zur Wasserhaushaltsformel. Wasser u. Boden 6, 245—249, 253—258 (1954)