

68002  
Deutscher Wetterdienst in der US-Zone

Zentralamt Bad Kissingen

Leiter: Prof. Dr. Ludwig Weickmann

---

230374

**Berichte**  
des  
**Deutschen Wetterdienstes**  
in der US-Zone.

Nr. 20

**Beiträge zur Statistik**  
**mittellanger Luftdruckwellen**  
**in Mitteleuropa**

Von Dr. O. Essenwanger, Würzburg



BAD KISSINGEN 1951

LA 11

## Inhaltsübersicht

Vorwort

Zusammenfassung

A) Einleitung

1. Historischer Überblick
2. Problemstellung

B) I. Grundlagen:

1. Verfahren der harmonischen Analyse
2. Persistenzkriterien (Quasipersistenz)
3. Expektanz und Zufallswahrscheinlichkeit
4. Analyse des Beobachtungsmaterials

II. Statistische Ergebnisse:

1. Allgemeine Analysenergebnisse
2. Einzeldarstellungen
3. Zusammenhang mit den sog. „Singularitäten“

III. Flächenhafte Darstellung der 30,5tägigen  
Winterwelle

C) Folgerungen

## VORWORT

Die Anregung zu dieser Arbeit gab Herr Privatdozent Oberregierungsrat Dr. H. Flohn. Ihm danke ich besonders für die Diskussion.

Die beiden ersten Teile der vorliegenden Arbeit wurden von der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Würzburg als Dissertation angenommen. Der Text stellt eine gering gekürzte Fassung dar, wäh-

rend die zahlreichen Abbildungen und Tabellen hier nur auszugsweise veröffentlicht werden können. Der dritte Teil wurde später in die Arbeit eingefügt; für die Bereitstellung des Lochkartenmaterials bin ich der Klimaabteilung des Zentralamtes für Wetterdienst (Herrn Prof. Dr. Knoch und Herrn Guß) zu besonderem Dank verpflichtet.

### Zusammenfassung

Die Periodogrammanalyse für die Versuchsperioden von 27 bis 36 Tagen, getrennt nach Sommerhalbjahr und Winterhalbjahr durchgeführt, ergab für das Winterhalbjahr das Vorherrschen einer kollektiven Welle von 30,5 Tagen Dauer in einem 55jährigen Gesamtzeitraum, die sich statistisch einwandfrei als überzufällig nachweisen läßt. Es handelt sich dabei um eine quasisistente Welle, deren Periodenlänge und Phase im Einzeljahr geringen Schwankungen unterliegt. Die Amplitude von 0,8 mm ist dabei fast so groß wie die der ganz- bzw. halbjährigen Schwingung. Die Welle ist kalendermäßig gebunden. Eine lunare Welle der synodischen Mondperiode besteht nicht; daher kann diese kollektive 30,5tägige Welle auch nicht als Sekundärscheinung einer lunaren Welle gedeutet werden. Man kann annehmen, daß die Welle zu einem bestimmten Kalendertermin bevorzugt ausgelöst wird und dann mit einer Periode von rund 30 Tagen Dauer bis ins Frühjahr hin fortschwingt. Es ist nicht wahrscheinlich, daß jeden Winter diese Welle von ihrem Zentralgebiet auf den Kontinent übergreift; die Phasenreduktion spricht eher für einen Beginn in jedem Jahr.

Die Maxima und Minima dieser kollektiven Welle stimmen mit den wichtigen Singularitäten der Großwetterlagen überein. Damit ist ein Nachweis der Beteiligung statistisch gesicherter quasiperiodischer Vorgänge bei den Singularitäten erbracht.

Der 55jährige Gesamtabschnitt kann in drei große Einzelabschnitte aufgeteilt werden, in denen die Periodenlänge der Welle etwas schwankt. So hat sie im ersten 15jährigen Zeitabschnitt eine Länge von 28,5 Tagen, in den nächsten 10 Jahren 29,5 Tage mit allerdings recht kleiner Amplitude. Der restliche 30jährige Zeitabschnitt weist jedoch eine mittlere Periodenlänge von 30,5 Tagen auf.

Für das Sommerhalbjahr läßt sich für die Periodenlängen von 27 bis 36 Tagen keine kalendermäßig gebundene Welle nachweisen.

Eine flächenhafte Darstellung der 30,5tägigen Welle im Winterhalbjahr (20jähriges Mittel) ergibt, daß das Maximum der Amplituden im Nordseeraum liegt.

### A. Einleitung

#### 1. Historischer Überblick

Während sich die Vorhersage für ein bis zwei Tage im wesentlichen auf die Wetterkarte und das aerologische Material stützt, lassen sich daraus Vorhersagen von drei bis sieben Tagen (Mittelfrist) und darüber hinaus (Langfrist) nur manchmal ableiten, z. B. wenn

die Luftdruckverteilung Erhaltungstendenz besitzt. Zur Erfassung der für die Mittel- und Langfristvorhersage wichtigen Änderungen der Großwetterlage kann auf die moderne Statistik nicht verzichtet werden. Neben der Korrelationsrechnung gewinnen dabei die Untersuchungen über den periodischen Ablauf im Witterungsgeschehen (Symmetrien, Wellen) größere Bedeutung. Solche periodischen Erscheinungen wurden bei vielen meteorologischen Elementen untersucht, das Hauptgewicht lag jedoch bei Untersuchungen des Luftdruckverlaufes. Da die einzelnen meteorologischen Elemente voneinander abhängig sind, kann man aus dem Verlauf des Luftdruckes gewisse Schlüsse auf den Ablauf der anderen meteorologischen Elemente ziehen.

A. Defant (1) hat (1912) wohl als erster den Versuch unternommen, wellenförmige Schwankungen der Witterungselemente, insbesondere des Luftdruckes, aufzudecken. Eine spätere Arbeit von Preusche (2) konnte (1934) seine Ergebnisse bestätigen.

Ausgedehnte Untersuchungen unternahm L. Weickmann (3) und seine Schüler (1924). Alle Bearbeiter kamen trotz Untersuchungen sehr verschiedenen Materials aus verschiedenen Jahren bzw. Jahreszeiten zum Nachweis annähernd derselben Perioden und Symmetriepunkte.

Etwa zur gleichen Zeit bearbeitete Pollak (4) umfangreiches Material mit Hilfe der Periodogrammanalyse und stellte fest, daß keine einzige mehrtägige Periode dem Schuster'schen Kriterium für Überzufälligkeit Genüge leistet. Als Grund hierfür muß die geringe Persistenz der Wellenvorgänge angesehen werden, falls solche periodischen Vorgänge überhaupt vorhanden sind. Dadurch wird eine Vorhersage mit Hilfe der Wellen sehr erschwert. 1930 entwickelte K. Stumpff (5) den Plan, mit Hilfe des von ihm konstruierten photomechanischen Analysators eine systematische Aufarbeitung des meteorologischen Materials durchzuführen. Seine für die 20tägige Welle erhaltenen Werte stimmen in befriedigender Weise mit bereits von L. Weickmann erhaltenen Resultaten überein.

Einen weiteren Beitrag lieferte (1940) E. Wahl (6) mit einer Symmetriepunktsstatistik für ein Jahr bei 20 Stationen. Hier handelt es sich um einen Spezialfall der Wellen. Das Gesamtergebnis zeigt, daß die Ausichten, wenigstens für die symmetriereichen Wintermonate Prognosen auf drei bis sechs Tage aus Symmetriepunkten zu machen, nicht ungünstig sind. Die Rechenarbeit für Symmetriepunkte ist gering gegenüber dem Arbeitsaufwand für Wellenberechnungen. Leider haben gute Symmetriepunkte den Nachteil, daß man sie immer erst nach einer gewissen Zeit erkennen kann und dann ist der beste Teil für die Vorhersage

## VORWORT

Die Anregung zu dieser Arbeit gab Herr Privatdozent Oberregierungsrat Dr. H. Flohn. Ihm danke ich besonders für die Diskussion.

Die beiden ersten Teile der vorliegenden Arbeit wurden von der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Würzburg als Dissertation angenommen. Der Text stellt eine gering gekürzte Fassung dar, wäh-

rend die zahlreichen Abbildungen und Tabellen hier nur auszugsweise veröffentlicht werden können. Der dritte Teil wurde später in die Arbeit eingefügt; für die Bereitstellung des Lochkartenmaterials bin ich der Klimaabteilung des Zentralamtes für Wetterdienst (Herrn Prof. Dr. Knoch und Herrn Guß) zu besonderem Dank verpflichtet.

### Zusammenfassung

Die Periodogrammanalyse für die Versuchsperioden von 27 bis 36 Tagen, getrennt nach Sommerhalbjahr und Winterhalbjahr durchgeführt, ergab für das Winterhalbjahr das Vorherrschen einer kollektiven Welle von 30,5 Tagen Dauer in einem 55jährigen Gesamtzeitraum, die sich statistisch einwandfrei als überzufällig nachweisen läßt. Es handelt sich dabei um eine quasi-persistente Welle, deren Periodenlänge und Phase im Einzeljahr geringen Schwankungen unterliegt. Die Amplitude von 0,8 mm ist dabei fast so groß wie die der ganz- bzw. halbjährigen Schwingung. Die Welle ist kalendermäßig gebunden. Eine lunare Welle der synodischen Mondperiode besteht nicht; daher kann diese kollektive 30,5tägige Welle auch nicht als Sekundärerscheinung einer lunaren Welle gedeutet werden. Man kann annehmen, daß die Welle zu einem bestimmten Kalendertermin bevorzugt ausgelöst wird und dann mit einer Periode von rund 30 Tagen Dauer bis ins Frühjahr hin fortschwingt. Es ist nicht wahrscheinlich, daß jeden Winter diese Welle von ihrem Zentralgebiet auf den Kontinent übergreift; die Phasenreduktion spricht eher für einen Beginn in jedem Jahr.

Die Maxima und Minima dieser kollektiven Welle stimmen mit den wichtigen Singularitäten der Großwetterlagen überein. Damit ist ein Nachweis der Beteiligung statistisch gesicherter quasiperiodischer Vorgänge bei den Singularitäten erbracht.

Der 55jährige Gesamtabschnitt kann in drei große Einzelabschnitte aufgeteilt werden, in denen die Periodenlänge der Welle etwas schwankt. So hat sie im ersten 15jährigen Zeitabschnitt eine Länge von 28,5 Tagen, in den nächsten 10 Jahren 29,5 Tage mit allerdings recht kleiner Amplitude. Der restliche 30jährige Zeitabschnitt weist jedoch eine mittlere Periodenlänge von 30,5 Tagen auf.

Für das Sommerhalbjahr läßt sich für die Periodenlängen von 27 bis 36 Tagen keine kalendermäßig gebundene Welle nachweisen.

Eine flächenhafte Darstellung der 30,5tägigen Welle im Winterhalbjahr (20jähriges Mittel) ergibt, daß das Maximum der Amplituden im Nordseeraum liegt.

### A. Einleitung

#### 1. Historischer Überblick

Während sich die Vorhersage für ein bis zwei Tage im wesentlichen auf die Wetterkarte und das aerologische Material stützt, lassen sich daraus Vorhersagen von drei bis sieben Tagen (Mittelfrist) und darüber hinaus (Langfrist) nur manchmal ableiten, z. B. wenn

die Luftdruckverteilung Erhaltungstendenz besitzt. Zur Erfassung der für die Mittel- und Langfristvorhersage wichtigen Änderungen der Großwetterlage kann auf die moderne Statistik nicht verzichtet werden. Neben der Korrelationsrechnung gewinnen dabei die Untersuchungen über den periodischen Ablauf im Witterungsgeschehen (Symmetrien, Wellen) größere Bedeutung. Solche periodischen Erscheinungen wurden bei vielen meteorologischen Elementen untersucht, das Hauptgewicht lag jedoch bei Untersuchungen des Luftdruckverlaufes. Da die einzelnen meteorologischen Elemente voneinander abhängig sind, kann man aus dem Verlauf des Luftdruckes gewisse Schlüsse auf den Ablauf der anderen meteorologischen Elemente ziehen.

A. Defant (1) hat (1912) wohl als erster den Versuch unternommen, wellenförmige Schwankungen der Witterungselemente, insbesondere des Luftdruckes, aufzudecken. Eine spätere Arbeit von Preusche (2) konnte (1934) seine Ergebnisse bestätigen.

Ausgedehnte Untersuchungen unternahm L. Weickmann (3) und seine Schüler (1924). Alle Bearbeiter kamen trotz Untersuchungen sehr verschiedenen Materials aus verschiedenen Jahren bzw. Jahreszeiten zum Nachweis annähernd derselben Perioden und Symmetriepunkte.

Etwas zur gleichen Zeit bearbeitete Pollak (4) umfangreiches Material mit Hilfe der Periodogrammanalyse und stellte fest, daß keine einzige mehrtägige Periode dem Schuster'schen Kriterium für Überzufälligkeit Genüge leistet. Als Grund hierfür muß die geringe Persistenz der Wellenvorgänge angesehen werden, falls solche periodischen Vorgänge überhaupt vorhanden sind. Dadurch wird eine Vorhersage mit Hilfe der Wellen sehr erschwert. 1930 entwickelte K. Stumpff (5) den Plan, mit Hilfe des von ihm konstruierten photomechanischen Analysators eine systematische Aufarbeitung des meteorologischen Materials durchzuführen. Seine für die 20tägige Welle erhaltenen Werte stimmen in befriedigender Weise mit bereits von L. Weickmann erhaltenen Resultaten überein.

Einen weiteren Beitrag lieferte (1940) E. Wahl (6) mit einer Symmetriepunktsstatistik für ein Jahr bei 20 Stationen. Hier handelt es sich um einen Spezialfall der Wellen. Das Gesamtergebnis zeigt, daß die Ausichten, wenigstens für die symmetriereichen Wintermonate Prognosen auf drei bis sechs Tage aus Symmetriepunkten zu machen, nicht ungünstig sind. Die Rechenarbeit für Symmetriepunkte ist gering gegenüber dem Arbeitsaufwand für Wellenberechnungen. Leider haben gute Symmetriepunkte den Nachteil, daß man sie immer erst nach einer gewissen Zeit erkennen kann und dann ist der beste Teil für die Vorhersage

verloren. Schlechte Symmetriepunkte halten gewöhnlich nicht lange an, so daß es sich damit kaum lohnt, Prognosen zu machen. So hat man sich wieder den Wellen zugewendet.

Aber erst 1941 konnte Stumpff (7) in einer Arbeit auf Grund des Schuster'schen Kriteriums die Realität einer 24tägigen Schwingung wahrscheinlich machen.

1942 legte E. Wahl (8) in einer sehr gründlichen Arbeit das gesamte überhaupt vorliegende Material der ganzen Erde zugrunde und stellte die ganzjährige, halbjährige und dritteljährige Welle im Amplituden- und Phasenbild kartenmäßig dar. Er stützte sich dabei auf Monatsmittel des Luftdruckes.

## 2. Problemstellung

In einer größeren Arbeit hat H. Flohn (9) dann mit langjährigen Tagesmitteln des Luftdruckes nach Oberschwingungen der Jahresperiode gesucht, um damit die Wellennatur der „Singularitäten“ zu beweisen. A. Schmauß (22) versteht unter Singularitäten Termine im kollektiven jährlichen Witterungsablauf, an denen sich bevorzugt bestimmte Wetterlagen einstellen, die Kälterückfälle (z. B. die Eishelligen) oder Wärmeverstöße (z. B. den Altweibersommer) bringen. Wohl wurde in der Arbeit neben anderen eine 30,4tägige kollektive Welle als quasipersistente Luftdruckschwingung vermutet, doch konnte eine einwandfreie Überzufälligkeit dieses Rhythmus nicht bewiesen werden. Flohn hat bereits darauf hingewiesen, daß eine Klärung der sich aus seiner Arbeit ergebenden Probleme nur durch die Analyse der Einzeljahre erfolgen kann.

So soll hier im Rahmen einer Statistik von Luftdruckwellen durch Analyse der Einzeljahre geklärt werden, ob die im kollektiven Gang des Luftdruckes auftretende etwa 30tägige Welle auch im Einzeljahr auftritt, wie groß die kalendermäßige Bindung ist und ob diese Welle noch überzufällig ist, wenn man auch die Erhaltungsneigung des Luftdruckes berücksichtigt. Später soll dann eine flächenmäßige Darstellung der Welle folgen.

### I. Grundlagen:

#### 1. Verfahren der harmonischen Analyse

a) Die statistischen Grundlagen für die vorgesehene Bearbeitung sind im wesentlichen in den Arbeiten von K. Stumpff (10, 11) und J. Bartels (12, 13) enthalten. Hier sollen der Vollständigkeit halber die wesentlichsten Dinge kurz angeführt werden. Die Beobachtungskurve (-reihe) läßt sich darstellen durch:

$$f(x) = a_0 + c_n \sin(nx + \varphi_n)$$

Man bezeichnet  $c$  als Amplitude und  $\varphi$  als Phase der einzelnen Sinuswellen,  $a_0$  ist der Mittelwert, der hier aber nicht weiter interessiert.

b) Jede Beobachtungsreihe kann mit Hilfe der harmonischen Analyse in oben angegebener Weise mit beliebiger Genauigkeit angenähert werden. Bei der harmonischen Analyse wird eine Kurve durch die Grundfrequenz und deren Oberschwingungen dargestellt, die zu ihr in ganzzahligem Verhältnis stehen. Eine Beobachtungsreihe kann aber aus periodischen Bestandteilen bestehen, die zur Grundfrequenz in keinem ganzzahligen Verhältnis stehen. Hier setzt die Periodogrammanalyse ein. Sie arbeitet mit beliebig engen Versuchsfrequenzen, wobei deren Amplitude in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt wird (Periodogramm). Da die Frequenz  $\alpha$  und die Periodenlänge  $p$  auf folgende Weise zusammenhängen:

$$\alpha = \frac{2\pi}{p} = \frac{360^\circ}{p}$$

so kann man an Stelle der Frequenz auch die Periodenlänge setzen. Für viele meteorologische Probleme ist es anschaulicher, die Periodenlänge  $p$  (in Tagen) an

Stelle der Frequenz anzugeben. Das Maximum der Amplitude stellt sich bei den Frequenzen ein, aus denen die Beobachtungsreihe besteht. Natürlich können die einzelnen Versuchsfrequenzen die harmonischen Oberschwingungen einer Grundperiode sein. Die Dichte der Versuchsfrequenzen ist aber von der Grundfrequenz unabhängig. Dadurch kann die gesuchte Periode der Beobachtungsreihe mit beliebiger Genauigkeit angenähert werden.

Hier wird für die Einzeljahre eine Periodogrammanalyse durchgeführt.

#### 2. Persistenzkriterien (Quasipersistenz)

a) man kann ein Kollektiv in Einzelabschnitte unterteilen und jeden davon analysieren. Um die Persistenz oder Quasipersistenz der so ermittelten Einzelwerte zu überprüfen, gibt es verschiedene Kriterien. Tragen wir für eine feste Versuchsfrequenz die Ergebnisse von  $a_{ni}$  und  $b_{ni}$  ( $i = 1, 2 \dots z$ ) in ein Koordinatensystem so ein, daß  $a$  auf der Ordinate,  $b$  auf der Abszisse aufgetragen wird, so ergibt sich eine Punktwolke. In Polarkoordinaten kann man den Einzelpunkt auch durch die Entfernung  $r$  vom Anfangspunkt und den Winkel  $\beta$  angeben, den die Strecke  $r$  mit der positiven Abszissenachse (gegen den Uhrzeigersinn gerechnet) bildet. Bringen wir dies in Zusammenhang mit den Formeln des vorangehenden Abschnittes, so gilt  $r = c$  und  $\beta = \varphi$ . Darum können wir die Ergebnisse auch als Vektoren auffassen und diese Vektoren (Länge  $c_{ni}$ ) aneinanderreihen. Man bezeichnet diese Darstellung als Vektorzug oder Summationsvektor. Nach dem Gesetz der Vektorrechnung können wir den Schwerpunkt der Punktwolke ausrechnen. Bezeichnen wir die Koordinaten des Schwerpunktes  $S$  mit  $A_S$  und  $B_S$ , so gilt für sie

$$A_S = \frac{\sum_1^z a_{ni}}{z}, \quad B_S = \frac{\sum_1^z b_{ni}}{z}$$

Ferner,

$$C_S = \sqrt{A_S^2 + B_S^2} = \frac{\sqrt{\left(\sum_1^z a_{ni}\right)^2 + \left(\sum_1^z b_{ni}\right)^2}}{z}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_S = \frac{A_S}{B_S}$$

$C_S$  können wir die Amplitude des Schwerpunktes nennen. Sie wird im weiteren Verlauf auch als vektorielle Amplitude bezeichnet. Beim Vektorzug beträgt dann die Verbindung des Anfangspunktes mit dem Endpunkt das  $z$ -fache von  $C_S$ . Die Richtung dieses Vektors ist  $\varphi_S$ , sie ist damit gleichzeitig die Richtung des Schwerpunktvektors.

K. Stumpff (10) bezeichnet als „mittlere“ Amplitude

$$C_m = \sqrt{\frac{\sum_1^z (a_{ni}^2 + b_{ni}^2)}{z}} = \sqrt{\frac{\sum_1^z c_{ni}^2}{z}}$$

Das ist die Wurzel aus dem arithmetischen Mittel der Amplitudenquadrate.

Unter „durchschnittlicher“ (oder skalarer) Amplitude versteht er

$$C_d = \frac{\sum_1^z \sqrt{a_{ni}^2 + b_{ni}^2}}{z} = \frac{\sum_1^z c_{ni}}{z}$$

Das ist das arithmetische Mittel der Amplituden. Trägt man die  $C_S$  in Abhängigkeit von der Frequenz auf, so stellt sich das Maximum der Amplitude dort ein, wo die Einzelwerte die geringste Streuung der Phase aufweisen, d. h. bei der Frequenz, welche die meiste

Persistenz zeigt. Die Einzelwerte streuen nämlich bei einer persistenten Welle nicht regellos um den Nullpunkt, sie werden keine oder nur geringe Phasenstreuung aufweisen. Bei Quasipersistenz haben wir meist halbmond- oder ellipsenförmige Anordnung der Punktwolke. Daher wird der Schwerpunkt bei Persistenz oder Quasipersistenz nicht mit dem Nullpunkt zusammenfallen. Er kann das nur, wenn eine regellose Verteilung der einzelnen Punkte vorliegt.

Beim Vektorzug zeigt sich für den Fall der Aperiodizität eine Irrfahrt, bei Persistenz sind alle Vektoren in einer Richtung mit höchstens geringer Schwankung angeordnet, bei Quasipersistenz zeigen nur gewisse Abschnitte eine Ordnung. Bei Persistenz (Quasipersistenz) müssen auch benachbarte Frequenzen noch eine gewisse Ordnung zeigen. Für eine rohe Durchmusterung des Spektrums genügt es, wenn man z. B. zuerst die Frequenz mit der größten Schwerpunktsamplitude herausgreift und deren Punktwolke und Vektorzug betrachtet. Bei Persistenz ist dies bereits die gesuchte Frequenz. Bei Quasipersistenz braucht sie dies für die Unterabschnitte noch nicht zu sein. Sie ist es jedoch für das Kollektiv. Man kann dann die genaue Periodenlänge der Unterabschnitte noch bestimmen.

b) Wie bereits erwähnt, fällt bei Persistenz (Quasipersistenz) der Schwerpunkt nicht mit dem Nullpunkt zusammen. Man kann daher die Änderung des Schwerpunktes dazu heranziehen, um persistente Perioden herauszufinden. Beginnt man mit einer Anzahl Punkte, fügt dazu jeweils eine bestimmte Anzahl zu und berechnet jeweils den Schwerpunkt davon, so kann man dessen Amplitude in Abhängigkeit von der Anzahl z darstellen. Zeigt das Material keine Ordnung, so konvergiert der Schwerpunkt nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz mit  $\sqrt{z}$  gegen den Nullpunkt. Bei Persistenz dagegen ändert sich die Schwerpunktsamplitude nicht oder nur ganz gering, bei Quasipersistenz geht die Abnahme der Schwerpunktsamplitude langsamer vor sich.

c) Man kann einen Quotienten definieren, der die Persistenz angibt, nämlich:

$$Q_p = \frac{C_S}{C_d} = \frac{\sqrt{\sum_i^z a_{ni}^2 + \sum_i^z b_{ni}^2}}{\sum_i^z \sqrt{a_{ni}^2 + b_{ni}^2}} =$$

$$= \frac{\text{vektorielle Amplitude}}{\text{skalare Amplitude}}$$

Dieser Quotient besitzt bei Persistenz den Wert 1 (oder nahezu 1). Bei Quasipersistenz wird er  $>0$  sein, ein Grenzwert nach unten läßt sich jedoch nicht angeben. Bei einer Irrfahrt müßte er (theoretisch) 0 sein. Leider fehlt bei diesem Quotienten eine Abhängigkeit von z; z fällt heraus, wie die Formel zeigt. Daher läßt sich auch keine untere Grenze für die Quasipersistenz angeben. Die vektorielle Amplitude nimmt, wie oben erwähnt, bei Quasipersistenz ab, die skalare jedoch nicht. Man wird daher einen Quotienten von 0,5 bei z = 100 höher einschätzen müssen als bei z = 50. Man könnte zwar eine gewisse Abhängigkeit von z einführen etwa durch Multiplizieren mit  $\sqrt{z}$ . Dann verliert der Quotient aber für die Persistenz den sehr anschaulichen Wert 1. Zum Vergleich bei verschiedenen Versuchsfrequenzen und der gleichen Anzahl der Punkte z ist er jedoch gut geeignet. Ist z. B. bei einer Versuchsfrequenz die Schwerpunktsamplitude kleiner als bei einer anderen, so kann dies auch darauf zurückzuführen sein, daß die erstere sich aus kleineren Einzelamplituden errechnet, die jedoch die gleiche bzw. sogar höhere Quasipersistenz zeigen. Ist dies der Fall, so wird der Persistenzquotient trotz kleinerer Schwerpunktsamplitude höher sein als bei derjenigen Fre-

quenz, die nur durch größere Einzelamplituden die größere Länge der Schwerpunktsamplitude besitzt. Er läßt daher die Entscheidung darüber zu.

d) Wird die Analyse eines Kollektivs in Teilabschnitten durchgeführt, (wie bei der vorliegenden Arbeit in Einzeljahren), so gelten die errechneten Phasen jeweils für den Anfangspunkt der Einzelabschnitte (oder deren Endpunkt, je nachdem  $x_1$  festgelegt wird). Besteht nun eine kollektive persistente Periode, so zeigt sie sich in den Einzelphasen nur dann, wenn diese Periode im Einzelabschnitt ganzzahlig enthalten ist. Ist dies jedoch nicht der Fall, so weisen die Phasen immer einen gewissen Differenzbetrag gegenüber dem vorhergehenden Wert auf. Dadurch wird sich bei vektorieller Zusammenfassung eine kleine Amplitude einstellen, obwohl eine persistente Periode vorhanden ist. Man kann deshalb eine Reduktion der errechneten Phasen so vornehmen, daß man sie bis zur nächsten vollen Periode weiterrechnet. Dies kommt einer Umrechnung der Phasen auf den Anfangspunkt (oder Endpunkt) des Kollektivs gleich. Man denke z. B. an eine lunar gebundene Welle, die wohl zum Kalendertag (etwa den 1. 4. jeden Jahres) verschiedene Phasen haben kann, die aber bei Phasenreduktion auf den Anfangspunkt Persistenz oder Quasipersistenz zeigen müßte. Bei Perioden, die im Einzelabschnitt ganzzahlig sind, erübrigt sich eine Phasenreduktion (z. B. bei ganzzahligen Teilen eines Jahres, wenn das Kollektiv in Jahre unterteilt ist.)

In der vorliegenden Arbeit wird das Kollektiv in Jahre aufgeteilt. Die errechneten Phasen beziehen sich daher auf einen bestimmten Kalendertag (etwa den 1. 4.). Zeigt sich bei einer Versuchsfrequenz bei den so ermittelten Phasen Persistenz oder Quasipersistenz, so bedeutet das eine Welle, deren Phasen kalendermäßig gebunden sind. Ergibt dagegen erst die Phasenreduktion auf den Anfangspunkt des Kollektivs eine Phasenordnung, dann handelt es sich um eine durchlaufende persistente oder quasipersistente Welle.

e) Für eine Punktwolke läßt sich auch eine Fehlerellipse zeichnen. Der Mittelpunkt der Ellipse fällt mit dem Schwerpunkt zusammen. Sind die einzelnen Punkte regellos verteilt, so wird die Exzentrizität der Ellipse sehr klein sein. Unter linearer Exzentrizität e versteht man

$$e = \pm \sqrt{a^2 - b^2}$$

wobei a und b die Halbachsen der Ellipse sind und nicht identisch mit den vorangehenden Bezeichnungen für die Fourier-Koeffizienten. Besser ist jedoch die Angabe der numerischen Exzentrizität  $\epsilon$ , für welche gilt

$$\epsilon = \frac{c}{a} \quad (\text{a große Halbachse, e wie oben}). \text{ Falls } \epsilon$$

Null wird (bei regelloser Verteilung), haben wir einen Kreis. Da bei Regellosigkeit der Punktwolke der Schwerpunkt und der Nullpunkt (annähernd) zusammenfallen, haben wir für diesen Fall einen „Fehlerkreis“ um den Nullpunkt. Bekommt man jedoch eine deutliche Ellipse mit einem vom Nullpunkt verschiedenen Schwerpunkt, so kann man auf eine Ordnung des Materials schließen.

f) Persistenz oder Quasipersistenz kann man auch noch mit Hilfe der „reduzierten scheinbaren Expektanz“ nachweisen. Man versteht darunter nach Stumpff (10) und Bartels (12) die mit  $\sqrt{h}$  multiplizierte mittlere Amplitude h-ter Ordnung. Man ermittelt diese wie folgt: Zuerst faßt man je h aufeinanderfolgende Vektoren zusammen und berechnet von jeder Zusammenfassung die vektorielle Amplitude. Aus diesen vektoriellen Amplituden berechnet man dann die mittlere

Amplitude. Also gilt  $E_h = \sqrt{h} C_{mh} = \sqrt{h} \cdot \sqrt{\frac{\sum_i^z c_{nih}}{z}}$

Trägt man nun in ein Koordinatensystem  $E_h$  als Ordinate,  $\sqrt{h}$  als Abszisse auf, so ergibt sich bei Persistenz ein Ansteigen von  $E_h$  proportional  $\sqrt{h}$ , bei Aperiodizität bleibt die Amplitude  $E_h$  gleich. Der Fall der Quasipersistenz liegt dazwischen, wobei  $E_h$  einem Grenzwert zustrebt.

### 3. Expektanz und Zufallswahrscheinlichkeit.

a) Als Maß für die Überzufälligkeit des Ergebnisses gilt allgemein der Begriff der Expektanz. Schuster versteht darunter

$$E_1 = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{N}}$$

wobei  $\sigma$  die Streuung und  $N$  die Anzahl der Beobachtungswerte,  $\pi$  die Ludolf'sche Zahl bedeutet. Diese „lineare“ Expektanz ist aber von einer Gauß'schen Fehlerverteilung des Materials abhängig. Dies ist für den Luftdruck nicht erfüllt, wie bereits A. Schmauß (14) gezeigt hat und wie hier in B14 als Beispiel ergänzend für eine fast 70jährige Reihe dargestellt wird.

Unabhängig von höheren statistischen Momenten ist dagegen der von Schuster „quadratische,“ Expektanz genannte Begriff

$$E_2 = \frac{2\sigma}{\sqrt{N}} \quad (\text{Buchstabenbedeutung wie oben}).$$

Doch ist auch diese Expektanz für den Luftdruck noch nicht brauchbar, da der Luftdruck Erhaltungsneigung besitzt. Wie K. Stumpf zeigt, muß die Expektanz noch um einen Ausdruck erweitert werden, der die Erhaltungsneigung des Materials berücksichtigt.

Sie lautet dann

$$E_3 = \frac{2\sigma}{\sqrt{N}} \sqrt{1 + 2 \sum_{s=1}^{N-1} K_s (1 - \frac{s}{N}) \cos s \alpha}$$

Dabei bedeuten  $K_s$  die idealen Autokorrelationskoeffizienten,  $s$  deren Ordnungszahl und  $\alpha$  die Versuchsfrequenz. Der Zusammenhang mit der Perioden-

länge wurde bereits mitgeteilt. Wie ich in einer früheren Arbeit (15) gezeigt habe, beträgt dieser zusätzliche Faktor für Mitteleuropa im Winterhalbjahr bei

p	= 24	30	36 Tage
Faktor	= 1,97	2,12	2,16

Im Sommerhalbjahr sind die Werte etwas geringer. Das heißt, daß sich die Expektanz durch die Erhaltungsneigung für Periodenlängen von 24—36 Tagen rund um das Doppelte erhöht.

b) Wie K. Stumpf (10, 11) weiter gezeigt hat, beträgt für diesen Begriff der erweiterten Expektanz (wie auch für  $E_2$ ) die Zufallswahrscheinlichkeit für das  $k$ -fache Überschreiten der Expektanz  $w = e^{-k^2}$ . ( $e$  = Basis der natürlichen Logarithmen).

Eine Grenze für die Überzufälligkeit gibt es nicht. Man hat aber in der Geophysik, Physik und Meteorologie eine konventionelle Grenze festgelegt. Man spricht im allgemeinen von Überzufälligkeit des Ergebnisses, wenn  $w \leq 0,0027$  ( $\leq 0,27\%$ ) ist. Nach manchen Autoren genügt es jedoch, wenn dieser Betrag beinahe erreicht wird. Diese Wahrscheinlichkeit entspricht dem Überschreiten der dreifachen Streuung bei einer Gauß'schen Glockenkurve.

### 4. Analyse des Beobachtungsmaterials.

a) Als Beobachtungsreihe stand für Mitteleuropa die 69jährige Bamberger Luftdruckreihe (1879—1947) zur Verfügung. Für die beabsichtigte Bearbeitung ist es gleichgültig, ob Tagesmittel oder Terminbeobachtungen zur Analyse benützt werden. In der Praxis hat sich herausgestellt, daß die Morgenbeobachtung (07 Uhr MOZ) dafür am besten geeignet ist. So wurden der Arbeit die täglichen Morgenbeobachtungen der Station Bamberg-Sternwarte zugrunde gelegt. Ihre Homogenität wurde überprüft und geringe Veränderungen des Standorts des Quecksilberbarometers am Anfang der Beobachtungsreihe berücksichtigt. Das Material enthält die täglichen Ablesungen auf 0,1 mm Hg genau und

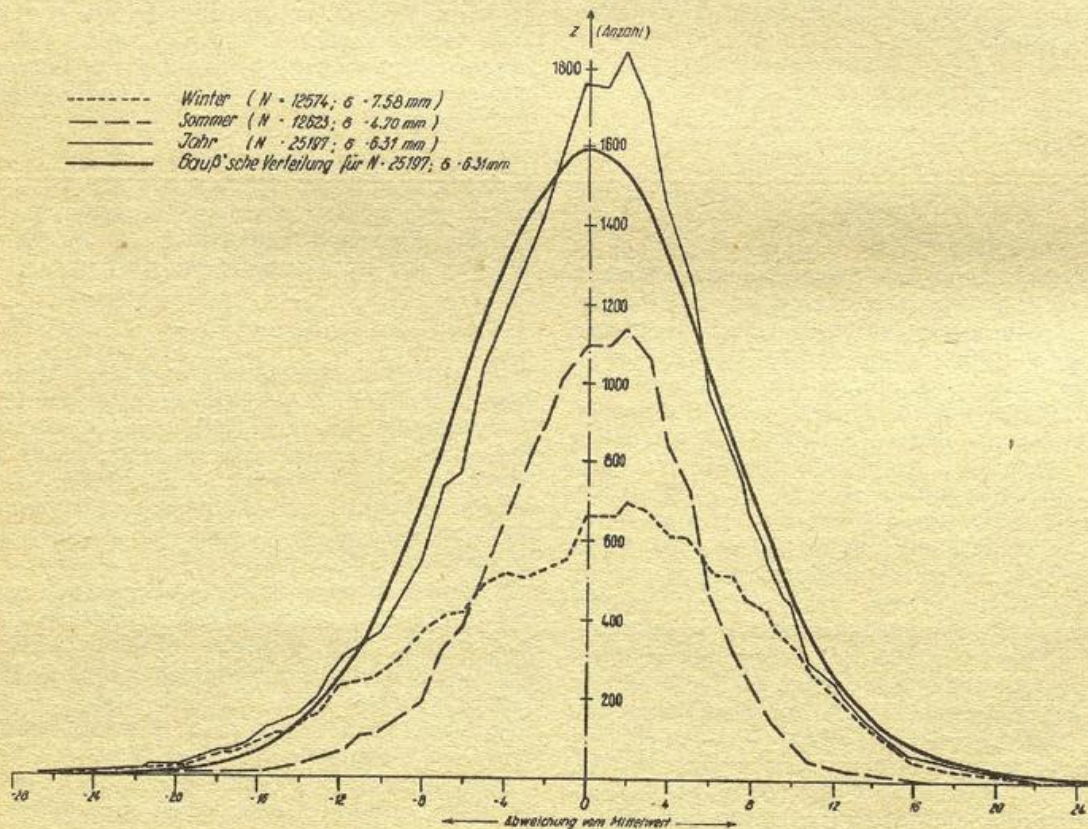


Abbildung 1:  
Häufigkeitsverteilung von Luftdruckwerten, tägl. Morgenbeobachtung Bamberg-Sternwarte 1879—1947.

umfaßt 25 197 Werte. Der Mittelwert der Reihe beträgt 736,9 mm. Die Gesamtstreuung wurde zu  $\sigma = 6,31$  mm berechnet.

Um ein genaueres Bild von etwaigen kalendermäßig gebundenen quasiperiodischen Wellen zu bekommen, wurde das Material in Sommerhalbjahr (April bis September) mit 12 623 Werten und Winterhalbjahr (Oktober bis März des Folgejahres) mit 12 574 Werten unterteilt. Diese Unterteilung wurde so gewählt, damit die Solstitien ungefähr in die Mitte fallen. Für beide Halbjahre gelten für die 69 Jahre folgende Mittelwerte und Streuungen:

	Streuung $\sigma$	Mittelwert
Sommer:	4,70 mm	736,8 mm
Winter:	7,58 mm	737,0 mm

A. Schmauß (14) hat für eine 40jährige Luftdruckreihe eine Häufigkeitsverteilung aufgestellt. Hier ist in Ergänzung dazu die Häufigkeitsverteilung für das Winter- und Sommerhalbjahr sowie für das ganze Jahr für eine fast 70jährige Beobachtungsreihe dargestellt (Abb. 1). Es fällt sofort auf, daß die Luftdruckwerte keiner Gauß'schen Fehlerverteilung entsprechen. In der Abbildung wurde diese zum Vergleich für das ganze Jahr eingezeichnet. Der häufigste Wert ist nach rechts verschoben.

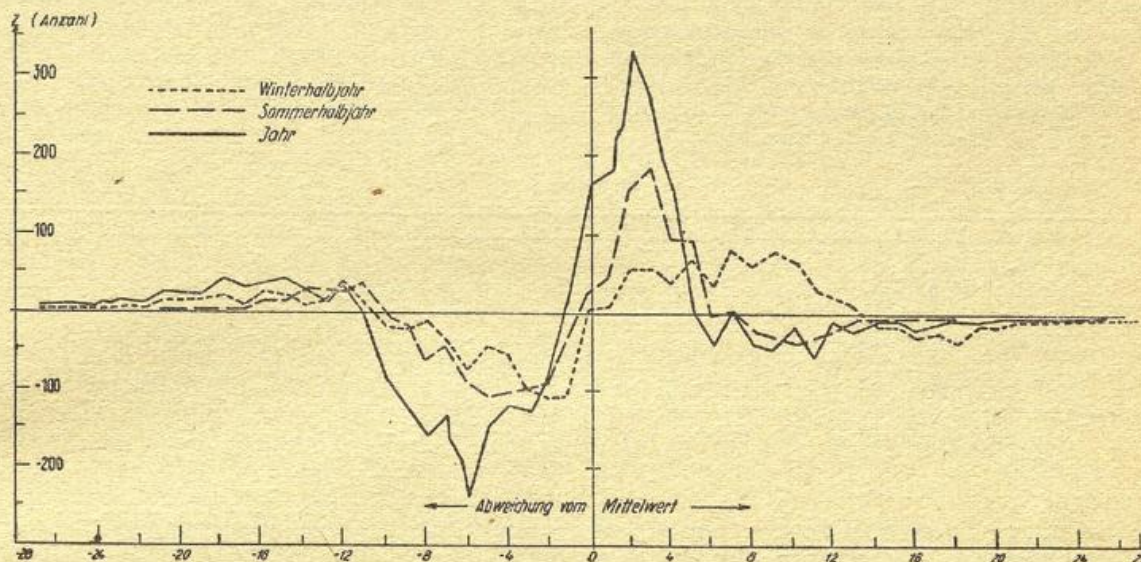


Abbildung 2: Abweichung der Häufigkeitsverteilung von Luftdruckwerten von einer Gauß'schen Fehlerverteilungskurve.

Abb. 2 zeigt die Abweichungen von der Gauß'schen Verteilung. Damit kann das von A. Schmauß für die 40jährige Reihe gefundene Ergebnis, daß der Luftdruck auch angenähert keiner Gauß'schen Verteilung entspricht, auch mit einer fast 70jährigen Reihe voll bestätigt werden. Im Winter liegt die positive Abweichung (Abb. 2) zwischen 0 und +13 mm und von -11 mm an bis zum negativen Ende (hier -27 mm), während die negativen Abweichungen von +13 mm an zum positiven Ende und von 0 bis -11 mm liegen. Das heißt aber, daß die hohen Luftdruckwerte weniger häufig als normal vorkommen, während die tiefen Luftdruckwerte häufiger als normal auftreten. Dafür sind im Bereich  $\pm 10$  mm vom Mittelwert aus die tieferen Werte etwas seltener, die höheren Werte jedoch häufiger als normal. Ungefähr das gleiche Ergebnis zeigt das Sommerhalbjahr, hier reicht die positive Abweichung oberhalb des Mittelwertes nur bis +6 mm. Ähnliches gilt auch für das ganze Jahr. Soviel sei hier darüber kurz erwähnt. Nähere Einzelheiten müssen einer Bearbeitung mit modernen statistischen Methoden vorbehalten bleiben.

b) Beide Halbjahre wurden getrennt einer Periodogrammanalyse unterworfen. Das Periodogramm umfaßt die Versuchsperioden von 27 bis 36 Tagen (Versuchsfrequenzen  $\alpha = 13,3$  Grad bis 10,0 Grad) mit einem Abstand von einem Tag. Die Frequenzen müssen mindestens so dicht liegen, daß der Abstand kleiner oder gleich der halben Maximumbreite für das Maximum ist, das sich bei der dominierenden Welle im Periodogramm einstellt. Die Maximumbreite  $M$  richtet sich nach der Länge  $t$  des zu analysierenden Abschnitts und beträgt

$$M = \frac{2\pi}{t}. \text{ Hier gilt } \frac{2\pi}{182} \sim 2,0 \text{ Grad.}$$

Da im vorliegenden Fall der Abstand im Höchsthalle 0,5 Grad beträgt, reicht die Dichte des Spektrums bei weitem aus, um jedes Maximum zu erfassen. Zudem wurden später für den Winter noch die Versuchsperioden 28,5; 29,5 und 30,5 Tage eingeschoben, um das Maximum in aller Schärfe zu bestimmen.

Die Analyse der Fourier-Koeffizienten erfolgte mit Hilfe des Doppelanalysators von Mader-Ott. Nach dem Schema von Buys-Ballot wurden Summenreihen von der Länge der Frequenz gebildet. Die Unvollständigkeit der letzten Reihe wurde durch die Bildung des arithmetischen Mittels ausgeglichen. So konnte die Einheit des Zeitraums von 182 bzw. 183 Tagen für alle Frequenzen gewahrt werden. Diese Kurven wurden als Polygonzug aufgezeichnet und dann die ersten und zweiten Fourier-Koeffizienten mit Hilfe des Rechengerätes bestimmt. Jeder Wert wurde mindestens viermal analysiert, so waren also insgesamt rund 12 000 Analysen notwendig. Dabei stellte sich die notwendige Handfertigkeit ein. Die ersten 1000 Ergebnisse wurden später nochmals überprüft und konnten im wesentlichen bestätigt werden. Für die Perioden 28,5; 29,5 und 30,5 Tage wurden Summenreihen der doppelten Periodenlänge gebildet und hernach die zweiten Fourier-Koeffizienten bestimmt. Die Werte fügten sich gut in das vorhandene Spektrum ein.

Nähert man eine Kurve mittels Polygonzug an, so wird  $a_n$  bzw.  $b_n$  nur näherungsweise erreicht, also  $q_n \cdot a_n$  bzw.  $q_n \cdot b_n$ . Dabei ist

$$q_n = \frac{\sin \frac{\pi}{p}}{\frac{\pi}{p}}$$

Für die ersten Fourier-Koeffizienten und  $p = 27$  Tage berechnet sich  $q_n$  zu 0,995; für  $p = 36$  Tage zu 0,998. So ist also der Fehler 0,5% bzw. noch kleiner. Der Fehler, der durch Zeichengenauigkeit entsteht, dürfte erfahrungsgemäß bei 1% liegen. Die Werte  $a_n$  und  $b_n$  für die Einzelhalbjahre setzen sich aus dem arithmetischen Mittel von mindestens vier analysierten Werten zusammen. Im Sommer ist der mittlere Fehler  $\pm 0,009$  mm bei einem mittleren Wert von 0,76 mm, das sind 1,2%. Im Winter beträgt er  $\pm 0,010$  mm bei einem mittleren Wert von 1,17 mm, das sind 0,9%. Die Werte sind also im Mittel auf rund 1% genau. Bei der Zusammenfassung nimmt der Fehler nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz mit  $\sqrt{z}$  ab. Die Fehler sind also so gering, daß man sie ohne weiteres vernachlässigen kann. Die wichtigsten Ergebnisse wurden rechnerisch überprüft. Dabei konnte eine recht gute Übereinstimmung mit den Resultaten des Rechengärts festgestellt

werden. Somit können die Ergebnisse als gesichert betrachtet werden.

Die Auswertung der zweiten Fourier-Koeffizienten (Perioden von 13,5 bis 18 Tagen), muß einer späteren Bearbeitung vorbehalten bleiben. Hier sollen nur die Ergebnisse für die Perioden von 27 bis 36 Tagen mitgeteilt werden.

## II. Statistische Ergebnisse:

### 1. Allgemeine Analyseergebnisse.

a) Auf die Veröffentlichung der Phasen und Amplituden für die einzelnen Sommer- und Winterhalbjahre sei hier verzichtet. Zählt man für die ganztägigen Versuchsperioden die Häufigkeit aus, mit der sie als jeweils dominante Welle (Maximum oder Nebenmaximum) im Einzeljahr auftreten, so kommt man zu den

**Tabelle I.**

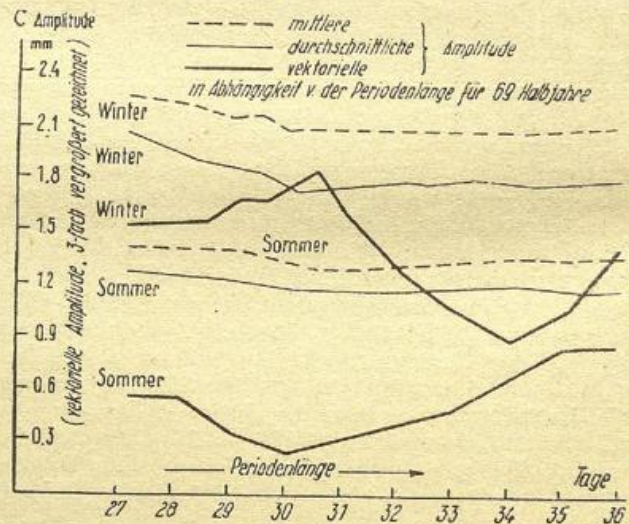
Häufigkeit dominanter Wellen im Halbjahr und Jahr.

27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	Periode
13,3	12,9	12,4	12,0	11,6	11,2	10,9	10,6	10,3	10,0 <sup>o</sup>	Frequenz
(32)	8	12	7	12	6	9	8	9	(21)	Winter
(25)	13	12	6	6	9	10	6	6	(20)	Sommer
(57)	21	24	13	18	15	19	14	15	(41)	Jahr

Ergebnissen der Tabelle I. Zunächst ist das Überwiegen der Randfrequenzen nicht verwunderlich. Da hier das Spektrum abbricht, so kann ein Maximum bei der Randfrequenz bedeuten, daß die eigentliche dominante Welle größer bzw. kleiner als die Randfrequenz ist. Damit tritt bei dieser eine Häufung auf, die jedoch nicht reell ist. Sonst zeigt die Tabelle noch, daß man von einem bevorzugten Auftreten einer bestimmten Frequenz nicht sprechen kann. Man stellt zwar ein leichtes Überwiegen der Perioden von 28 und 29 Tagen fest, während die Periode von 30 Tagen seltener vorkommt, doch reicht es noch nicht aus, von einem bevorzugten Auftreten der ersten Perioden zu sprechen. Im Einzelhalbjahr ist 69 die Höchstzahl und im Gesamtjahr, das aus beiden Halbjahren zusammengesetzt wurde, 138. Mit 15 bzw. 17% ist das Auftreten aber von geringer Bedeutung, wenn man bedenkt, daß die Nebenmaxima eingeschlossen sind und daß die anderen Perioden rund 11% erreichen. Dies bestätigt die in der Praxis bekannte Tatsache, daß dominante Wellen aller Periodenlängen auftreten. Die Periodenlänge schwankt hier von Jahr zu Jahr, wie die Praxis dieses Schwanken auch im Einzeljahr zeigt.

b) Dem Gesamtmaterial ist zu entnehmen, daß die größte Amplitude im Winterhalbjahr 5,31 mm (für  $p = 28$  Tage) und im Sommerhalbjahr 3,39 mm (für  $p = 29$  Tage) beträgt. Beide überschreiten zwar ihre wahre Expektanz  $E_0$  über das Doppelte, so daß die Zufallswahrscheinlichkeit bei 1% liegt. In strengem Sinne reicht das aber nicht aus, sie als überzufällig zu betrachten. Da dies aber die Maxima aller auftretenden Amplituden sind, so kann man folgenden Schluß daraus ziehen: Keiner der Einzelwerte für das Halbjahr ist überzufällig. Trotzdem kann eine kollektive Welle die Zufallsgrenze erreichen, da die wahre Expektanz  $E_0$  mit  $\sqrt{z}$  abnimmt, bei Phasenkonstanz oder geringer Streuung der Phase die vektorielle Amplitude aber langsamer abnimmt. Wie aus dem vorliegenden Material hervorgeht, ist bei linearer Zusammenfassung der Amplituden, also Phasenkonstanz, dafür mindestens ein Zeitraum von 8 Halbjahren not-

wendig. Bei den hier vorliegenden höchstens quasisistenten Wellen ist dann ein Mindestzeitabschnitt von 10 Halbjahren erforderlich, damit eine kollektive Welle die Zufallsgrenze erreicht. Es kann also nur eine kollektive Welle von mindestens 10 Jahren Dauer im Einzelhalbjahr überzufällig sein. Die Wellen, die im Einzelhalbjahr auftreten, liegen jedoch noch im Zufallsbereich.



c) Abb. 3 zeigt Periodogramme für den Gesamtzeitraum von 69 Jahren. Die mittlere sowie die durchschnittliche Amplitude verläuft im Sommer fast gleich, sie zeigt nur einen geringen Anstieg für eine Periode von 30 Tagen gegen 27 Tage hin. Dieser Anstieg ist im Winter deutlicher ausgeprägt sonst zeigen aber Sommer und Winter gleichen Verlauf. Die Amplituden sind im Winter höher, was aber schon aus der unterschiedlichen Streuung zu erwarten war. Wohl liegt das Maximum der durchschnittlichen und mittleren Amplitude bei einer Periode von 27 Tagen, doch gewinnt diese keine

weitere Bedeutung. Sehen wir uns nämlich die vektorielle Amplitude an, so fällt sofort auf, daß die Periodogramme für Sommer und Winter verschieden sind. Während im Winter ein deutlich ausgeprägtes Maximum bei einer Periode von 30,5 Tagen liegt und ein Minimum bei 34 Tagen, hat der Sommer gerade bei 30 Tagen das Minimum. Man kann daraus folgendes ableiten: Wenn eine kollektive Welle von rund 30 Tagen besteht, deren Phase an einen Kalendertag gebunden ist, so gibt es diese nur im Winter.

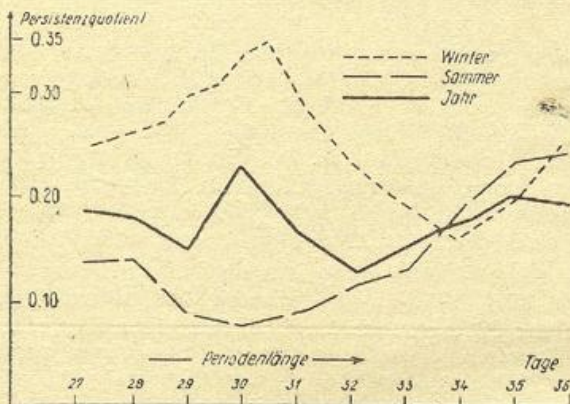


Abbildung 4: Persistenzquotient in Abhängigkeit von der Periodenlänge für 69 Halbjahre bzw. Jahre.

Abb. 4 stellt die Persistenzquotienten in Abhängigkeit von der Frequenz dar. Das Wintermaximum kommt dabei noch deutlicher zum Ausdruck. Ebenso deutlich zeigt sich das Sommerminimum bei 30 Tagen. Dies beweist, daß wir im Sommer keine kalendermäßig gebundene Welle erwarten können. Das Minimum der vektoriellen Amplitude im Sommer ist also nicht auf ein Minimum der durchschnittlichen Amplitude zurückzuführen. Im Sommer liegen die Maxima der vektoriellen Amplitude bei den Randfrequenzen. Es läßt sich deshalb keine weitere Aussage darüber machen. Hier würde erst eine Erweiterung des Periodogramms eine Klärung bringen; an dieser Stelle interessiert aber nur eine Periode von rund 30 Tagen (siehe Problemstellung).

Im Periodogramm für die Persistenzquotienten des ganzen Jahres setzt sich trotz Sommerminimum das Wintermaximum für die Periode von 30 Tagen durch und tritt sogar sehr deutlich heraus. Das zweite Maximum bei 35 Tagen findet sich aber in den Einzeljahren nicht. Man wird ihm also weiter keine große Bedeutung beimessen können. Berechnet man die Zufalls-

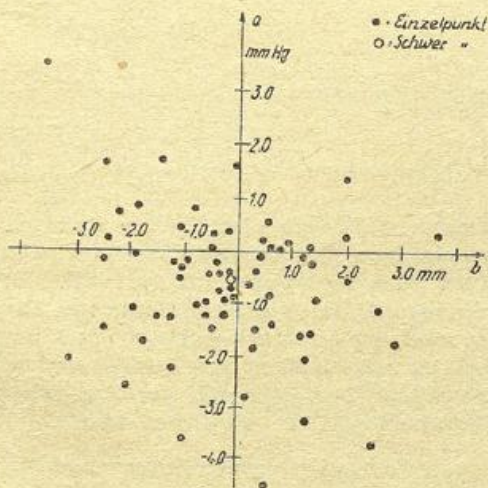


Abbildung 5: Winterhalbjahr, Punktwolke für  $p = 30,5$  Tage.

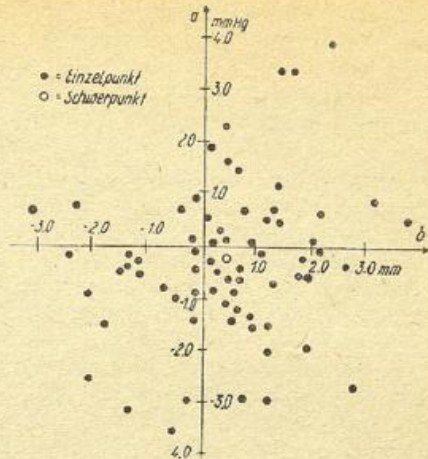


Abbildung 6: Winterhalbjahr, Punktwolke für  $p = 36$  Tage.

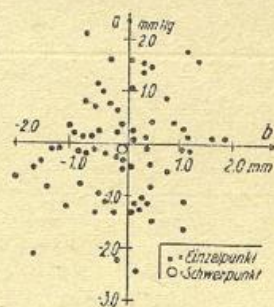


Abbildung 7: Sommerhalbjahr, Punktwolke für  $p = 31$  Tage.

wahrscheinlichkeit für das Wintermaximum der vektoriellen Amplitude bei der Periode von 30,5 Tagen, so kommt man auf einen Wert von 1,2%. Für die ganzen 69 Jahre reicht sie also nicht aus, um das Ergebnis als überzufällig anzusehen.

d) Betrachten wir die Punktwolken für das Winterhalbjahr, von denen hier nur zwei Abbildungen gezeigt werden (5 und 6), so zeigen sie alle, daß der Nullpunkt und der Schwerpunkt nicht zusammenfallen. Dies folgt auch schon aus dem Periodogramm (Abb. 3) der vektoriellen Amplitude. Zählt man zur Phase des Schwerpunktes  $\pm 90$  Grad und zählt dann alle Punkte, die in diesen Phasenbereich fallen und vergleicht sie mit der Anzahl der Punkte, die eine größere Phasenabweichung haben, also dem Rest der Punkte, so überwiegt die Anzahl der Punkte mit Phasenabweichung  $< \pm 90$  Grad. Für die Periodenlänge von 30,5 Tagen liegen z. B. zwei Drittel in diesem Bereich, nur ein Drittel hat eine größere Abweichung. Das ist allerdings noch eine erhebliche Menge. Man erkennt jedoch, daß der Schwerpunkt nicht durch einige herausfallende Punkte, sondern durch das Gros der Einzelwerte bestimmt wird. Ein besseres Bild über Persistenz und Quasipersistenz bekommt man aber erst bei Betrachten der Summationsvektoren des Winterhalbjahres. (Hier nur Abb. 8). So lassen sich doch fast bei allen Frequenzen zwei Zeitabschnitte mit relativ guter Phasenordnung erkennen. Nach anfänglicher Irrfahrt folgt eine Strecke mit Ordnung der Vektoren, worauf wieder eine Irrfahrt folgt, im Endabschnitt jedoch zeigt sich wieder Ordnung. Die nächste Aufgabe ist jetzt, die genauen Zeitabschnitte und die Periodenlänge zu ermitteln, für die diese Phasenstreuung am geringsten ist.

Betrachten wir jedoch zuerst das Sommerhalbjahr (hier werden nur Abb. 7 und 9 gezeigt). Sie geben kein so günstiges Bild. Die Punktwolken sind regelloser verteilt, der Schwerpunkt liegt näher dem



Wir müssen nun den ersten Zeitabschnitt durch Einzeluntersuchung der Versuchsperiode von 28,5 Tagen finden, während für den zweiten Teilabschnitt die Periode von 30,5 Tagen näher untersucht werden muß.

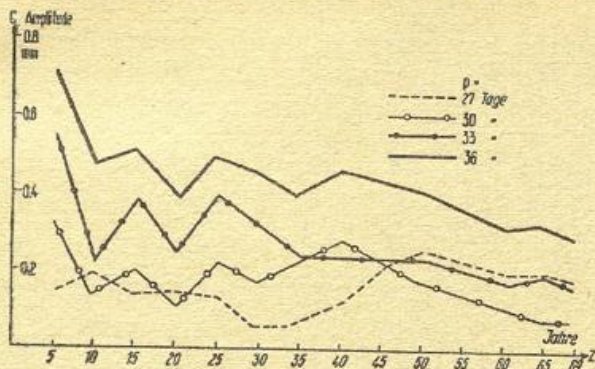


Abbildung 11:  
Änderung der Schwerpunktsamplitude bei Frequenzen des Sommerhalbjahres von 5 zu 5 Jahren.

Abb. 11 ist die analoge Darstellung zu 10 für das Sommerhalbjahr. Sie zeigt die Änderung der Schwerpunktsamplitude für jeweils 5 Jahre. Hier kann man, von den einzelnen Schwankungen abgesehen, im wesentlichen nur ein Schrumpfen des Schwerpunktes feststellen. Von 30 bis 50 Jahren zeigt sich zwar für die Periodenlänge von 27 Tagen ein Anstieg, doch bei näherer Untersuchung gewinnt er keine Bedeutung. Vielleicht deutet sich hier eine Phasenordnung an, die erst bei Periodenlängen von weniger als 27 Tagen zu einer reellen Welle führt.

f) Greifen wir nun zur weiteren Bearbeitung die Versuchsfrequenz  $\alpha = 12,6^\circ$  ( $p = 28,5$  Tage) und  $\alpha = 11,8^\circ$  ( $p = 30,5$  Tage) heraus. Wir bilden zunächst übergreifende Vektoren der Länge  $z = 1$  bis 69. Davon nehmen wir für jedes  $z$  den jeweils größten und vergleichen ihn mit der zugehörigen wahren Expektanz  $E_p$ . Nehmen wir den  $z$ -ten Teil des maximalen Vektors, so haben wir wieder unsere vektorielle Amplitude für die  $z$  Vektoren oder die Schwerpunktsamplitude. Bezeichnen wir sie mit  $c_v$  (wobei  $c_v = C_s$ ), so können wir für jedes  $z$  das Verhältnis bilden.

$$k = \frac{c_v}{E_p}$$

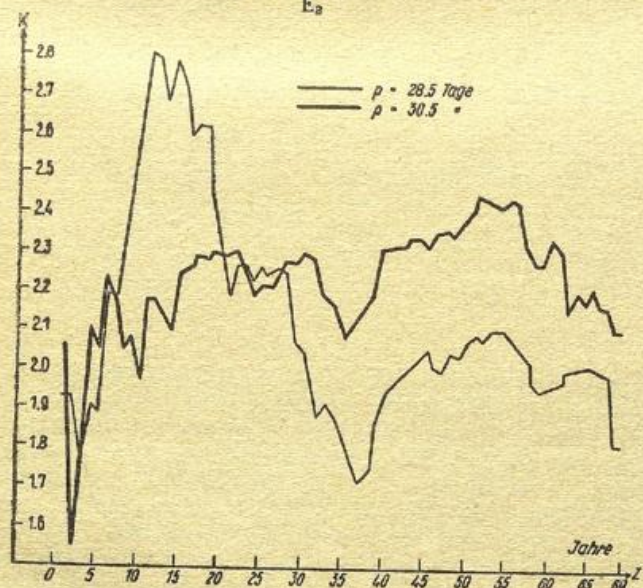


Abbildung 12:  
Verhältnis  $k = \frac{\text{maximaler Vektor für } z \text{ Halbjahre}}{\text{Expektanz für } z \text{ Halbjahre}}$   
in Abhängigkeit von  $z$  für 2 ausgewählte Versuchsperioden im Winterhalbjahr.

In Abb. 12 ist  $k$  in Abhängigkeit von  $z$  dargestellt. Dabei gibt  $k$  jeweils an, um welchen Betrag  $E_p$  überschritten wird. Die größten Werte von  $k$  erreicht die Periode von 28,5 Tagen für  $z = 11$  bzw. 14. Der maximale Vektor für  $z = 14$  wurde aus den Jahren 1894 bis 1907 gebildet.

Dieser Zeitraum fällt mit dem vorher ermittelten Abschnitt von 15—30 Jahren zusammen, denn 1879 ist das Anfangsjahr. Die 11 Jahre bilden einen Teilabschnitt aus den 14 Jahren. Damit ist der genaue Zeitabschnitt für die Dauer einer quasipersistenten Welle von 28,5 Tagen Periode während des Winterhalbjahres gefunden. Für längere Zeitabschnitte verliert diese Frequenz an Bedeutung gegenüber der zweiten von  $\alpha = 11,8$  Grad ( $p = 30,5$  Tage). Diese hat ein erstes größeres Maximum bei rund 20 und dann ein gleich großes bei 30 Jahren. Der maximale Vektor für  $z = 30$  wurde aus den Werten der Jahre 1918—1947 gebildet, der 20jährige Vektor stellt einen Teilabschnitt daraus dar. So haben wir den zweiten Abschnitt zu Ende des Zeitraumes mit den Jahren 1918—1947 ebenfalls bestimmt. Auch dieses Ergebnis stimmt mit den bisher gezogenen Schlüssen überein.

Wie die Zeichnung ferner zeigt, erlangt die Frequenz 11,8 Grad jedoch mit einem zweiten Maximum bei 51 bzw. 55 Jahren größere Bedeutung. Der maximale Vektor umfaßt die Jahre 1893—1947, für die 51 Jahre einen Teilabschnitt dieser Periode. Bei 55 Jahren weist die zweite Frequenz auch ein Maximum auf, das jedoch keine so großen Werte von  $k$  besitzt. Auch dieser maximale Vektor stammt von den Jahren 1893—1947. Was bedeutet dieses Ergebnis?

Wir haben soeben im Winterhalbjahr einen 14jährigen Zeitabschnitt mit dem Dominieren einer Periode von 28,5 Tagen und einen späteren 30jährigen Zeitabschnitt mit einer dominanten Periode von 30,5 Tagen ermittelt. Nun wird ein Gesamtzeitraum herausgestellt, der beide Zeitabschnitte neben einem bisher nicht aufgeführten umfaßt. Hier tritt die Eigenschaft der Fourier-Analyse zutage. Der Gesamtzeitraum der 55 Jahre läßt sich am besten durch eine kollektive Periode von 30,5 Tagen erfassen, während in den Einzelabschnitten durchaus eine andere Periodenlänge die beste Näherung darstellen kann. Damit zeigt sich aber, daß wir nur im Mittel von einer rund 30tägigen Periode sprechen können. Die Einzeljahre und sogar größere Abschnitte zeigen geringe Abweichungen davon. So erklärt sich auch die eingangs schon erwähnte Schwankung der dominanten Welle in den Einzeljahren. Als wichtiges Ergebnis können wir jedoch herausstellen, daß eine solche kollektive Welle im Winter auftritt, während sie im Sommer offensichtlich fehlt.

Aus der Tabelle II und III kann man die Schwankungen der dominanten Welle für Abschnitte von 5 Jahren und von 10 Jahren verfolgen. Während die fünfjährig zusammengefaßten vektoriellen Amplituden noch erhebliche Schwankungen in der Periodenlänge aufweisen, wenn man die jeweils größte Amplitude herausgreift, zeigt sich bei zehnjähriger Zusammenfassung schon mehr Ordnung. Die Periodenlänge von 28,5 Tagen dominiert im 2. und 3. Jahrzehnt eindeutig, was mit den bisherigen Ergebnissen übereinstimmt. Die weiteren 4 Jahrzehnte zeigen jedoch noch eine geringe Schwankung der Periodenlänge von 29,5 bis 32 Tagen. Im Mittel geht dann daraus eine 30,5tägige Periode hervor.

Vergleicht man die reduzierte scheinbare Expektanz für die beiden Frequenzen 12,6 Grad und 11,8 Grad, so dominiert anfangs die Kurve der Periodenlänge 28,5 Tage ( $\alpha = 12,6^\circ$ ). Da der Wert  $E_p$  von der mittleren Amplitude ausgeht, die für 28,5 Tage höher ist als für die Periode von 30,5 Tagen (siehe Abb. 3), ist dieses

**Tabelle II.**

Vektorielle Amplitude von je 5 zusammengefaßten Halbjahren im Winter. (Dominante Welle unterstrichen).  
Amplitude in Einheit von 1/100 mm Hg.

27	28	28,5	29	29,5	30	30,5	31	32	33	34	35	36 Tg.	Periode
<u>163</u>	89	87	26	10	37	66	89	102	<u>110</u>	88	52	23	1879—1883
27	47	11	33	47	48	65	<u>75</u>	72	59	63	33	9	1884—1888
67	64	39	25	32	50	67	69	79	<u>84</u>	69	38	38	1889—1893
190	<u>208</u>	196	164	126	115	102	80	59	47	20	9	24	1894—1898
142	151	<u>171</u>	148	144	127	123	131	106	88	86	100	111	1899—1903
122	144	139	<u>167</u>	152	164	<u>168</u>	147	137	131	115	114	84	1904—1908
64	137	129	155	<u>163</u>	150	138	119	72	62	51	71	75	1909—1913
<u>194</u>	72	70	51	42	30	<u>32</u>	42	52	73	106	137	<u>149</u>	1914—1918
39	110	116	131	126	<u>140</u>	134	119	84	30	10	51	92	1919—1923
89	12	45	70	92	138	142	<u>152</u>	147	117	72	25	44	1924—1928
44	7	32	48	85	89	153	184	230	<u>246</u>	245	228	195	1929—1933
127	113	144	134	<u>173</u>	146	116	104	54	12	70	109	147	1934—1938
95	72	58	69	60	58	<u>72</u>	47	43	67	62	81	23	1939—1943
68	87	85	69	69	68	78	<u>101</u>	92	74	69	43	28	1944—1947

**Tabelle III.**

Vektorielle Amplitude von je 10 zusammengefaßten Halbjahren im Winter. (Dominante Welle unterstrichen).  
Amplitude in Einheit von 1/100 mm Hg.

27	28	28,5	29	29,5	30	30,5	31	32	33	34	35	36 Tg.	Periode
<u>68</u>	31	39	22	18	5	2	16	37	38	37	27	13	1879—1888
65	87	<u>91</u>	84	72	59	66	50	33	41	32	16	31	1889—1898
133	146	<u>164</u>	153	140	132	130	114	89	74	67	73	70	1899—1908
29	35	33	52	<u>63</u>	60	53	51	14	47	77	102	<u>111</u>	1909—1918
26	60	74	98	103	<u>133</u>	131	126	107	66	37	21	57	1919—1928
41	61	87	84	114	113	119	121	<u>127</u>	118	106	93	78	1929—1938
83	77	66	62	61	60	<u>71</u>	57	41	33	30	18	13	1939—1947

Ergebnis klar. Dann setzt sich aber die größere Phasenordnung der „kollektiven Welle“ durch und schon ab  $h = 4$  nimmt die reduzierte scheinbare Expektanz die größeren Werte bei der Periodenlänge 30,5 Tage an. Bei etwa 55 Jahren erreicht  $\sqrt{h} E_h$  einen Grenzwert. Dieser ist auch bei der zweiten Frequenz erkennbar, wenn er auch schwächer ausgeprägt ist. So kann man auch daraus den Gesamtzeitraum von 55 Jahren bestätigen.

g) Zur Sicherung der Lage des Maximums der vektoriellen Amplitude in den eben abgeleiteten Zeitabschnitten wurden Periodogramme für diese Einzelabschnitte im Winterhalbjahr aufgestellt (Abb. 13). Zu-

nächst wurden die ersten 15 Jahre herausgegriffen. Die Amplituden sind jedoch bedeutungslos, wenn man sie mit denen der zweiten 15 Jahre vergleicht. Bei diesen liegt das Maximum bei einer Periodenlänge von 28,5 Tagen, also unserer bereits festgestellten Frequenz. Dieses Maximum tritt für den Gesamtzeitraum von 30 Jahren noch deutlich heraus, was auch aus Abb. 10, Änderung der Schwerpunktsamplitude, hervorgeht. Im nächsten zehnjährigen Abschnitt liegt ein Nebenmaximum bei der Periode von 29,5 Tagen, während das Hauptmaximum bei der Randfrequenz liegt. Die genaue Periodenlänge kann man jedoch erst bei Erweiterung des Periodogramms ermitteln.

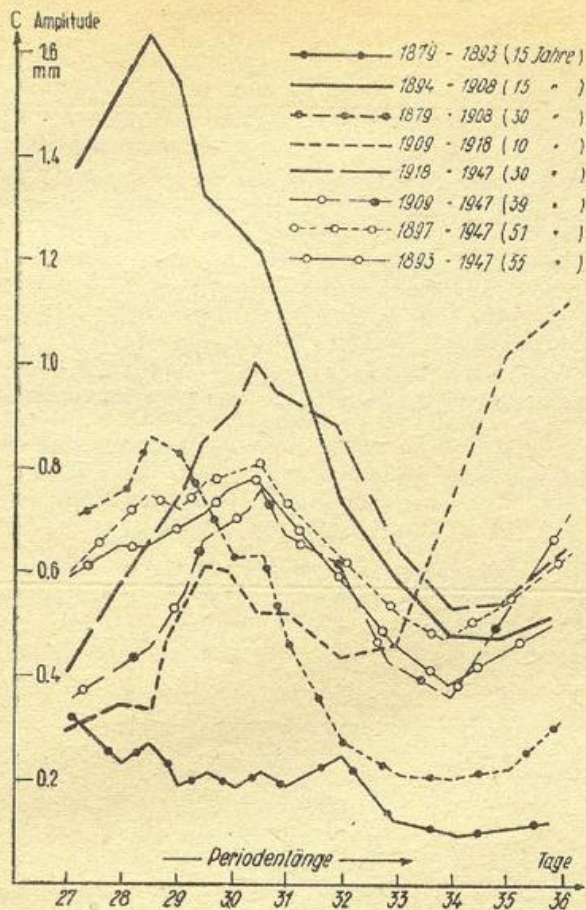


Abbildung 13:  
Vektorielle Amplitude in Abhängigkeit von der Periodenlänge für ausgewählte Zeitabschnitte im Winterhalbjahr.

Im Zeitabschnitt von 1918—1947 liegt dann das Maximum bei der Periode von 30,5 Tagen. Dies stimmt auch mit dem bisherigen Ergebnis überein. Für den Zeitraum von 1908—1947 tritt das Maximum auch bei der Periode von 30,5 Tagen auf, wenn auch hierbei die Amplituden durch den zehnjährigen Abschnitt, in dem offenbar eine andere Frequenz vorgeherrscht hat, mit Ausnahme der Periode von 36 Tagen, verkleinert sind. Bei dem 51jährigen Zeitraum von 1897 bis 1947 sieht man neben dem Hauptmaximum bei der Periode von 30,5 Tagen noch ein Nebenmaximum bei der Periode von 28,5 Tagen. Im 55jährigen Zeitabschnitt von 1893 bis 1947 ist es jedoch verschwunden. Hier dominiert allein die Periode von 30,5 Tagen. Damit haben sich alle Ergebnisse der vorangehenden Abschnitte bestätigt. Die ermittelte Periodenlänge hat für die Zeitabschnitte, in denen sie als dominant angegeben wurde, wirklich die geringste Phasenstreuung und damit die größte vektorielle Amplitude. Es wird hier darauf verzichtet, die gleiche Darstellung auch für die Persistenzquotienten zu geben. Sie bringen nur eine Bestätigung des Resultates, aber keine Neuerung.

h) Die bisherigen Phasen beziehen sich für alle Jahre für das Winterhalbjahr auf den 1. Oktober und für das Sommerhalbjahr auf den 1. April. Das bisherige Ergebnis gilt also für Wellen, deren Phase eine Bindung an einen Kalendertag hat. Um nun auch Luftdruckschwingungen zu erkennen, deren Periodenlänge im Jahr nicht ganzzahlig enthalten ist, die aber im Kollektiv durchlaufen, kann man die Phasen auf den Anfangspunkt des Kollektivs, hier den 1. 4. 1879, umrechnen. Wenn es eine durchlaufende Welle von genau der Länge der gegebenen Versuchsperiode gibt, so müßte dabei eine Ordnung der Phasen eintreten. In Tab. IV sind die vektoriellen Amplituden in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt, wie sie sich ergeben, nachdem

Tabelle IV.

Vektorielle Amplitude für Winter- und Sommerhalbjahr bei auf den 1. 4. 1879 bezogenen Phasen.  
Amplitude in Einheit von 1/100 mm Hg.

27	28	28,5	29	29,5	30	30,5	31	32	33	34	35	36 Tg.	Periode
22	29	10	31	24	27	41	2	27	18	10	6	15	Winter
7	10		18		19		16	35	11	21	16	8	Sommer

Tabelle V.

Differenz zwischen der vektoriellen Amplitude bei kalendermäßig gebundener Phase und der vektoriellen Amplitude bei reduzierter Phase im Winter- und Sommerhalbjahr.  
Differenz in Einheiten von 1/100 mm Hg.

27	28	28,5	29	29,5	30	30,5	31	32	33	34	35	36 Tg.	Periode
-28	-22	-42	-25	-32	-31	-20	-51	-15	-17	-20	-29	-30	Winter
-11	-8		+7		+10		+6	+22	+4	-1	-11	-21	Sommer

man die Phasen umgerechnet hat. In Tab. V ist dann die Differenz  $c_{ph} - c_k$  gebildet; hierbei bedeutet  $c_{ph}$  die vektorielle Amplitude, deren Phasen auf den Anfangspunkt bezogen sind und  $c_k$  die vektorielle Amplitude, deren Phasen sich auf den 1. 4. bzw. 1. 10. jeden Jahres beziehen, dargestellt in Abhängigkeit von der Frequenz. Dabei zeigt sich im Winterhalbjahr, daß alle Werte von  $c_{ph}$  zum Teil erheblich kleiner sind als  $c_k$ .

Daher weisen alle Differenzen einen negativen Wert auf. Obwohl z. B. bei der Periode von 30,5 Tagen ( $\alpha = 11,8$  Grad) die Reduktion jeweils nur einen Tag im Jahr ausmacht, so wurde das Ergebnis der vektoriellen Am-

plitude doch wesentlich verschlechtert. Dies spricht zuerst einmal dafür, daß wir keine durchlaufende Welle von 30,5 Tagen haben. Aber für die Wellen, deren Periodenlänge etwas größer oder kleiner als die der herausgegriffenen Versuchsperiode ist, müßte dann der Vektorzug in einem Bogen verlaufen, falls die Welle streng persistent ist. In diesem Fall müßten die Einzelvektoren jeweils um eine feste Phasendifferenz verschieden sein. Dies ist aber hier nicht der Fall. So spricht das bisherige Ergebnis sehr dafür, daß die Welle zu einem bestimmten Kalendertermin ausgelöst wird und dann mit einer Länge von rund 30 Tagen im Winterhalbjahr bestehen bleibt.

Sehr wichtig ist, daß bei dieser Phasenreduktion keine Welle von 29,5 Tagen Länge, die rund der Länge der synodischen Mondperiode von 29,53 Tagen entspricht, aufgetreten ist. Damit ist eindeutig nachgewiesen, daß sich aus den Luftdruckwerten am Boden keine lunare Welle nachweisen läßt. Wenn eine solche besteht, dann hätte sie jetzt zutage treten müssen. Damit kann man aber auch die vorher abgeleitete rund 30-tägige Periode nicht in Zusammenhang mit einer solchen lunaren Welle bringen, auch nicht als sekundär ausgelöste Welle.

Betrachten wir jetzt die Sommerwerte, so können wir feststellen, daß für die Periodenlängen von 29—33 Tagen die Differenzen positiv sind, d. h. es überwiegt die vektorielle Amplitude für die auf den Anfangspunkt bezogenen Phasen. Eine einfache Erklärung ist folgende: Die vektorielle Amplitude für die kalendermäßige Welle ist sehr klein. Es werden jetzt Phasen, die z. B. zuerst um 180 Grad verschieden waren, keine so große Differenz mehr haben. Das bedeutet aber eine Ordnung der Phasen. Damit wird die kleine Amplitude größer. Es ist leichter, durch Phasenumrechnung kleine vektorielle Amplituden zu vergrößern als große. Die Erhöhung beträgt aber fast das Doppelte der ursprünglichen Amplitude. Deshalb soll eine sachliche Prüfung der so erhaltenen Werte vorgenommen werden. Für die Periode von 32 Tagen, die das Maximum der Amplitude sowie die größte Zunahme aufweist, beträgt die Zufallswahrscheinlichkeit immer noch 1,5%. Das Zufallskriterium ist also in strengem Sinne nicht erfüllt. Wie noch bei den Einzeldarstellungen angegeben wird, erfüllen die bisher als reell herausgestellten Wellen aber dieses Kriterium. Wir können also Wellen finden, die über der Zufallsgrenze liegen und brauchen keine Erweiterung der Grenze auf 1,5% vornehmen. Auch bei Teilabschnitten wird das Ergebnis nicht besser.

Man könne sich zwar physikalisch das Auftreten einer solchen durchlaufenden Welle nur während des Sommerhalbjahres auf folgende Art erklären. In einem größeren Gebiet, z. B. dem Ozean, gibt es diese Schwingung von rund 32 Tagen Dauer. Sie greift im Sommer auf das Festland über und wird im Winter wieder verdrängt. Man kann in einwandfreier statistischer Weise jedoch das überzufällige Auftreten einer solchen Welle aus dem vorliegenden Material nicht beweisen. Dieser Beweis könnte höchstens durch eine kartenmäßige Darstellung des Amplituden- und Phasenbildes einer Periode von 32 Tagen, nach Sommer- und Winterhalbjahr getrennt, erbracht werden. Aus der vorliegenden Untersuchung für Bamberg ist er jedenfalls nicht zu führen.

Wenn wir eine durchlaufende Welle im Gesamtjahr haben, so muß eine gewisse Übereinstimmung der Phasen für das Sommer- und Winterhalbjahr eintreten, selbst wenn die genaue Periodenlänge größer oder kleiner als die der benützten Versuchsfrequenzen ist. Diese Übereinstimmung konnte aber nicht festgestellt werden, weder für eine Welle von 29,5 Tagen Dauer noch für 32 Tage Dauer. So kann man ruhig zusammenfassend folgendes Ergebnis aussprechen:

Eine durchlaufende Welle für das Kollektiv von 69 Jahren gibt es weder für die Einzelhalbjahre noch für das gesamte Jahr.

Die Frage nach einer lunaren Welle der synodischen Mondperiode kann eindeutig verneint werden. Die Möglichkeit des Auftretens einer Welle von 32 Tagen Dauer im Sommerhalbjahr, die von ihrem Zentralgebiet auf den Kontinent übergreift, besteht zwar, doch läßt sich das Ergebnis nicht als überzufällig nachweisen. Einen Beweis könnte erst eine nähere Untersuchung bringen.

## 2. Einzeldarstellungen.

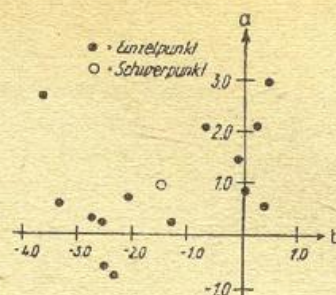


Abbildung 14:  
Winterhalbjahr, Punktwolke,  $p = 28,5$  Tage, 1894—1907.

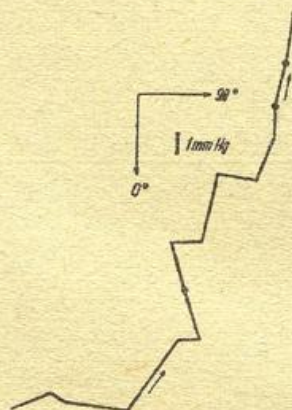


Abbildung 15:  
Winterhalbjahr, Vektorzug,  $p = 28,5$  Tage, 1894—1907.

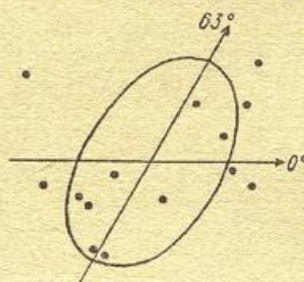


Abbildung 16:  
Winterhalbjahr, Fehlerellipse,  $p = 28,5$  Tage, 1894—1907.

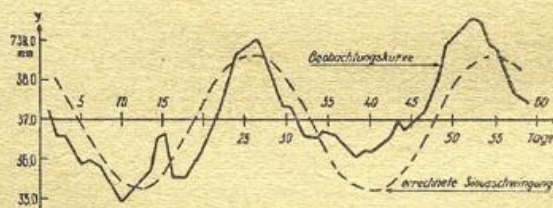


Abbildung 17:  
Vergleich von Beobachtungskurve mit errechneter Sinusschwingung für Winterhalbjahr, 1894—1907 und  $p = 28,5$  Tage.

a) Sehen wir uns jetzt die einzelnen Zeitabschnitte bei den als reell ermittelten Perioden näher an. Da zeigt Abb. 14 und 15 zunächst die Punktwolke und den Vektorzug der Periode von 28,5 Tagen im Winterhalbjahr von 1894—1907. Hier kann eine Ordnung der Vektoren nicht abgeleugnet werden, der Schwerpunkt der Punktwolke ist deutlich verschieden von Null, die Phasenstreuung ist nur gering. Die extremen Phasen schwanken hier nur zwischen 59 und 197 Grad, d. h. wir haben eine maximale Abweichung von nur  $\pm 5,5$  Tagen. Die mittlere Abweichung beträgt  $\pm 3$  Tage. Man kann also wirklich von einer geringen Phasenschwankung sprechen. Die Fehlerellipse (Abb. 16) besitzt eine numerische Exzentrizität von 0,79, was für eine Ellipse spricht.

Der Persistenzquotient ist mit 0,75 sehr hoch, selbst wenn man bedenkt, daß es nur eine 14jährige Reihe ist. Die Zufallswahrscheinlichkeit für die vektorielle Amplitude von 1,74 mm ist nur 0,04%. Damit darf man das Ergebnis nach strengem statistischem Maßstab als überzufällig ansehen.

Bildet man aus diesem Zeitabschnitt 14jährige Tagesmittel des Luftdruckes für das Winterhalbjahr und leitet daraus (durch Zusammenklappen) die Luftdruckkurve für die doppelte Periodenlänge ab, durch fünf-tägige übergreifende Mittel leicht geglättet, so kommt man zu Abb. 17. Man kann deutlich eine Doppelschwingung erkennen, sie ist nicht symmetrisch, sondern steigt für den zweiten Teil der Schwingung an. Das deutet auf das Bestehen einer längeren Schwingung hin, vielleicht der doppelten Periodenlänge, also 57 Tage. Doch muß die genaue Länge erst ermittelt werden. Die Übereinstimmung der Luftdruckkurve mit der errechneten Welle ist jedoch sehr gut.

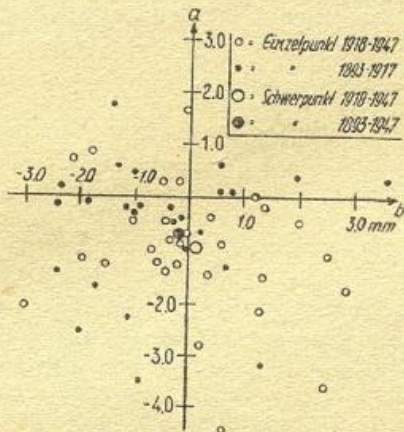


Abbildung 18:  
Punktwolke, Winterhalbjahr,  $p = 30,5$  Tage,  
Zeitraum 1918 (1893) — 1947.

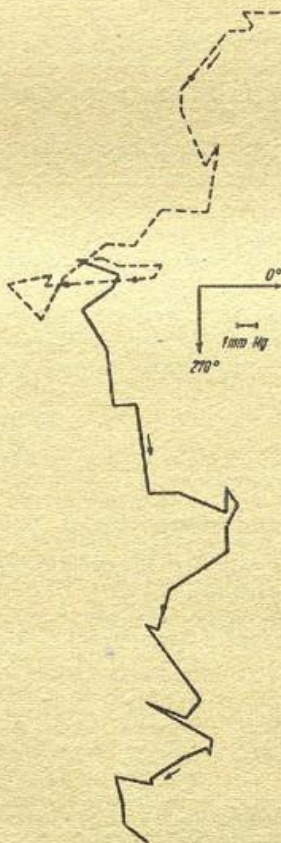


Abbildung 19:  
Vektorzug, Winterhalbjahr,  $p = 30,5$  Tage,  
1893 — 1917 gestrichelte, 1918 — 1947 ausgezogene Linie.

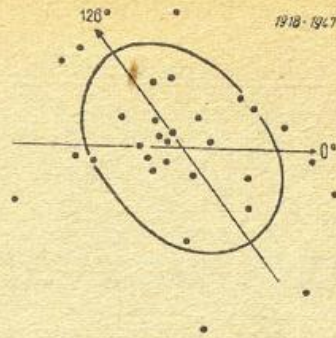


Abbildung 20:  
Fehlerellipse, Winterhalbjahr, 1918 — 1947,  $p = 30,5$  Tage.

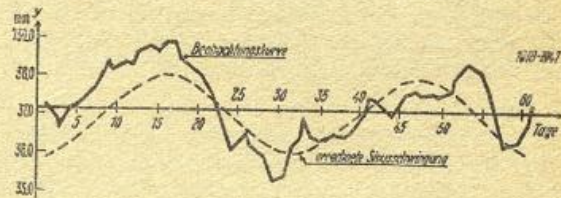


Abbildung 21:  
Vergleich von Beobachtungskurve mit errechneter Welle  
für Winterhalbjahr 1918 — 1947,  $p = 30,5$  Tage.

b) Nicht ganz so schön sieht der 30jährige Abschnitt von 1918—1947 für die Periode 30,5 Tage im Winterhalbjahr aus. Abb. 18 u. 19 zeigen wieder die Punkt- wolke und den Vektorzug, doch kann man auch hier eine gewisse Ordnung der Vektoren feststellen. Bei der Punkt- wolke ist diesmal nur der Quadrant von 0 bis 90 Grad frei von Punkten. Allerdings fallen in den Qua- dranten von 90—180 Grad nur 5 Punkte, davon 2 mit geringer Amplitude. So beträgt das Verhältnis der Punkte mit einer Phasenstreuung  $\leq \pm 90$  Grad gegen- über denen mit größerer Streuung immerhin 5:1. Die Punkt- wolke hat halbmondförmiges Aussehen. Hier be- trägt die mittlere Abweichung aber schon  $\pm 4,7$  Tage. Die Fehlerellipse (Abb. 20) hat immer noch eine nume- rische Exzentrizität von 0,69. Dies bedeutet, daß auch hierbei eine deutliche Ellipse herauskommt. Der Persi- stenzquotient ist mit 0,56 immerhin noch brauchbar. Die Zufallswahrscheinlichkeit beträgt für die vekt- orielle Amplitude von 1,00 mm noch 0,5%. Die Zufalls- grenze wird also nur beinahe erreicht.

Bildet man für diesen Zeitabschnitt 30jährige Tages- mittel des Luftdruckes für das Winterhalbjahr, klappt das Halbjahr wie im vorangehenden Abschnitt auf die doppelte Periodenlänge zusammen, so kommt man nach Glättung mit übergreifenden 3tägigen Mitteln zur Abb. 21. Diese Kurve ist auch nicht symmetrisch. Die errechnete Welle nähert hierbei am besten den Mittel- abschnitt an. Die Übereinstimmung ist zufriedenstel- lend. Auch aus dieser Darstellung sieht man, daß am Aufbau der Luftdruckkurve noch andere Frequenzen mithelfen.

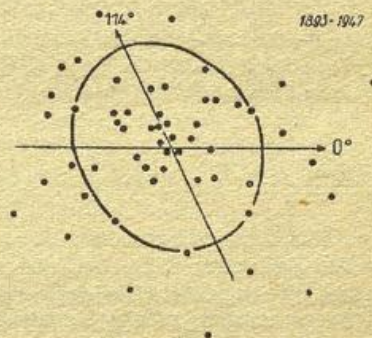


Abbildung 22:  
Fehlerellipse Winterhalbjahr, 1893 — 1947,  $p = 30,5$  Tage.

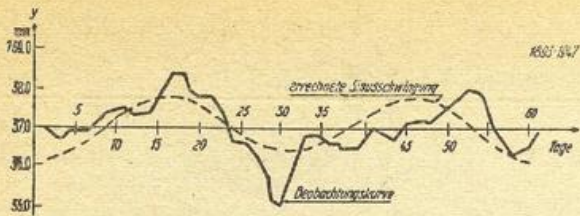


Abbildung 23:

Vergleich von Beobachtungskurve mit errechneter Welle für Winterhalbjahr 1893—1947,  $p = 30,5$  Tage.

c) Sehen wir uns nun in Abb. 18 u. 19 die Punktwolken und den Vektorenzug für den 55jährigen Zeitabschnitt im Winterhalbjahr von 1893 und 1947 bei der Periode 30,5 Tage an, so erkennt man aus dem Vektorenzug die schon mehrfach erwähnte Dreiteilung des Zeitraumes mit der Irrfahrt im Mittelstück, 1908—1917.

Wie bereits erwähnt, war hier die kollektive Welle gestört und wurde durch eine etwa 36tägige oder längere Welle abgelöst. Wie jedoch aus Abb. 13 zu ersehen ist, trat mit kleiner Amplitude noch eine Periode von 29,5 Tagen Dauer als Nebenmaximum dabei auf. Hier sei aber nochmals darauf hingewiesen, daß diese 29,5-tägige Welle kalendermäßig gebunden ist und deshalb nicht in Zusammenhang mit der synodischen Mondperiode gebracht werden darf. Bei der Punktwolke ist kein Quadrant mehr frei, doch kann man ein Überwiegen der Phasen  $\leq \pm 90$  Grad von der Schwerpunktsphase aus gerechnet, gegenüber größeren Abweichungen noch im Verhältnis 4:1 feststellen. Immerhin beträgt die mittlere Phasenabweichung nicht mehr als  $\pm 5,5$  Tage. Der Persistenzquotient hat mit 0,44 für die 55 Jahre auch noch einen recht hohen Wert. Die Fehlerellipse (Abb. 22) weist noch eine numerische Exzentrizität von 0,54 auf, was noch eine gute Ellipse ergibt.

Die Zufallswahrscheinlichkeit für die vektorielle Amplitude von 0,79 mm in den 55 Jahren beträgt nur 0,26%. Damit kann auch hier in statistisch strengem Sinne das Ergebnis als überzufällig bezeichnet werden. Wenn aber das Gesamtergebnis überzufällig ist, darf man sicher im Einzelabschnitt der 30 Jahre von 1918—1947 die Zufallswahrscheinlichkeit noch als ausreichend betrachten, da es unwahrscheinlich ist, daß die Überzufälligkeit allein durch den ersten Abschnitt bewirkt wird.

Schaltet man die 10jährige Irrfahrt aus, so beträgt die Zufallswahrscheinlichkeit für die restlichen 45 Jahre 1893—1907 und 1918 bis 1947 mit einer vektoriellen Amplitude von 0,99 mm sogar nur 0,04%. Dieser Wert wird zwar bei Hinzunehmen der 10jährigen Irrfahrt verschlechtert, er bleibt aber auch dabei, wie wir eben gesehen haben, noch unter der Grenze der Zufälligkeit. Im Periodogramm der eben erwähnten 45 Jahre tritt die Periode von 28,5 Tagen als Nebenmaximum auf, während das Hauptmaximum bei 30,5 Tagen liegt. So dürfen wir also annehmen, daß in einem 55jährigen Zeitabschnitt eine kalendermäßig gebundene Welle von rund 30 Tagen Dauer überzufällig auftritt. Lediglich der Zeitraum von 1908—1917 ist gestört. Die vektorielle Amplitude, also die Amplitude der kollektiven Welle, beträgt mit 0,79 mm fast das gleiche wie die ganz- bzw. halbjährige Welle, an deren Realität kaum zu zweifeln ist\*).

Bildet man 55jährige Tagesmittel für das Winterhalbjahr für den Zeitraum 1893—1947, klappt das Halbjahr wieder auf die doppelte Periodenlänge zusammen, glättet mit übergreifenden 3tägigen Mitteln, so kommt man zu Abb. 23. Auch diese Kurve ist nicht symmetrisch. Die eingezeichnete errechnete Welle nähert sich

mit der ersten Schwingung gut an die Kurve an, während die zweite geringe Abweichungen zeigt. Auch hieraus kann man vermuten, daß noch andere Wellen am Aufbau beteiligt sind.

### 3. Zusammenhang mit den sogenannten „Singularitäten“.

Rechnen wir die Tage aus, an denen ein Maximum oder Minimum der 55jährigen kollektiven Welle eintritt, so kommen wir zu folgenden Daten:

Monat:	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	Jan.	Febr.	März
Maximum:	— (14.)	14.	14.	13.	13.	13.	16.
Minimum:	(28.)	29.	29.	29.	29.	28.	31.

Die Maxima liegen also um Monatsmitte, die Minima gegen Monatsende. Die für wichtige winterliche Singularitäten bekannten Großwetterlagen fordern dies aber gerade. Vergleicht man damit die von H. Flohn und P. Heß in ihrer Arbeit (21) herausgestellten antizyklonalen und zyklonalen Großwetterregelfälle, so zeigt sich folgendes:

Monat:	Okt.	Nov.	Dez.	Jan.	Febr.	März
Max.:	(14.)	14.	14.	13.	13.	16.
antizykl. Lagen	11.	11.	14.	15.	—	14.
Min.:	29.	29.	29.	29.	28.	31.
zykl. Lagen	1,12.	23.	—	—	—	—

Man sieht sofort, daß besonders die Hochdrucklagen gut übereinstimmen. Das Fehlen der Tiefdrucklagen ist darauf zurückzuführen, daß von Flohn und Heß nur diejenigen Lagen in die Endtabelle aufgenommen wurden, die in ihrem Material mindestens eine relative Häufigkeit von 67% aufwiesen. In der Arbeit sind bei den (zyklonalen) ozeanischen Typen der 1. II. und III. genannt, was dem Minimum von Ende Januar und Februar entsprechen würde. Die Übereinstimmung ist also recht gut.

Die mittlere Phasenstreuung von  $\pm 5,5$  Tagen entspricht durchaus den in der Praxis gemachten Erfahrungen und stimmt auch mit der Arbeit von Flohn und Heß überein.

Nimmt man an, daß diese Winterwelle auch für die Monate April und Mai noch fort dauert — man braucht deshalb im hier zusammengefaßten Sommerhalbjahr noch keine reelle Welle von rund 30 Tagen herauszubekommen — so hat man alle Hauptsingularitäten. Das heißt aber nichts anderes, als daß an der Entstehung der Großwetterregelfälle eine kollektive Welle von rund 30 Tagen Dauer beteiligt ist, wobei die Periodenlänge und Phase im Einzeljahr geringen Schwankungen unterworfen ist.

\*) J. Bartels (19) hat im Zusatz 5 zur Arbeit Flohn (20) Stellung genommen und dabei das für die Persistenz maßgebliche Verhältnis  $v = a / (w / \sqrt{n})$  für Potsdam dargestellt.

Dabei bedeutet a die durchschnittliche Amplitude, sie wird hier als vektorielle Amplitude bezeichnet; w ist die wahrscheinliche Amplitude, deren Wert von der Hälfte der Amplituden überschritten wird. Sie ist der hier definierten wahrscheinlichen Amplitude gleich.

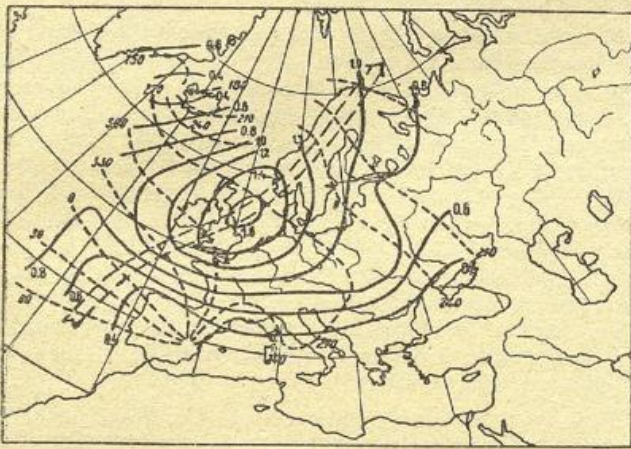
In der vorliegenden Arbeit werden für v wesentlich günstigere Ergebnisse erzielt. Nebenstehende kleine Tabelle ergibt a und w für die 30,5-tägige

Jahre	69	55
a	0,61	0,78 mm
w	1,72	1,72 mm
v	2,9	3,4

Periode, worauf sich für 69 Jahre v zu 2,9 und für die 55 Jahre (1893 bis 1947) sogar zu 3,4 ergibt. Dies bedeutet eine Zufallswahrscheinlichkeit von 0,26% bzw. für 55 Jahre von 0,05%. Diese Zufallswahrscheinlichkeit ist sogar günstiger als die im Teil II angegebene. Man darf also daraus wohl schließen, daß die im Teil II abgeleiteten Ergebnisse stichhaltig sind. Die größere Zufallswahrscheinlichkeit für die nach dem Stumpff'schen Kriterium berechneten Werte dürfte durch die Berücksichtigung der Erhaltungsneigung kommen, die ja für die 30,5-tägige Winterwelle in Mitteleuropa die Expektanz etwa verdoppelt (Lit. 15).

### III. Flächenhafte Darstellung der monatlichen Winterwelle.

Nachdem zuerst an einer Station Wellenlänge und Zeitraum untersucht wurde, soll jetzt an eine flächenhafte Darstellung gegangen werden. Leider stand das Material für den ganzen 55jährigen Zeitraum nicht zur Verfügung, so daß hier nur 20 Jahre zur Bearbeitung gelangten. Für 45 Stationen wurden zunächst 20jährige Tagesmittel während des Winterhalbjahres für die Jahre 1919/20 bis 1938/39 mittels Hollerith-Lochkarten gebildet. Diese 20jährigen Mittelwerte wurden aufgezeichnet und mittels Analysator für eine 30,5tägige Welle analysiert. Die Analyse wurde in 3 Abschnitten von je 61 Tagen vorgenommen. Im späteren Verlauf zeigte sich, daß eine Analyse der Einzelperioden notwendig als Ergänzung gebraucht wurde und diese Analyse wurde rechnerisch vorgenommen. Die Amplituden für das gesamte Halbjahr, berechnet aus den 3 Einzelabschnitten der Analyse mittels Analysator und ermittelt aus den 6 berechneten Einzelabschnitten stimmen sehr gut überein.



Karte 1:

Amplituden- und Phasenverteilung für das Winterhalbjahr, Wellenlänge 30,5 Tage, 1919/20 — 1938/39.

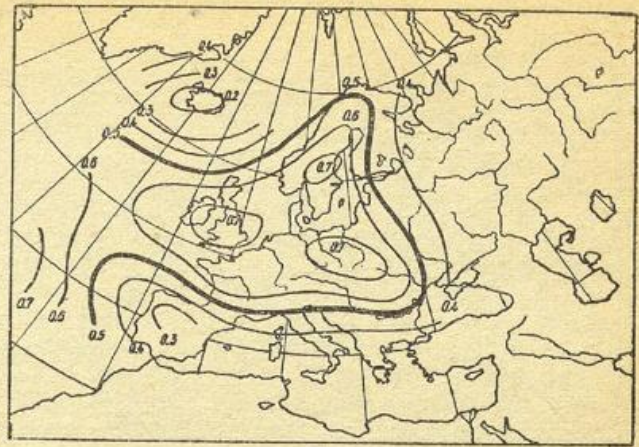
Zunächst sei hier die Amplituden- und Phasenverteilung für das Winterhalbjahr gezeigt. (Karte 1). Das Maximum der Amplituden liegt im Nordseeraum. Die Fortschrittsrichtung der Phasen verläuft von SW nach NE.

Da eine Angabe über die Erhaltungsneigung im Raume des Maximums der Amplituden nicht vorliegt, sei hier eine Abschätzung der wahren Expektanz vorgenommen. Die Streuung beträgt nach Pollak (23) für London 8,3 mm und für Aberdeen 9,8 mm. Beides sind 10jährige Mittelwerte für das Jahr. Für Bamberg beträgt die Streuung (70jähriges Mittel) nur 6,3 mm. Sie nimmt also gegen das Maximum der Amplituden hin zu. Nimmt man nun das gleiche Verhältnis für die

Streuung  $\frac{\text{Winter}}{\text{Jahr}}$  wie für Bamberg  $= \frac{7.6}{6.3}$  an, und

nimmt man ferner an, daß die Erhaltungsneigung dieselbe ist, was sich auf das Ergebnis eher ungünstig auswirkt, so kommt man für die Zufallswahrscheinlichkeit zu den gleichen Zahlenwerten wie für Bamberg. Man darf daher auch annehmen, daß für einen 55jährigen Zeitraum das Ergebnis überzufällig würde. Eine genaue Berechnung lohnt erst, wenn auch die Erhaltungsneigung für den Nordseeraum genau festliegt.

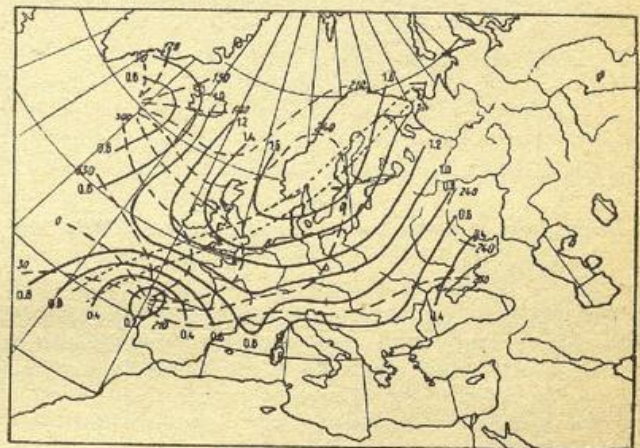
Nimmt man die durchschnittliche Amplitude für das Winterhalbjahr, die man erhält, wenn man die Amplituden der Einzelperioden mittelt, und vergleicht man damit die für das Halbjahr gewonnene „vektorielle“ Amplitude, so bekommt man einen Persistenzquotienten



Karte 2:

Flächenhafte Verteilung des Persistenzquotienten für das Winterhalbjahr.

für das Halbjahr. Die flächenmäßige Verteilung desselben zeigt Karte 2. Man kann feststellen, daß die höchsten Persistenzquotienten ungefähr mit den höchsten Amplituden zusammenfallen, wenn man Karte 1 und 2 miteinander vergleicht. Der Persistenzquotient stellt keinen Absolutwert dar, fordert man aber für den vorliegenden Fall eine Höhe von mindestens 0,5 (fett ausgezogene Linie), so mag damit ungefähr der Persistenzbereich der Welle abgegrenzt sein.

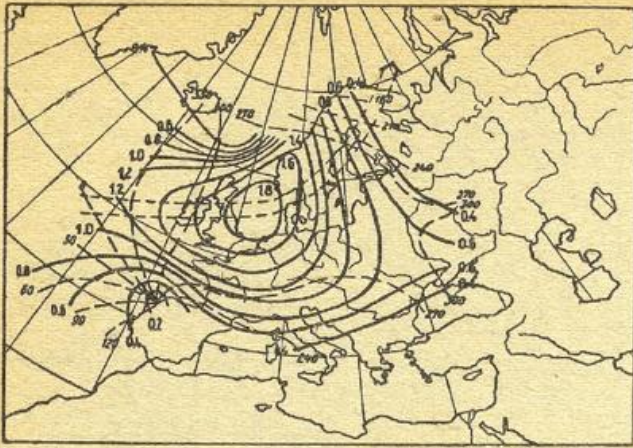


Karte 3:

Amplituden- und Phasenverteilung für 4 Perioden (November bis Februar). Wellenlänge 30,5 Tage.

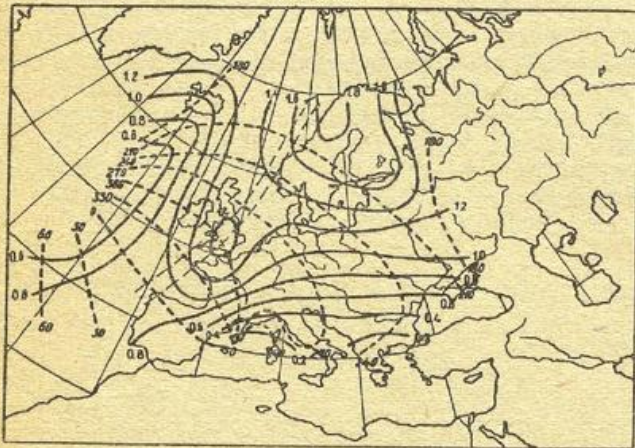
Da der erste und letzte 30,5tägige Abschnitt in Phase und Amplitude etwas abweicht, greifen wir nun die 4 Mittelperioden heraus und bilden für sie Phase und Amplitude; diese Darstellung umfaßt die Monate November bis Februar. (Karte 3). Das Amplitudenmaximum zeigt hier eine kleine Verschiebung gegenüber Karte 1 und liegt über Skandinavien. Die Phasenverteilung weist dagegen keine allzugroßen Unterschiede gegenüber dem Halbjahr auf. Auf dieser Karte aber kann man die beiden Gebiete für Amphidromien besser erkennen. Besonders die Amphidromie im isländischen Raum, die hier etwas weiter westlich als auf Karte 1 liegt, ist sehr schön zu sehen.

Berechnet man für die 4 Monate den Persistenzquotienten, so zeigt sich bei einer flächenmäßigen Darstellung ungefähr derselbe Persistenzbereich wie im Halbjahr. Man muß nur diesmal statt 0,5 als Grenze 0,6 nehmen, da wir ja nur 4 Perioden zusammengefaßt haben. Der Persistenzbereich umfaßt hierbei noch die Balkan- sowie die Mittelmeerstationen. Man kann daraus ableiten, daß die Persistenz in den Randgebieten geringen Schwankungen unterworfen ist.



Karte 4:

Amplituden- und Phasenverteilung für das 1. Vierteljahr (Oktober bis Dezember). Wellenlänge 30,5 Tage.



Karte 5:

Amplituden- und Phasenverteilung für das 2. Vierteljahr (Januar bis März). Wellenlänge 30,5 Tage.

Um näher in die Struktur der Welle einzudringen, seien hier noch Phasen- und Amplitudenverteilung der beiden Vierteljahre gegenübergestellt (Karte 4 und 5). Das erste Vierteljahr (Karte 4) zeigt dabei fast die gleiche Amplitudenverteilung wie das Halbjahr. Im 2. Vierteljahr liegt das Amplitudenmaximum aber im skandinavischen Raum mit einem Nebenmaximum über England. Es könnte also möglich sein, daß das Zentrum der Welle geringen Verlagerungen in Richtung des Fortschreitens der Phase unterworfen ist. Das Neben-

maximum im 2. Vierteljahr, verbunden mit einem geringeren Phasenunterschied zwischen 1. und 2. Vierteljahr, bewirkt, daß sich im Gesamthalbjahr das Amplitudenmaximum im Nordseeraum einstellt.

Während die Amphidromie über Spanien vom 1. zum 2. Vierteljahr nach Osten ins Mittelmeer wandert, scheint sich diejenige über Island nach Süden verlagert zu haben. Dementsprechend verläuft die Fortschreitungsrichtung der Phasen im ersten Vierteljahr zuerst von West nach Ost zum Amplitudenmaximum und biegt dann nach Nordosten um, während im zweiten Vierteljahr die Richtung von Südwest nach Nordost fortläuft. So stellt die Halbjahreskarte in der Phase eine gewisse Anlehnung an das 2. Vierteljahr dar, während die Amplitude sich an das 1. Vierteljahr anschließt. Im Winter scheint das Amplitudenmaximum jedenfalls im skandinavischen Raum zu liegen, wie aus Karte 3 (4 Monate) und 5 (2. Vierteljahr) hervorgeht. Mit einer Amplitude von 1,8 mm, also einem Unterschied von 3,6 mm zwischen Maximum und Minimum, oder rund 5 mb, ist diese Amplitude immerhin bemerkenswert. Dabei gilt noch zu berücksichtigen, daß in diesem Raum die Jahreswelle sehr klein ist.

Man kann auch für die beiden Vierteljahre die Persistenzquotienten berechnen, aber da diesmal nur 3 Perioden umfaßt werden, so kommt diesen Werten keine größere Bedeutung mehr bei. Man könnte vielleicht nur die eine Tatsache ableiten, daß sich der Persistenzbereich im ersten Vierteljahr zwischen 40. und 50. Breitenkreis in west-östlicher Richtung erstreckt, während im zweiten Vierteljahr dieser Bereich sich von Spanien nach Finnland, also von Südwest nach Nordost, ausdehnt. So bleibt wohl das Zentrum der Welle im Nordseeraum immer in diesem Bereich, in den Randgebieten aber ist die Persistenz Schwankungen unterworfen, was auch schon bei der Darstellung der 4 Monate abgeleitet werden konnte.

Zwar wurde eine Unterteilung in Einzelperioden, also Einzelmonate, versucht, aber es zeigte sich, daß bei einem Material von nur 20 Jahren natürlich unperiodische Bestandteile noch einen zu großen Einfluß haben. Diese Unterteilung kann daher erst bei einem etwa 40—50jährigen Material dargestellt werden, wenn man nicht Trugschlüssen zum Opfer fallen will.

Um die Wirkungsweise der Welle zu veranschaulichen, wurden Schnitte gezeichnet, die von 5 zu 5 Tagen aus Phase und Amplitude den jeweiligen Zustandswert der Welle charakterisieren, so daß die jeweilige Amplitude  $r = c \sin(\varphi - n \cdot 60^\circ)$ .

Dabei bedeutet  $c$  die Amplitude des Winterhalbjahres,  $\varphi$  = die Phase und  $n$  läuft von 0 bis 5.

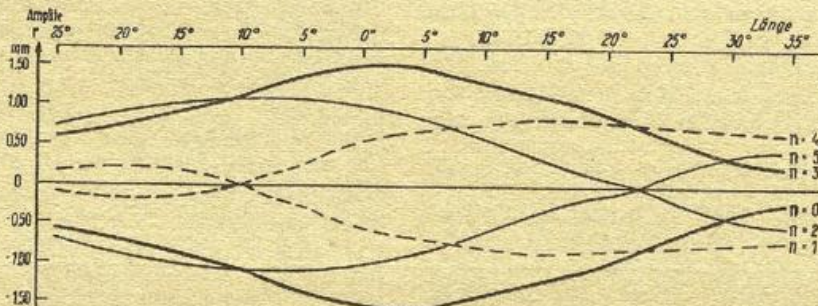


Abbildung 24:

Querschnitt entlang des 55. Breitengrades.

Um eine homogene Verteilung der Punkte in den einzelnen Schnitten zu gewährleisten, wurden Phase und Amplitude aus Karte 1 interpoliert. Hier sei ein Querschnitt entlang des 55. Breitenkreises und zwei Schnitte entlang des 20. Längengrades West und entlang des

Nullmeridians gezeigt. (Abb. 24—26). Wie der Querschnitt zeigt, liegt zwischen 5 Grad Ost und West ein Schwingungsbauch, die beiden Schwingungsknoten würden aber auf dem Atlantik bzw. weiter in Rußland liegen.

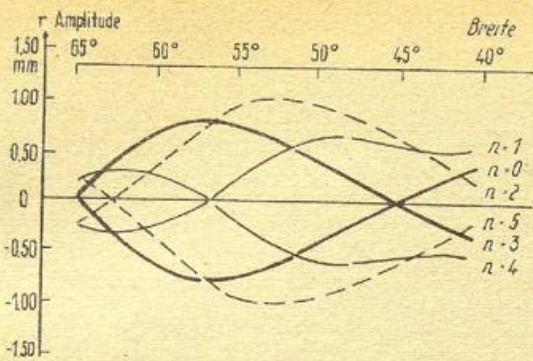


Abbildung 25:  
Längsschnitt entlang 20 Grad West.

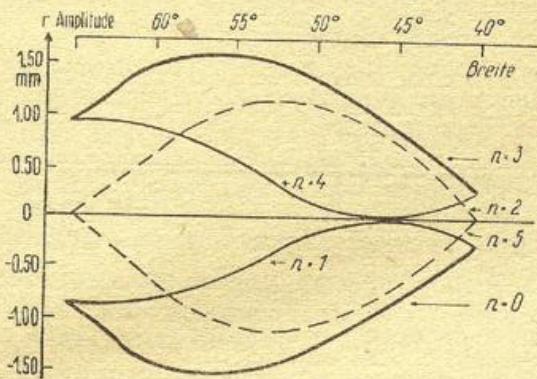


Abbildung 26:  
Längsschnitt entlang des Nullmeridians.

Während der Längsschnitt für 20 Grad West den Knoten im Norden zeigt, veranschaulicht der Schnitt durch den Nullmeridian den Knoten im Süden. In den Breiten dazwischen liegt jeweils ein Schwingungsbauch.

Betrachtet man im Querschnitt die Aufeinanderfolge der Kurven, so läßt sich eine Verlagerung von West nach Ost erkennen, auf den Längsschnitten läßt sich dabei eine solche von Süden nach Norden feststellen. Daraus setzt sich dann die bereits in Karte 1 dargestellte Fortschreitungsrichtung für die Phase anschaulich zusammen.

### C) Folgerungen.

1) Wie bereits Defant (16) vermutete und dann in der Literatur mehrfach nachgewiesen wurde, zuletzt bei Scherhag (17) und F. W. P. Götz (18), nimmt die Amplitude für eine rund 30tägige Schwingung des Luftdrucks mit der Höhe zu. Wahrscheinlich liegt der Hauptsitz der Welle in der Stratosphäre, möglicherweise in der Ozonschicht. Nach H. Flohn (9) entsteht die 30,5tägige Welle durch Eigenschwingungen des hochstratosphärischen Polarwirbels, der jeweils Mitte Oktober infolge Verschwindens der Ozonopause (ca. 50 km Höhe) neu gebildet wird. Das bedeutet die Auslösung einer Schwingung in jedem Jahr zu einem kalendermäßig feststehenden Termin. Die Quasiperiodizität könnte dabei auf die orographisch bedingte Asymmetrie des stratosphärischen Polarwirbels zurückgeführt werden. Hierzu gehört allerdings der Nachweis der Eigenschwingung der Ozonosphäre mit den seit Margules erforderlich gewordenen Erweiterungen der Randbedingungen.

Die hier erfolgte graphische Darstellung sollte das flächenhafte Verhalten der Welle für Europa feststellen. Einen besseren Überblick über die Struktur und die Wirkungsweise der rund monatlichen Winterwelle kann aber erst eine graphische Darstellung zumindest der Nordhalbkugel geben. Zudem wäre es notwendig, wie bereits erwähnt, einmal einen längeren Zeitraum zu dieser Darstellung heranzuziehen, so daß auch eine größere Unterteilung in Einzelabschnitte vorgenommen werden kann. Auch wäre eine dreidimensionale Verteilung zu untersuchen, etwa in der Art, wie dies Lettau (25) am Beispiel einer 4tägigen Welle getan hat.

Ferner gilt es zu untersuchen, ob sich auf der Südhalbkugel für den Winter die gleichen Verhältnisse einstellen. Dies könnte dann eine Bestätigung der aufgestellten Hypothesen liefern.

2) Da in dieser Arbeit die Beteiligung einer rund 30tägigen kollektiven Welle beim Zustandekommen der Wintersingularitäten nachgewiesen wurde, erhält das Problem der Singularitäten als eine Grundfrage der modernen Klimatologie eine physikalisch sinnvolle Lösung.

## LITERATURNACHWEIS

- (1) Defant, A.: Die Veränderungen in der allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre in den gemäßigten Breiten der Erde. Sitz. Ber. d. kais. Akad. d. Wiss. in Wien, math. naturw. Kl. Abt. IIa, 121, 388 (1912).
- (2) Preusche, W.: Über Niederschlagsperioden in den gemäßigten Zonen der Erde. Diss. Würzburg (1934).
- (3) Weickmann, L.: Das Wellenproblem der Atmosphäre. Meteor. Z. 44, 241 (1927).
- (4) Pollak, L. W.: Einige Periodogramme. Z. f. Geophys. 2, 326 (1926).
- (5) Stumpff, K.: Vorversuche zu einer systematischen Analyse der Luftdruckschwankungen in Europa. Gerl. Beitr. z. Geophys. 28, 337 (1930).
- (6) Wahl, E.: Ergebnisse einer einjährigen Symmetriepunktsstatistik. Gerl. Beitr. Geoph. 56, 1 (1940).
- (7) Stumpff, K.: Realität und Singularitäten der 24tägigen Luftdruckwelle. Met. Z, 58, 117 (1941).
- (8) Wahl, E.: Veröffentl. Met. Inst. Univ. Berlin 4, Nr. 4 (1942), Meteor. Z. 58, 313 (1941).
- (9) Flohn, H.: Über die Existenz höherer Oberschwingungen des Luftdrucks. Veröff. Geophys. Inst. Leipzig, 2. Ser. 15, 14 (1949).
- (10) Stumpff, K.: Grundlagen und Methoden der Periodenforschung. Berlin (1939).
- (11) Stumpff, K.: Eine Erweiterung des Expektanzbegriffes, Meteor. Z. 53, 321 (1936).
- (12) Bartels, J.: Morphologie geophysikalischer Zeitfunktionen. Sitz. Ber. Preuß. Ak. Wiss. 1935, 504.
- (13) Bartels, J.: Gesetz und Zufall in der Geophysik. Naturwiss 31, 421 (1943).
- (14) Schmauß, A.: Scheitelwerte des Luftdruckes. D. M. Jahrbuch Bayern 1925, Anhang F.
- (15) Essenwanger, O.: Wahre Expektanz und Erhaltungsneigung des Luftdruckes. Meteor. Rundschau, 3, 62 (1950).
- (16) Defant, A.: Meteor. Z. 53, 49 (1936).
- (17) Scherhag, R.: Neue Methoden der Wetteranalyse und Wetterprognose. Berlin (1948).
- (18) Götz, F. W. P.: Verh. Schweiz. Naturf. Ges. Schaffhausen, 1943, 87; Vierteljahresschr. Naturf. Ges. Zürich 1944, 250; Z. f. Meteor. 1, 193 (1947).
- (19) Bartels, J.: Anschauliches über den statistischen Hintergrund der sogenannten Singularitäten im Jahresgang der Witterung. Ann. Meteor. 1, 106 (1948).
- (20) Flohn, H.: Die Wellenstruktur der Singularitäten im Witterungsverlauf. Naturw. 34, 249 (1947).
- (21) Flohn, H., Heß, P.: Großwittersingularitäten im jährlichen Witterungsverlauf Mitteleuropas. Meteor. Rundsch. 2, 258 (1949).
- (22) Schmauß, A.: D. Met. Jahrbuch f. Bayern, 1922, Anh. B. D. M. Jb. f. Bay. 1928, Anh. B., Met. Z. 46, 277, 1929.
- (23) Pollak, L. W.: Prager geophys. Studien I (1927).
- (24) Öhmisch, W.: Analyse einer 72tägigen Luftdruckwelle in den Wintern 1923/24 und 1924/25. Veröff. Geophys. Institut der Univ. Leipzig 1940, Bd. XII/Heft 3.
- (25) Lettau, H.: Synoptisch aerolog. Analyse einer 4tägigen Wetterwelle. Veröff. Geophys. Institut der Univ. Leipzig 1947, Br. XV.