

Berichte des Deutschen Wetterdienstes

**188**

**Zur Dynamik des Windfeldes  
über orographisch gegliedertem Gelände**

von  
Gerhard Adrian

Zur Herstellung dieses Buches wurde chlor- und säurefreies Papier verwendet.

Von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe genehmigte Habilitationsschrift

ISSN 0072-4130

ISBN 3-88148-295-4

---

Alle Rechte vorbehalten. Nachdruck, auch auszugsweise, verboten. Kein Teil dieses Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Deutschen Wetterdienstes in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm, oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden. Für den Inhalt ist der Autor verantwortlich.

---

Herausgeber und Verlag:

Deutscher Wetterdienst  
Zentralamt  
Frankfurter Str. 135  
63067 Offenbach am Main

Anschrift des Autors:

Dr. habil. Gerhard Adrian  
Institut für Meteorologie und Klimaforschung  
Universität Karlsruhe  
Kaiserstr. 12  
76128 Karlsruhe

## **Zusammenfassung**

Ausgehend von den hydrodynamischen Gleichungen wird ein Konzept entworfen, um regionale Windsysteme über orographisch gegliedertem Gelände mit Hilfe einer Ähnlichkeitstheorie zu beschreiben. Eine solche Ähnlichkeitstheorie verbindet Beobachtungen in der Atmosphäre, Messungen im Strömungskanal und numerische Modellsimulationen zu einer verallgemeinerungsfähigen Beschreibung des regionalen Windfeldes. Das Konzept wird auf Nachlaufströmungen im Lee von Bergen angewendet und aus den Ergebnissen Erklärungen für Strömungsphänomene im Oberrheintal abgeleitet. Das zur Überprüfung der Hypothesen verwendete mesoskalige Modell KAMM wird ausführlich beschrieben.

Die für die Formulierung der Ähnlichkeitshypothese verwendeten dimensionslosen Kennzahlen verbinden atmosphärische Zustandsvariablen mit Formparametern der Orographie. Deswegen sind sie zur Charakterisierung der klimatischen Bedingungen eines Gebietes geeignet und ermöglichen eine Übertragung von Erkenntnissen über mesoskalige Phänomene auf andere Gebiete.

## **Summary**

Starting from the hydrodynamic equations a concept has been evolved describing regional wind systems over complex terrain by applying a similarity theory. Such a similarity theory combines observations done in the atmosphere, measurements in tanks and numerical simulations to a more general description of wind fields over complex terrain. The concept is applied to wake flows behind mountains and the results are taken to explain flow phenomena observed in the upper Rhine valley. The mesoscale model KAMM taken for checking the hypothesis is described in detail.

The dimensionless numbers taken for the formulation of the similarity hypotheses combine atmospheric variables with form parameters of the orography. Therefore they can be applied to characterise the climatic conditions of one region and to transfere knowledge about mesoscale phenomena to other regions.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
1.1	Modelle in der Mesoskala . . . . .	6
1.2	Zur Klimadefinition . . . . .	10
1.3	Skalen . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Modellmäßige Beschreibung</b>	<b>15</b>
2.1	Formulierung des Gleichungssystems . . . . .	15
2.1.1	Die anelastische Approximation . . . . .	17
2.1.2	Die hydrostatische Approximation . . . . .	24
2.2	Eigenschaften linearer Lösungen . . . . .	26
2.2.1	Die Lösungen in dimensionsloser Form . . . . .	27
2.2.2	Skalenabhängige Lösungen . . . . .	30
2.3	Das nichtlineare Modell KAMM . . . . .	38
2.3.1	Die Reynoldsgleichungen . . . . .	38
2.3.2	Turbulente Schließung . . . . .	39
2.3.3	Der Grundzustand . . . . .	42
2.3.4	Die Bestimmung des Druckfeldes . . . . .	44
2.3.5	Die Randbedingungen . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Mittlere Verteilungen von Windrichtung und Windgeschwindigkeit</b>	<b>53</b>
3.1	Synthetische Klimakarten der Windgeschwindigkeit und Windrichtung	54
3.1.1	Die Windrichtungsverteilung . . . . .	55
3.1.2	Die Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	56
3.1.3	Die räumliche Korrelation der Windgeschwindigkeit . . . . .	60
3.2	Die Kanalisierung in einer linearen Beschreibung . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Instationäre Windsysteme</b>	<b>69</b>
4.1	Der externe Antrieb der übergeordneten Skala . . . . .	70
4.1.1	Bestimmung des Grundzustandes aus der operationellen numerischen Wettervorhersage . . . . .	71
4.1.2	Bestimmung des Grundzustandes aus Beobachtungen . . . . .	73

4.1.3	Ein Anwendungsbeispiel: Simulation einer Episode und Vergleich mit Messungen . . . . .	78
4.2	Instationäre Windsysteme durch interne Instabilitäten . . . . .	82
4.2.1	Die Umströmung eines Hindernisses . . . . .	83
4.2.2	Die potentielle Vorticity . . . . .	86
4.2.3	Die Vorticity . . . . .	99
4.2.4	Das Brechen von internen Schwerewellen . . . . .	101
4.2.5	Vergleich der Modellsimulationen mit Messungen im Strömungskanal . . . . .	102
4.3	Nachlaufströmungen im Oberrheintal . . . . .	103
4.3.1	Hinweise aus Beobachtungen . . . . .	103
4.3.2	Simulation . . . . .	113
4.3.3	Simulierte Zeitreihe . . . . .	121
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Folgerungen</b>	<b>123</b>

# 1 Einleitung

Ein Vergleich von vertikalen Skalenlängen der Atmosphäre mit denen der Gebirge auf der Erde zeigt, daß die Erdoberfläche für die Atmosphäre einen sehr rauhen Untergrund darstellt. Die größten Gebirge erreichen eine Höhe, die der Dicke der Troposphäre entspricht, in der ein wesentlicher Anteil der Strömungsprozesse stattfindet, die als Wetter bezeichnet werden. Typische Mittelgebirge erreichen noch 10 Prozent der Skalenhöhe einer isothermen Atmosphäre ( $RT/g \approx 8,8$  km). Deshalb werden auch schon seit mehr als 60 Jahren dynamische Wechselwirkungen zwischen der Atmosphäre und der Erdoberfläche untersucht, wie es zum Beispiel Arbeiten zur Phänomenologie und zur Theorie von Schwerewellen zeigen [79] [91] [128].

Dabei wurden in der Meteorologie von Beginn an verschiedene Skalen unterschieden und die zugehörigen Phänomene getrennt von einander untersucht, wie Atkinson [8] in einem historischen Überblick feststellt. Auf der einen Seite wurde die Theorie synoptischer Systeme entwickelt, auf der anderen Seite wurden gleichzeitig schon Untersuchungen zum Transport und Ausbreitung von Luftbeimengungen durchgeführt.

Die Geländeformen bilden die markantesten Strukturen der festen Erdoberfläche, deren Einfluß auf die Strömung hier diskutiert werden soll. Fast alle mit der Geländeform verknüpften atmosphärischen Phänomene besitzen gleiche Längenskalen wie die Orographie selber. Diese sind zumindest bei Mittelgebirgen wesentlich kleiner als die Skalen synoptischer Phänomene in der Atmosphäre, die durch interne (barokline) Instabilitäten verursacht werden. Deshalb sind die hier diskutierten Prozesse und Phänomene der Mesoskala zuzuordnen, wie später genauer diskutiert werden wird. Weiter folgt daraus auch, daß diese Phänomene mit einer starken räumlichen Variabilität der atmosphärischen Felder verbunden sind, welche mit der Geländeform verknüpft ist.

Bei Kenntnis von Zusammenhängen zwischen regionalem Klima und Geländeform ist es möglich, für bestimmte Tätigkeiten des Menschen bevorzugte Gebiete auszuwählen. Damit erhalten die Wechselwirkungsprozesse, die später diskutiert werden, für viele Tätigkeiten des Menschen eine Bedeutung. Die Variation im Windfeld, des Niederschlags, der Lufttemperatur, und weiterer Parameter bestimmen mit, ob ein Gebiet für eine landwirtschaftliche Nutzung oder für Baumaßnahmen geeignet ist. Sie beeinflussen direkt auch den Transport von Luftbeimengungen,

was zum Beispiel bei der Planung von Standorten von Emittenten berücksichtigt werden muß.

Es werden hier Prozesse und Phänomene der Mesoskala  $\beta$  und  $\gamma$  untersucht, da vor allem sie für die Variabilität des regionalen Klimas verantwortlich sind. Phänomene, wie zum Beispiel die Leezyklogese, die sehr große Gebiete beeinflussen kann, werden hier nicht diskutiert. Auch sollen hier alle Prozesse ausgeschlossen werden, die vor allem mit der Variation der Landnutzung, der Bodenart und des Bodenzustands verknüpft sind.

Die verbleibenden Phänomene lassen sich in thermisch induzierte und in mechanisch induzierte Strömungsphänomene [8] einteilen. Zu den thermisch induzierten Windsystemen gehören Hangwinde und Berg - Talwinde, die durch Unterschiede in der Temperaturverteilung über inhomogenem Gelände verursacht werden. Sie sind in orographisch gegliedertem Gelände häufig das offensichtlichste Phänomen und haben auch eine große Bedeutung für den Luftaustausch in einem Gebiet. Ein großes Interesse finden diese Phänomene auch, weil sie durch Änderung der Landnutzung, zum Beispiel durch Baumaßnahmen, beeinflusst werden können. Sie sollten deshalb in der Regionalplanung berücksichtigt werden.

Mechanisch induziert nach Atkinson [8] sind alle Phänomene, die durch die Um- und Überströmung von Bergen erzeugt werden. Dazu gehören Leewellen, der Föhn, die Kanalisierung in breiten Tälern und Nachlaufströmungen, die hier einen Schwerpunkt bilden. Im Unterschied zu den thermisch induzierten Phänomenen, die lokale Antriebe besitzen, erhalten die mechanisch induzierten Phänomene ihren Antrieb durch die übergeordnete Skala in Form der großräumigen Strömung. Sie sind das Ergebnis einer Wechselwirkung zwischen der großräumigen Anströmung und der Orographie.

Viele Sturmereignisse im Gebirge sind durch Leewellen verursacht, wie Klemp und Lilly [75] beschreiben, und sind deshalb von großem Interesse für die mesoskalige Meteorologie. Lilly [84] vergleicht die Auswirkungen derartiger Stürme mit tropischen Wirbelstürmen und weist darauf hin, daß sie im Randbereich großer Gebirge häufig auftreten. Als mesoskaliges Phänomen sind sie operationell nur schwer vorherzusagen, da sie erst in den regionalen Wettervorhersagemodellen aufgelöst werden können. Da bei der Ausbildung dieser Stürme auch noch ein nichtlineares Verhalten dieser Schwerewellen eine Rolle spielt, auf das hier noch genauer eingegangen wird, müssen auch Instabilitäten bei der Beschreibung berücksichtigt werden.

Außer dieser regionalen Auswirkung haben Leewellen auch noch eine Bedeutung für die globale Zirkulation [84] [14]. Sie verursachen einen wesentlichen Impulstransport zwischen der höheren Atmosphäre und der Erdoberfläche, so daß man in globalen Wettervorhersage- und Klimamodellen auf eine gute Parametrisierung dieser Prozesse angewiesen ist.

Wegen der durch die Orographie verursachten Variabilität der meteorologischen Felder können Beobachtungen an einem Ort in der Atmosphäre ohne zusätzliche Information, wie zum Beispiel weitere Beobachtungen, Modellvorstellungen oder auch subjektive Erfahrungen, nicht weiter interpretiert, sondern nur (statistisch) beschrieben werden. Aus einer einzelnen Beobachtung kann kaum auf die sie verursachenden Prozesse geschlossen werden. Es kann nicht beurteilt werden, ob die beobachteten Strukturen durch Prozesse am Ort, in der Region oder in einer größeren Skala verursacht werden. Die Zuordnung eines Phänomens zu einer Skala ist aber ein wesentlicher Schritt zur Analyse. Sie ist zum Beispiel notwendig für die tägliche Wettervorhersage, bei der zunächst vor allem großräumige Strukturen analysiert und von kleinräumigen Phänomenen getrennt werden müssen.

Dieser Schritt der Zuordnung der beobachteten Strukturen setzt voraus, daß man die sie erzeugenden Prozesse in den verschiedenen Skalenbereichen kennt und hinreichend versteht. Für die großräumige Wettervorhersage steht ein weltweites operationelles Meßnetz zur Verfügung, dessen Dichte für die Erfassung einer beobachteten Struktur, wie einer Zyklone, meist ausreicht. Es bleiben aber viele unerklärte Strukturen übrig, die zu den kleineren, nicht aufgelösten Skalen gehören. Diese für die großräumige Wettervorhersage zunächst weniger wichtigen Prozesse werden aber vom einzelnen Beobachter trotzdem wahrgenommen, der diese Skalentrennung nicht durchführen kann. Dabei können diese kleinräumigen Strukturen dramatische Auswirkungen auf das Wetter an einem Ort haben, wie oben zitierte Beispiele belegen.

Für viele Probleme der Meteorologie ist es deshalb wichtig, möglichst das gesamte Spektrum der Prozesse und Phänomene zu kennen. Vielfach ist es notwendig zu wissen, ob es bevorzugte Gebiete oder Bedingungen für das Auftreten spezieller Phänomene gibt, was die Möglichkeit ihrer Vorhersage eröffnen kann. Wenn bestimmte regionale Phänomene in einem Gebiet häufiger auftreten, so kann man sie als relevant für das regionale Klima ansehen. Wenn für ein Gebiet derartige Phänomene erkannt worden sind, wird man versuchen, sie zu verstehen, und dabei

auch versuchen, die Frage zu klären, ob gleichartige Phänomene an anderen Orten auftreten, wo sie zum Beispiel wegen fehlender Beobachtungen bisher nicht erkannt worden sind.

Hier soll am Beispiel des Windfeldes im Oberrheintal versucht werden, derartige an zwei Orten durchgeführte Beobachtungen mit Hilfe eines mesoskaligen Modells zu analysieren. Auf Grund der Modellergebnisse wird eine Hypothese über Nachlaufströmungen im Mittelgebirge formuliert. Unter Einbeziehung strömungsmechanischer Argumente sollen Kriterien für das Auftreten derartiger Phänomene abgeleitet werden, um diese dann mit Beobachtungen und Modellsimulationen zu testen. Dabei werden sowohl idealisierte als auch realistische Bedingungen herangezogen, um die Modellösungen durch Vergleich mit Labormessungen zu überprüfen, und auch bei der Erklärung für das Verhalten von Nachlaufströmungen in der Atmosphäre einen Beitrag zu liefern. Es wird gezeigt, daß auch strömungsmechanische Kennzahlen sinnvolle Parameter zur Beschreibung des regionalen Klimas sind, die dann zur Übertragung der hier gewonnenen Ergebnisse auf andere Gebiete dienen können, und die als objektive Kriterien zur Beurteilung des Auftretens von Phänomenen, wie zum Beispiel der Kanalisierung in breiten Tälern, herangezogen werden können. Anhand der Diskussion des Windklimas im Oberrheintal werden sowohl stationäre als auch instationäre Bedingungen und Phänomene mit einem numerischen Modell untersucht. Ein Ergebnis dabei ist, daß durch interne Instabilitäten erzeugte Strukturen, die zur Mesoskala  $\gamma$  gehören, für das regionale Klima von Bedeutung sind, eine Vermutung, die schon Höhndorf 1928 [69] bei seiner Analyse der "Luftströmung in der oberrheinischen Tiefebene bei westlichen Winden" formuliert hat.

## 1.1 Modelle in der Mesoskala

Zur Bearbeitung derartiger Fragestellungen sind in der Meteorologie seit längerer Zeit für die lokale oder regionale Skala zunächst analytische Modelle entwickelt worden. Aufbauend auf strömungsmechanische Methoden wird damit versucht, zumindest für Teilaspekte Analysen zu liefern, vor allem dann, wenn Beobachtungen alleine zur Analyse keine hinreichende Informationen liefern konnten. Beispiele dieser Art sind die Hangwindmodelle von Prandtl [107], A. Defant und F. Defant [23], mit deren Hilfe man die beobachteten Profile von Wind und Temperatur über geneigten

Flächen verstehen kann. Die analytische Theorie der Hangwinde wurde bis heute immer weiter entwickelt [35] [37] [78]. Auch für andere Prozesse und Phänomene sind analytische Modelle entwickelt worden, so zum Beispiel zur Beschreibung des Einflusses thermischer Inhomogenitäten, wie sie von Schädler [113] oder Schumann [117] dargestellt werden. Wippermann [140] entwickelte eine analytische Beschreibung der Kanalisierung in breiten Tälern. Eine Vielzahl von analytischen Modellen gibt es zum Problem der Hindernisüberströmung, sowohl zweidimensional als auch dreidimensional. Häufig zitiert werden die Arbeiten von Lyra [91], in der der Einfluß von Geländestufen untersucht wird, oder von Queney [109], in der analytische Lösungen der Strömung über glatte Hindernisse beschrieben werden. Die Methode der linearisierten Modelle wurde bezüglich des Einflusses von inhomogenen Dichteverteilungen von Zierep [145] oder Vergeiner [135] weiterentwickelt und auch auf dreidimensionale Probleme angewendet, zum Beispiel von Wurtele [143] oder von Smith [119] [120] [122]. Ziel dieser Arbeiten war die Diskussion der Dynamik der Um- und Überströmung von Bergen. Es wurden auch nichtlineare Lösungen für einschränkende Bedingungen gefunden, z. B. von Long [87] oder Drazin [27].

Diese analytischen Modelle erlauben die Beschreibung einzelner isolierter Prozesse und der damit verbundenen Phänomene in Abhängigkeit einzelner externer Parameter, die es ermöglichen, diese Prozesse zu klassifizieren und zu verstehen. Aber diese Lösungen gelten in der Regel nur für einschränkende, idealisierte Bedingungen, deren Gültigkeit im Einzelfall oft nicht eindeutig festgelegt werden kann. Außerdem laufen in der Atmosphäre häufig viele der genannten Prozesse gleichzeitig ab, so daß die Ergebnisse dieser einfachen analytischen Modelle im Einzelfall nicht anwendbar sind. Deswegen wurden mit dem Fortschritt in der elektronischen Datenverarbeitung numerische Modelle erarbeitet, die mit zunehmender Kapazität der zur Verfügung stehenden Rechner immer komplexer werden.

Je genauer jedoch die numerischen Modelle die Atmosphäre beschreiben können, desto komplexer werden deren Lösungen, da es ja das Ziel dieser Modellentwicklungen ist, die Komplexität der Atmosphäre möglichst gut wiederzugeben. Dies bedeutet aber, daß diese Modellergebnisse zunächst ähnlich schwierig zu verstehen sind wie eine Messung in der Atmosphäre. Der wesentliche Vorteil jedoch gegenüber einer Beobachtung in der Atmosphäre ist die Reproduzierbarkeit der Simulationen. Erst derartige Modelle erlauben die Wiederholung einer Situation und entsprechend auch eine Variation der Parameter, so daß erst eine Modellsimulation mit einem

möglichst komplexen Modell eine Arbeitsweise erlaubt, die einem Experimentator im Labor möglich ist, nämlich eine Wiederholung von "Experimenten" bei gleichzeitiger Parametervariation und Vergleich der Ergebnisse. Dieser Weg ermöglicht die Überprüfung von Hypothesen, die zum Beispiel auch mit Hilfe der zitierten "einfachen" Modelle aufgestellt worden sind. Hier werden beide Modellkonzepte verküpfend angewendet.

Eine weitere wichtige Eigenschaft von Modellösungen ist die Vollständigkeit der Lösungen innerhalb der Modellphysik. So erhält man mit einer gleichmäßigen räumlichen und zeitlichen Verteilung zueinander konsistente Werte aller notwendigen physikalischen Variablen, wodurch sich die Analyse einer Simulation im Vergleich zu Beobachtungen wesentlich vereinfacht, oder diese erst möglich wird. Auch sind die Werte aus Modellsimulationen im Rahmen der Modellphysik frei von Meßfehlern. Dabei darf natürlich nicht vergessen werden, daß Modelle in der Regel eine vereinfachende Beschreibung der Prozesse beinhalten, bei der fehlerbehaftete Größen als Rand- und Anfangswerte eingehen.

Viele Anwendungen mesoskaliger Modelle demonstrieren diese Eigenschaften der Lösungen. In vielen Fällen werden diese Modelle auf typische Situationen angewendet, wobei die Definition des "typischen" Falls meist von den Autoren mit subjektiven Kriterien durchgeführt wird. Außerdem beschränkt sich die Anwendung der Modelle auf ein bestimmtes Gebiet, um einzelne, am Ort aufgetretene Phänomene zu analysieren. Meist wird darauf verzichtet, die Ergebnisse so aufzubereiten, daß sie auf andere Situationen übertragbar werden. Beispiele derartiger Untersuchungen sind Simulationen von Kaltluftabflüssen in einem Moselseitentale von Groß [57] oder im Tal des Bush Creek von Leone und Lee [83] oder in der California Geysers area von Yamada [144], um nur einige zu nennen, die dieselben atmosphärischen Prozesse behandeln. Andere Arbeiten bemühen sich, die Beobachtungen während eines Feldexperiments möglichst genau wiederzugeben, um sie besser analysieren zu können, wie es zum Beispiel von Schlünzen [115] oder Adrian und Fiedler [6] gezeigt worden ist. Auf das letzte Beispiel wird hier noch genauer eingegangen.

Eine Erweiterung der Anwendung zeigen Arbeiten, in denen die Auswirkungen von Änderungen der Flächennutzung abgeschätzt werden, um planerische Entscheidungen zu unterstützen. In derartigen Anwendungen werden auch wieder "typische" Situationen definiert, um in diesen Situationen die Auswirkungen von Änderungen der unteren Randbedingungen durch Vergleich von Simulationen zu zeigen. Bei-

spiele sind Arbeiten von Groß [58], Eichhorn [39], oder auch von Fiedler und Adrian [50].

Der Versuch, synthetische Klimakarten zu konstruieren, wie es zuerst Wippermann und Groß [142], dann Heimann [64] oder Adrian [3] gezeigt haben, ist eine weitere Anwendung mesoskaliger Modelle in der regionalen Klimatologie. Heimann verwendet allerdings ein vereinfachtes Modell, das die Simulation von längeren Zeitreihen ermöglicht, die dann wie üblich, auch statistisch ausgewertet werden können. In den anderen genannten Arbeiten wird versucht, simulierten stationären Einzelfällen Häufigkeiten zuzuordnen, die aus statistischen Parametern externer Modellparameter bestimmt werden. Dieser Ansatz setzt voraus, daß die verwendeten Modelllösungen eindeutige Funktionen der externen Parameter sind, was nicht immer erfüllt ist, wie später hier gezeigt werden wird.

Bei einer weiteren Gruppe von Modellanwendungen in der Mesoskala werden einzelne isolierte Prozesse untersucht. In diesen Fällen gleicht die Arbeitsweise der im Labor, bei der Experimente bei gleichzeitiger Veränderung äußerer Bedingungen mehrfach wiederholt werden. Häufig dienen einfache Modellvorstellungen, entwickelt aus einfachen Modellen, als Grundlage oder Arbeitshypothese, die mit Hilfe der komplexen Modelle überprüft werden. Dieser Anwendungsbereich mesoskaliger Modelle überdeckt den gesamten Skalenbereich, von mikrometeorologischen Prozessen (Schädler [113], Schumann [116]) bis hin zu dynamischen Problemen der Gebirgsüberströmung. Letztere wurde schon frühzeitig untersucht, weil viele Aspekte mit zweidimensionalen Modellen untersucht werden konnten, zum anderen weil viele Erkenntnisse aus Experimenten und aus linearen Theorien existierten, wie oben erwähnt worden ist. Hier sind Arbeiten von Clark, Peltier [18] [103], Lilly, Klemp [85] [76], Durran, Klemp [30] [74] zu nennen, bei denen sowohl lineare Theorien als auch Konzepte aus der Hydraulik als Hypothesen mit mesoskaligen Modellen getestet worden sind, auf die später ebenfalls noch genauer eingegangen wird.

Diese Übersicht über typische Anwendungen mesoskaliger Modelle zeigt, daß bisher der Schwerpunkt der Anwendung mesoskaliger Modelle bei der möglichst genauen Beschreibung von Einzelfällen liegt. In dieser Arbeit wird ein solches Modell zum Testen von Arbeitshypothesen eingesetzt, um die untersuchten Phänomene besser zu verstehen.

## 1.2 Zur Klimadefinition

Bei den genannten Prozeßstudien wird vor allem der Einfluß der Randbedingungen auf die Modellösung diskutiert. Dabei stellt sich die Frage, wie weit derartige Prozesse und zugehörige Phänomene klimarelevant sind. Um dies zu diskutieren, muß hier eine Definition des Begriffs Klima folgen. Dabei soll keine neue Definition zu den vielen in der Literatur existierenden hinzugefügt werden, sondern es soll nur die hier angewendete Definition des Begriffs Klima genannt werden.

Eine hier relevante Definition ist die von Leith [82] gewählte Formulierung: Alle Prozesse und Phänomene in der Atmosphäre, die vor allem durch externe Parameter und Randbedingungen bestimmt werden, gehören zum Klima, alle durch Anfangsbedingungen bestimmten Prozesse und Phänomene gehören zum Wetter.

In der globalen Skala beschreibt ein globales Zirkulationsmodell das Wetter, solange die Lösung noch mit den Anfangsbedingungen korreliert ist. Nach einiger Zeit "vergißt" das Modell diese Anfangsbedingungen und die Lösung wird nur noch durch die Randbedingungen und durch externe Parameter wie Sonnenstand, Orographie usw. bestimmt. Im ersten Zeitbereich liefert das globale Zirkulationsmodell eine Wettervorhersage, anschließend liefert es eine Klimabeschreibung.

In der Mesoskala  $\gamma$  liefert ein entsprechendes Modell wegen der dort charakteristischen kurzen Zeitskalen meist eine Klimabeschreibung, da die Information über die Anfangswerte sehr schnell verloren geht, wenn man von Trägheitsschwingungen absieht, die jedoch nicht unwichtig in dieser Skala sind. Ein mesoskaliges Modell wird dann als Klimamodell verwendet, wenn damit die Reaktion der Modellatmosphäre auf äußere Zwangsbedingungen und auf Randbedingungen untersucht wird.

Die hier zitierte Klimadefinition ist sehr eng auf Modellkonzepte bezogen. Sie ist deswegen nicht universell, wie viele andere Klimadefinitionen auch. Sie trennt aber scharf zwischen der Beschreibung einer einzelnen Situation und der Analyse eines Prozesses oder Phänomens in der Mesoskala. Dabei soll der Begriff Mesoskala, wie er hier verwendet wird, jetzt auch genauer erläutert werden.

## 1.3 Skalen

In der Meteorologie wird zwangsläufig wegen der großen räumlichen und zeitlichen Bandbreite atmosphärischer Phänomene immer nur ein kleiner spektraler Bereich untersucht. Auch die folgenden Analysen beschränken sich auf einen kleinen räumli-

chen und zeitlichen Ausschnitt. Deshalb ist es zu Beginn notwendig, die betrachteten Skalen zu definieren, da die verwendeten Methoden von diesen Skalen abhängen.

Eine häufig zitierte Einteilung atmosphärischer Skalen hat Orlanski [98] mit dem Ziel vorgeschlagen, einheitliche Begriffe einzuführen. Die hier zutreffende Längenskala wird in dieser Einteilung als Mesoskala  $\gamma$  bezeichnet, die einen Bereich zwischen 2 und 20 km bezeichnet. Allerdings werden im folgenden auch solche Prozesse, wie Trägheitsschwingungen nicht ausgeschlossen, die Orlanski ausdrücklich der Mesoskala  $\beta$  zugeordnet hat. Fortak [53] unterscheidet deshalb in einem Skalendiagramm zwischen mechanisch durch die Orographie induzierten Strukturen und thermischen, konvektiven Strukturen.

Die Anwendung der von Orlanski vorgeschlagenen Zeitskala gestaltet sich schwieriger. Hier werden Prozesse betrachtet, deren Zeitskalen zwischen denen von internen Schwerewellen, die durch die Brunt - Väisälä - Frequenz

$$N = \left( \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^{\frac{1}{2}}$$

bestimmt werden, und der Tagesperiode liegen. ( $g$  ist die Schwerebeschleunigung,  $\theta$  die potentielle Temperatur.) Zwischen beiden Zeitskalen liegt noch die der Trägheitsschwingungen, die durch den Coriolis - Parameter  $f$  festgelegt ist. Dieser Skalenbereich fällt nach Orlanskis Einteilung in die Mesoskala, in die synoptische und in die planetarische Skala. Letzteres ist hier nicht sinnvoll, weshalb die hier verwendeten charakteristischen Skalen und die daraus resultierenden dimensionslosen Kennzahlen definiert werden müssen.

Es wird hier die Um- und Überströmung von "mesoskaligen" Bergen untersucht, wie sie in den typischen Mittelgebirgslandschaften, zum Beispiel in Südwestdeutschland, vorhanden sind. Alle verwendeten Skalen werden hier so festgelegt, daß sie für diese Prozesse relevant sind.

Als Skala für die horizontale Windgeschwindigkeit  $U$  wird der geostrophische Wind als ein sinnvolles Maß angenommen, der den großräumigen Antrieb für die betrachteten Strömungsprozesse beschreibt. Die Skala  $W$  für die vertikale Komponente der Windgeschwindigkeit wird vor allem durch die Hindernisneigung und durch die Anströmung festgelegt, so daß sie keine eigene Skala benötigt sondern gut beschrieben wird durch

$$W = U \frac{H}{a},$$

wobei  $H$  das Maß für die Höhe und  $a$  das Maß für die horizontale Ausdehnung der Hindernisse ist. Das Verhältnis  $\frac{H}{a}$  ist also das Aspektverhältnis der Hindernisse.  $a$  wird weiter als horizontale Längenskala verwendet. Die vertikale Längenskala der atmosphärischen Variablen wird bei den hier gezeigten Analysen vor allem durch die Ausbreitung interner Schwerewellen bestimmt, deren vertikale Skala durch  $U/N$  festgelegt wird. Die Zeitskala wird ebenfalls über die Brunt - Väisälä Frequenz mit  $N^{-1}$  abgeschätzt, in Anlehnung an Orlanski [98]. Der horizontale Druckterm wird mit  $\frac{U^2}{\rho_0 a}$  skaliert. Die Dichteskala  $\rho_0$  wird als konstant angenommen, da nur flache Phänomene diskutiert werden sollen.

Ausgangspunkt für alle Betrachtungen bilden in dieser Arbeit die Navier - Stokes Gleichungen,

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \vec{k}g - f\vec{k} \times \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} \quad (1)$$

die hier unter der Vereinfachung einer divergenzfreien Strömung angegeben sind (siehe z. B. bei Landau und Lifschitz [80]). Daraus erhält man mit den oben aufgeführten Skalen die Navier - Stokes Gleichungen in dimensionsloser Form mit  $\vec{v} = \hat{v}U$ ,  $w = \hat{w}U\frac{H}{a}$ ,  $t = \hat{t}N^{-1}$ ,  $\nabla_h = a^{-1}\hat{\nabla}_h$ ,  $z = \hat{z}\frac{U}{N}$  und  $p = \hat{p}\frac{U^2}{\rho_0}$ :

$$\begin{aligned} Fr \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{t}} + \hat{v} \cdot \hat{\nabla}_h \hat{v} + Fr_h \hat{w} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{z}} = & - \frac{1}{\hat{\rho}} \hat{\nabla} \hat{p} - \frac{\vec{k}}{Fr^2} \\ & - \frac{1}{Ro} \vec{k} \times \hat{v} \\ & + \frac{1}{Re} \hat{\Delta}_h \hat{v} + \frac{1}{Re} \frac{Fr_h}{Fr} \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{z}^2} \end{aligned} \quad (2)$$

Die Differentialoperatoren  $\nabla_h$  und  $\Delta_h$  beinhalten nur die horizontalen Ableitungen.

In der Gleichung treten folgende dimensionslose Kennzahlen auf:

1. die Froude - Zahl

$$Fr = \frac{U}{Na}$$

gebildet mit der horizontalen Längenskala,

2. die Froude - Zahl

$$Fr_h = \frac{U}{NH}$$

gebildet mit der vertikalen Längenskala  $H$ ,

3. die Rossby - Zahl

$$Ro = \frac{U}{fa}$$

#### 4. die Reynolds - Zahl

$$Re = \frac{Ua}{\nu}$$

Hier sollen Geschwindigkeitsbereiche zwischen 1 und 10 m/s, horizontale Längsbereiche zwischen 100 m und 100 km, und ein Bereich der Brunt - Väisälä - Frequenz zwischen  $0,01$  und  $0,1 \text{ s}^{-1}$  betrachtet werden. Die Hindernishöhen sollen zwischen 100 und 1000 m liegen. Daraus ergeben sich Wertebereiche für die dimensionslosen Kennzahlen von

$$10 > Fr > 10^{-4}$$

$$10 > Fr_h > 0,1$$

$$10^3 > Ro > 0,1$$

Die Reynolds-Zahl  $Re$  ist auch bei den vorliegenden Längenskalen so groß, daß die viskose Reibung, wie bei fast allen meteorologischen Strömungsproblemen, zunächst vernachlässigt wird.

Deshalb bleiben hier die drei dimensionslosen Kennzahlen  $Fr$ ,  $Fr_h$  und  $Ro$  zur Charakterisierung der Strömung. Es stellt sich hier das Problem, wie empfindlich die Strömung in den genannten Skalenbereichen von diesen Kennzahlen abhängt, und damit auch die Frage, wie weit diese Kennzahlen als relevante Klimaparameter angesehen werden können. Bestimmen sie den Zustand des Strömungsfeldes in einer Region, dann sind sie Klimazustandsparameter, mit denen das Klima klassifiziert werden und auf dynamisch ähnliche Fälle zurückgeführt werden kann.

Die hier gewählten Skalen beziehen sich auf das Problem der Hindernisumströmung, bei der Grenzschichtprozesse eine untergeordnete Rolle spielen sollen. Deswegen treten hier auch keine Parameter wie eine Schubspannungsgeschwindigkeit oder eine Rauigkeitslänge auf. Damit soll hier darauf hingewiesen werden, daß für atmosphärische Strömungen keine allgemeine Skalierung möglich ist, sondern von der Problemstellung abhängige Skalen verwendet werden müssen.

Aus der dimensionslosen Form der Bewegungsgleichung (2) folgen zwei einfache Zusammenhänge, die hier schon auf die Bedeutung der Kennzahlen hinweisen. Zunächst kann man erkennen, daß bei kleinen Werten der Froude - Zahlen die Strömung sich nahezu zweidimensional in horizontalen Ebenen verhält, da die vertikale Advektion als vertikal wirkende Kopplung klein wird. Dieses Verhalten ist für die Erklärung von einigen Strömungsphänomenen von Bedeutung, wie später

genauer diskutiert werden wird. Bei großen Werten der Froude - Zahlen werden die horizontal wirkenden Advektionsterme, aber auch die horizontalen Druckterme, gegenüber der Vertikaladvektion klein. Die Strömung verhält sich zweidimensional in vertikalen Flächen. Während bei großen Werten der Froude - Zahl  $Fr$  die Wirkung der Schwerebeschleunigung klein ist, ist sie groß bei kleinen Werten. Im letzten Fall ist das Druckfeld bestimmt durch das hydrostatische Gleichgewicht zwischen Schwerebeschleunigung und Druckgradientbeschleunigung, im anderen Fall wird das Druckfeld vor allem durch Staueffekte bestimmt. Die Auswirkung auf die Strömungsform wird später genauer diskutiert werden.

Die Diskussion der Bedeutung der Kennzahlen auf die Strömungsform bildet einen Schwerpunkt der folgenden Darstellung.

## 2 Modellmäßige Beschreibung

Als wesentliches Hilfsmittel dieser Arbeit dient das Karlsruher atmosphärische mesoskalige Modell *KAMM* [6], das im folgenden beschrieben wird. Um die dynamischen Eigenschaften des Modellgleichungssystems herauszustellen, wird die Ableitung des Gleichungssystems, insbesondere die Rechtfertigung für die verwendete Filterung, dargestellt. Dabei wird sowohl eine Skalenanalyse durchgeführt als auch die Dispersionsgleichung diskutiert, um sie gegen ein hydrostatisch gefiltertes System abzugrenzen. Denn gerade in der vorliegenden Skala überlappen sich die Anwendungsbereiche beider Modelltypen. Dabei lassen sich die Anwendungsbereiche mit den im vorhergehenden Kapitel definierten Kennzahlen angeben.

Die Bedeutung der Kennzahlen für die Lösungsformen kann mit Hilfe der linearisierten Lösungen diskutiert werden, die ebenfalls hier abgeleitet werden. Der Zusammenhang zwischen den Kennzahlen und den Lösungsformen soll das Verständnis der dynamischen Prozesse in dieser Skala vereinfachen.

### 2.1 Formulierung des Gleichungssystems

Ausgangspunkt für die Ableitung eines Gleichungssystems zur Beschreibung der Strömungsprozesse in der Mesoskala  $\gamma$  [98] sind die Eulergleichungen, da viskose Reibung in dieser Skala vernachlässigt wird (s. Kapitel 1.3). Die Gleichungen werden in einem rotierenden, bezüglich der Erdoberfläche festen System formuliert, wobei die Erdkrümmung wegen der Beschränkung des Untersuchungsgebietes vernachlässigt wird. Ebenso wird die Coriolisbeschleunigung in vertikaler Richtung vernachlässigt. Mit diesen Annahmen ergeben sich die Gleichungen in einem kartesischen System zu

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \delta_{i3} g + 2\varepsilon_{ijk} \Omega_j u_k = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

Dabei hat das Permutationssymbol die Bedeutung

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 0, & \text{für } i = j, \quad j = k, \quad i = k \\ -1, & \text{für ungerade Permutationen von } i, j, k \\ 1, & \text{für gerade Permutationen von } i, j, k \end{cases}$$

Die  $u_i$  sind die kartesischen Geschwindigkeitskomponenten,  $\rho$  die Dichte und  $p$  der Druck.  $\Omega_i$  sind die Komponenten der Winkelgeschwindigkeit der Erde.

Für die folgenden Betrachtungen wird angenommen, daß die Atmosphäre aus dem idealen Gas "Luft" besteht. Es finden keine Kondensationsprozesse statt. Als Zustandsgleichung wird deshalb die Gleichung für ein ideales Gas mit der individuellen Gaskonstante  $R$  verwendet.

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (4)$$

Der erste Hauptsatz läßt sich dann in seiner einfachen Form formulieren

$$c_v \frac{dT}{dt} + p \frac{d\rho^{-1}}{dt} = q \quad (5)$$

$q$  faßt die Wärmequellen zusammen, die in dem vorliegenden System nur durch die Divergenz der Strahlungsflüsse gegeben ist,  $v$  ist hier das spezifische Volumen,  $c_v$  die spezifische Wärme bei konstantem Volumen.

Die Kontinuitätsgleichung sei hier auch angegeben:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (6)$$

Für die folgenden Betrachtungen werden jetzt entsprechend dem Vorschlag von Batchelor [9] und Ogura und Phillips [97] zwei neue Zustandsvariablen eingeführt, die potentielle Temperatur

$$\theta = T \left( \frac{p}{p_0} \right)^{-R/c_p}$$

und die Exnerfunktion.

$$\pi = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{R/c_p}$$

Damit kann das System (3) bis (6) vereinfacht werden, indem die Zustandsgleichung eliminiert wird. Das resultierende Gleichungssystem dient dann als Ausgangspunkt zur Ableitung der Modellgleichungen des mesoskaligen Modells KAMM [6]. Es besteht aus den folgenden Gleichungen:

1. den Bewegungsgleichungen,

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + c_p \theta \frac{\partial \pi}{\partial x_i} + \delta_{i3} g + 2\varepsilon_{ijk} \Omega_j u_k = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

2. der Kontinuitätsgleichung [29],

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{R}{c_v} \frac{\partial}{\partial x_i}(\pi u_i) = \frac{R}{c_v} \frac{\pi}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (8)$$

3. der Temperaturgleichung (1. Hauptsatz).

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{q}{c_p \pi} \quad (9)$$

Das Gleichungssystem (7) bis (9) ist geschlossen. Die Zustandsgleichung ist in der Transformation von den Variablen  $p$  und  $T$  in die Variablen  $\pi$  und  $\theta$  implizit enthalten.

### 2.1.1 Die anelastische Approximation

Das Gleichungssystem (7) bis (9) beschreibt reibungsfreie kompressible Strömungen. Für die Anwendung in der Mesoskala ist immer noch eine Filterung der Schallprozesse sinnvoll, um den Lösungsaufwand und die Initialisierungsprobleme in Grenzen zu halten. Es gibt inzwischen mehrere ungefilterte numerische Modelle, die aber meist für die Mikroskala entwickelt worden sind. Zweidimensionale Anwendungen ungefilterter Modelle zeigen zum Beispiel Durran und Klemp [30] oder Tangermann - Dlugi [129]. Tripoli und Cotton [130] behandelten die Kontinuitätsgleichung linear und vereinfachten dadurch die Lösung.

Eine Übersicht über Anwendungen der von Hinkelmann [66] [67] entwickelten Methode zur Ableitung eines gefilterten Gleichungssystems findet man zum Beispiel bei Herbert [65] oder Hauf [60]. Sie besteht darin, eine oder mehrere zeitliche Differentialoperatoren gleich Null zu setzen. Man erhält dadurch eine oder mehrere diagnostische Gleichungen, die entsprechend viele prognostische Gleichungen ersetzen. Hier wird diese Prozedur auf die Kontinuitätsgleichung angewendet, indem sie auf die Bedingung der Divergenzfreiheit des Windfeldes reduziert wird.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (10)$$

Die so entstehende Filtergleichung wird zur Lösung des Systems nicht weiter verwendet, sondern sie wird benutzt, um eine andere zweite diagnostische Gleichung abzuleiten, die dann bei der Lösung benötigt wird. Analog zu Hinkelmann [67] wird die Divergenzgleichung aus den Bewegungsgleichungen bestimmt, und auf diese die Filtergleichung (10) angewendet. Man erhält dann eine Gleichung zur Bestimmung des Druckfeldes.

$$c_p \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \theta \frac{\partial}{\partial x_j} \pi \right) = - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - 2 \varepsilon_{ijk} \Omega_k \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (11)$$

Die Gleichungen (7), (9) und (11) bilden jetzt das vollständige gefilterte System, das keine Schallprozesse mehr beschreibt [141], wie später noch erläutert wird. Man erkennt diese Tatsache hier aber auch an der elliptischen Form der Druckgleichung (11), die bei der numerischen Lösung des Gleichungssystems besonders berücksichtigt werden muß [101]. Sie koppelt das Druck- und Geschwindigkeitsfeld so, daß sich alle Störungen unendlich schnell ausbreiten, das heißt, daß jeder Raumpunkt Informationen von jedem anderen erhält. Im Vergleich dazu breiten sich die Druckstörungen im ungefilterten System mit Schallgeschwindigkeit über Gleichung (8) aus.

Die Filtermethode stellt zwar die Filterung von Lärmprozessen sicher. Sie gewährleistet aber nicht, daß das resultierende System noch sinnvolle Lösungen hat. Ein Weg zu entscheiden, welche Prozesse das gefilterte System sinnvoll beschreibt, ist die Skalenanalyse. Diese wurde für das System (7) bis (11) von Batchelor [9] für eine neutral geschichtete Atmosphäre durchgeführt. Er zeigt, daß das Gleichungssystem für Prozesse gilt, bei denen die Druck- und Dichtestörungen nur gering vom adiabatischen Referenzzustand abweichen. Diese Bedingung ist immer dann erfüllt, wenn die vertikale Skalenlänge der Prozesse klein gegen die Skalenlänge einer isothermen Atmosphäre  $RT/g$  ist. Philipps und Ogura [97] führen deshalb die Bezeichnung "anelastische Approximation für flache Konvektion" ein.

Dutton und Fichtl [34] erweitern die Skalenanalyse und berücksichtigen einen stationären, hydrostatischen Referenzzustand, wodurch sich jedoch das Ergebnis der Analyse qualitativ nicht ändert. Nur die Referenzlänge kann neu definiert werden zu  $L_\rho = (\partial \ln \rho_0 / \partial z)^{-1}$ . Außerdem beziehen sie in ihrer Analyse die Zeitskala ein. Sie zeigen, daß in dem vorliegenden System eine längenskalenabhängige Grenzfrequenz existiert. Je kleiner die vertikale Längenskala ist, desto schneller dürfen die Prozesse im Modellsystem sein. Bei der alternativen "anelastischen Approximation für tiefe Konvektion" mit der Filtergleichung  $\nabla \cdot \rho_0(z)\vec{v} = 0$  ist die Grenzfrequenz die Brunt-Väisälä-Frequenz  $N = \sqrt{\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}}$ .

Da Dutton und Fichtl andere thermodynamische Variablen in ihrer Analyse verwenden, wird sie hier wiederholt. Dazu wird das Gleichungssystem um einen ruhenden hydrostatischen Grundzustand linearisiert, der durch die Variable  $\theta_0$  und  $\pi_0$  beschrieben wird.

$$c_p \theta_0(x_3) \frac{\partial \pi_0}{\partial x_3} = -g \quad (12)$$

Aus der linearisierten dritten Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial u'_3}{\partial t} = -c_p \theta_0 \frac{\partial \pi'}{\partial x_3} + g \frac{\theta'}{\theta_0} \quad (13)$$

werden zwei wesentliche Abschätzungen abgeleitet. Dazu wird für die Variablen im System ein Fourier - Ansatz gemacht, wodurch Abschätzungen über die Zeitskalen ermöglicht werden.

$$\phi(x_1, x_2, x_3, t) = \hat{\phi}(\omega, k_1, k_2, x_3) \exp i(\omega t + k_1 x_1 + k_2 x_2) \quad (14)$$

Die Größenordnungen der Terme in den Gleichungen werden dann über die Fouriertransformierten abgeschätzt.

$$\phi \approx |\hat{\phi}|, \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} \approx |\omega \hat{\phi}|, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x_1} \approx k_1 |\hat{\phi}|, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x_3} \approx \left| \frac{\partial \phi}{\partial x_3} \right| = \frac{|\hat{\phi}|}{L_\phi},$$

$$\left| \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x_3} \right| \approx \frac{|\hat{\phi}|}{L_\phi}, \quad |k_{1,2}| \approx \frac{2\pi}{L_H}$$

$L_H$  ist eine typische horizontale Wellenlänge, die hier beispielsweise durch die Orographie bestimmt wird. Die Fourier - Transformierte von Gleichung (13) ergibt sich damit zu

$$i\omega \hat{u}_3 = -c_p \theta_0 \frac{\partial \hat{\pi}}{\partial x_3} + g \frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \quad (15)$$

Wenn der Auftriebsterm zu einer vertikalen Beschleunigung führt, dann wird folgende Abschätzung für Gleichung (15) gewählt:

$$|\omega \hat{u}_3| \approx \left| g \frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \right| \quad (16)$$

Dutton [33] begründet diese Abschätzung damit, daß in einem solchen konvektiven Fall der Druckterm und der Auftriebsterm außer Phase sind, weil bei Konvektion der Auftriebsterm die Vertikalbeschleunigung wesentlich bestimmt und die Kopplung an die horizontalen Impulskomponenten geringer ist.

Im nichtkonvektiven Fall wirkt vor allem der Umverteilungsmechanismus zwischen vertikalem und horizontalem Impuls über den Druckterm. Dies setzt voraus, daß der Auftriebsterm und der Druckterm im wesentlichen in Phase sind. Damit verhalten sich die Störungen überwiegend hydrostatisch.

$$c_p \theta_0 \frac{\partial \hat{\pi}}{\partial x_3} \approx g \frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \quad (17)$$

Daraus folgt dann

$$\left| \frac{\hat{\pi}}{\pi_0} \right| \approx L_\pi \frac{g}{c_p \theta_0 \pi_0} \left| \frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \right| \quad (18)$$

Diese Abschätzungen werden jetzt verwendet, um die Größenordnungen der Terme in der Kontinuitätsgleichung untereinander zu vergleichen.

Die linearisierte Form der Kontinuitätsgleichung (8) lautet

$$\frac{\partial \pi'}{\partial t} + \frac{R}{c_v} \left( u_1 \frac{\partial \pi'}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial \pi'}{\partial x_2} + u_3' \frac{\partial \pi_0}{\partial x_3} \right) = -\frac{R}{c_v} \pi_0 \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} \right) \quad (19)$$

Die Fouriertransformierte der linearisierten Kontinuitätsgleichung ergibt sich zu

$$i\omega \hat{\pi} + \frac{R}{c_v} i(u_1 k_1 + u_2 k_2) \hat{\pi} + \hat{u}_3 \frac{R}{c_v} \frac{\partial \pi_0}{\partial x_3} = -\frac{R}{c_v} \pi_0 i(k_1 \hat{u}_1 + k_2 \hat{u}_2) - \frac{R}{c_v} \pi_0 \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial x_3} \quad (20)$$

Im nächsten Schritt werden die Terme der Gleichung (20) durch den letzten Term dividiert und die Größenordnung der Quotienten unter Verwendung von (16) und (18) abgeschätzt.

#### 1. lokale zeitliche Tendenz

$$\frac{i\omega \hat{\pi}}{\frac{R}{c_v} \pi_0 \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial x_3}} \approx \frac{c_v}{R} |\omega^2| \left( \frac{L_w}{g} \right) \left( \frac{g}{c_p \theta_0 \pi_0} L_\pi \right) \quad (21)$$

Dieser Term ist vernachlässigbar, da

$$|\omega^2| \ll \frac{g}{L_w}$$

Wenn man hier schon die Einschränkung für flache Prozesse einführt, daß die vertikalen Skalen  $L_\phi$  klein gegenüber der Skalenlänge einer isothermen Atmosphäre  $R\theta_0\pi_0/g$  sind, erhält man noch die Bedingung, die die Größenordnung des Terms zusätzlich verkleinert (mit der Schallgeschwindigkeit  $c_s = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} R\theta_0\pi_0}$ ).

$$L_\pi \ll \frac{c_p \theta_0 \pi_0}{g} = \frac{c_v c_s^2}{R g} = O(3 \cdot 10^4 m)$$

#### 2. horizontale Advektion

$$\frac{\frac{R}{c_v} i(u_1 k_1 + u_2 k_2) \hat{\pi}}{\frac{R}{c_v} \pi_0 \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial x_3}} \approx \frac{L_w}{L_H} \left| \frac{\hat{u}_{1,2}}{\hat{u}_3} \right| \left| \frac{\hat{\pi}}{\pi_0} \right| \quad (22)$$

Auch dieser Term ist klein, da

$$\left| \frac{\hat{u}_{1,2}}{\hat{u}_3} \right| \frac{L_w}{L_H} \leq 1$$

und

$$\left| \frac{\hat{\pi}}{\pi_0} \right| \ll 1$$

### 3. vertikale Advektion

$$\frac{\frac{R}{c_v} \frac{\partial \pi_0}{\partial x_3}}{\frac{R}{c_v} \pi_0 \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial x_3}} \approx L_w \frac{g}{c_p \theta_0 \pi_0} \quad (23)$$

Dieser Term ist sehr klein, solange

$$L_w \ll \frac{c_p \theta_0 \pi_0}{g} = \frac{c_v c_s^2}{R g}$$

gilt. Das ist die Beschränkung auf die "flache Konvektion", die hier notwendig ist, um die Filtergleichung (10) zu erhalten.

### 4. horizontale Divergenz

$$\frac{\frac{R}{c_v} \pi_0 i (k_1 \hat{u}_1 + k_2 \hat{u}_2)}{\frac{R}{c_v} \pi_0 \frac{\partial \hat{u}_3}{\partial x_3}} \approx \left| \frac{\hat{u}_{1,2}}{\hat{u}_3} \right| \frac{L_w}{L_H} \leq 1 \quad (24)$$

Nur das Verhältnis des horizontalen zum vertikalen Divergenzanteil besitzt die Größenordnung 1, so daß nur der Divergenzterm in der Kontinuitätsgleichung (8) nicht vernachlässigbar ist und sich die Kontinuitätsgleichung zur Filtergleichung (10) vereinfacht.

Auf diese Weise kann die Skalenanalyse von Dutton und Fichtl [34] auch mit den hier verwendeten thermodynamischen Variablen  $\pi$  und  $\theta$  wiederholt werden. Das Ergebnis dieser Analyse ist die Filtergleichung (10), die im folgenden weiter verwendet wird.

Dutton diskutiert außerdem dynamische Unterschiede zwischen der anelastischen Approximation für flache und tiefe Konvektion [33]. Während bei der tiefen Konvektion Dichtestörungen sowohl mit Temperatur- als auch mit Druckstörungen verbunden sind, verhalten sich bei flacher Konvektion Temperatur- und Dichtestörungen zueinander proportional. Die Wandlung verfügbarer potentieller Energie in kinetische Energie findet bei tiefer Konvektion über das Dichte- und Druckfeld statt, bei flacher Konvektion ausschließlich über das Dichtefeld.

Wippermann [141] geht einen anderen Weg, um die Gültigkeit unterschiedlicher Lärmfilterungen zu prüfen. Er vergleicht die Dispersionsgleichungen der verschiedenen linearisierten Systeme und entscheidet entsprechend den Unterschieden.

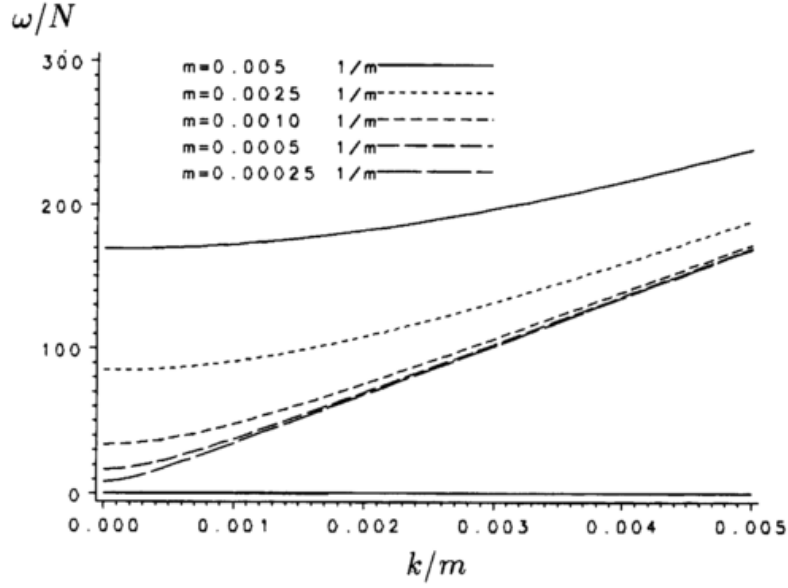


Abbildung 1: Die Dispersionsbeziehung des ungefilterten Systems. Es ist die dimensionslose Frequenz  $\omega/N$  als Funktion der horizontalen Wellenzahl für verschiedene vertikale Wellenzahlen dargestellt. Der Bereich  $\omega/N < 1$  ist in Abbildung 2 mit anderer Skalierung dargestellt.

Im vorliegenden Fall werden die oben diskutierten Ergebnisse der Skalenanalysen bestätigt.

An Hand der Dispersionsrelation läßt sich die Wirkung der Filterung demonstrieren. Sie lautet für das hier diskutierte System (13), (19) und der linearisierten ersten Bewegungsgleichung in zweidimensionaler Form und ohne Berücksichtigung der Coriolisbeschleunigung:

$$\left(\frac{\omega^2}{N^2} - 1\right) \frac{N^2}{c_s^2 k^2} + \left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1\right) = \frac{m^2}{k^2} \quad (25)$$

Die Dispersionsgleichung (25) läßt sich in eine biquadratische Form bringen

$$\left(\frac{\omega}{N}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{N}\right)^2 \left(1 + \frac{c_s^2}{N^2} (k^2 + m^2)\right) + \frac{c_s^2}{N^2} k^2 = 0$$

und besitzt zwei Lösungspaare, die zwei unterschiedliche Wellenformen beschreiben:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &< N^2 && \text{interne Schwerewellen,} \\ \omega_2^2 &> N^2 && \text{Schallwellen} \end{aligned}$$

Die Lösung der Dispersionsgleichung ist in Abbildung 1 dargestellt. Die Brunt-Väisälä-Frequenz ist die Grenzfrequenz zwischen den transversalen Schwerewellen

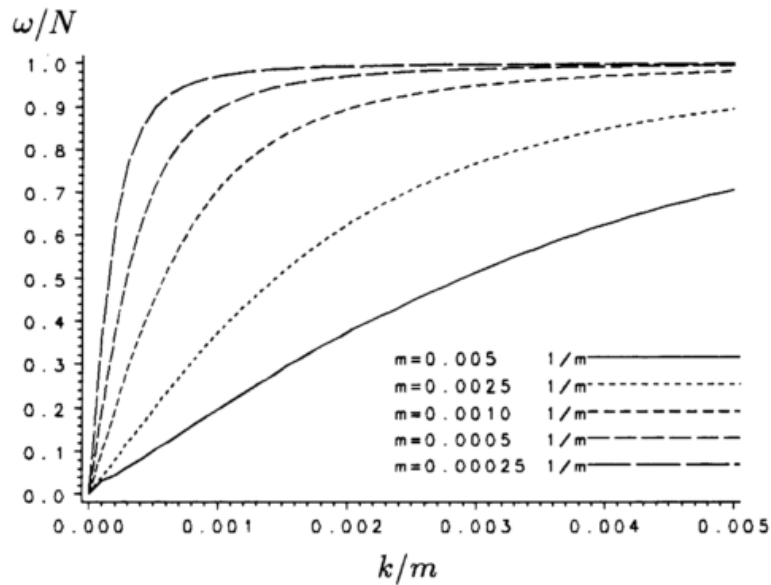


Abbildung 2: Der niederfrequente Teil der Dispersionsbeziehung des ungefilterten Systems ( $\omega/N < 1$ ). Darstellung wie in der vorhergehenden Abbildung.

und den longitudinalen Schallwellen. Bei sehr kleinen horizontalen und vertikalen Wellenzahlen  $k$  und  $m$  liegen die Bereiche dicht beieinander. Bei größeren Wellenzahlen, wie sie in der Mesoskala auftreten, sind die Bereiche der Schallwellen und der Schwerewellen weit voneinander getrennt. In diesem Bereich ist zu erwarten, daß ein schallgefiltertes System die relevanten Strömungsprozesse gut beschreibt, während bei sehr kleinen Wellenzahlen die Kompressibilität der Atmosphäre eine Rolle spielen kann. So ist in der synoptischen Skala der divergente Anteil des Geschwindigkeitsfeldes wesentlich für die dort auftretenden Phänomene, während er in der Mesoskala offensichtlich keine Rolle spielt.

Die Gleichung (25) vereinfacht sich für die Grenzfälle, wenn die Frequenz viel größer oder kleiner als die Brunt - Väisälä - Frequenz ist:

1. Für  $\omega^2 \gg N^2$

$$\frac{\omega^2}{c_s^2} = k^2 + m^2 \quad (26)$$

2. Für  $\omega^2 \ll N^2$  und  $c_s^2 \gg c_g^2 = \frac{N^2}{k^2 + m^2}$

$$\frac{\omega^2}{N^2} = \frac{k^2}{k^2 + m^2} \quad (27)$$

$c_g$  ist die Phasengeschwindigkeit der Schwerewellen. Die Näherung (27) für niedrige Frequenzen ist aber auch die Dispersionsgleichung für das anelastisch gefilterte Sy-

stem (7) bis (10). Dieses beschreibt also Strömungsprozesse mit Frequenzen kleiner als die Brunt - Väisälä Frequenz. Schallprozesse mit Frequenzen größer als die Brunt - Väisälä - Frequenz existieren nicht als Lösung, was durch die oben beschriebene Filterung des Systems erzwungen worden ist.

Zusammenfassend steht also mit den Gleichungen (7) bis (11) ein Gleichungssystem zur Verfügung, das keine Schallprozesse enthält und flache, adiabatische, kleinräumige Strömungen in der Atmosphäre richtig beschreibt. Dieses Gleichungssystem wird hier als Ausgangspunkt für die Formulierung des Gleichungssystems des verwendeten mesoskaligen Modells KAMM und für weitere Überlegungen verwendet.

Es sei darauf hingewiesen, daß weder der Vergleich der Dispersionsrelationen noch die Skalenanalysen die Fehler durch die Filterbedingungen im Einzelfall quantitativ angeben können. In neuerer Zeit sind Ergänzungen der anelastischen Approximationen vorgeschlagen worden, die vor allem nichtadiabatische Prozesse berücksichtigen [86] [29], hier aber nicht weiter von Relevanz sind. Durrans Vorschlag [29] kommt dabei der Konzeption des Modells KAMM sehr nahe.

### 2.1.2 Die hydrostatische Approximation

Eine alternative Form der Schallfilterung ist die Verwendung der hydrostatischen Approximation. Sie bietet den Vorteil, eine wesentlich einfachere zweite diagnostische Gleichung zu haben, die dementsprechend auch einen geringeren Aufwand zur Lösung erfordert. Eine Übersicht über diese Modelle findet man zum Beispiel bei Physick [104] oder Pielke [106]. Modelle mit dieser Filterung werden bis in den Skalenbereich angewendet, der hier von Interesse ist ([96], [105], [76]).

Das Gleichungssystem erhält man mit der Methode von Hinkelmann [67] durch Vernachlässigung der zeitlichen Ableitung in der dritten Bewegungsgleichung. Die resultierende hydrostatische Grundgleichung wird dann verwendet, um die zweite diagnostische Gleichung mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung und des ersten Hauptsatzes abzuleiten [33]. Das Ergebnis ist die Richardsongleichung zur Bestimmung der Vertikalkomponente der Windgeschwindigkeit. In den hier verwendeten Variablen lautet sie

$$\begin{aligned} \pi u_3 &= \left. \frac{\partial \pi}{\partial t} \right|_H (H - x_3) \\ &- \int_H^{x_3} \left( -\frac{c_v R}{R c_v} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} \pi u_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \pi u_2 \right) + \frac{c_p c_v}{R} \int_{x_3}^H \frac{\partial \theta}{\partial t} dx_3'' - \frac{\pi}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \right) dx_3' \quad (28) \end{aligned}$$

Das System wird üblicherweise noch weiter vereinfacht, indem die zeitliche Tendenz in der Kontinuitätsgleichung ebenfalls vernachlässigt wird. Dann wird die vereinfachte Kontinuitätsgleichung als zweite diagnostische Gleichung verwendet. Wenn allerdings die hydrostatische Grundgleichung zur Transformation der Vertikalkoordinate verwendet wird, dann erhält man ebenfalls, ohne eine zusätzliche Vereinfachung, die Bedingung der Divergenzfreiheit des Windfeldes als Ersatz der vollständigen Kontinuitätsgleichung. Dies findet vor allem in großskaligen Modellen Anwendung.

Ein Beispiel eines solchen Systems und die Ableitung durch Skalenanalyse findet man bei Pielke [106]. Das Ergebnis ist, daß das hydrostatisch gefilterte System nur gröberskalige Prozesse beschreiben kann. Die horizontale Längenskala muß größer als die vertikale Skala  $L_\alpha$  (s. Kapitel 2.1.1) sein.

Die zugehörigen Dispersionsgleichungen lauten für das System mit vollständiger Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\omega^2}{N^2} = \frac{k^2}{\frac{N^2}{c_s^2} + m^2} \quad (29)$$

und für das System mit vereinfachter Kontinuitätsgleichung ( $\nabla \cdot \rho_0 \vec{v} = 0$ )

$$\frac{\omega^2}{N^2} = \frac{k^2}{m^2} \quad (30)$$

Der Unterschied zwischen beiden Formen ist gering und wird wieder nur bei großen vertikalen Skalen wichtig ( $m \sim \frac{N}{c_s} \sim O(10^{-4} m^{-1})$ ).

Der Unterschied zur anelastischen Approximation ist jedoch erheblich. Während diese die Brunt - Väisälä - Frequenz wie das vollständige System als Grenzfrequenz wiedergibt, ( $\lim_{k \rightarrow \infty} \omega(k) = N$ ), ist die Frequenz im hydrostatisch gefilterten System für große horizontale Wellenzahlen unbeschränkt ( $\lim_{k \rightarrow \infty} \omega(k) = \infty$ ). Die Frequenz nimmt proportional mit der Wellenzahl zu. Auch hier folgt daraus die Aussage, daß die hydrostatische Approximation nur bei großen Skalen verwendet werden darf. Sie wird deshalb hier nicht weiter berücksichtigt.

Die Grenzen der Anwendbarkeit sind aber durch die Skalenanalyse oder durch den Vergleich der Dispersionsgleichungen nicht genau festgelegt. Dieses spiegelt sich auch in der Literatur wieder. Wippermann [141] nennt als untere horizontale Grenze 10 km. Er leitet dieses Ergebnis aus dem Vergleich der Dispersionsgleichungen für den hydrostatischen und nichthydrostatischen Fall ab. Martin und Pielke [92] ermitteln als Grenze aber 1,5 km. Sie gewinnen dieses Ergebnis aus dem Vergleich

von linearen Lösungen. Orlanski [100] zeigt hingegen, daß die hydrostatische Approximation bei der Beschreibung konvektiver Prozesse nicht verwendet werden kann. Wippermann und Groß [142] und Ulrich [132] demonstrieren durch den Vergleich nichtlinearer Lösungen, daß sich hydrostatische und nichthydrostatische Lösungen deutlich voneinander unterscheiden. Deshalb wird hier die Wirkung der hydrostatischen Approximation noch einmal im folgenden Kapitel 2.2 diskutiert werden.

## 2.2 Eigenschaften linearer Lösungen

Um einige Eigenschaften des im Kapitel 2.1 abgeleiteten und aus den Gleichungen (7), (9) und (10) bestehenden gefilterten System zu diskutieren, wird es linearisiert. Es wird sich zeigen, daß die schon mehrfach erwähnten Kennzahlen die Lösungen des Systems wesentlich bestimmen.

Für die Linearisierung wird ein geostrophischer und hydrostatischer Grundzustand eingeführt:

$$\begin{aligned} u &= U + u' \\ v &= v' \\ w &= w' \\ \pi &= \pi_g + \pi' \\ \theta &= \theta_0(z) + \theta' \end{aligned}$$

mit

$$U = u_g = -\frac{c_p \theta_0}{f} \frac{\partial \pi_g}{\partial y} \quad (31)$$

$$\theta_0(z) = -\frac{g}{c_p} \left( \frac{\partial \pi_g}{\partial z} \right)^{-1} \quad (32)$$

Die gestrichenen Größen stellen die Störungen dar.

Mit der zusätzlichen Annahme der Stationarität erhält man das linearisierte System

$$U \frac{\partial u'}{\partial x} = -c_p \theta_0 \frac{\partial \pi'}{\partial x} + f v' \quad (33)$$

$$U \frac{\partial v'}{\partial x} = -c_p \theta_0 \frac{\partial \pi'}{\partial y} - f u' \quad (34)$$

$$U \frac{\partial w'}{\partial x} = -c_p \theta_0 \frac{\partial \pi'}{\partial z} + \frac{\theta'}{\theta_0} g \quad (35)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (36)$$

$$U \frac{\partial \theta'}{\partial x} + w' \frac{\partial \theta_0}{\partial z} = 0 \quad (37)$$

Im Vergleich zu anderen Studien mit linearisierten Gleichungssystemen wird hier der Coriolis-term berücksichtigt (s. z. B. bei Wurtele [143] oder Smith [120]).

Zur Lösung des linearisierten Systems werden die Variablen durch ihre Fourier-transformierten mit folgendem Ansatz dargestellt, mit  $a = (u', v', w', \theta', \pi')$ :

$$a(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}(k, l, z) \exp i(kx + ly) dk dl \quad (38)$$

und

$$\tilde{a}(k, l, z) = \tilde{a}(k, l, 0) \exp im(k, l)z \quad (39)$$

Damit erhält man ein homogenes Gleichungssystem für die gesuchten Lösungen:

$$\begin{pmatrix} iu_g k & -f & 0 & ic_p \theta_0 k & 0 \\ f & iu_g k & 0 & ic_p \theta_0 l & 0 \\ 0 & 0 & iu_g k & ic_p \theta_0 m & -\frac{g}{\theta_0} \\ k & l & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{0,z} & 0 & iu_g k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \\ \tilde{p} \\ \tilde{\theta} \end{pmatrix} = 0 \quad (40)$$

Aus der Determinante des Systems erhält man die Dispersionsgleichung (41)

$$m^2(k, l) = \frac{N^2 - U^2 k^2}{U^2 k^2 - f^2} (k^2 + l^2) \quad (41)$$

Setzt man  $f = 0$ , erhält man sofort die Lösung von Wurtele [143].

### 2.2.1 Die Lösungen in dimensionsloser Form

Zur Diskussion des Ergebnisses wird die Dispersionsgleichung dimensionslos dargestellt. Dazu wird die Geschwindigkeit  $U$  als Geschwindigkeitsskala und eine Länge  $a$  als horizontale Längenskala eingeführt. Das Verhältnis  $U/N$  mit der Brunt - Väisälä - Frequenz  $N$  definiert eine vertikale Längenskala. Mit diesen Skalen erhält man drei dimensionslose Wellenzahlen,

$$\hat{k} = ka$$

$$\begin{aligned}\hat{l} &= la \\ \hat{m} &= m \frac{U}{N}\end{aligned}$$

mit denen man die Dispersionsgleichung (41) in dimensionsloser Form darstellen kann.

$$\hat{m}^2 = (1 - Fr^2 \hat{k}^2) \frac{\hat{k}^2 + \hat{l}^2}{\hat{k}^2 - Ro^{-2}} \quad (42)$$

Dabei treten die Froude-Zahl

$$Fr = \frac{U}{aN}$$

und die Rossby-Zahl

$$Ro = \frac{U}{af}$$

als dimensionslose Parameter auf.

Zur Lösung des linearisierten Systems (40) wird hier zusätzlich eine Gleitbedingung als Randbedingung eingeführt:

$$w(x, y, h(x, y)) = u(x, y, h(x, y)) \frac{\partial h}{\partial x} + v(x, y, h(x, y)) \frac{\partial h}{\partial y} \quad (43)$$

In linearisierter Form lautet diese Bedingung:

$$w(x, y, 0) = U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (44)$$

Auf höhere Ordnungen bei der Formulierung der Randbedingungen, wie sie von Smith [119] vorgeschlagen werden, wird hier verzichtet.

Für die Lösung des Systems (40) muß die Randbedingung (44) entsprechend Gleichung (38) transformiert werden. Man erhält daraus:

$$\tilde{w}(k, l, 0) = iUk\tilde{h}(k, l) \quad (45)$$

Aus den Gleichungen (38), (39) und (45) erhält man die Lösung für die Vertikalgeschwindigkeit. Die übrigen Lösungen ergeben sich aus den Gleichungen (40) und (45) zu

$$\tilde{u}(k, l, 0) = i\tilde{h}\hat{m} \frac{ifl + Uk^2}{k^2 + l^2} \quad (46)$$

$$\tilde{v}(k, l, 0) = -i\tilde{h}\hat{m} \frac{ifk + Ukl}{k^2 + l^2} \quad (47)$$

$$\tilde{\theta}(k, l, 0) = -\frac{\partial \theta_0}{\partial z} \tilde{h}(k, l) \quad (48)$$

Mit der Randbedingung fügt man über die Orographiefunktion die Hindernishöhe als zusätzliche Längenskala in das System ein, die ebenfalls zur dimensionslosen Darstellung der Lösungen des Systems verwendet wird. Für die Fouriertransformierten der horizontalen Komponenten der Windgeschwindigkeit erhält man schließlich

$$\frac{\tilde{u}(k, l, 0)}{U} = i \frac{\hat{h}}{Fr_h} \hat{m} \frac{iRo^{-1}\hat{l} + \hat{k}^2}{\hat{k}^2 + \hat{l}^2} \quad (49)$$

$$\frac{\tilde{v}(k, l, 0)}{U} = -i \frac{\hat{h}}{Fr_h} \hat{m} \frac{iRo^{-1}\hat{k} + \hat{k}\hat{l}}{\hat{k}^2 + \hat{l}^2} \quad (50)$$

$$\frac{\tilde{w}(k, l, 0)}{U} = i\hat{k} \frac{Fr_h \hat{h}}{Fr} \quad (51)$$

In den Gleichungen (49) und (50) erscheint als weitere Kennzahl die Froude - Zahl, gebildet aus der Hindernishöhe.

$$Fr_h = \frac{U}{HN}$$

Alternativ läßt sich auch das Aspektverhältnis  $\frac{H}{a}$  angeben, das die beiden Froude - Zahlen verknüpft.

$$Fr_h = \frac{a}{H} Fr$$

Die Lösungen des linearisierten Systems (Gleichungen (49) bis (51)) setzen sich aus einem Amplitudenfaktor und einem Formfaktor zusammen. Der erste Teil wird durch die Froude - Zahl  $Fr_h$ , gebildet mit der Höhe der Hindernisse, bestimmt, der Formfaktor durch die Froude - Zahl  $Fr$  und der Rossby - Zahl, gebildet aus der horizontalen Skala.

Die Amplitude bestimmt im wesentlichen den Gültigkeitsbereich des linearen Modells. Wenn sie zu groß wird, dann sind nichtlineare Instabilitäten wie Ablösungen zu erwarten. Da sich die Amplituden der Geschwindigkeitskomponenten umgekehrt proportional zur Froude - Zahl  $Fr_h$  verhalten, sind lineare Lösungen nur bei hinreichend großen Werten der Froude - Zahl zu verwenden. Smith schränkt den Gültigkeitsbereich auf den Bereich ein, in dem die Amplituden der Geschwindigkeiten kleiner als die des Grundstromes sind [120], also ein Staupunkt in der Lösung auftritt. Für den Glockenberg gibt Smith einen kritischen Wert für das Auftreten eines Staupunktes mit  $Fr_h = 1/3$  an. Als weitere Kriterien schlägt er vor, daß die maximale laterale Auslenkung eines Teilchens kleiner als die Halbwertsbreite des Hindernisses sein soll ( $Fr_h = 1$ ) oder der vertikale Gradient der potentiellen Temperatur gleich Null wird ( $Fr_h = 2$ ). Die lineare Beschreibung der Umströmung eines

Hindernisses gilt also nur für hinreichend große Werte von  $Fr_h$ , die größer als die genannten kritischen Werte sind.

Bei Phänomenen, wie zum Beispiel bei Strömungsablösungen im Lee von Hindernissen, bei denen die Störungsamplituden der Variablen wesentlich sind, ist also zu erwarten, daß die Froude - Zahl  $Fr_h$  eine bestimmende Größe ist. Da sie als das Verhältnis einer externen vertikalen Länge  $h$  und einer internen vertikalen Längenskala  $U/N$  interpretiert werden kann, beschreibt sie auch die vertikale Ausdehnung eines Phänomens.

Die reibungsfreie Überströmung eines Hindernisses wird also durch drei dimensionslose Kennzahlen bestimmt, einer Froude - Zahl, gebildet mit der Hindernisbreite, einer Froude - Zahl, gebildet mit der Hindernishöhe, und einer Rossby - Zahl, gebildet mit der Hindernisbreite. Während die Froude - Zahl  $Fr_h$  die Amplitude bestimmt, kennzeichnen die beiden anderen Zahlen die Form der Lösung und deren Skalenabhängigkeit.

### 2.2.2 Skalenabhängige Lösungen

Die Froude - Zahl  $Fr$  bestimmt neben der Rossby- Zahl die Form der Lösung über den Formfaktor in den Lösungen (49) bis (51) und über die vertikale Wellenzahl  $m$  in der Transformationsgleichung (38) oder (39).

Die Froude - Zahl  $Fr$  legt den Bereich fest, in dem die vertikale Wellenzahl  $m$  in Gleichung (42) imaginär wird. Störungen, die eine durch die horizontale Wellenzahl  $k$  bestimmte Skala besitzen, die zu einer imaginären vertikalen Wellenzahl führt, werden vertikal gedämpft. Die Lösung mit dem anderen Vorzeichen für  $m^2$  scheidet wegen der Randbedingungen aus. Diese Abhängigkeit der Lösungsform von der horizontalen Längenskala führt zu einer Klassifizierung der Lösungen des linearisierten Systems, die Queney [109] eingeführt hat, ursprünglich mit der Intention, für die verschiedenen Klassen analytische Näherungslösungen für die Fourierintegrale (38) angeben zu können.

Die Einteilung erfolgt von kleinen zu großen horizontalen Skalen und wird hier nur für die Mesoskala dargestellt. Dabei soll die Bedeutung der Froude - Zahl und der Rossby- Zahl für die Klassifizierung herausgestellt werden. Die Einteilung erfolgt über das Verhältnis der internen vertikalen Längenskala  $U/N$  zur externen, horizontalen Längenskala, die durch das Hindernis gegeben ist, also über die Froude

- Zahl  $Fr$ .

1. Im ersten Fall sind die Hindernisse sehr klein, so daß  $\hat{k}$  und  $Fr$  sehr groß sind. Dann kann die vertikale Wellenzahl angenähert werden durch

$$\hat{m}^2 \approx -Fr^2 \hat{k}^2 \quad (52)$$

Sie ist imaginär für alle Wellenzahlen. Sämtliche Störungen werden gedämpft, so daß eine glatte Überströmung des Hindernisses erfolgt.

2. Wenn die Froude - Zahl die Größenordnung von 1 besitzt, gilt die Näherung

$$\hat{m}^2 \approx 1 - Fr^2 \hat{k}^2 \quad (53)$$

In diesem Fall wird ein Bereich des Spektrums der Störungen nicht gedämpft, so daß Wellen entstehen können. Diese Wellen breiten sich dabei nach Lee aus (Abbildungen 3 und 4). Im Horizontalschnitt des Windfeldes sieht man die hufeisenförmig verlaufenden Leewellen. Im Nachlauf des Hindernisses erkennt man ein zweites Wellenregime, durch das die Strömung sehr weit stromabwärts beeinflusst wird.

3. Wenn die Froude - Zahl sehr klein ist, so daß sie vernachlässigbar ist, kann  $\hat{m}$  angenähert werden durch

$$\hat{m}^2 \approx \frac{\hat{k}^2 + \hat{l}^2}{\hat{k}^2} \quad (54)$$

Im zweidimensionalen Falle reduziert sich die Gleichung auf  $\hat{m}^2 = 1$ . In diesem Fall werden keine Wellen gedämpft. Sie breiten sich vertikal aus (Abbildungen 5 und 6). Im Horizontalschnitt fehlt das Wellenregime im Nachlauf daher völlig.

Dieser Fall zeichnet sich dadurch aus, daß Gleichung (54) die Lösung eines hydrostatisch gefilterten Systems ist. Man erhält also die hydrostatische Lösung des Gleichungssystems für  $Fr = 0$ . Diese Bedingung läßt sich auch direkt aus dem Gleichungssystem ableiten. Aus dem ersten Hauptsatz und der dritten Bewegungsgleichung folgt

$$Fr^2 \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{z}^2} = \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left( -\frac{c_p \theta_0}{aUN} \frac{\partial \pi'}{\partial \hat{z}} + \frac{g}{N^2} \frac{\theta'}{\theta_0} \right) \quad (55)$$

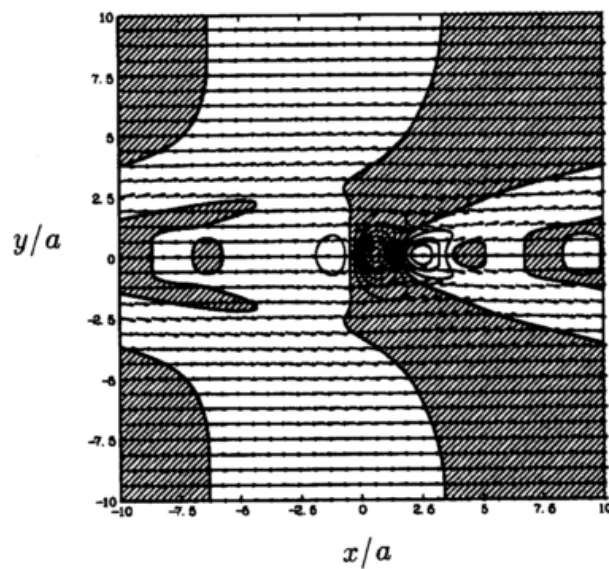


Abbildung 3: Das horizontale Windfeld, dargestellt durch Pfeile, und das vertikale Windfeld, dargestellt durch Isotachen, für die Überströmung eines glockenförmigen Berges mit der Halbwertsbreite  $a$ . Der Schnitt liegt in einer Höhe von  $(zN)/U = 1$ . Der Isotachenabstand beträgt  $0.1 w/U$ . Gebiete mit negativer Vertikalgeschwindigkeit sind schraffiert dargestellt. Der Berg befindet sich in der Mitte der Abbildung bei  $x/a = 0$  und  $y/a = 0$  ( $Fr_h = 0.3$ ,  $Ro = \infty$ ,  $Fr = 0.5$ )

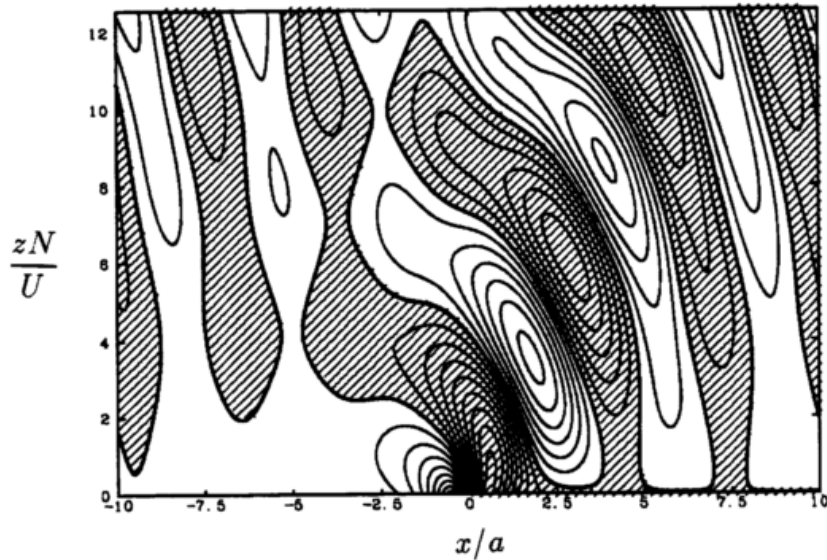


Abbildung 4: Vertikalgeschwindigkeit für die Überströmung eines glockenförmigen Berges. Der Vertikalschnitt liegt in Anströmungsrichtung. Der Berg befindet sich bei  $x/a = 0$ . Der Isotachenabstand beträgt  $0.1 w/U$ . ( $Fr_h = 0.3$ ,  $Ro = \infty$ ,  $Fr = 0.5$ )

mit  $x = \hat{x}a$ ,  $z = \hat{z}\frac{U}{N}$ ,  $u' = \hat{u}'U$  und  $w' = \hat{w}'U$ . Für  $Fr = 0$  ergibt sich daraus die hydrostatische Grundgleichung für die Störgrößen in dimensionsloser Form.

Auch hier folgt wieder, daß die hydrostatische Approximation nur dann verwendet werden kann, wenn die Näherung (54) hinreichend genau erfüllt ist, also das Verhältnis der vertikalen Skala zur horizontalen Skala sehr klein ist. In einem hydrostatisch gefilterten Modell führt jedes beliebig kleine Hindernis zu ungedämpften Leewellen, was bei kleinen Hindernissen unrealistisch ist. In einer hydrostatischen Strömung fehlt die horizontale Wechselwirkung der Strömung, die in den Fällen der benachbarten größeren und kleineren Skalen auftreten.

4. In der nächstgrößeren Skala (Abbildungen 7 und 8) gewinnt die Coriolis - Beschleunigung an Bedeutung, wenn die horizontale Wellenzahl die Größenordnung von  $Ro^{-1}$  erreicht. Die Dispersionsgleichung wird dann approximiert durch

$$\hat{m}^2 = \frac{\hat{k}^2 + \hat{l}^2}{\hat{k}^2 - Ro^{-2}} \quad (56)$$

Hier wird die vertikale Wellenzahl wieder für einen Bereich des Spektrums

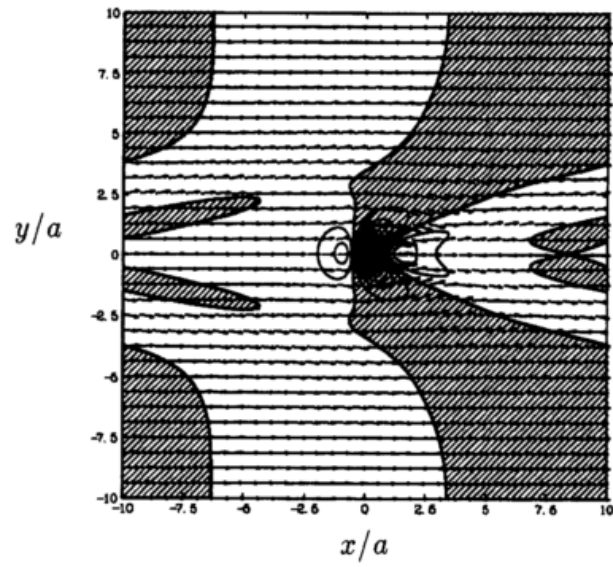


Abbildung 5: Wie Abbildung 3 mit ( $Fr_h = 0.3$ ,  $Ro = \infty$ ,  $Fr = 0$ )

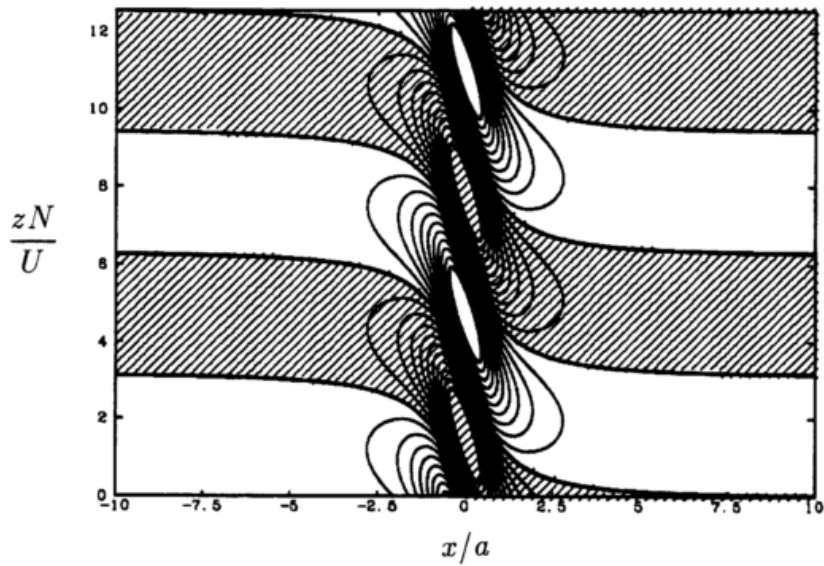


Abbildung 6: Wie Abbildung 4 mit ( $Fr_h = 0.3$ ,  $Ro = \infty$ ,  $Fr = 0$ )

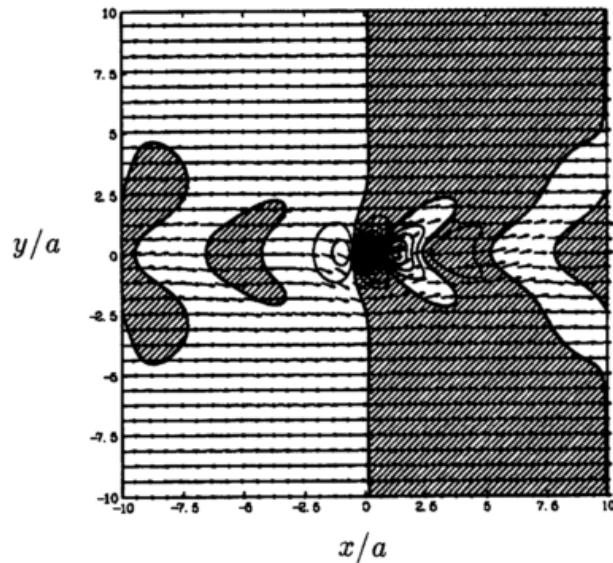


Abbildung 7: Wie Abbildung 3 mit ( $Fr_h = 0.3$ ,  $Ro = 1$ ,  $Fr = 0$ )

imaginär und die entsprechenden Wellenanteile wieder gedämpft. Es bilden sich Wellen aus, die sich nach Lee hin ausbreiten. Dabei sind die Linien gleicher Phase vom Hindernis aus betrachtet konkav, während sie im zweiten Fall konvex gekrümmt sind (Abbildungen 3 und 4).

Die in den Abbildungen 3 bis 8 dargestellten Lösungen wurden durch Anwendung der Fast Fourier Transformation (FFT) auf das Integral (38) gewonnen, wie sie von Smith [120] beschrieben worden ist. Diese Methode erfordert nur sehr geringen Rechenaufwand und kann auf beliebige Topographien angewendet werden, wie die in den folgenden Kapiteln gezeigten Beispiele belegen. Allerdings impliziert diese Methode periodische Randbedingungen, wie die Lösungen in den Abbildungen 3 bis 8 erkennen lassen. Smith [122] konnte jedoch an Beispielen, bei denen die Fourierintegrale geschlossen auswertbar sind, darstellen, daß im Fall isolierter Berge der Einfluß der Ränder im Inneren des dargestellten Gebiets klein ist.

Für den zweidimensionalen Spezialfall der Fouriertransformierten der Orographiefunktion

$$\tilde{h} = \delta(k - k_0)$$

lassen sich die Fourierintegrale (38) ohne weitere Vereinfachungen lösen:

$$a(x, z) = \tilde{a}(k_0, z) \exp(ik_0x) \exp(im(k_0)z)$$

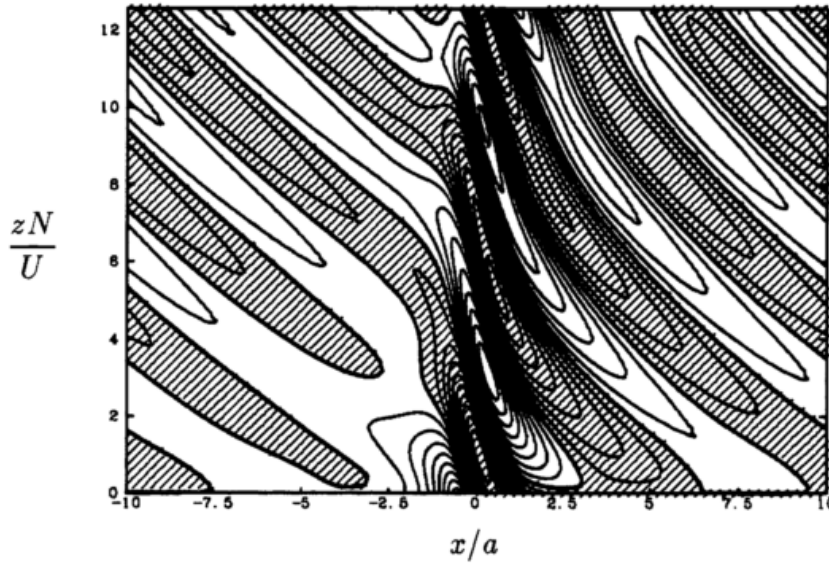


Abbildung 8: Wie Abbildung 4 mit ( $Fr_h = 0.3, Ro = 1, Fr = 0$ )

Dies ist die Lösung für eine Kosinusfunktion als Orographiefunktion mit der Wellenzahl  $k_0$ , wobei für  $\tilde{a}$  die gefundenen Lösungen (45) bis (48) einzusetzen sind.  $\delta(k - k_0)$  ist die Dirac'sche Deltafunktion.

Diese Lösung beschreibt dann sich ausbreitende Wellen, wenn die vertikale Wellenzahl  $m$  reell bzw.  $m^2$  größer Null ist. Im anderen Fall gibt es keine Wellen, da alle Störungen gedämpft werden. Die zweidimensionale Form von Gleichung (42) für die vertikale Wellenzahl  $m$  lautet

$$\hat{m}^2 = (1 - Fr^2 \hat{k}^2) \frac{Ro^2 \hat{k}^2}{Ro^2 \hat{k}^2 - 1}$$

In dieser Funktion tritt die Wellenzahl  $\hat{k}$  immer nur in einem Produkt mit einer der beiden dimensionslosen Kennzahlen auf. Deshalb bietet sich an, die Wellenzahl  $\hat{m}$  als Funktion dieser Produkte wie in Abbildung 9 darzustellen. Zur Interpretation dieser Darstellung kann man entweder bei vorgegebenen Kennzahlen die Wirkung einer Störung mit der Wellenzahl  $\hat{k}$  oder bei vorgegebener Wellenzahl die Wirkung der Kennzahlen auf die durch  $\hat{m}$  bestimmte Strömungsform beurteilen.

Zunächst erkennt man vier Bereiche mit paarweise positiven und negativen Werten, die durch  $Ro\hat{k} = 1$  und  $Fr\hat{k} = 1$  getrennt werden.

1.  $Fr\hat{k} < 1, Ro\hat{k} < 1$ : Die Wellenzahl  $m$  ist imaginär und es treten deshalb keine Wellen auf. Die Stärke der Dämpfung der Störungen wird vor allem durch die

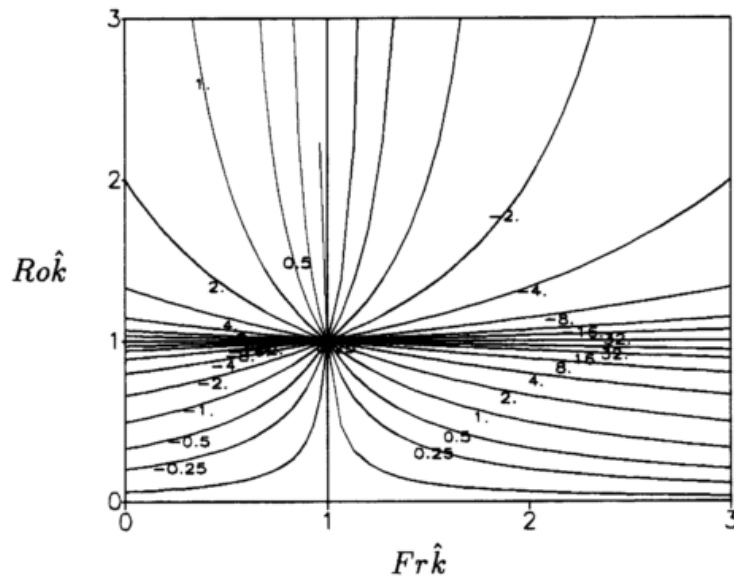


Abbildung 9: Das Quadrat der Wellenzahl  $\hat{m}^2$  für die vertikale Wellenausbreitung, dargestellt durch die Isoplethen, als Funktion von  $Ro\hat{k}$  und  $Fr\hat{k}$

Rosby - Zahl bestimmt. Die Froude - Zahl ist für hinreichend kleine Werte nicht mehr von Bedeutung.

2.  $Fr\hat{k} > 1, Ro\hat{k} < 1$ : Die Wellenzahl  $m$  ist reell und es treten Trägheitswellen auf, deren Wellenlängen vor allem durch die Rossby - Zahl bestimmt werden. Die Lösungen entsprechen den in Abbildung 7 gezeigten Wellen.
3.  $Fr\hat{k} > 1, Ro\hat{k} > 1$ : In diesem Bereich werden die Wellen ebenfalls wieder gedämpft. Es ist der Bereich der Überströmung kleiner Hindernisse, bei dem keine Wellen auftreten. Die Lösungsform hängt nur schwach von der Froude - Zahl ab.
4.  $Fr\hat{k} < 1, Ro\hat{k} > 1$ : In diesem Bereich sind die Leewellen zu finden, bei denen die Rossby - Zahl keine wesentliche Rolle spielt. Die Form der Lösung wird vor allem durch die Froude - Zahl bestimmt.

Für die folgenden Betrachtungen ist nur der letztgenannte Bereich  $Fr\hat{k} < 1, Ro\hat{k} > 1$  von besonderem Interesse.

Es muß hier noch darauf hingewiesen werden, daß die hier diskutierte Lösung für  $\hat{m}$  für  $\hat{k}Ro = 1$  unstetig ist und eine Polstelle besitzt. Diese "Resonanzkatastrophe"

wird durch die Vernachlässigung von Reibungsprozessen verursacht. Dieser Fall tritt auf, wenn die Hindernisbreite die Wellenlänge  $U/f$  erreicht.

## 2.3 Das nichtlineare Modell KAMM

Das Akronym *KAMM* steht für *Karlsruher Atmosphärisches Mesoskaliges Modell*. Es wurde in den letzten Jahren an der Universität Karlsruhe entwickelt. Der Entwicklungsstand ist in den Arbeiten von Prenosil [108], Tangermann - Dlugi [129], Fiedler [47], Dorwarth [26], Adrian [1], Emeis [41], Adrian und Fiedler [5], Schädler [113], Adrian und Fiedler [6] jeweils dokumentiert. Hier wird das Gleichungssystem für das Simulationsmodell beschrieben, mit dem die hier vorgestellten Ergebnisse gewonnen worden sind.

### 2.3.1 Die Reynoldsgleichungen

Das Modell *KAMM* verwendet als Ausgangspunkt die in Kapitel 2.1.1 abgeleiteten anelastisch gefilterten Gleichungen, die hier nochmals zusammengefaßt werden:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + c_p \theta \frac{\partial \pi}{\partial x_i} + \delta_{i3} g + 2\epsilon_{ijk} \Omega_j u_k = 0 \quad (57)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (58)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{q}{c_p \pi} \quad (59)$$

$$(60)$$

Auf dieses System wird die von Reynolds eingeführte Zerlegung [111] in einen mittleren, langsam variierenden Anteil und einen turbulenten Anteil der Variablen eingeführt, da hier turbulente Prozesse nur in parametrisierter Form berücksichtigt werden sollen.

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i$$

$$\theta = \bar{\theta} + \theta'$$

$$\pi = \bar{\pi} + \pi'$$

Die mit dem Querstrich versehenen Größen bezeichnen den mittleren Anteil.

Nach Anwendung dieser Zerlegung und anschließender Mittelung ( siehe z. B. [111]) erhält man die Gleichungen für die gemittelten Variablen, die sogenannten Reynoldsgleichungen.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + c_p \bar{\theta} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial x_i} + \delta_{i3} g + 2\epsilon_{ijk} \Omega_j \bar{u}_k = -\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} - c_p \overline{\theta' \frac{\partial \pi'}{\partial x_i}} \quad (61)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (62)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} - \frac{\bar{q}}{c_p \bar{\pi}} = -\frac{\partial \overline{u'_j \theta'}}{\partial x_j} - \frac{\overline{q' \pi'}}{c_p \bar{\pi}^2} \quad (63)$$

Dabei wurde in der letzten Gleichung (63) der Quellterm auf der rechten Seite durch eine Taylor - Reihe approximiert

$$\frac{q}{\pi} \approx \frac{\bar{q} + q'}{\bar{\pi}} \left( 1 - \frac{\pi'}{\bar{\pi}} \right)$$

Die Reynolds Gleichungen (61) bis (63) werden numerisch gelöst. Das Gleichungssystem ist jedoch noch nicht geschlossen, da noch keine Gleichungen für die darin auftretenden Korrelationsprodukte der turbulenten Schwankungen angegeben worden sind. Diese Größen müssen parametrisiert werden, wie im folgenden näher beschrieben wird. Ebenfalls müssen Rand- und Anfangsbedingungen angegeben werden.

### 2.3.2 Turbulente Schließung

Das Gleichungssystem (61) bis (63) enthält Korrelationen von Geschwindigkeitsfluktuationen, die durch die Mittelbildung aus dem Advektionsterm entstehen, Korrelationsprodukte, die aus dem nichtlinearen Druckterm der Bewegungsgleichungen und aus dem Quellterm in der Temperaturgleichung herrühren. Für diese Terme werden Parametrisierungen benötigt. Da hier nur adiabatische Strömungsprozesse berücksichtigt werden, werden die Terme mit  $q$  und  $q'$  in Gleichung (63) vernachlässigt.

Die Druck - Temperaturkorrelation beschreibt den Einfluß der Kompressibilität auf die Turbulenz [68], von dem hier angenommen wird, daß er klein ist, und deshalb vernachlässigt wird. Pielke [106] begründet diese Annahme mit Abschätzungen von Lumley und Panofsky [90].

Hinze [68] schlägt eine Abschätzung der Größenordnung der äquivalenten Dichtestörungen vor, die sich auf das hier vorliegende System übertragen läßt. Dazu

wird aus der Bernoulli - Gleichung die Abschätzung

$$\pi' \sim \frac{u'^2}{c_p \bar{\theta}}$$

verwendet, aus der dann folgt

$$\frac{\pi'}{\bar{\pi}} \sim \frac{u'^2}{c_p \bar{\theta} \bar{\pi}} = \frac{u'^2}{c_s^2} \frac{R}{c_v} = M_{Turb}^2 \frac{R}{c_v} \quad (64)$$

$M_{Turb}$  ist die turbulente Machzahl, die im vorliegenden Fall sehr klein ist. Das Verhältnis  $\theta'/\bar{\theta}$  ist ebenfalls kleiner als 1. Schon wegen der Größenordnung der Mach-Zahl kann die Druck - Temperaturkorrelation im Vergleich zu den Geschwindigkeitskorrelationen vernachlässigt werden.

Bei Verwendung eines massengewichteten Mittels wäre dieser Term von Anfang an in den Bewegungsgleichungen nicht aufgetreten [68]. Diese Mittelung führt aber zu Problemen bei der hier verwendeten Filtergleichung, so daß hier die Reynolds - Mittelung angewendet worden ist.

Die Reynolds - Spannungen  $\overline{u'_i u'_j}$  werden mit Hilfe des Konzeptes der Wirbelviskosität geschlossen, indem angenommen wird, daß sich der turbulente Spannungstensor proportional zur mittleren Geschwindigkeitsdeformation verhält [68],

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{1}{3} \overline{u'_k u'_k} \delta_{ij} - K_M \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (65)$$

auch wenn Fiedler [46] durch Messungen zeigen konnte, daß diese Form die atmosphärische Turbulenz nur grob beschreiben kann. Die Normalkomponenten des Spannungstensors (65)  $\frac{1}{3} \overline{u'_k u'_k}$  können dabei als zusätzliche Druckterme interpretiert werden, die nicht vom Druckterm unterschieden werden können, wie später gezeigt wird. Deshalb werden hier die Normalspannungen vernachlässigt und nur die anisotropen Spannungskomponenten parametrisiert.

Für die Formulierung des Diffusionskoeffizienten  $K_M$  wird das Mischungswegkonzept von Prandtl verwendet. Es sichert zumindest eine sinnvolle Beschreibung der homogenen Prandtl - Schicht, da sie eine Lösung dieser Parametrisierung darstellt. Der Diffusionskoeffizient für Impuls ist dann

$$K_M = \frac{l^2}{\phi_M^2 (Ri)} D \quad (66)$$

mit

$$D^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (67)$$

und der Diffusionskoeffizient für Wärme

$$K_H = K_M \frac{\phi_M(Ri)}{\phi_H(Ri)} \quad (68)$$

Für die Profilkfunktionen  $\phi_M$  und  $\phi_H$  sind die empirischen Beziehungen von Businger et al. [16] gewählt worden. Die Richardson Zahl  $Ri$  wird lokal bestimmt durch

$$Ri = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} D^2 \quad (69)$$

Als Mischungsweglänge  $l$  wird die Formel von Blackadar

$$l = \frac{\kappa z}{1 + \frac{\kappa z}{l_\infty}} \quad (70)$$

mit dem Grenzwert  $l_\infty = 0.009 u_* / f$  verwendet, wobei  $\kappa$  die von Karman- Konstante ist.

Diese Form der Parametrisierung liefert bei neutraler Schichtung brauchbare Ergebnisse. Dagegen werden jedoch bei konvektiven Bedingungen bei sehr kleinen Richardson - Zahlen die Diffusionskoeffizienten nicht groß genug, um die Flüsse bei den sich unter diesen Bedingungen in der Natur einstellenden kleinen Gradienten der mittleren Variablen zu beschreiben. Deshalb wurde in das Modell *KAMM* für konvektive Bedingungen eine nichtlokale Schließung eingeführt, die als Länge eine Grenzschichthöhe  $z_i$  und als Geschwindigkeitsskala den konvektiven Geschwindigkeitsmaßstab

$$w_* = \left( \frac{-gz_i u_* \theta_*}{\theta_0} \right)^{\frac{1}{3}}$$

verwendet. Die Grenzschichthöhe wird aus einer prognostischen Gleichung bestimmt, die Deardorff [22] aus einer integralen Energiebilanz für die konvektive Grenzschicht abgeleitet hat.

$$\frac{dz_i}{dt} = 1.8 \frac{(w_*^3 + 1.1u_*^3 - 3.3u_*^2 f z_i)}{g \frac{z_i^2}{\theta_0} \gamma + 9w_*^2 + 7.2u_*^2} \quad (71)$$

$\theta_0$  wird als Temperatur in der Rauigkeitshöhe  $z_0$  angenommen,  $\gamma$  ist der Temperaturgradient oberhalb der Grenzschicht.

Diese beiden Größen bestimmen den Diffusionskoeffizienten vollständig. Da beide Größen nur von Randwerten der Grenzschicht beeinflußt werden, ist diese Schließung nicht lokal. Denn der Wärme- und Impulsfluß am Boden legen im Modell die Entwicklung der Grenzschicht vollständig fest.

Vogel und Emeis [138] haben verschiedene Schließungen getestet und die Methode von Degrazia [24] zur Berechnung der Diffusionskoeffizienten ausgewählt. Degrazia hat die Formulierung der Diffusionskoeffizienten aus einer Ähnlichkeitshypothese für das Varianzspektrum der turbulenten kinetischen Energie abgeleitet. Das Ergebnis ist

$$K_h = 0,15 w_* z_i \Psi^{\frac{1}{3}} q^{-\frac{4}{3}}. \quad (72)$$

$\Psi$  und  $q$  sind universelle Profildfunktionen, die das Profil des Diffusionskoeffizienten als Funktion der dimensionslosen Höhe  $z/z_i$  beschreiben. Sie sind von Degrazia aus beobachteten Spektren der turbulenten kinetischen Energie bestimmt worden zu:

$$\Psi = \left(136 \frac{z}{z_i}\right)^{-1} \left( \left(1 - \frac{z}{z_i}\right)^2 + 0,75 \left(136 \frac{z}{z_i}\right)^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (73)$$

$$q = \left(1 - \exp\left(-4 \frac{z}{z_i}\right) - 0,0003 \exp\left(8 \frac{z}{z_i}\right)\right)^{-1} \quad (74)$$

Die Diffusionskoeffizienten für Impuls und Wärme unterscheiden sich hier durch eine als konstant angenommene Prandtl - Zahl von 0,7.

$$K_M = 0,7 * K_H$$

Wenn in der bodennahen Schicht negative Richardsonzahlen auftreten, werden die Diffusionskoeffizienten jeweils nach (66) und (72) berechnet und der größere gewählt.

### 2.3.3 Der Grundzustand

Die Strömung innerhalb des Modellgebietes wird durch die Strömung der äußeren Skala angetrieben. Es muß also ein Mechanismus innerhalb des Modells zur Verfügung stehen, der die Information über die Umgebung in das Modellgebiet übergibt. Eine Möglichkeit ist, die Randbedingungen entsprechend zu formulieren. Dabei müßten jedoch die Randwerte für alle Variablen bekannt sein, was in dieser Skala in der Regel nicht gegeben ist. Die Alternative ist die Verwendung von offenen Randbedingungen, die sich durch auf den Rändern ablaufende Prozesse selber einstellen. Derartige Randbedingungen werden hier benutzt und werden später noch genauer beschrieben. Dann aber muß der äußere Antrieb des Modells innerhalb des Modellgebietes wirken können und deshalb auch in den Modellgleichungen selber berücksichtigt werden. Dazu wird das Druckfeld und das Temperaturfeld in

einen äußeren Anteil und in einen inneren Anteil aufgeteilt. Der äußere Anteil wird extern durch einen Grundzustand (Index  $G$ ) vorgegeben und der innere Anteil durch das Modell selber als Abweichung vom Grundzustand beschrieben (gekennzeichnet durch  $*$ ).

$$\pi(x, y, z, t) = \pi_G(x, y, z) + \pi^*(x, y, z, t) \quad (75)$$

$$\theta(x, y, z, t) = \theta_G(x, y, z) + \theta^*(x, y, z, t) \quad (76)$$

Um die Felder einfach beschreiben zu können, wird der Grundzustand als geostrophisch und hydrostatisch angenommen, so daß er durch das folgende Gleichungssystem beschrieben wird.

$$\frac{\partial \pi_G}{\partial x} = \frac{f v_G}{c_p \theta_G} \quad (77)$$

$$\frac{\partial \pi_G}{\partial y} = -\frac{f u_G}{c_p \theta_G} \quad (78)$$

$$\frac{\partial \pi_G}{\partial z} = -\frac{g}{c_p \theta_G} \quad (79)$$

$u_G$  und  $v_G$  sind die Komponenten des geostrophischen Windes,  $\theta_G$  ist die potentielle Temperatur des Grundzustandes.

Die Parameter des Grundzustandes  $u_G$ ,  $v_G$ ,  $\theta_G$  und  $\pi_G$  sind jetzt externe Modellparameter, die vorgegeben werden müssen. Dabei muß beachtet werden, daß diese Größen die Komponenten des großräumigen Druckgradienten beschreiben und deshalb die Integrabilitätsbedingung  $\nabla \times \nabla \pi_G = 0$ , oder äquivalent dazu die thermischen Windgleichungen erfüllen müssen. Diese Größen können objektiv zum Beispiel aus den Variablen eines numerischen Wettervorhersagemodells bestimmt werden [1], oder aus den Beobachtungen mit einem Analyseverfahren [6], das hier noch beschrieben wird.

Zusätzlich wird das mesoskalige Druckfeld noch in einen thermischen Anteil  $\pi_h^*$ , der durch die Temperaturstörungen erzeugt wird, und in einen dynamischen Anteil  $\pi_d^*$  zerlegt [26].

$$\pi^* = \pi_d^* + \pi_h^* \quad (80)$$

mit

$$\frac{\partial \pi_h^*}{\partial z} = \frac{g}{c_p} \left( \frac{1}{\theta_G} - \frac{1}{\theta} \right) \quad (81)$$

Nach Einsetzen dieser Gleichungen (75) - (81) in die Reynolds- Gleichungen erhält man die Bewegungsgleichungen für KAMM:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + c_p \bar{\theta} \frac{\partial \bar{\pi}_d^*}{\partial x_i} + (1 - \delta_{i,3}) c_p \bar{\theta} \frac{\partial \bar{\pi}_h^*}{\partial x_i} + 2 \epsilon_{ijk} \Omega_j \left( \bar{u}_k - \frac{\theta}{\theta_G} u_{Gk} \right) \\ = - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} - c_p \bar{\theta}' \frac{\partial \bar{\pi}'}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (82)$$

wobei die rechte Seite, wie oben beschrieben, parametrisiert wird.

### 2.3.4 Die Bestimmung des Druckfeldes

Das jetzt durch die Parametrisierungen geschlossene Gleichungssystem (62), (63) und (82) muß durch die zweite diagnostische Gleichung ergänzt werden, wie es in Kapitel 2.1 dargestellt wurde, indem aus den Bewegungsgleichungen (82) die Divergenzgleichung gebildet wird und die zeitliche Tendenz der Divergenz mit der Filtergleichung (62) eliminiert wird. Das Ergebnis ist dann analog zur Gleichung (11) eine elliptische Differentialgleichung für das Druckfeld, die sich von Gleichung (11) nur durch die Divergenz der Beschleunigungen unterscheidet, die durch die Divergenzen der turbulenten Impulsflüsse erzeugt werden.

Für die numerische Lösung des Systems stellt die diagnostische Druckgleichung ein besonderes Problem dar. Die prognostischen Gleichungen müssen so gelöst werden, daß die diagnostische Gleichung simultan erfüllt bleibt. Das setzt voraus, daß bei der Lösung des Systems zumindest Teile davon implizit behandelt werden müssen. Dazu wird das Schema von Harlow und Welch [59] verwendet, das auch von Orszag u. a. [101] diskutiert worden ist. Dazu werden in einem ersten Schritt alle Beschleunigungsterme wie Advektion, turbulente Diffusion und Coriolisbeschleunigung, mit Ausnahme des Druckterms berechnet,

$$\bar{u}_k^* = \bar{u}_k^\nu + \Delta t R_k \quad (83)$$

$$\bar{\theta}^{\nu+1} = \bar{\theta}^\nu + \Delta t R_\theta \quad (84)$$

wenn  $\nu$  den Index des Zeitschritts bezeichnet. Das Zwischenergebnis  $\bar{u}_k^*$  erfüllt nicht die Filtergleichung. Um dieses zu erreichen, wird jetzt das Druckfeld so bestimmt, daß die Druckgradientbeschleunigung, die bis zu diesem Punkt noch nicht in dem Zwischenergebnis enthalten ist, das Residuum zur Filtergleichung kompensiert.

$$\bar{u}_i^{\nu+1} = \bar{u}_i^* - \Delta t c_p \bar{\theta}^{\nu+1} \frac{\partial \bar{\pi}^{\nu+1}}{\partial x_i} \quad (85)$$

Das Druckfeld  $\bar{\pi}^{\nu+1}$  wird also in einem impliziten Schritt so bestimmt, daß für das Windfeld zum neuen Zeitschritt die Bedingung gilt

$$\frac{\partial \bar{u}_i^{\nu+1}}{\partial x_i} = 0$$

Die Gleichung zur Bestimmung des Druckfeldes  $\bar{\pi}^{\nu+1}$  erhält man durch Einsetzen der Gleichung (85) in die Filtergleichung

$$\Delta t c_p \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \bar{\theta}^{\nu+1} \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\pi}^{\nu+1} \right) = \frac{\partial \bar{u}_i^*}{\partial x_i} \quad (86)$$

Diese Vorgehensweise stellt sicher, daß entsprechend dem elliptischen Charakter der Druckgleichung jede Geschwindigkeitskomponente an jedem Punkt im Raum mit jeder Geschwindigkeitskomponenten an jedem anderen Raumpunkt gekoppelt ist. Diese Eigenschaft entspricht physikalisch der Inkompressibilitätsbedingung durch die Filterbedingung (62), wegen der jede Störung der Divergenzfreiheit im Geschwindigkeitsfeld ausgeglichen werden muß.

Orszag, Israeli und Deville [101] zeigen, daß dieses Lösungsschema die Divergenz im Geschwindigkeitsfeld im Inneren des Strömungsgebietes klein hält. Am Unter- rand jedoch kann das hier dargestellte Schema, wie auch andere, die Divergenz nicht vollständig kompensieren, so daß die verbleibende Divergenz am Boden ein Maximum besitzt. Denn bei der Formulierung der Randbedingungen am Boden wird die Filtergleichung nicht berücksichtigt. Orszag, Israeli und Deville schätzen die Fehler dieses Schemas für die Geschwindigkeitskomponenten und für den Druck im Inneren des Gebietes mit  $O(\Delta t^{3/2})$  ab. Die Fehler des Druckfeldes und der ersten Ableitungen des Geschwindigkeitsfeldes, wie die Divergenz des Geschwindigkeitsfeldes, haben am Boden die Größenordnung  $O(\Delta t^{1/2})$ . Der Fehler des Druckgradienten am Boden verhält sich allerdings wie  $O(1)$ . Dieser Wert wird aber nicht verwendet, da dort statt den Bewegungsgleichungen die Randbedingungen eingesetzt werden. Der Einfluß dieser Fehler bleibt auf eine dünne, bodennahe Schicht der Dicke  $O(K\Delta t)^{1/2}$  beschränkt.

### 2.3.5 Die Randbedingungen

Die Formulierung der Randbedingungen für ein solches Gleichungssystem stellt ein schwieriges Problem dar, für das es keine allgemeingültige Lösung gibt. Da hier

nur ein kleiner quaderförmiger Ausschnitt der Atmosphäre mit dem Modell beschrieben werden soll, existiert dabei nur der Erdboden als physikalischer Rand der Atmosphäre. Trotzdem müssen an allen Rändern Randbedingungen formuliert werden. An den Seitenflächen und am Oberrand müssen die Ränder offen sein, die die Strömung möglichst wenig beeinflussen. Dem widerspricht aber, daß eine Strömung durch die Anfangsbedingungen und durch die Randbedingungen bestimmt wird. Dabei wird eine Randbedingung hier als offen angesehen, wenn sie im Inneren des Gebietes entstehende Störungen ohne Beeinflussung nach außen durchläßt. Wenn die Störungen durch Wellen dargestellt werden, bedeutet dies, daß keine Beugung, Brechung oder Reflexion an den Rändern auftreten dürfen. Davies [21] gibt einen Überblick von verschiedenen in meteorologischen Modellen verwendeten Randbedingungen und diskutiert deren Eigenschaften.

Für hyperbolische Systeme, wie es die ungefilterten Eulergleichungen (3) bis (6) darstellen, existieren verschiedene Formulierungen. Die Verfahren laufen meist darauf hinaus, daß versucht wird, aus dem Gleichungssystem die Charakteristiken zu schätzen, wie es zum Beispiel von Hedstrom [63] dargestellt wird. Die Randbedingungen werden dann so formuliert, daß die Störungen entlang den Charakteristiken transportiert werden, wodurch Reflexionen an den Rändern vermieden werden. Die prinzipielle Vorgehensweise wird im folgenden kurz dargestellt.

Hedstrom [63] geht von einem eindimensionalen hyperbolischen System aus, das die folgende Form hat:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} + A(\phi_i) \frac{\partial \phi_i}{\partial x} = 0 \quad (87)$$

Der Rand sei bei  $x = 0$ .  $\phi_i$  seien die Variablen des hyperbolischen Systems, im Fall von (3) bis (6) die drei Windgeschwindigkeitskomponenten, die Temperatur und die Dichte. Der Operator  $A$  wird linearisiert. Da ein hyperbolisches Problem vorausgesetzt worden ist, besitzt der linearisierte Operator nur reelle Eigenwerte, die positiv und negativ sind. Die zu den negativen Eigenwerten gehörenden Eigenlösungen  $l_j$  beschreiben aus dem Gebiet herauslaufende Wellen, während die zu den positiven Eigenwerten gehörenden Lösungen Wellen darstellen, die in das Gebiet hinein laufen. Hedstrom zeigt, daß eine Reflexion am Rand verhindert wird, wenn als Randbedingung gilt,

$$l_j \cdot \frac{\partial \phi_j}{\partial t} = 0 \quad (88)$$

oder

$$l_j \cdot \phi_j = \text{const} \quad (89)$$

wobei der Index  $j$  über alle positiven Eigenwerte läuft.

Diese Form der Randbedingung kann zunächst in einem gefilterten System nicht verwendet werden, da jedes gefilterte System eine von Gleichung (87) abweichende Form besitzt. Es tritt nämlich mindestens eine der zeitlichen Ableitungen nicht auf. So werden in gefilterten Modellen andere Formulierungen von Randbedingungen gewählt, von denen einige als Näherungen der oben dargestellten Form angesehen werden können.

Offene Randbedingungen können zunächst für die einzelnen Terme in den prognostischen Modellgleichungen formuliert werden. Für die Advektion ergeben sich die Randbedingungen aus dem numerischen Schema. Die Werte auf den Ausströmrändern werden wie im Inneren des Gebietes berechnet, so daß die Information von Luv nach Lee transportiert wird. Störungen "schwimmen" entlang der Charakteristiken also aus dem Gebiet hinaus. An den Einströmrändern darf die Advektion deshalb keinen Einfluß besitzen, sonst würden die Störungen gegen ihre Transportrichtung wirken.

Die Randbedingungen für die Diffusionsterme werden im Modell *KAMM* so formuliert, daß an den Rändern keine Flußdivergenzen auftreten. Dies bedeutet, daß die Diffusionsterme auf den Rändern nicht berechnet werden.

Am Boden, in der Höhe der Rauigkeitslänge, wird für die Windgeschwindigkeitskomponenten die Haftbedingung eingesetzt, d. h. die Windgeschwindigkeit ist dort gleich Null. Der Randwert für die Temperatur wird aus der Bodentemperatur bestimmt. Diese wird aus der Energiebilanz an der Erdoberfläche abgeleitet, wie später diskutiert wird.

Die Poisson - Gleichung für den Druck benötigt ebenfalls Randbedingungen, die konsistent zu den übrigen Gleichungen und deren Randbedingungen sein müssen. Da dabei die Druckgleichung jeden Punkt mit jedem anderen Punkt im Raum verknüpft, beeinflussen die Randbedingungen für den Druck das gesamte Modellgebiet direkt, so daß sich dadurch Fehler in den Randbedingungen aller Gleichungen sofort über die gesamte Lösung ausbreiten. Zunächst ergeben sich die Randbedingungen für die Druckgleichung aus den Bewegungsgleichungen. Um dabei das Lösungsschema zu berücksichtigen, wird dabei die Form (85) verwendet, die eine Randbedingung für

das gesuchte Druckfeld  $\pi^{n+1}$  darstellt.

$$\Delta t c_p \theta^{\nu+1} \frac{\partial \bar{\pi}^{\nu+1}}{\partial x_i} = \bar{u}_i^* - \bar{u}_i^{n+1} \quad (90)$$

Von diesen Gleichungen  $i = 1, 2, 3$  wird die jeweilige Normalkomponente verwendet. Auf diese Weise erhält man aus den Bewegungsgleichungen Neumann - Randbedingungen auf allen Rändern.

Es stellt sich jetzt das Problem, daß in Gleichung (90) der Wert der Normalkomponente der Windgeschwindigkeit  $\bar{u}_i^{n+1}$  bestimmt werden muß, wofür die Bewegungsgleichung aber nicht zur Verfügung steht, da sie als Randbedingung schon verwendet worden ist. Hier müssen jetzt die Randbedingungen für die Geschwindigkeitskomponenten eingesetzt werden. Für den Erdboden gilt die Haftbedingung, auch für den Wert  $\bar{u}^*$ , so daß sich aus der Gleichung (90) als Randbedingung

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_3} = 0, \quad \text{für } x_3 = z_0$$

ergibt, wenn  $z_0$  die Rauigkeitslänge ist.

Für die seitlichen Ränder muß eine Bedingung für  $\bar{u}^*$  und  $\bar{u}^{n+1}$  gefunden werden. Hier wird die zum Rand normale Geschwindigkeitskomponente  $\bar{u}^*$  durch eine im folgenden erklärte Gleichung bestimmt. Dabei wird vorausgesetzt, daß  $\bar{u}^* = \bar{u}^{n+1}$  auf dem Rand ist. Dies bedeutet, daß auf den Rändern die Normalkomponenten der Windgeschwindigkeit gesetzt werden. Dann ergibt sich an den seitlichen Rändern ebenfalls eine Neumann - Bedingung für den Druck,

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_i} = 0, \quad \text{für } x_i = 0, L_i$$

wenn  $L_i$  die horizontale Ausdehnung des Gebietes in die Richtung  $i = 1, 2$  ist.

Zur Bestimmung der Randwerte der zu den seitlichen Flächen normalen Windkomponenten wird eine Ausstrahlungsbedingung gleichen Typs wie die von Orlandi [99] gewählt. Dabei werden die Bewegungsgleichungen auf den Rändern durch eine hyperbolische Gleichung mit der einfachen Form gewählt

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + c \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (91)$$

Im Vergleich zu der oben dargestellten Form von Hedstrom [63] wird die Matrix **A** in Gleichung (87) durch eine Konstante  $c$  ersetzt. Es wird also versucht, das Modellgleichungssystem auf dem Rand durch wesentlich einfachere Gleichungen zu

ersetzen, deren Lösungen sich zu den Modelllösungen asymptotisch verhalten. Diese Betrachtungsweise wird auch von Bayliss und Turkel [10] herangezogen, um weitere vereinfachte Formulierungen von offenen Randbedingungen einzuführen.

Bei bekanntem  $c$  bestimmt diese Strahlungsbedingung die Randwerte analog zur Vorgehensweise von Hedström, indem die Gleichung nur für positive Werte von  $c$  ausgewertet wird. Alle Störungen, deren Phasengeschwindigkeiten nach außen gerichtet sind, werden unter Beibehaltung der Transportgeschwindigkeit nach außen transportiert. Alle nach innen laufenden Störungen werden unterdrückt, indem die Transportgeschwindigkeit auf Null gesetzt wird.

Es stellt sich nun das Problem, Werte für  $c$  zu bestimmen, wofür viele Vorschläge in der Literatur zu finden sind. Clark [19] und auch Klemp und Wilhelmson [77] wählen für  $c$  einen analytisch berechneten Wert für die Phasengeschwindigkeit der schnellsten internen Schwerewellen  $c = HN/\pi$ , der jedoch bei instationären Bedingungen nicht eindeutig bestimmbar ist. Eine andere Gruppe von Randbedingungen extrapoliert den Wert von  $c$  räumlich aus dem Inneren des Gebietes und zeitlich aus den vorhergehenden Zeitschritten, indem die Gleichung (91) nach  $c$  aufgelöst wird, die Ableitungen durch Differenzen approximiert und im Inneren des Gebietes ausgewertet werden. Diese Methode von Orlanski [99] wird im Modell KAMM verwendet, indem die Gleichung (91) durch ein Aufwinddifferenzschema approximiert wird. Die Phasengeschwindigkeit wird jeweils durch die Werte des vorhergehenden Zeitschritts bestimmt. Alternativ sind implizite Differenzenapproximationen der Ausstrahlungsbedingung getestet worden, wie sie von Miller und Thorpe [93] vorgeschlagen worden sind, die jedoch keine Verbesserung der Lösung bewirkten. Die Erweiterung des Schemas auf drei Dimensionen von Raymond und Kuo [110] hat ebenfalls keine wesentlichen Unterschiede bewirkt.

Am Modelloberrand wird ähnlich im Sinne von Hedstrom vorgegangen. Es werden die Eigenlösungen des linearisierten Systems bestimmt, die aus dem Gebiet herauslaufenden Moden werden berechnet, die ins Gebiet hineinlaufenden Moden werden unterdrückt.

Zur Bestimmung der Eigenlösungen wird am Oberrand ein vereinfachtes Verfahren von Klemp und Durran [74] angewendet, bei dem als asymptotisches Gleichungssystem das zugehörige hydrostatisch gefilterte, linearisierte System verwendet

wird.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial y} + c_p \theta_0 \frac{\partial \pi'}{\partial x} = 0 \quad (92)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} + V \frac{\partial v}{\partial y} + c_p \theta_0 \frac{\partial \pi'}{\partial y} = 0 \quad (93)$$

$$\frac{\partial \pi'}{\partial z} - g \frac{\theta'}{\theta_0} = 0 \quad (94)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \gamma = 0 \quad (95)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (96)$$

$$(97)$$

Das Gleichungssystem unterscheidet sich vom stationären System aus Kapitel 2.2 durch die hydrostatische Grundgleichung, die die dritte Bewegungsgleichung ersetzt. Außerdem wird hier der Coriolisterm vernachlässigt.

Das Gleichungssystem wird gelöst, indem für die Variablen ein Fourier - Ansatz gewählt wird.

$$\phi = \tilde{\phi}(z) \exp i(\omega t + kx + ly) \quad (98)$$

Daraus folgt das Gleichungssystem für die Fourier - Transformaten

$$(\omega + Uk + Vl)\tilde{u} + c_p \theta_0 k \tilde{\pi} = 0 \quad (99)$$

$$(\omega + Uk + Vl)\tilde{v} + c_p \theta_0 l \tilde{\pi} = 0 \quad (100)$$

$$\frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial z} - g \frac{\tilde{\theta}}{\theta_0} = 0 \quad (101)$$

$$ik\tilde{u} + il\tilde{v} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} = 0 \quad (102)$$

$$i(\omega + Uk + Vl)\tilde{\theta} + \tilde{w}\gamma = 0 \quad (103)$$

Aus den Gleichungen (99), (100) und (102) folgt

$$c_p \theta_0 \tilde{\pi} i \frac{k^2 + l^2}{\omega + Uk + Vl} = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \quad (104)$$

Mit dieser Gleichung, nach  $z$  differenziert, und den Gleichungen (101) und (103) erhält man die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial z^2} + \frac{N^2(k^2 + l^2)}{(\omega + Uk + Vl)^2} \tilde{w} = 0 \quad (105)$$

Diese lineare Differentialgleichung besitzt zwei Scharen von linear unabhängigen Lösungen, die linear kombiniert werden zu

$$\tilde{w} = A \exp\left(i \frac{N\sqrt{k^2 + l^2}}{\omega + Uk + Vl} z\right) + B \exp\left(-i \frac{N\sqrt{k^2 + l^2}}{\omega + Uk + Vl} z\right) \quad (106)$$

Die Lösungen mit dem Koeffizienten  $B$  bewirken einen zum Boden gerichteten Energiefluß, wie von Eliassen und Palm [40] gezeigt worden ist, der unterdrückt werden soll, das heißt  $B$  muß also gleich 0 sein. Dann folgt aber aus der Lösung (106) die Beziehung

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} = i \frac{N\sqrt{k^2 + l^2}}{\omega + Uk + Vl} \tilde{w} \quad (107)$$

Diese Gleichung wird in Gleichung (104) eingesetzt und man erhält die gesuchte Randbedingung

$$\tilde{\pi} = \frac{N}{\sqrt{k^2 + l^2}} \frac{1}{c_p \theta_0} \tilde{w} \quad (108)$$

Die Randbedingung (108) bestimmt aus der Fouriertransformierten der Vertikalgeschwindigkeit am Oberrand die Fouriertransformierte des Druckfeldes am Oberrand, das für die Randwerte zur Lösung der Druckgleichung verwendet wird. Dabei werden nur die nach außen laufenden Lösungen berücksichtigt. Diese Form der Randbedingung liefert also eine Dirichlet - Bedingung für die Poisson - Gleichung, die die numerische Lösung der Gleichung wesentlich vereinfacht. Dabei bleibt das Druckfeld nur bis auf eine Konstante bestimmt, da die Gleichung (108) nicht für die Wellenzahlen  $k = l = 0$  ausgewertet werden kann. Die zugehörigen Amplituden werden auf Null gesetzt, so daß der Mittelwert des Drucks am Oberrand gleich Null ist. Jede andere Konstante ist jedoch möglich. Die Wahl eines verschwindenden Mittelwertes entspricht aber einer Annahme, daß die mesoskaligen Störungen am Oberrand des Gebietes keine mittleren Störungen in der übergeordneten Skala verursachen sollen.

In einem linearen hydrostatischen Modell gilt die gefundene Beziehung zwischen Druck- und Vertikalgeschwindigkeitsfeld überall. Entsprechend dem Vorschlag von Klemp und Durran [74] wird die Gleichung jedoch nur am Oberrand eingesetzt, da im Inneren des Gebietes das nichtlineare nichthydrostatische Modell gelöst wird. Die Randbedingung konstruiert aus dem sich durch die Modellgleichungen einstellenden Vertikalwindfeld ein Druckfeld, das zu einer "hydrostatisch äquivalenten" Orographie gehört, die nicht mit der Modellorographie übereinzustimmen braucht. Die von dieser "äquivalenten" Orographie erzeugten Störungen werden nach außen

transportiert. Auf diese Weise wird der Einfluß der in die Randbedingung eingehenden hydrostatischen Approximation auf den oberen Rand beschränkt.

### 3 Mittlere Verteilungen von Windrichtung und Windgeschwindigkeit

In diesem Kapitel werden einige Charakteristika des mittleren Strömungsfeldes über orographisch strukturiertem Gelände behandelt. Dabei wird hier auf die Beobachtungsdaten aus dem Oberrheingebiet stellvertretend für ähnliche Gebiete Bezug genommen. Bei der Beschreibung des Windfeldes über orographisch gegliedertem Gelände wird hier zwischen mittleren Verteilungen und instationären Phänomenen unterschieden. Letztere werden in Kapitel 4 gesondert diskutiert. Es wird zunächst gezeigt, wie weit mittlere Verteilungen von Windgeschwindigkeit und Windrichtung mit einem instationären Modell konstruiert werden können. Derartige synthetische Karten für den Klimaparameter Wind gewinnen ihre besondere Bedeutung, weil nur mit einem Modell Karten des Windfeldes mit gleichmäßiger räumlicher Auflösung konstruiert werden können, wobei in diesem Sinn auch ein Interpolationsverfahren eine Modellannahme über die räumliche Verteilung der interpolierten Größen darstellt. Es werden im folgenden die Methode und ihre Eigenschaften am Beispiel der Strömung im Oberrheintal diskutiert.

Ein wesentliches Phänomen, das in den gezeigten Karten der mittleren Windrichtungsverteilung sichtbar ist, ist die Kanalisierung im Oberrheintal. Sie bewirkt, daß im Tal zum überwiegenden Teil talparallele Windrichtungen auftreten, wie es an fast allen Beobachtungsstationen belegt wird. Die Untersuchung dieses Phänomens war ein Ziel des Experiments MESOKLIP 1979 [51] [136], durch das ein wesentlicher Beitrag zur Phänomenologie der Kanalisierung geleistet wurde. In Folge davon wurden konzeptionelle Modelle von Egger [36], Fiedler [47] und Wippermann [140] erarbeitet, die dieses Phänomen erklären sollten. Sie beschreiben jeweils den Mechanismus qualitativ: Die Kanalisierung wird im wesentlichen durch eine ageostrophische Beschleunigung des Windes längs des Tales erzeugt. Diese wird durch die Verzögerung der Strömung über dem Tal, bedingt durch die Erweiterung des Strömungsquerschnitts, verursacht. Sie erklären jedoch nicht, warum dieses Phänomen nur in breiten Tälern auftritt und liefern auch kein Kriterium für die notwendige Talgeometrie. Hier soll mit Hilfe der Lösungen des linearisierten Modells gezeigt werden, daß man ein Kriterium für das Auftreten der Kanalisierung mit dimensionslosen Kennzahlen formulieren kann.

### **3.1 Synthetische Klimakarten der Windgeschwindigkeit und Windrichtung**

Für viele planerische Zwecke werden statistische Parameter von verschiedenen Klimavariablen benötigt. Während die mittlere Temperaturverteilung am Boden wegen des Aufbaus der Atmosphäre vor allem durch die orographische Höhe bestimmt wird, wird die mittlere Windgeschwindigkeitsverteilung deutlich durch die Geländeform beeinflusst. Diese Abhängigkeit zeigt sich in den hier diskutierten Phänomenen, wie der Kanalisierung der Strömung im Oberrheintal.

Im Rahmen des REKLIP - Projektes [52] werden die verfügbaren Daten zu einem Klimaatlas zusammengefaßt, in dem statistische Informationen mit hoher räumlicher Dichte zu finden sein werden. Wegen der starken vertikalen Änderung der Windgeschwindigkeit in der planetarischen Grenzschicht und der horizontalen Beeinflussung des Windfeldes durch Nachlaufeffekte an kleinen Hindernissen kann die für statistische Auswertungen notwendige Vergleichbarkeit der Beobachtungen aber häufig nicht sichergestellt werden. Notwendige Bedingungen für die Vergleichbarkeit sind gleiche Meßhöhen, ungestörte Umgebung und regelmäßige Beobachtungen während des gleichen Zeitraums. Zusätzlich müssen wegen der hohen zeitlichen Variabilität der Windgeschwindigkeit lange Beobachtungsreihen gefordert werden. Im Bereich des Deutschen Wetterdienstes in Westdeutschland erfüllen nur ungefähr 90 Stationen die Bedingung der Homogenität der Umgebung [11]. Da im Jahr 1975 die Windrichtungsskala von 32 auf 36 Klassen geändert wurde, wurden die Zeitreihen der Windrichtung geteilt, so daß für die Windrichtung nur Daten aus den Zeiträumen vor oder nach diesem Zeitpunkt verwendet werden können. Beschränkt man sich auf die Daten vor der Umstellung, so stehen nur die Beobachtungen von 74 Stationen zur Verfügung [11].

Aus verschiedenen Gründen sind die Anemometer oft nicht in gleicher Höhe über Grund aufgestellt. Um die Daten trotzdem vergleichen zu können, werden sie häufig auf gleiche Höhe interpoliert. Dabei werden zwar üblicherweise Interpolationsmethoden verwendet, die die Eigenschaften der Windprofile in der Prandtl- Schicht berücksichtigen. Die dazu notwendigen weiteren Parameter, wie Rauigkeitslänge und Stabilitätsmaß, können jedoch nur grob geschätzt werden. Zusätzlich sind die Annahmen der Theorie der Prandtl- Schicht, wie Stationarität und vor allem horizontale Homogenität, häufig verletzt.

So sind bisher genauere Kenntnisse über horizontale Verteilungen der Windgeschwindigkeit und der Windrichtung nur sehr unsicher. Es liegt deshalb nahe, Daten aus Modellsimulationen zur Konstruktion von synthetischen Klimakarten zu verwenden. Ein Ansatz zur Lösung des Problems mit mesoskaligen Modellen ist es, lange Zeitreihen mit hoher räumlicher Auflösung zu simulieren und diese statistisch auszuwerten. Die für die Simulation notwendigen Parameter zur Beschreibung des externen Antriebs liegen aus der routinemäßigen Wetteranalyse und Wettervorhersage vor. Dafür können jedoch wegen der notwendigen Rechnerressourcen nur stark vereinfachte Modelle verwendet werden. So verwendet Heimann [64] das in drei vertikalen Schichten rechnende hydrostatisch gefilterte Modell REWIMET zur Konstruktion synthetischer Klimakarten.

Ein anderer Ansatz ist von Wippermann und Groß [142] entwickelt worden, der sich verallgemeinert folgendermaßen beschreiben läßt. Es muß notwendigerweise angenommen werden, daß das regionale Windfeld eindeutig vom synoptischen Zustand abhängt. Die synoptischen Bedingungen werden in Klassen eingeteilt und deren Häufigkeit bestimmt. Für jede Klasse wird mit dem mesoskaligen Modell eine stationäre Lösung bestimmt. Die Bedingung der Stationarität folgt aus der genannten Voraussetzung des eindeutigen Zusammenhangs zwischen mesoskaligem und synoptischen Zustand. Diesen Lösungen wird dann die Häufigkeit des synoptischen Zustandes zugeordnet und in Kartenform zusammengefaßt.

### **3.1.1 Die Windrichtungsverteilung**

Wippermann und Groß [142] wenden diese Methode für die Wetterstation Mannheim an. Sie benutzen dazu eine zweidimensionale Version ihres nichthydrostatischen mesoskaligen Modells FITNAH. Zur Klassifizierung des synoptischen Zustands verwenden sie nur die geostrophische Windrichtung und erreichen damit eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen der beobachteten und der konstruierten Windrose von Mannheim.

Das Verfahren ist dann mit einer horizontalen Auflösung von 5 km auf das Gebiet von Südwestdeutschland angewendet worden [3]. Das Ergebnis ist in Abbildung 10 dargestellt. Die Übereinstimmung mit den Beobachtungen ist zunächst zufriedenstellend, wie ein Vergleich mit der Karte aus dem Klimaatlas Baden - Württemberg [139] zeigt. Aus Simulationen mit unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten folgt,

daß die Windrichtungsverteilung unempfindlich gegenüber dem Betrag der Windgeschwindigkeit ist. Die Ursache liegt in der verwendeten horizontalen Auflösung von 5 km, bei der nur eine geringe Abhängigkeit der Strömungsform von der Anströmungsgeschwindigkeit zu erwarten ist, da die Froude - Zahl  $\frac{U}{N\Delta x}$  wegen der großen Gitterweite klein ist. Deutlichere Abhängigkeiten von der Geschwindigkeit und von der Stabilität sind erst bei größeren Froude - Zahlen zu erwarten, so daß das Verfahren nur bei nicht zu kleinen Gitterweiten angewendet werden darf.

Das Verfahren wurde deshalb auch versuchsweise auf kleinere Gebiete mit höherer Auflösung angewendet, zum Beispiel auf das Stadtgebiet von Stuttgart [55], in dem ein dichtes Netz von Windmeßstellen existiert. Die Auflösung betrug bei dieser Anwendung 500 m. Hier zeigten sich dann an einigen Stationen deutliche Abweichungen zwischen den synthetischen und den beobachteten Windrosen, die vor allem durch ein weiteres konzeptionelles Problem der Methode verursacht wird. Die Übereinstimmung ist im Bereich des Stuttgarter Kessels gut, wo die Strömung vor allem durch die Orographie bestimmt wird. Die Übereinstimmung ist nördlich des Neckars schlecht, wo die Orographie nur eine relativ geringe Struktur zeigt. Dort bilden sich häufig thermische Windsysteme aus, die durch diese einfache Methode zunächst nicht erfaßt werden, solange nur quasistationäre Lösungen verwendet werden. In diesem Fall ist die anfangs formulierte Voraussetzung, daß das regionale Windfeld eindeutig durch den geostrophischen Wind bestimmt wird, nicht erfüllt. Im Fall des Gebietes der Stadt Stuttgart konnte aber durch instationäre Simulationen gezeigt werden, daß man die Gebiete eingrenzen kann, in denen das Verfahren versagt. Überall dort, wo das Windfeld einen deutlichen Tagesgang durch thermisch induzierte Windsysteme zeigt, kann das Verfahren nicht verwendet werden.

Für dieses Gebiet wurde auch das alternative Verfahren der Simulation von langen Zeitreihen mit einem vereinfachten Modell angewendet [7]. Die Ergebnisse weichen aber deutlich von den Beobachtungen ab.

### 3.1.2 Die Geschwindigkeitsverteilung

Auf gleiche Weise können auch Karten der Windgeschwindigkeitsverteilungen konstruiert werden. Als dargestellte Größe wurde ein geostrophischer Widerstandskoeffizient  $c_G = \frac{|\vec{v}(40m)|}{|\vec{v}_G|}$  verwendet, da dessen Verteilung bei der Gitterweite von 5 km aus den genannten Gründen nur geringfügig von der gewählten geostrophischen Windge-

y in km

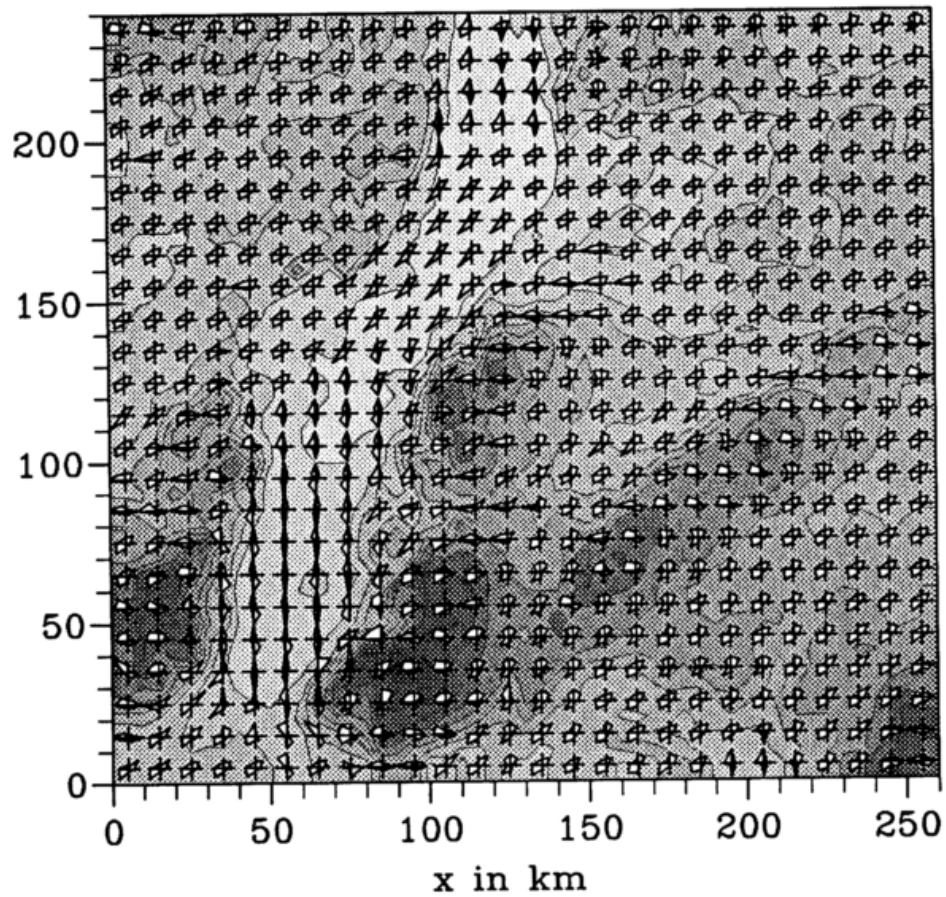


Abbildung 10: Aus Modellsimulationen konstruierte Karte der Windrichtungsverteilung über Baden - Württemberg. Die dargestellten achteiligen Windrosen haben einen Abstand von 10 km. Die Modellsimulationen sind mit einer horizontalen Auflösung von 5 km durchgeführt worden.

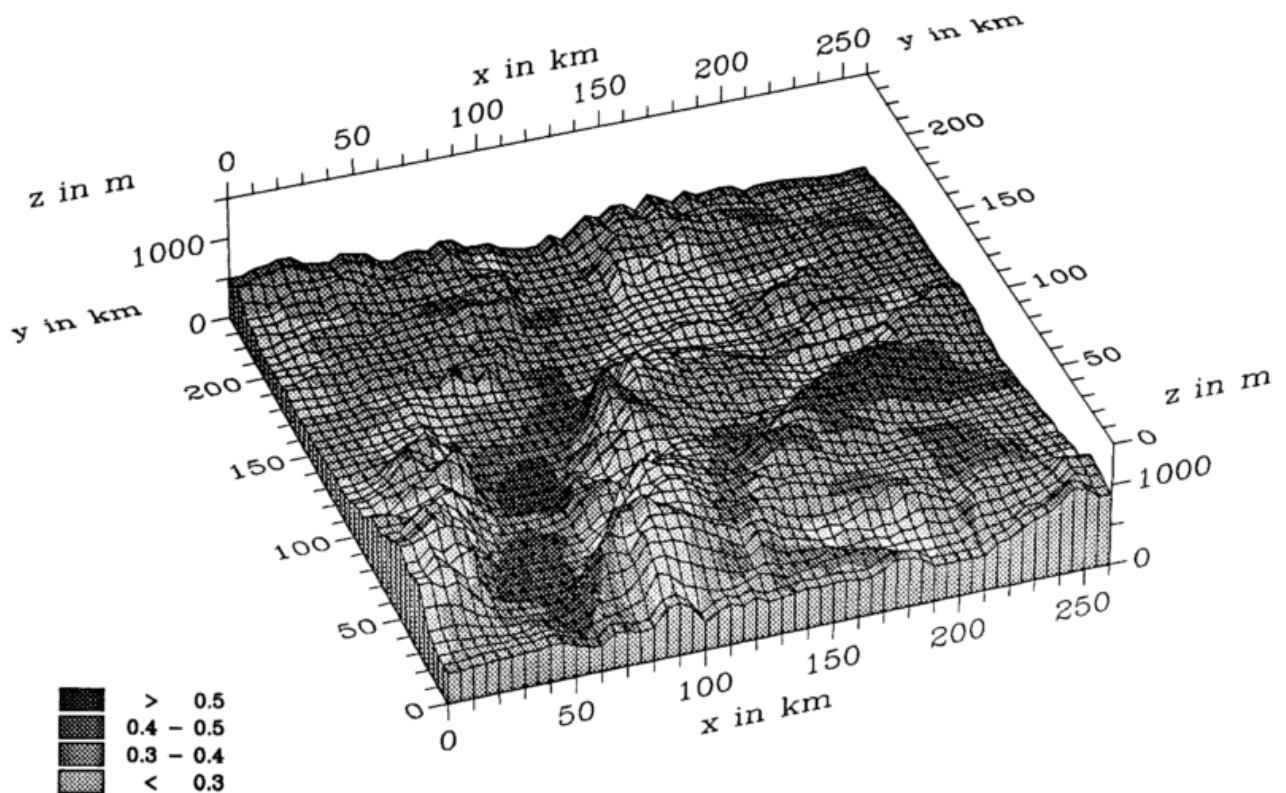


Abbildung 11: Verteilung des geostrophischen Widerstandsbeiwertes bei einer geostrophischen Windrichtung aus Südwest.

schwindigkeit abhängt und die Karte auf eine Vielzahl von Situationen angewendet werden kann. Der geostrophische Wind wurde dabei als höhenkonstant angesetzt. Die in [3] dargestellte Karte des gemittelten Widerstandskoeffizienten zeigt nur eine geringe Struktur der räumlichen Verteilung und ist deshalb hier nicht wiedergegeben worden. Nur in der Umgebung von Freiburg besitzt  $c_G$  signifikant niedrigere Werte von 0,2. Die Gebiete mit Werten über 0,4 liegen vor allem im Bereich des Sattels zwischen Nord- und Südschwarzwald, im Bereich der mittleren Vogesen und am Rand des Odenwaldes. Diese Karte zeigt eine geringere Korrelation mit der Höhe, als sie, meist bedingt durch das Konstruktionsverfahren, in Klimakarten zu finden ist. Mindestens die Geländeform ist offensichtlich ein weiterer wesentlicher Parameter, der die Windgeschwindigkeitsverteilung bestimmt.

Wesentlich deutlichere Strukturen und eine Abhängigkeit von der geostrophischen Anströmungsrichtung zeigen sich beispielsweise in den Verteilungen der Windgeschwindigkeiten bei fester Windrichtung in den Abbildungen 11 und 12. Man erkennt die Nachlaufgebiete im Lee der Berge und die Gebiete mit einer Beschleu-

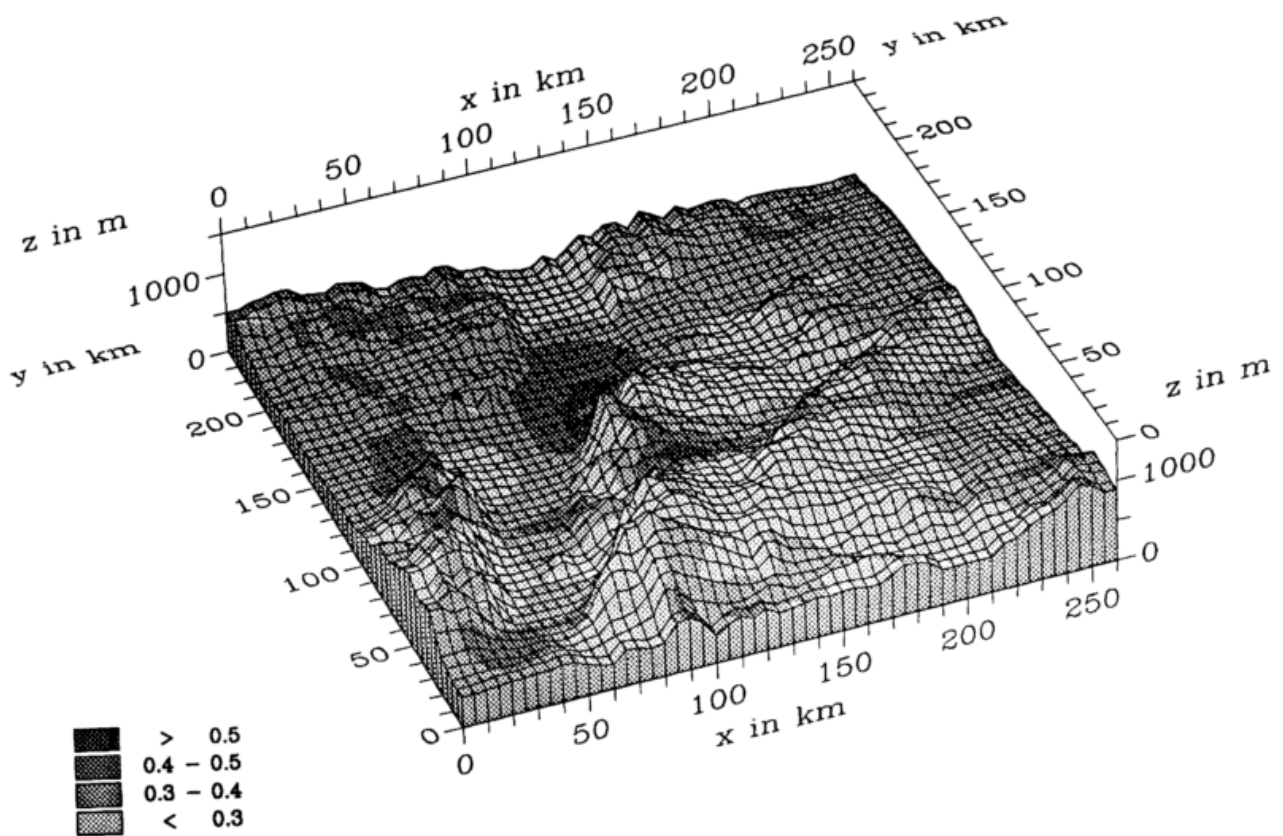


Abbildung 12: Verteilung des geostrophischen Widerstandsbeiwertes bei einer geostrophischen Windrichtung aus West.

nigung der Windgeschwindigkeit. So treten im Oberrheintal bei einer talparallelen geostrophischen Windrichtung von Südwest (Abbildung 11) hohe Windgeschwindigkeiten ( $c_g > 0,6$ ) auf. Dreht der Wind nur um 45 Grad, sind die Windgeschwindigkeiten im Tal niedrig. Bei Westwind (Abbildung 12) zeigen die Sattellagen in den mittleren Vogesen und im mittleren Schwarzwald Gebiete mit hohen Windgeschwindigkeiten. Diese Beispiele zeigen, daß für viele planerische Zwecke Karten der Windverteilung für einzelne geostrophische Windrichtungsklassen konstruiert werden sollten, was mit herkömmlichen Methoden aus Beobachtungen alleine kaum durchführbar sein wird.

### 3.1.3 Die räumliche Korrelation der Windgeschwindigkeit

Auf die gleiche Weise lassen sich auch räumliche Korrelationen konstruieren. Sie werden zum Beispiel für statistische Interpolationsverfahren ("optimale Interpolation") benötigt [54]. Da diese Klasse von Interpolationsverfahren auch einen statistischen Interpolationsfehler liefert, kann die räumliche Fehlerverteilung auch als Kriterium zur Optimierung von Meßnetzen herangezogen werden [56]. Eine Station ist dann in diesem Sinne repräsentativ für dasjenige Gebiet, in dem der Interpolationsfehler einen kritischen Wert nicht überschreitet. Im Fall einer einzigen Station liefert das Verfahren der "optimalen" Interpolation von Gandin [54] einen Fehler von  $1 - \mu$ , wenn  $\mu$  der Korrelationskoeffizient ist.

In der Praxis ist das Verfahren zur Optimierung des Meßnetzes nur mit hohem Aufwand realisierbar, da zunächst ein dichtes Meßnetz existieren muß, um überhaupt erst die Korrelationen zwischen den Orten bestimmen zu können. Hier kann das Modell helfen, wie in einem Beispiel in [3] gezeigt wird.

Diese Anwendung der Methode von Wippermann und Groß [142] erscheint hier als die sinnvollste, da sich die oben diskutierten konzeptionellen Probleme nur gering auswirken. Die wesentliche Anwendung mesoskaliger Modelle zur Konstruktion von Klimakarten ist also im Entwurf von Karten (Entwicklung und Test von Interpolationsvorschriften) und in der Bewertung von Beobachtungen (Aussage über die räumliche Repräsentanz) zu sehen.

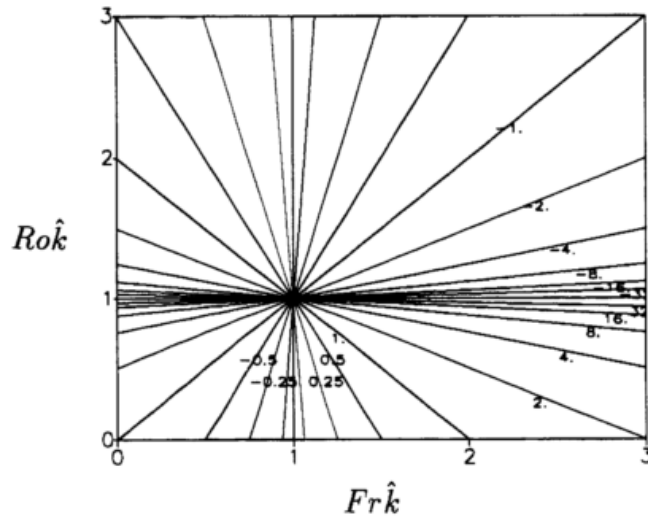


Abbildung 13: Das Quadrat der Fouriertransformierten der lateralen Geschwindigkeitskomponente  $(\tilde{v}/U)^2$  als Funktion von  $Ro\hat{k}$  und  $Fr\hat{k}$

### 3.2 Die Kanalisierung in einer linearen Beschreibung

Die Karte der mittleren Windrichtungsverteilung (Abbildung 10) zeigt als wesentliches Phänomen die Kanalisierung im Oberrheintal. Im folgenden wird das Auftreten dieses Phänomens mit den diskutierten Kennzahlen in Verbindung gebracht. Hier sind es die formbestimmenden Kennzahlen  $Fr$  und  $Ro$ , wie man mit Hilfe der einfachen periodischen Orographie, gegeben durch ihre Fouriertransformierte  $\tilde{h} = \delta(k - k_0)$ , zeigen kann, die in Kapitel 2.2.2 schon einmal verwendet worden ist.

Der Kanalisierungseffekt wird in diesem Fall durch die Amplitude der  $v$ -Komponente der Windgeschwindigkeit beschrieben, deren Fouriertransformierte in der zweidimensionalen Form, ausgehend von Gleichung (47),

$$\frac{\tilde{v}(\hat{k})}{U} = \frac{\hat{h}}{Fr_h} Ro^{-1} \frac{\hat{m}}{\hat{k}}$$

lautet. Diese Funktion läßt sich analog zu Abbildung 9 als Funktion von  $\hat{k}Ro$  und  $\hat{k}Fr$  darstellen, wie es die Abbildung 13 zeigt. Um aus dieser Funktion die laterale Geschwindigkeitskomponente zu bestimmen, muß sie nach Einsetzen der dimensionslosen Orographiefunktion  $\hat{h} = \delta(\hat{k} - 1)$  entsprechend Gleichung (38) transformiert werden. Als Ergebnis dieser Integration erhält man,

$$\frac{v}{U} = \Re \left( \frac{\tilde{v}(1)}{U} \exp(i(\hat{x} + \hat{m}(1)\hat{z})) \right)$$

so daß aus der Funktion  $\tilde{v}/U$  an der Stelle  $\hat{k} = 1$  auf die Amplitude der lateralen Geschwindigkeitskomponente geschlossen werden kann. Als horizontale Längenskala für die Definition der dimensionslosen Größen muß dabei die Wellenlänge der Orographie  $k_0^{-1}$  verwendet werden.

Die Isoplethen von  $\frac{\tilde{v}}{U}$  sind Geraden, die sich im Punkt  $\hat{k}Fr = 1$ ,  $\hat{k}Ro = 1$  schneiden. Auch hier tritt wieder die in Kapitel 2.2.2 diskutierte "Resonanzkatastrophe" auf, das heißt, die Lösung für  $\hat{k} = Ro^{-1}$  wird singulär. Die folgende Diskussion beschränkt sich wieder auf den Bereich  $\hat{k}Ro > 1$  und  $\hat{k}Fr < 1$ , um in der Mesoskala zu bleiben.

Aus der Abbildung 13 wird ersichtlich, daß die Amplitude der  $v$ -Komponente der Windgeschwindigkeit als Maß für den Kanalisierungseffekt um so größer wird, je kleiner die Produkte  $\hat{k}Ro$  und  $\hat{k}Fr$  sind (unter Beachtung  $\hat{k}Ro > 1$  und  $\hat{k}Fr < 1$ ). Dabei ist der Einfluß der Froude-Zahl, also der Einfluß der thermischen Schichtung, um so geringer, je kleiner die Rossby Zahl ist. Aus dieser Betrachtung folgen die Eigenschaften des Kanalisierungsprozesses, wie sie aus Beobachtungen bekannt sind. Die Kanalisierung tritt nur bei hinreichend breiten Tälern auf ( $k$  ist klein). Bei sehr breiten Tälern ist das Auftreten kaum noch abhängig von der thermischen Schichtung ( $Ro$  ist klein). Aus der Beziehung für die vertikale Wellenlänge  $\hat{m}$ , dargestellt in Abbildung 9, folgt für die vertikale Erstreckung des Phänomens, daß sie mit zunehmender Froude-Zahl, also mit abnehmender Stabilität, größer wird. Dieses Verhalten wird durch Beobachtungen beim MESOKLIP - Experiment im Oberrheintal [136] bestätigt.

Der Einfluß der Kennzahlen auf die Kanalisierung kann auch mit einer realistischen Orographie gezeigt werden. Dazu wurde die Orographie des südlichen Oberrheintals einschließlich der Vogesen, des Schwarzwaldes und der Schwäbischen Alb mit einer Auflösung von 5 km ausgewählt, für die dann in den folgenden Kapiteln Lösungen des nichtlinearen Modells gezeigt werden. Diese Orographie ist in den Abbildungen 14 bis 17 in Form von Höhenlinien enthalten. Außerdem sind dort die Lösungen des linearen Modells für verschiedene Werte der Rossby- und der Froude-Zahl dargestellt. Da die lineare Lösung nicht in Orographienähe gültig ist, wurde die dimensionslose Höhe von  $\hat{z} = 1$  ausgewählt. Die nur die Amplitude der Lösung bestimmende Froude-Zahl  $Fr_h$ , gebildet mit der Hindernishöhe, wurde auf 0,3 gesetzt. Für die beiden übrigen Kennzahlen  $Fr$  und  $Ro$  wurde als Längenskala  $a$  die

Länge des Gebietes (250 km) eingesetzt.

Zur Lösung der Fourierintegrale (38) wird ein numerischer Algorithmus zur effektiven Berechnung der Fourier - Transformation (FFT) verwendet, wie es von Smith [119] beschrieben wird, die allerdings periodische Randbedingungen impliziert. Um den Einfluß dieser hier nicht sinnvollen Randbedingungen zu verringern, wurde das in den folgenden Abbildungen 14 bis 17 dargestellte Gebiet in die Mitte einer in jeder Richtung fünfmal größeren Ebene gesetzt, so daß also die Periodenlänge fünf bei einer Länge von 1 des dargestellten Gebiets beträgt. Entsprechend dem bei der Ableitung des linearisierten Gleichungssystems vorgegebenen Grundzustand, erfolgt die Anströmung aus West mit der Geschwindigkeit  $U$ .

Die Abbildung 14 zeigt die hydrostatisch gefilterte Lösung ( $Fr = 0$ ) bei Vernachlässigung der Corioliskraft ( $Ro = \infty$ ). Trotzdem ist die Windrichtung im Rheintal auf der Höhe des nördlichen Schwarzwaldes Süd, wie man es entsprechend der Wirkung des Kanalisierungsprozesses erwarten würde. Jedoch wird diese Windrichtungsverteilung durch die Umströmung des Nordschwarzwaldes verursacht. Im Süden des dargestellten Gebietes findet man sehr niedrige Windgeschwindigkeiten im Lee der Vogesen. Dies ist ein Hinweis, daß die Voraussetzung von kleinen Störungen für die Linearisierung sicher verletzt wird. Aber diese dargestellte Lösung soll hier nur als Referenz zur Untersuchung des Einflusses der Rossby- und der Froude-Zahl dienen.

In der nächsten Abbildung 15 wurde dann die Coriolisbeschleunigung mitberücksichtigt ( $Ro^{-1} = 0.05$ ). In diesem Fall wird das gesamte dargestellte Tal mit einer homogenen Verteilung der Windgeschwindigkeit durchströmt. Das in Abbildung 14 zu erkennende Nachlaufgebiet im Lee der Vogesen existiert hier nicht. Da die Fouriertransformierte  $\tilde{v}$  gemischt komplex ist und die Aufteilung zwischen Real- und Imaginärteil durch die Rossby- Zahl festgelegt wird (Gleichung (47)), bestimmt die Rossby- Zahl auch die Phasenlage des Geschwindigkeitsfeldes relativ zur Orographie. Dementsprechend verschiebt sich das Maximum der talparallelen Windkomponente mit abnehmender Rossby - Zahl zur Leeseite. Auffällig ist in diesem Fall auch die Kanalisierung im Lee der Schwäbischen Alb. Die Kanalisierung tritt nicht nur in großen Tälern sondern auch an geneigten Flächen auf, wie es von Wippermann [140] beschrieben worden ist.

Im nächsten Fall (Abbildung 16) wurde die Froude - Zahl auf  $Fr = 0.05$  gesetzt, um ihren Einfluß auf die Strömung darzustellen. Wie oben diskutiert, werden

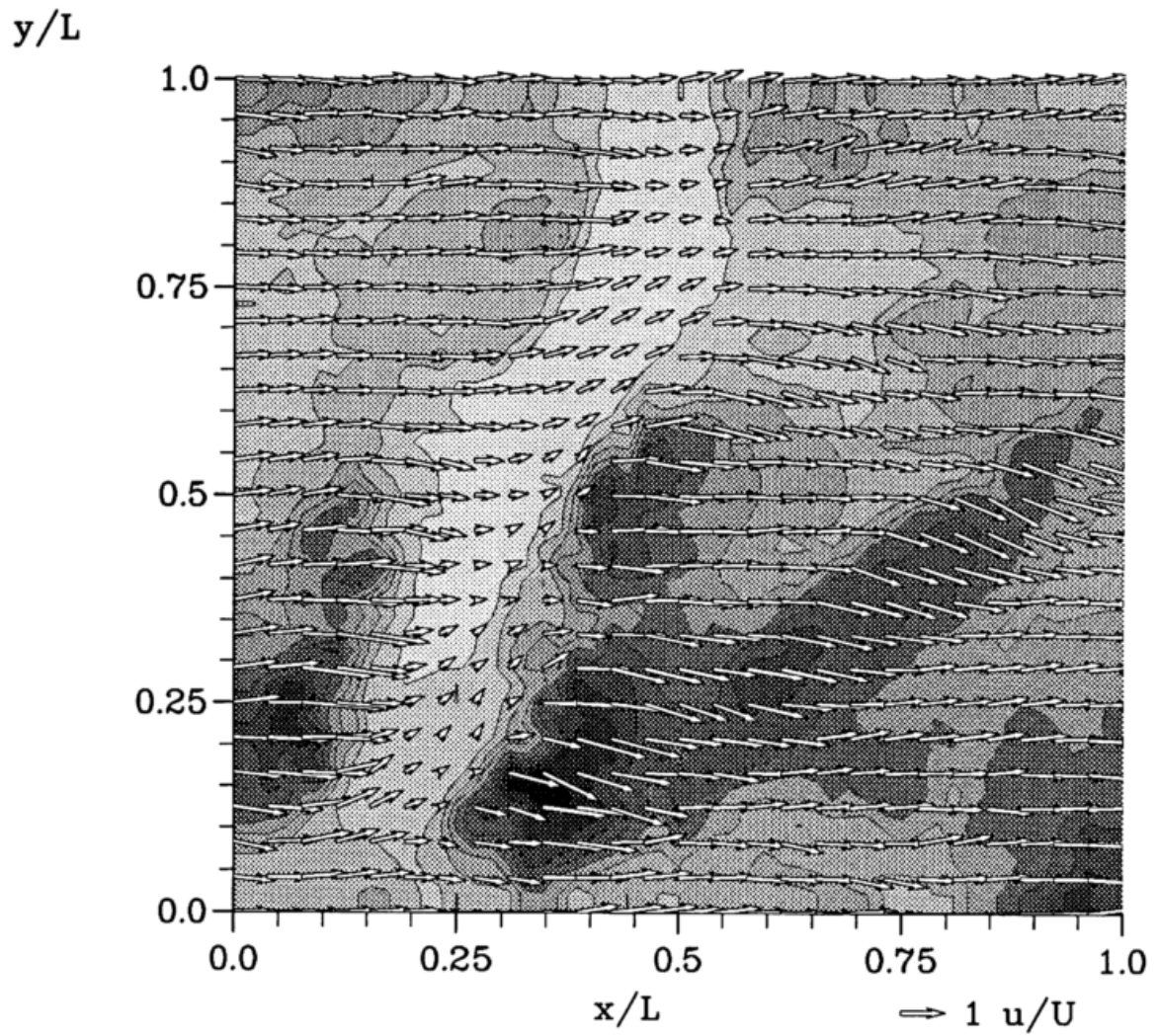


Abbildung 14: Das Windfeld in  $\hat{z} = 1$  über dem südlichen Oberrheintal aus der linearen Lösung mit  $Fr = 0$ ,  $Ro^{-1} = 0$ .

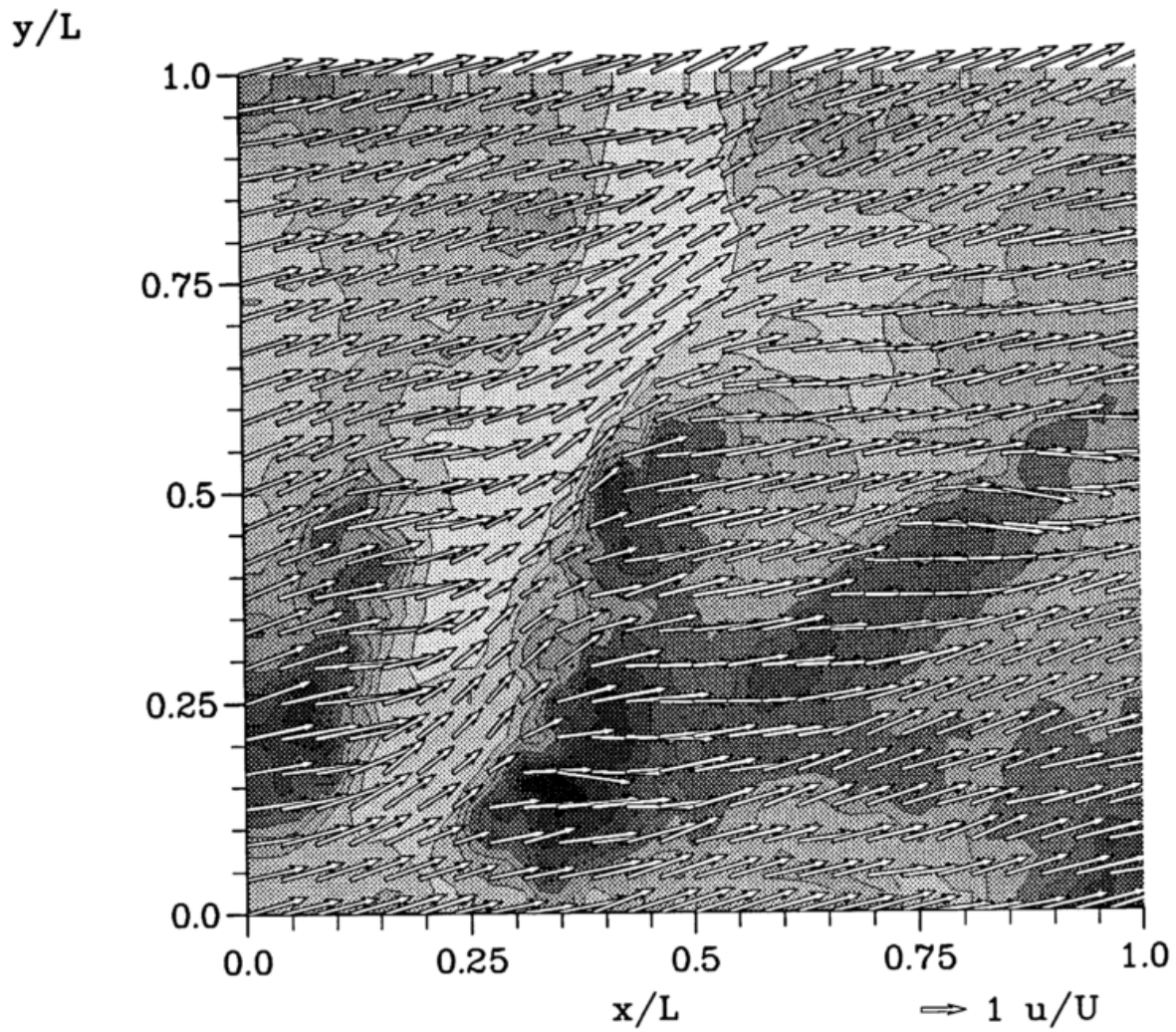


Abbildung 15: Das Windfeld in  $\hat{z} = 1$  über dem südlichen Oberrheintal aus der linearen Lösung mit  $Fr = 0$ ,  $Ro^{-1} = 0.05$ .

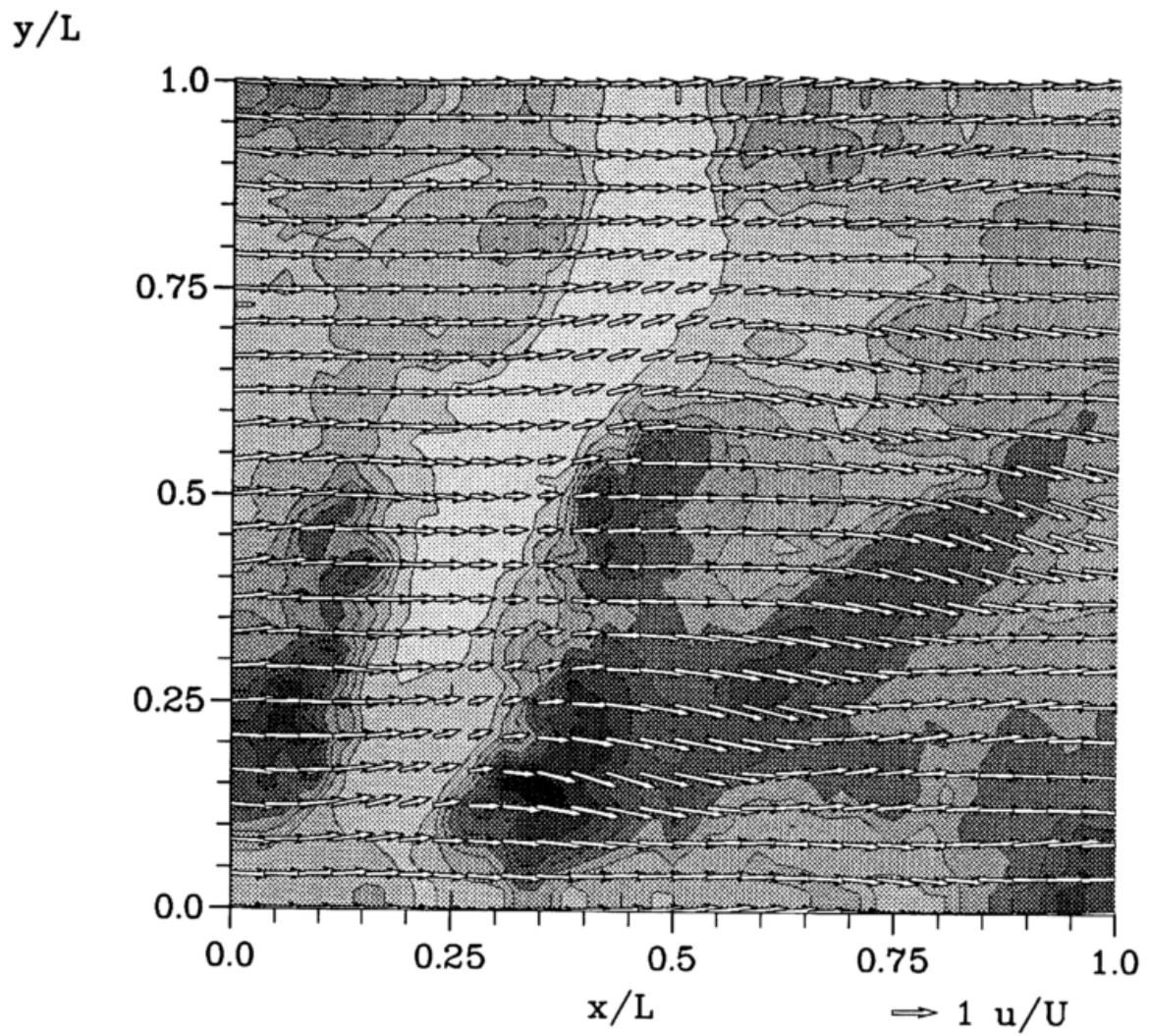


Abbildung 16: Das Windfeld in  $\hat{z} = 1$  über dem südlichen Oberrheintal aus der linearen Lösung mit  $Fr = 0.05$ ,  $Ro^{-1} = 0$ .

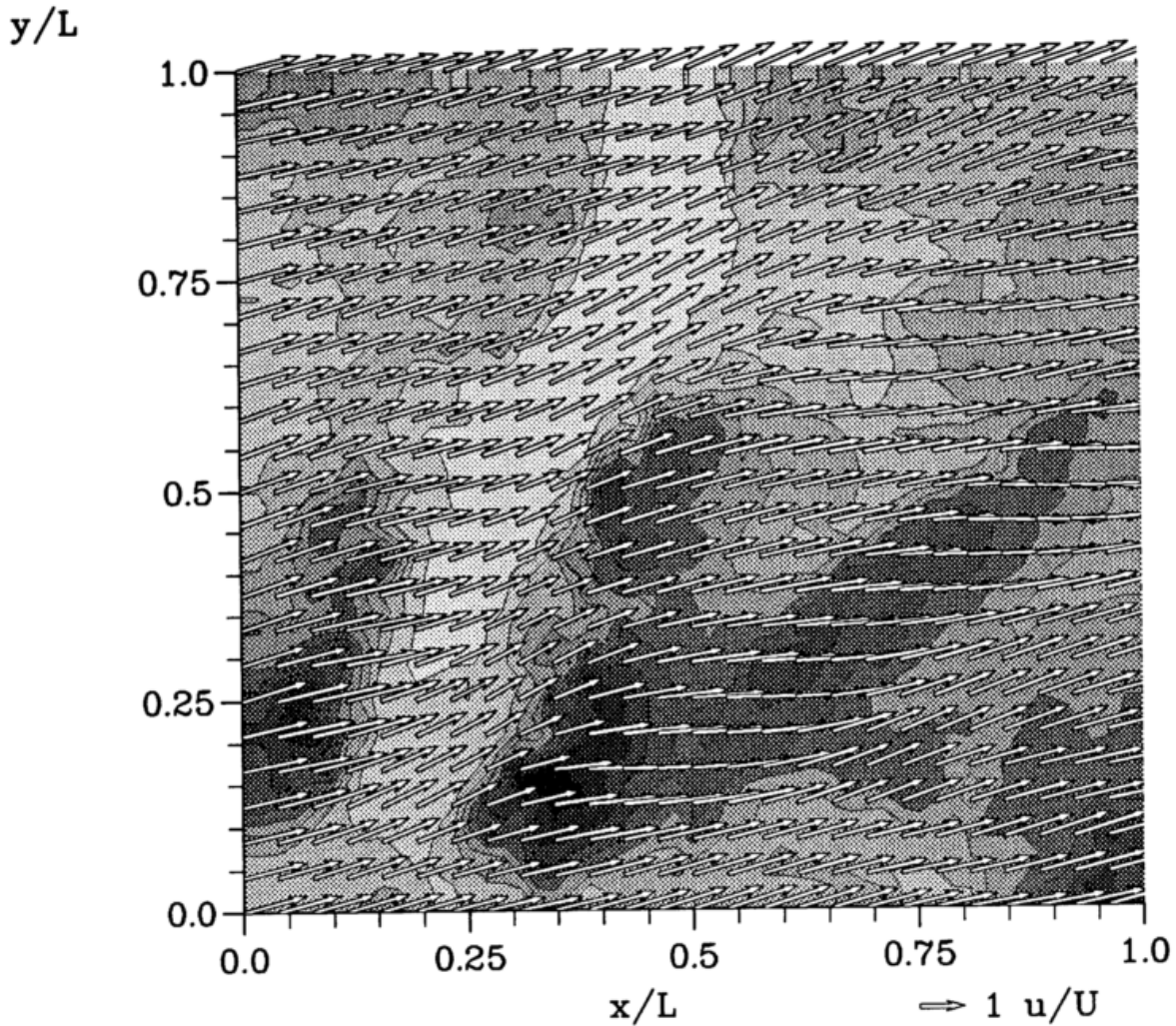


Abbildung 17: Das Windfeld in  $\hat{z} = 1$  über dem südlichen Oberrheintal aus der linearen Lösung mit  $Fr = 0.05$ ,  $Ro^{-1} = 0.05$ .

orographische Strukturen mit hohen Wellenzahlen gedämpft, so daß sich in der dargestellten Höhe nur noch relativ große Strukturen im Windfeld wiederfinden, wie es der Vergleich zwischen Abbildung 14 und 16 zeigt. Die Strukturen sind ähnlich, besitzen jedoch geringere Amplituden.

Ein ähnliches Ergebnis liefert der Vergleich der Abbildung 17, die die Lösung für  $Ro^{-1} = 0.05$  und  $Fr = 0.05$  zeigt, mit der Abbildung 15. Die Amplituden der kleinräumigen Störungen sind gedämpft.

Die Kanalisierung im Rheintal wird also schon mit einem linearen, reibungsfreien Modell beschrieben. Der wesentliche Effekt wird dynamisch verursacht und kann

auch ohne den Einfluß turbulenter Prozesse stattfinden. Diese Aussage gilt nur für eine stabil geschichtete Atmosphäre. Im Fall einer konvektiven Grenzschicht können mit diesem einfachen Modell keine Aussagen gewonnen werden. Es ist zu erwarten, daß in solchen Fällen die Turbulenz das Phänomen wesentlich bestimmt.

Der Vergleich der Abbildungen 14 mit 16 und 15 mit 17 zeigt auch den Unterschied zwischen einer hydrostatisch und einer nichthydrostatisch gefilterten Lösung. Wie schon mehrfach erwähnt, stellen die Lösungen mit  $Fr = 0$  den hydrostatischen Fall dar (Abbildungen 14 und 16), bei dem die Lösungen nicht von der Froude - Zahl abhängen.

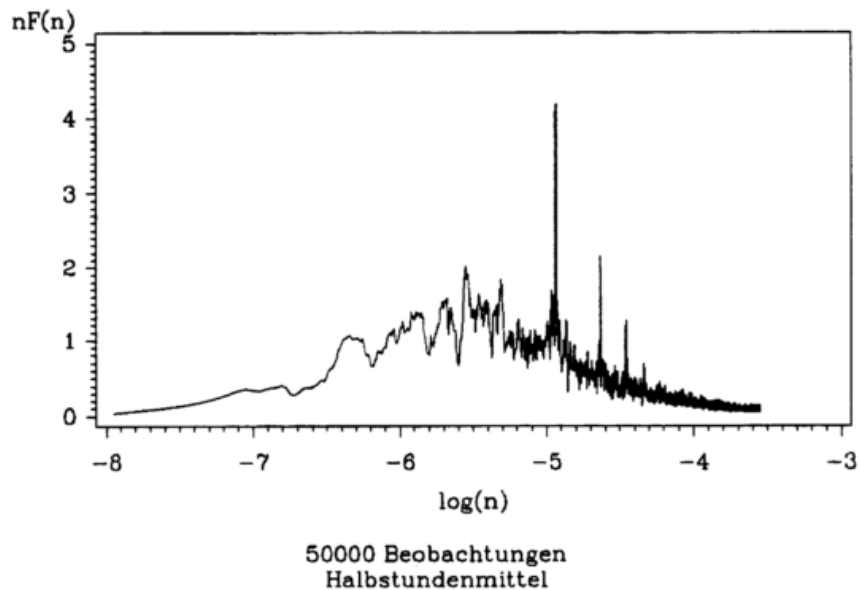


Abbildung 18: Varianzspektrum der Windgeschwindigkeit von 1984 bis 1986 in Freistett in 160 m über Grund. Aufgetragen ist  $nF(n)$  als Funktion von  $\log(n)$ . Das Varianzspektrum wurde aus Mittelwerten über eine halbe Stunde berechnet. Die Frequenz  $n$  ist in  $s^{-1}$ , die Varianzdichte  $F(n)$  in  $m^2s^{-1}$  angegeben.

## 4 Instationäre Windsysteme

Bei der Behandlung von Phänomenen, die durch eine starke Instationarität gekennzeichnet sind, mit Hilfe eines numerischen Modells teilt man zwangsläufig die Zeitskalen in der Atmosphäre in drei Bereiche auf: einen subskaligen Bereich, in dem die Prozesse unterhalb der Modellauflösung liegen, einen Modellbereich und einen superskaligen Bereich, der vom Modell wegen des beschränkten Modellgebiets in Zeit und Raum nicht erfaßt werden kann. Auf der anderen Seite aber finden wegen des nichtlinearen Verhaltens der Atmosphäre Wechselwirkungen zwischen den verschiedenen beteiligten Skalen statt.

Die hier relevanten Skalen lassen sich mit Hilfe eines Varianzspektrums einer atmosphärischen Variablen verdeutlichen, wie es in Abbildung 18 dargestellt ist. Dazu wurde eine dreijährige Zeitreihe der Windgeschwindigkeit in 160 m Höhe über Grund am Meßmast Freistett analysiert. Dieser Datensatz wird in den nächsten Kapiteln noch mehrfach verwendet.

Wegen der Halbstundenmittelung enthält die verwendete Zeitreihe die hochfre-

quenten turbulenten Fluktuationen nicht mehr, wie sie zum Beispiel bei Fiedler [45] enthalten sind. Im Bereich der Mesoskala  $\gamma$ , die nach Orlandis [98] Einteilung im Zeitbereich zwischen  $2\pi N^{-1}$  und  $2\pi f^{-1}$ , also zwischen 10 Minuten und ungefähr einem Tag, liegt, treten außer dem Tagesgang, der den größten Varianzanteil verursacht, und den Trägheitsschwingungen ( $2\pi f^{-1} = 17,5h$ ) und deren harmonischen Oberschwingungen keine markanten Punkte im Spektrum auf. Die Abbildung zeigt, daß die Prozesse mit Zeitskalen von größer einem Tag den größten Varianzanteil verursachen.

Als Konsequenz aus diesem Varianzspektrum folgt für die Simulation instationärer Prozesse in der Mesoskala  $\gamma$ , daß das Modell alle mit dem Tagesgang und den Trägheitsschwingungen verbundenen Prozesse beschreiben muß. Darüber hinaus muß es alle schnelleren Prozesse bis zu den Schwerewellen erfassen können. Aber es muß wegen der Skalenwechselwirkung ein Mechanismus im Modell existieren, über den Informationen über die übergeordnete Skala dem Modell mitgeteilt werden können. Die subskaligen Prozesse, wie Turbulenz, die unterhalb der Modellauflösung liegen, müssen parametrisiert werden. Bezüglich eines atmosphärischen Modells, das nur einen Ausschnitt aus der Atmosphäre beschreibt, gibt es also externe Prozesse, die durch externe Parameter vorgegeben werden müssen, interne Prozesse, die durch das Modell vollständig beschrieben werden, und subskalige Prozesse, die in Abhängigkeit der internen Prozesse parametrisiert werden müssen.

Im folgenden wird zunächst ein Verfahren dargestellt, mit dem die Prozesse der externen Skalen im Modell behandelt werden. Dabei findet keine Rückkopplung zwischen dem Modell und der übergeordneten Skala statt. Im nächsten Teil werden dann interne Phänomene diskutiert, die zu internen Instabilitäten führen, die über orographisch strukturiertem Gelände das Strömungsfeld wesentlich beeinflussen.

#### **4.1 Der externe Antrieb der übergeordneten Skala**

Solange nur ein Ausschnitt aus der Atmosphäre als Simulationsgebiet verwendet wird, muß immer ein externer Antrieb für das Modell vorgegeben werden. Wie schon an anderer Stelle diskutiert, wird dazu ein Druckfeld vorgegeben, das nur durch die übergeordnete Skala bestimmt wird. Dieses Druckfeld wird bei der Beschreibung realistischer Bedingungen in der Regel immer instationär sein.

In dem Modell KAMM wurde eine Formulierung zur Beschreibung des großräumi-

gen Antriebs gewählt, die es erlaubt, das großräumige Druckfeld durch zusätzliche Parameter zu bestimmen, die zur weiteren Charakterisierung der Lösungen verwendet werden können. Diese Parameterfelder sind das Feld der großräumigen Temperaturverteilung und die der geostrophischen Windkomponenten. Das Druckfeld wird dann durch die hydrostatische Grundgleichung und durch die geostrophischen Windgleichungen bestimmt. Dieses hydrostatisch – geostrophische System beschreibt stark vereinfachend die großräumige atmosphärische Strömung.

Der geostrophische Wind stellt eine spezielle stationäre Lösung der Euler – Gleichungen dar. Er wird hier dennoch als instationär angenommen, da er nur als ein Maß für das Druckfeld verwendet wird und hier nur zur Skalierung der vorzugebenden großskaligen Druckgradienten dient. Diese Betrachtungsweise ist erlaubt, da die geostrophischen und hydrostatischen Felder des Windes und der Temperatur in dem nichtlinearen Modell nicht zur Linearisierung dient. Alle durch die Instationarität des Antriebs verursachten Störungen der Impuls- und Energiebilanz führen zu Beschleunigungen, die der Modellskala zugeordnet werden.

Ein markantes, mit der Ageostrophie verbundenes Phänomen sind die Trägheitsschwingungen mit der Periode  $f^{-1}$ , die durch den instationären Antrieb erzeugt werden und der Mesoskala zugeordnet werden [98]. Das Auftreten dieser Trägheitsschwingungen kann in der Modellösung durch die übergeordnete Skala künstlich erzwungen werden. Deshalb haben Egger und Schmid [38] ein Verfahren entwickelt, um sie aus den Lösungen zu filtern. Gegen die Anwendung dieses Verfahrens spricht jedoch, daß diese Trägheitsschwingungen auch in der Natur auftreten und zum Beispiel auch eine Ursache des nächtlichen niedertroposphärischen Strahlstroms ("Low Level Jet") sind. Auch zeigen die Varianzspektren langer Zeitreihen der Windgeschwindigkeit ein markantes Signal bei der Periode  $f^{-1}$  [45], wie vorher diskutiert.

#### **4.1.1 Bestimmung des Grundzustandes aus der operationellen numerischen Wettervorhersage**

Die Felder des Grundzustandes sollen entsprechend den Vorgaben in dem hier verwendeten Modell geostrophisch und hydrostatisch sein. Die heutigen Wettervorhersagemodelle verwenden aber meist die hydrostatisch gefilterten primitiven Gleichungen, die wesentliche ageostrophische Komponenten in den Lösungen beinhalten. Deswegen wurde in einem ersten Schritt ein Verfahren entwickelt [2], das mit ei-

nem Variationsverfahren ein Druckfeld bestimmt, dessen mittlere quadratische Abweichung zur Analyse oder Prognose eines Wettervorhersagemodells minimal ist, und dessen zugehöriges geostrophische Windfeld und hydrostatische Temperaturfeld außerdem ebenfalls minimale quadratische Abweichungen zum Windfeld und Temperaturfeld der Analyse oder Prognose besitzen.

Zur Formulierung des Variationsproblems wird das folgende Funktional definiert, dessen Minimum bestimmt werden muß.

$$F = \sum_i \left( \alpha_u (u_{Ai} - u_{Gi})^2 + \alpha_v (v_{Ai} - v_{Gi})^2 + \alpha_\theta (\theta_{Ai} - \theta_{Gi})^2 + \alpha_\pi (\pi_{Ai} - \pi_{Gi})^2 \right) \quad (109)$$

Die Größen mit dem Index  $A$  sind die Werte der Analyse, die vorher auf das Gitter des mesoskaligen Modells interpoliert worden sind. Die Größen mit dem Index  $G$  sind die Felder des zu bestimmenden Grundzustandes. Die Summe wird über alle Gitterpunkte gebildet. Die dimensionsbehafteten Koeffizienten  $\alpha_u$ ,  $\alpha_v$ ,  $\alpha_\theta$ ,  $\alpha_\pi$  dienen als Gewichte, um die Größenordnungen der Terme bzw. ihre Fehler anzugleichen. Diese werden vorher gewählt.

Die Komponenten des geostrophischen Windes  $u_{Gi}$  und  $v_{Gi}$  und die Temperatur  $\theta_{Gi}$  werden durch die Differenzenform der geostrophischen Windgleichungen und der hydrostatischen Grundgleichung ersetzt. Als Lösung erhält man das Druckfeld, das die genannten Nebenbedingungen erfüllt.

Das Verfahren wird für jeden verfügbaren Termin angewendet, zu dem Analysen vorliegen. Die resultierenden Druckfelder werden zu jedem Zeitschritt zeitlich interpoliert und die zugehörigen Felder des geostrophischen Windes und der Temperatur berechnet.

Dieses Verfahren erlaubt eine einfache Kopplung zwischen dem mesoskaligen Modell und einem globalen Zirkulationsmodell. Es ist dann sinnvoll anzuwenden, wenn der Skalenunterschied zwischen dem übergeordneten Modell und dem mesoskaligen Modell so groß ist, daß ein "Nesting" nicht sinnvoll ist. Anwendungen des Verfahrens findet man bei Adrian und Fiedler [5] oder bei Vogel, Adrian und Fiedler [137]. Es ist jedoch sinnvoll, wenn weitere Informationen über den synoptischen Zustand vorliegen, das Verfahren entsprechend zu erweitern, wie es bei Anwendung des Verfahrens auf Episoden des TULLA - Experimentes [48] geschehen ist.

#### 4.1.2 Bestimmung des Grundzustandes aus Beobachtungen

Die operationellen Analysen des Deutschen Wetterdienstes waren für Zeit des TULLA - Experiments [48] im zeitlichen Abstand von sechs Stunden verfügbar. Sie beruhen auf dem operationellen Meßnetz, das im Untersuchungsgebiet nur eine Radiosondenstation besitzt. Während mesoskaligen Feldexperimenten stehen aber meistens weitere Radiosondenstationen zur Verfügung, die mit einer wesentlich schnelleren zeitlichen Folge messen, so daß mit diesen Daten genauere synoptische Analysen durchgeführt werden können, die eine bessere zeitliche und räumliche Auflösung besitzen. Aus diesem Grund wurde versucht, die operationelle Analyse durch Berücksichtigung weiterer Informationen zu verbessern.

Bei der Auswahl des Analyseverfahrens sind die folgenden Anforderungen berücksichtigt worden:

- Das Verfahren muß Felder liefern, die die geostrophischen Windgleichungen und die hydrostatische Grundgleichung erfüllen.
- Das Verfahren muß Meßfehler berücksichtigen können.
- Es muß deshalb ein multivariates Verfahren sein.
- Das Verfahren muß die operationelle Analyse mit berücksichtigen, da die erreichten Höhen der Radiosonden sehr variieren und meist nicht das gesamte Modellgebiet erfassen. Die Ausfälle müssen durch die operationelle Analyse aufgefüllt werden.

Ein Verfahren, das die genannten Anforderungen erfüllen kann, ist die "Optimale Interpolation" von Gandin [54]. Sie stellt ein multivariates Verfahren dar, das lineare Nebenbedingungen berücksichtigen und Meßfehler behandeln kann.

Eine genaue Beschreibung des Verfahrens findet man bei Gandin [54] oder in der Übersicht von Lorenc [89]. Die hier verwendete Formulierung ist von Bergman [12] übernommen worden.

Das Verfahren minimiert den mittleren quadratischen Interpolationsfehler  $\overline{E^2}$ , der hier definiert wird als

$$\overline{E^2} = \overline{(F - \hat{F})^2} \quad (110)$$

Das Mittel wird dabei über eine große Zahl von verschiedenen Analysen gebildet. Im nächsten Schritt wird der interpolierte Wert  $\hat{F}$  einer Variablen  $F$  an einem Punkt im

Raum aus einem sogenannten "first guess"  $F_0$  an diesem Ort und einer Linearkombination der Abweichungen  $f_j$  von dem Schätzfeld aller zur Verfügung stehenden Beobachtungen aller betrachteten Variablen zusammengesetzt:

$$\hat{F} = F_0 + \sum_{j=1}^N a_j f_j \quad (111)$$

mit

$$f_j = F_j + \epsilon_j - F_{j0}$$

Hierbei wird mit  $\epsilon_j$  der individuelle Fehler einer Beobachtung  $F_j$  berücksichtigt. Die Summe wird über alle  $N$  Beobachtungen gebildet. Da die  $F_j$  Beobachtungen unterschiedlicher physikalischer Variablen bezeichnen, sind die Gewichte  $a_j$  dimensionsbehaftet.

Als "first guess" wird hier die Analyse oder Prognose eines Wettervorhersagemodells eingesetzt. In dem folgenden Beispiel wurde die Analyse des "Baroklin - Feuchten" Modells des Deutschen Wetterdienstes gewählt. Diese Analyse hat nicht die statistische Bedeutung, wie sie oben definiert worden ist, nämlich ein aus einer Vielzahl von Analysen gemittelttes Feld. Aber dadurch wird sichergestellt, daß die Lösung des Verfahrens gegen die Analyse konvergiert, wenn die Zahl der zur Verfügung stehenden Beobachtungen klein wird.

Das Ziel des Verfahrens ist die Bestimmung der unbekanntten Gewichte  $a_j$ , so daß der Interpolationsfehler (110) minimal wird. Die für die Existenz eines Extremums notwendige Bedingung

$$\frac{\partial \overline{E^2}}{\partial a_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N$$

liefert das Gleichungssystem zur Bestimmung der  $a_j$ . Die quadratische Form stellt sicher, daß das Extremum ein Minimum ist:

$$\sum_{i=1}^N a_i (\overline{f_i f_j} + \overline{\epsilon_i f_j} + \overline{\epsilon_j f_i} + \overline{\epsilon_i \epsilon_j}) = \overline{f_{gr}(\hat{f}_j + \epsilon_j)}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (112)$$

Der Index "gr" bezeichnet den Wert von  $f$  am Interpolationsort.

Der erste Term  $\overline{f_i f_j}$  in Gleichung (112) bezeichnet die Kovarianz zwischen den Beobachtungen  $f_i$  und  $f_j$ . Die nächsten beiden Terme sind die Kovarianzen zwischen einer Beobachtung  $f_i$  und dem Fehler  $\epsilon_j$  einer anderen Beobachtung. Hier wird davon ausgegangen, daß die Fehler der einzelnen Messungen statistisch unabhängig voneinander sind. Für Messungen, bei denen durch das Auswerteverfahren bedingte,

systematische Fehler auftreten, ist diese Annahme nicht gerechtfertigt. Bei den hier verwendeten Radiosondenmessungen würde ein Fehler in der Eichung einer Sonde dem gesamten gemessenen Profil einen systematischen Fehler zuordnen. Es wird aber angenommen, daß die statistischen Fehler wesentlich größer sind als die systematischen. Diese beiden Terme werden deshalb vernachlässigt. Dasselbe wird für den letzten Term auf der linken Seite mit Ausnahme für  $i = j$  angenommen. Damit ist er identisch mit dem quadratischen Fehler einer Beobachtung, der somit im Verfahren berücksichtigt werden kann. Auf der rechten Seite der Gleichung steht die Kovarianz eines Fehlers und einer Beobachtung; dieser Term wird ebenfalls vernachlässigt. So bleibt als Gleichungssystem für die Gewichte  $a_j$

$$\sum_{i=1}^N a_i (\overline{f_i f_j} + \overline{\epsilon_i \epsilon_j} \delta_{ij}) = \overline{\hat{f}_j f_{gr}}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (113)$$

Das System wird dann noch normiert zu

$$\sum_{i=1}^N a'_i (\rho_{ij} + e_{ij} \delta_{ij}) = \rho_{j,gr} \sqrt{\overline{f_j^2}}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (114)$$

wodurch nur noch normalisierte Korrelationsfunktionen auftreten:

$$\rho_{ij} = \frac{\overline{f_i f_j}}{\sqrt{\overline{f_i^2}} \sqrt{\overline{f_j^2}}}$$

$$e_{ij} = \frac{\overline{\epsilon_i \epsilon_j}}{\sqrt{\overline{f_i^2}} \sqrt{\overline{f_j^2}}}$$

und

$$\rho_{j,gr} = \frac{\overline{\hat{f}_j f_{gr}}}{\sqrt{\overline{f_i^2}} \sqrt{\overline{f_j^2}}}$$

Die Lösung von (113) erhält man aus (114) durch

$$a_i = \frac{a'_i}{\sqrt{\overline{f_i^2}}} \quad (115)$$

Das Problem der "optimalen Interpolation" ist nun lösbar, wenn die Korrelationsfunktionen  $\rho_{ij}$  bekannt sind. Sie können, soweit bestimmbar, klimatologische Informationen über die zu interpolierenden Variablen enthalten, und darüber hinaus auch physikalische Beziehungen zwischen diesen. Im vorliegenden Fall sind sie jedoch wegen der geringen Datendichte und -anzahl nicht bestimmbar, so daß hier

Annahmen über die Funktionen eingeführt werden müssen. Dabei werden diese Annahmen so gewählt, daß die oben genannten Bedingungen an das Analyseverfahren erfüllt werden können.

Die Funktionen sollen nur Prozesse aus den übergeordneten Skalen enthalten, da sie nur den Grundzustand beschreiben und kleinskaligere Prozesse filtern sollen. Aus diesem Grund werden Funktionen eingeführt, wie sie in operationellen globalen Vorhersagesystemen verwendet werden. Sie werden als isotrop und homogen angesehen, was in der Mesoskala zunächst sicher nicht richtig ist [81], aber zur Beschreibung des synoptischen Antriebs erlaubt ist. Das bedeutet, daß die Korrelationsfunktionen nur vom Abstand zweier Meßpunkte abhängt:

$$\rho_{ij} = \rho_{ij}(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|)$$

Wie oben erwähnt, können die Funktionen auch die physikalischen Beziehungen zwischen den interpolierten Feldern enthalten. Hier sind dies die geostrophischen Windgleichungen und die hydrostatische Grundgleichung.

Diese Nebenbedingungen können einfach erfüllt werden, wenn sie linear sind. Um dies zu erreichen, werden die Gleichungen des Grundzustandes in ein Koordinatensystem mit einer Druckkoordinate transformiert. Sie lauten dann

$$u_g = -\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (116)$$

$$v_g = \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (117)$$

$$T = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \ln p} \quad (118)$$

mit der Temperatur  $T$  und dem Geopotential  $\Phi$ .

An dieser Stelle wird eine Kovarianzfunktion für das Geopotential  $\Phi$  eingeführt, indem der Vorschlag von Bergman [12] verwendet wird,

$$\overline{\Phi_i \Phi_j} = \overline{\Phi_o^2} \exp(-\alpha(r_i - r_j)^2) \frac{1}{1 + \beta \ln^2(p_i/p_j)} \quad (119)$$

aus dem die übrigen Kreuz- und Kovarianzfunktionen aus Gleichungen (116) bis (118) berechnet werden können. Sie lauten

1. Kovarianz zwischen dem geostrophischen Wind und dem Geopotential:

$$\overline{u_{g,i} \Phi_j} = -\frac{1}{f} \frac{\partial}{\partial y_i} \overline{\Phi_i \Phi_j} \quad (120)$$

$$\overline{v_{g,i}\Phi_j} = \frac{1}{f} \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{\Phi_i\Phi_j} \quad (121)$$

2. Kovarianz zwischen den geostrophischen Windkomponenten:

$$\overline{u_{g,i}u_{g,j}} = \frac{1}{f^2} \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_j} \overline{\Phi_i\Phi_j} \quad (122)$$

$$\overline{u_{g,i}v_{g,j}} = -\frac{1}{f^2} \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial x_j} \overline{\Phi_i\Phi_j} \quad (123)$$

$$\overline{v_{g,i}v_{g,j}} = \frac{1}{f^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \overline{\Phi_i\Phi_j} \quad (124)$$

3. Kovarianz zwischen der Temperatur und dem Geopotential:

$$\overline{\Phi_i T_j} = -R \frac{\partial}{\partial \ln p_j} \overline{\Phi_i\Phi_j} \quad (125)$$

4. Kovarianz zwischen dem geostrophischen Wind und der Temperatur:

$$\overline{u_i T_j} = -R \frac{\partial}{\partial \ln p_j} \overline{u_i\Phi_j} \quad (126)$$

$$\overline{v_i T_j} = -R \frac{\partial}{\partial \ln p_j} \overline{v_i\Phi_j} \quad (127)$$

5. Kovarianz der Temperatur:

$$\overline{T_i T_j} = R \frac{\partial^2}{\partial \ln p_i \partial \ln p_j} \overline{\Phi_i\Phi_j} \quad (128)$$

In diesen Funktionen werden die Parameter  $\alpha$  als  $10^{-12} \text{ m}^{-2}$  und  $\beta = 5$  in Anlehnung an [12] gewählt. Der Wert  $\alpha$  entspricht einer synoptischen Längenskala von  $10^6$  m. Die mittleren quadratischen Fehler  $\epsilon_{ij}$  wurden als 5 Prozent der Varianz bei der Temperatur und den Windkomponenten angenommen. Der Fehler des Geopotentials wurde mit 1 sehr groß gewählt, da durch die unsichere Höhenbestimmung der Radionsonden das Geopotential mit großen Fehlern behaftet ist. Die Einbeziehung der Meßfehler hat noch den Nebeneffekt, daß das Gleichungssystem (114) besser konditioniert wird [88].

Für eine instationäre Anwendung des Verfahrens werden Analysen in gleichen zeitliche Abständen (hier 3 h) durchgeführt und die Felder zu jedem Zeitschritt des Modells zeitlich interpoliert.

#### 4.1.3 Ein Anwendungsbeispiel: Simulation einer Episode und Vergleich mit Messungen

Das im folgenden gezeigte Beispiel entspricht der von Adrian und Fiedler [6] behandelten Situation. Dort sind weitere Angaben zu der Simulation zu finden. Es handelt sich um Ergebnisse einer Simulation der ersten Meßphase des *TULLA* - Experimentes am 21. 3. 1985. Sie wurde mit einer Gitterweite von 5 km und einer Modellhöhe von 8 km mit 35 vertikalen Schichten durchgeführt. Der Grundzustand wurde instationär, wie oben beschrieben, bestimmt.

In den beiden Abbildungen 19 und 20 wird das Bodenwindfeld aus der Simulation mit den Bodenbeobachtungen des synoptischen Meßnetzes verglichen. Das wesentliche Phänomen an diesem Tag ist die Winddrehung und -zunahme im Oberreintal, hervorgerufen durch eine Änderung des geostrophischen Windes. Während in den Morgenstunden die Windgeschwindigkeit im Rheintal niedrig ist, bei wechselnden Windrichtungen, nimmt am Nachmittag die Windgeschwindigkeit stark zu und dreht talparallel auf südliche Richtungen. Beides findet man sowohl in den Beobachtungen als auch in der Simulation.

Die Abweichungen zwischen Beobachtung und Simulation sind nicht an allen Orten und zu allen Zeiten zufriedenstellend klein. Eine Schwierigkeit bei dieser Anwendung war die Abschätzung der Schneebedeckung [6], von der vor allem im nördlichen Bereich die Simulationsergebnisse zusätzlich empfindlich abhängen. Dies ist ein Hinweis darauf, daß die Bestimmung der Bodenparameter als weitere externe Parameter für das Modell ebenfalls ein wesentliches Problem darstellt.

Die Abbildung 21 vergleicht die simulierten mit den an den Radiosondenstationen gemessenen Windprofilen. Hier sieht man noch deutlicher die Winddrehung in der Höhe, die die Ursache für das Verhalten des Bodenwindfeldes im Rheintal ist. Es ist erkennbar, daß in diesem Anwendungsbeispiel das augenfälligste Phänomen wesentlich durch die instationäre Vorgabe des externen Antriebs bestimmt wird.

Dieses Anwendungsbeispiel zeigt, daß für eine solche Simulation die Bestimmung der externen Modellparameter wesentlich ist. Für einen Vergleich zwischen Simulation und Beobachtung mit dem Ziel einer Modellvalidierung müssen diese Parameter objektiv bestimmt werden. Die dazu notwendigen Analyseverfahren gehören mit zu dem zu validierenden Modellsystem. Daraus folgt aber weiter, daß man mit einem solchen Datensatz das dynamische Modell alleine nicht validieren kann, und daß

$y/km$

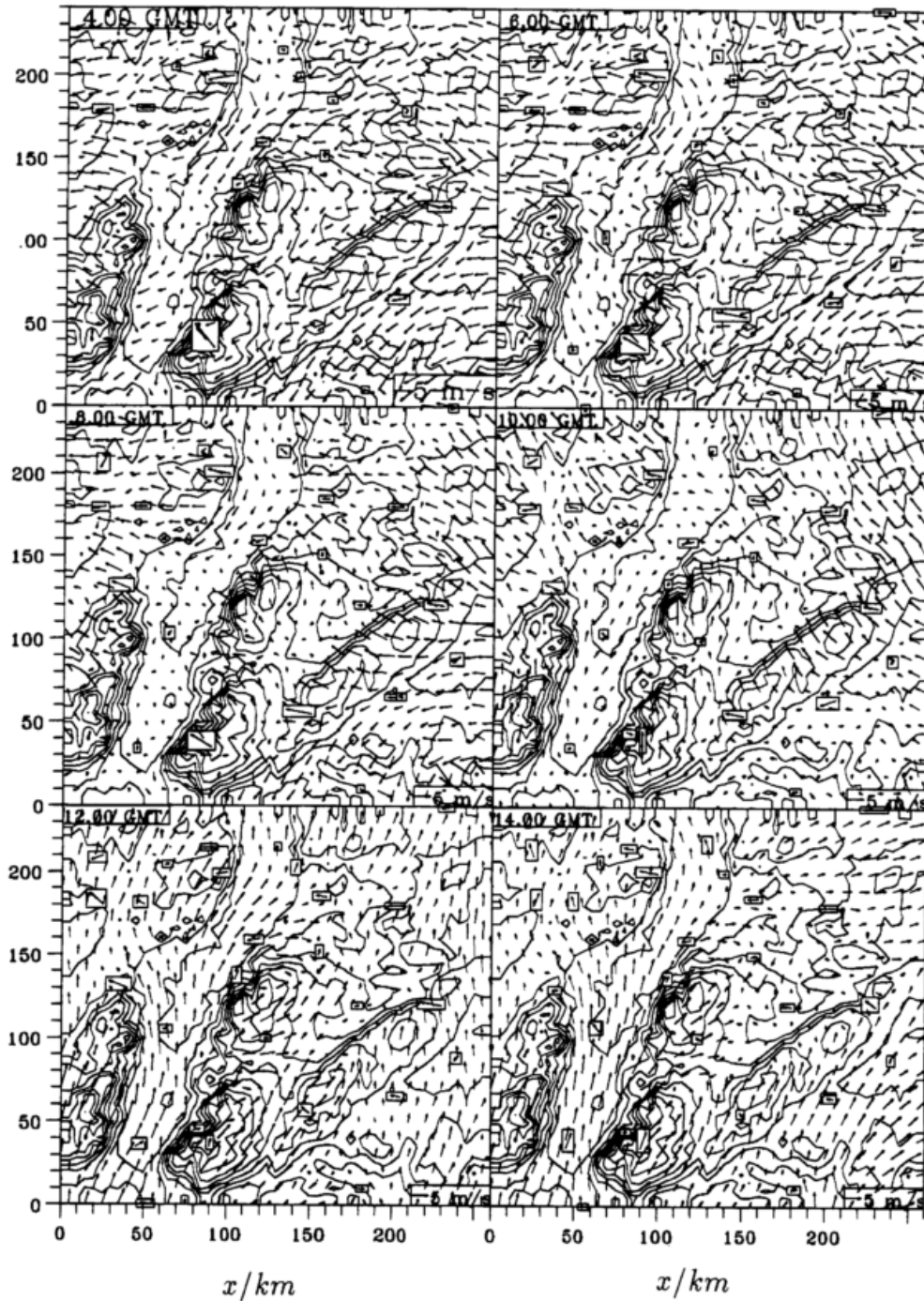


Abbildung 19: Bodenwindfeld zwischen 4.00 UTC und 14.00 UTC. Die Pfeile zeigen das Ergebnis der Simulation, die Pfeile in den Rechtecken stellen die Beobachtungen dar. Zur besseren Übersichtlichkeit ist in jeder Richtung nur jeder zweite Pfeil dargestellt worden.

$y/km$

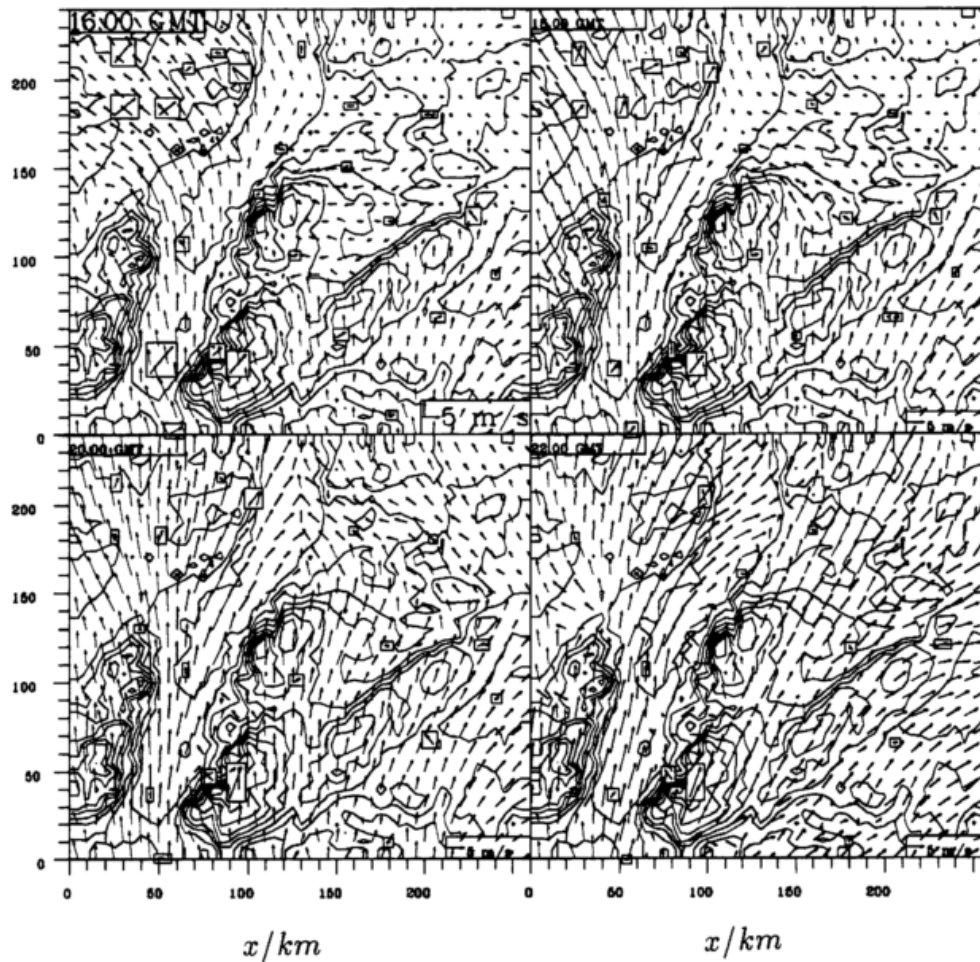
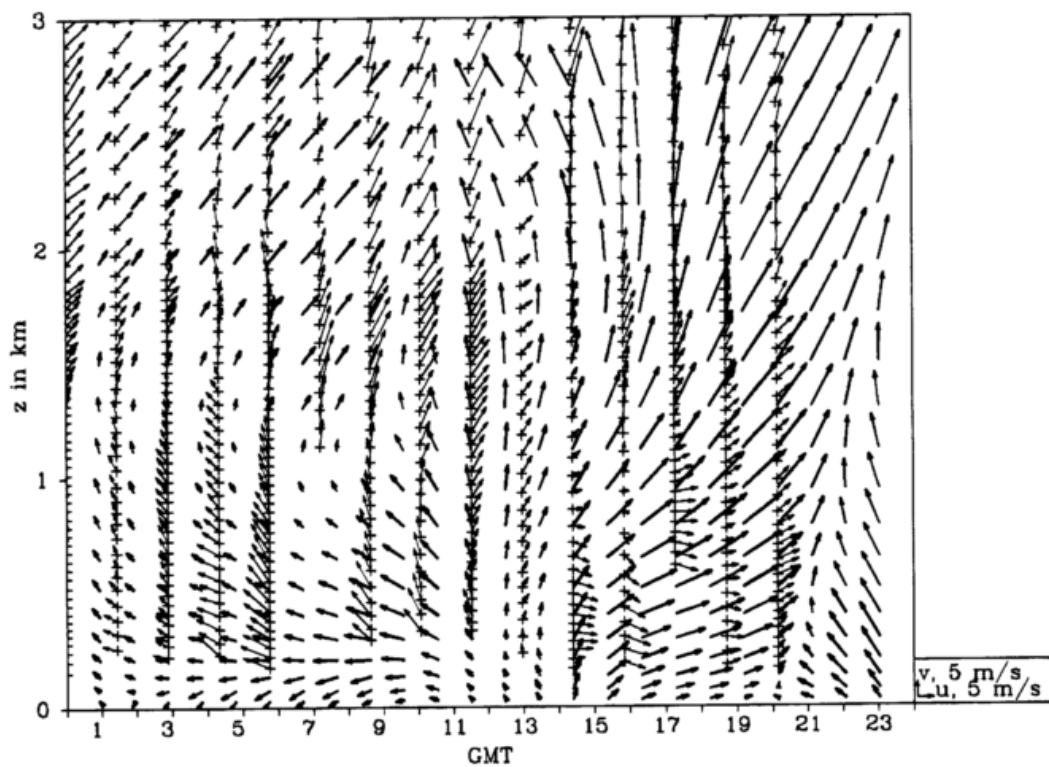


Abbildung 20: Bodenwindfeld zwischen 16.00 UTC und 22.00 UTC. Die Pfeile zeigen das Ergebnis der Simulation, die Pfeile in den Rechtecken stellen die Beobachtungen dar. Zur besseren Übersichtlichkeit ist in jeder Richtung nur jeder zweite Pfeil dargestellt worden.



Neuhausen

Abbildung 21: Zeit - Höhenschnitt der beobachteten Windgeschwindigkeiten (Pfeile mit Kreuzen am Fußpunkt) und den simulierten Windprofilen an der TULLA - Radiosondenstation Neuhausen am 21. 3. 1985

deshalb die Analysen der externen Parameter eine wesentliche Modellkomponente darstellen.

## 4.2 Instationäre Windsysteme durch interne Instabilitäten

Wesentlich interessanter als die durch Einflüsse der externen Skala und des Erdbodens hervorgerufenen instationären Phänomene in der Mesoskala  $\gamma$  sind die durch interne Instabilitäten verursachten Phänomene [4]. Diese sind bisher relativ wenig untersucht worden. Im folgenden sollen nur Phänomene diskutiert werden, die vor allem durch die Wechselwirkung der Strömung mit der Orographie entstehen, so daß hier eines der augenfälligsten Phänomenen in dieser Skala, die Konvektion, im weiteren ausgeschlossen sein soll, da diese nicht notwendigerweise an orographische Strukturen gebunden ist.

Man muß dabei berücksichtigen, daß dem vorliegenden System von außen ständig Impuls und Energie zugeführt werden, so daß das Auftreten dieser Instabilitäten mit dem externen Antrieb verbunden ist. Dadurch kann aber dieser externe Antrieb zur Ableitung von notwendigen Bedingungen, zum Beispiel in Form von dimensionslosen Kennzahlen, für das Auftreten dieser Phänomene verwendet werden.

Wenn nun die mit derartigen Instabilitäten verbundenen Strömungsphänomene in einem Gebiet so häufig auftreten, daß sie für das lokale oder regionale Klima relevant sind, dann können die das Phänomen charakterisierenden dimensionslosen Kennzahlen als Klimaparameter angesehen werden. Da in diesen Kennzahlen auch Formparameter der Orographie eingehen, bietet sich hierdurch ein Ansatz, diese Formparameter in die Beurteilung eines lokalen oder regionalen Klimazustandes mit einzubeziehen.

Bevor Hinweise aus Beobachtungen aus dem Oberrheintal für die Existenz solcher Phänomene diskutiert werden sollen, muß zunächst gezeigt werden, wie weit derartige Phänomene, die mit der Umströmung von Hindernissen verbunden sind, durch das hier verwendete Modell *KAMM* beschrieben werden. Dazu wird zunächst die Umströmung eines Einzelberges diskutiert, da dieses idealisierte Problem vielfach in Strömungskanälen untersucht worden ist und deshalb eine ausführliche Phänomenologie in der Literatur existiert. Allerdings ist die Dynamik der zu diesen Phänomenen führenden Prozesse in der Literatur noch umstritten, wie im folgenden noch erläutert wird. Dazu werden die Felder von Vorticity und potentieller Vorticity als

besonders geeignete Feldgrößen diskutiert.

#### 4.2.1 Die Umströmung eines Hindernisses

In Kapitel 2.2.2 wurde eine lineare, dimensionslose Lösung der Eulergleichungen angegeben. Dabei sind zwei Froude - Zahlen  $Fr_h = \frac{U}{NH}$ ,  $Fr = \frac{U}{Na}$ , und eine Rossby - Zahl,  $Ro = \frac{U}{fa}$ , eingeführt worden. Aus der Lösung konnte man erkennen, daß die Rossbyzahl  $Ro$  und die Froude - Zahl  $Fr$  im wesentlichen die Form der Lösung beschreiben und die Froude - Zahl  $Fr_h$  die Amplitude der Lösung. Es wurde dabei vermutet, daß die Größenordnung der Amplitude und somit die Froude - Zahl  $Fr_h$  nichtlineare Prozesse, wie Wirbelablösungen bestimmen. Aus dieser Annahme folgt, daß die Froude - Zahl  $Fr_h$  die für das Umströmungsproblem maßgebliche Kennzahl ist. Da die Amplitude der Lösung umgekehrt proportional zur Froude - Zahl  $Fr_h$  ist, folgt weiterhin, daß Ablösungen bei kleinen Werten von  $Fr_h$ , also bei großen Amplituden auftreten. Eine Größenordnung für eventuell kritische Werte kann aus einer linearen Lösung nur soweit angegeben werden, als daß diese außerhalb des Gültigkeitsbereichs der linearen Lösung liegen muß [120].

Die Größenordnung läßt sich aber aus einer einfachen Abschätzung ableiten, die von Sheppard [118] 1956 veröffentlicht worden ist. Da diese Abschätzung auch eine einfache Interpretation der Froude - Zahl  $Fr_h$  liefert, wird sie hier wiederholt, jedoch in einer geänderten Form, um die gewählten Variablen  $\theta$  und  $\pi$  beibehalten zu können.

Sheppard nimmt stationäre, reibungsfreie Bedingungen an. Dann lassen sich die Euler- Gleichungen schreiben als

$$\nabla \frac{\vec{v}^2}{2} = -c_p \theta \nabla \pi - g \vec{k} \quad (129)$$

mit dem Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}$  und dem vertikalen Einheitsvektor  $\vec{k}$ . Wenn man diese Gleichung längs einer Stromlinie integriert, erhält man die Bernoulli - Gleichung, indem man die Gleichung (129) umschreibt zu

$$d \left( \frac{\vec{v}^2}{2} + gz \right) = -c_p \theta d\pi \quad (130)$$

Hier wird näherungsweise angenommen, daß das Druckfeld nur eine Funktion von der Höhe  $z$  ist und somit durch die hydrostatische Grundgleichung

$$d\pi = -\frac{g}{c_p \theta_0} dz \quad (131)$$

bestimmt ist. Um die folgenden Überlegungen zu vereinfachen, wird  $\theta_0 = \theta(H)$  als konstant angenommen und gleich der Temperatur in Gipfelhöhe gesetzt. Dann folgt aus Gleichung (130)

$$d\left(\frac{\bar{v}^2}{2}\right) = \frac{\theta'}{\theta_0} g dz \quad (132)$$

mit

$$\theta' = \theta - \theta_0.$$

Diese Gleichung wird zwischen zwei Punkten 1 und 2, die auf einer Stromlinie liegen, integriert. Man erhält die Gleichung von Sheppard [118]

$$\frac{\bar{v}_2^2}{2} - \frac{\bar{v}_1^2}{2} = \int_{z_1}^{z_2} \frac{\theta'}{\theta_0} g dz \quad (133)$$

Auf der rechten Seite braucht wegen der hydrostatischen Grundgleichung nur über  $z$  integriert werden.

Diese Gleichung beschreibt also die Änderung der Geschwindigkeit längs einer Stromlinie, die durch Heben oder Senken der Stromlinie verursacht wird. Sheppard stellt nun die Frage, wann ein Hindernis umströmt wird. In diesem Fall muß es einen Staupunkt unterhalb des Gipfels geben. Der kritische Punkt zwischen einer reinen Hindernisüberströmung und einer Umströmung ist dann erreicht, wenn der Staupunkt genau am Gipfel des Berges ist. Für diese Bedingung folgt aus der Gleichung (133)

$$-\frac{\bar{v}_0^2}{2} = \int_0^H \frac{\theta'}{\theta_0} g dz \quad (134)$$

Diese Gleichung gibt den kritischen Wert der Geschwindigkeit am Boden in Luv des Hindernisses, unterhalb dem es zu einer Umströmung des Hindernisses kommt.

Das Integral läßt sich umschreiben, wenn man ein lineares Profil für  $\theta$  annimmt,

$$\theta(z) = \theta_0 + \frac{\partial\theta}{\partial z}(z - H)$$

mit  $\theta_0 = \theta(H)$ . Daraus folgt dann die notwendige Bedingung für die Existenz eines Staupunktes

$$\bar{v}_0^2 < N^2 H^2$$

oder in dimensionsloser Form

$$Fr_h < 1 \quad (135)$$

Man kann also eine Umströmung des Berges erwarten, wenn die Froude - Zahl, gebildet mit der Hindernishöhe, kleiner als 1 ist.

Dieses Ergebnis wurde dann später in vielen Experimenten im Strömungskanal bestätigt. Brighton [15] klassifiziert diese Experimente mit Hilfe dieser Froude - Zahl:

- $Fr_h \gg 1$  lineare Überströmung
- $Fr_h \approx 1$  nichtlineare Überströmung
- $Fr_h < 1$  Umströmung bzw. Rotorbildung
- $Fr_h \ll 1$  Umströmung mit Ablösung bzw. "Blocking"

Die Unterscheidung zwischen linearer und nichtlinearer Überströmung bezieht sich auf eine mögliche modellmäßige Beschreibung der Strömung. Im ersten Fall kann die Überströmung gut mit einem linearen Modell berechnet werden, wie es hier beschrieben worden ist, während im zweiten nichtlinearen Fall nichtlineare Modelle verwendet werden müssen, zum Beispiel mit Lösungen der Long- Gleichung [87]. Die Rotorbildung im Lee und das Blocken der Strömung im Luv des Hindernisses finden an zweidimensionalen Hindernissen statt, während im dreidimensionalen Fall immer eine Umströmung möglich ist. In diesen Fällen verhält sich die Strömung im wesentlichen horizontal zweidimensional und läßt sich näherungsweise durch das analytische Modell von Drazin [27] beschreiben. Diese Lösung setzt allerdings ebenfalls Stationarität voraus und beschränkt sich auf zylindersymmetrische Hindernisse.

Für die hier erwähnten Modelle existieren zumindest für einige geometrische Verhältnisse analytische Lösungen, die zunächst kaum von praktischer Bedeutung sind. Sie zeigen aber, daß es im vorliegenden Fall der Hindernisumströmung die oben genannten vier deutlich verschiedenen Strömungsformen gibt, die durch die Froude - Zahl unterschieden werden können. Zusätzlich kann man noch unterscheiden, daß für große Froude - Zahlen ( $Fr_h \gg 1$ ) im wesentlichen eine Überströmung stattfindet und daß für kleine Froude - Zahlen ( $Fr \ll 1$ ) mindestens in den unteren Schichten eine Umströmung stattfindet. Oberhalb dieses Umströmungsbereichs wird das Hindernis überströmt, da die Luftpakete dort nur wenig angehoben werden müssen. Diese Vorstellung wurde von Hunt und Snyder [72] aus Strömungskanalexperimenten entwickelt.

Snyder et al. [126] formulierten deshalb das Konzept der teilenden Stromlinie, ausgehend von Sheppard's [118] Abschätzung und weiteren Strömungskanaluntersuchungen. Die teilende Stromlinie bzw. die aus diesen Stromlinien bestimmte Fläche teilt die Strömung in zwei Gebiete. Oberhalb dieser Fläche wird das Hindernis

überströmt, unterhalb dieser Fläche umströmt. Die Höhe dieser Fläche  $h_s$  läßt sich ebenfalls aus Sheppard's Gleichung (133) ableiten, indem in dieser Gleichung für  $z_1$  die Höhe  $h_s$  eingesetzt wird. Man erhält allerdings nur eine implizite Gleichung zur Bestimmung von  $h_s$ , die jedoch unter der oben genannten Voraussetzung der konstanten Brunt - Vaisälä - Frequenz  $N$  eine einfache Lösung besitzt,

$$Fr_h = 1 - \frac{h_s}{H} \quad (136)$$

aus der der kritische Wert der Froude - Zahl für die Umströmung für  $h_s = 0$  folgt. Dieses Konzept der teilenden Stromlinie wurde auch in der atmosphärischen Grenzschicht getestet. Trombetti und Tampieri [131] konnten einen Zusammenhang zwischen der Froude - Zahl  $Fr_h$  und dem Verhältnis  $\frac{h_s}{H}$  zeigen, auch wenn ihre Auswertung durch die relativ großen Meßfehler von Radiosondenmessungen beeinträchtigt wurde.

In der Atmosphäre sind bei typischen Mittelgebirgen oder auch bei großen Inseln bei mittleren Windgeschwindigkeiten unrealistische Temperaturgradienten notwendig, um hinreichend kleine Froude - Zahlen zu erreichen, die zur Wirbelablösung notwendig sind. Trotzdem werden Wirbel zumindest im Fall von großen Inseln häufig beobachtet, wie viele dokumentierte Beispiele zeigen (z. B. von Chopra und Hubert [17], Zimmerman [146], Mohr [94], Moll [95] oder Jensen und Agee [73]. Etling [43] gibt eine Übersicht über weitere.) Etling erklärt diesen scheinbaren Widerspruch ebenfalls mit Sheppard's Gleichung (133). Es ist nicht notwendig, daß der Temperaturgradient über die gesamte Schicht so groß ist, sondern es reicht eine Inversion mit der entsprechenden Brunt - Vaisälä - Frequenz aus, die eine vertikale Mächtigkeit von  $H - h_s$  besitzt. Dann ist die Höhe der teilenden Stromlinienfläche die Inversionsuntergrenze. Unterhalb der Inversion kann die Schichtung neutral sein. Viele der oben zitierten Beispiele von Beobachtungen von Wirbelstraßen in der Atmosphäre wurden im Lee von subtropischen Inseln durchgeführt, bei denen eine starke Passatinversion gemessen worden ist oder vermutet werden kann.

#### 4.2.2 Die potentielle Vorticity

Aus den hydrodynamischen Gleichungen, wie sie hier auch verwendet werden, läßt sich eine Klasse von konservativen Größen ableiten, die sich zur Analyse und Darstellung von Strömungen verwenden lassen. Diese in der hier benötigten allgemeinen

Form zuerst von Ertel [42] eingeführten Größen werden unter dem Begriff "potentielle Vorticity" zusammengefaßt. Hoskins et al. [70] geben einen, auch historischen, Überblick über das Konzept der Vorticity und der potentiellen Vorticity.

Diese Ableitung wird hier für das hier verwendete Gleichungssystem in Anlehnung an der Darstellung von Pedlosky [102] wiederholt. Ausgangspunkt sind die Bewegungsgleichungen, hier in Vektorform:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -c_p \theta \nabla \pi + \nabla \Phi - 2\vec{\Omega} \times \vec{v} + \vec{F} \quad (137)$$

$\vec{F}$  bezeichnet den Reibungsterm,  $\nabla \Phi$  die Schwerebeschleunigung. Von dieser Gleichung wird durch Bildung der Rotation die (dreidimensionale) Vorticity - Gleichung gebildet.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \vec{v}) + \nabla \times ((\nabla \times \vec{v}) \times \vec{v}) = -c_p \nabla \times (\theta \nabla \pi) - \nabla \times (2\vec{\Omega} \times \vec{v}) + \nabla \times \vec{F} \quad (138)$$

Dabei wurde die Beziehung

$$\vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = (\nabla \times \vec{v}) \times \vec{v} - \nabla \frac{v^2}{2}$$

für den Advektionsterm verwendet. Aus der hier verwendeten Filtergleichung  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$  ergibt sich die Vorticitygleichung mit  $\vec{\Omega} = konst$  für die (dreidimensionale) absolute Vorticity

$$\vec{\omega}_a = \nabla \times \vec{v} + 2\Omega$$

in der üblichen Form

$$\frac{d\vec{\omega}_a}{dt} = \omega_a \cdot \nabla \vec{v} - c_p \nabla \theta \times \nabla \pi + \nabla \times \vec{F} \quad (139)$$

mit dem Drehterm, dem Solenoidterm und dem Reibungsterm auf der rechten Seite. Das Ziel des Konzeptes der potentiellen Vorticity ist die Formulierung einer Gleichung ohne Drehterm und Solenoidterm. Dazu wird eine skalare Feldfunktion  $\Psi$  eingeführt, die einer Bilanzgleichung der folgenden Form genügen muß:

$$\frac{d\Psi}{dt} = \lambda \quad (140)$$

Mit dieser zusätzlichen Gleichung wird die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  in Gleichung (139) eliminiert. Dazu wird der Gradient von Gleichung (140) gebildet

$$\nabla \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d}{dt} \nabla \Psi + \nabla \vec{v} \cdot \nabla \Psi = \nabla \lambda \quad (141)$$

Diese Gleichung wird skalar mit der absoluten Vorticity

$$\vec{\omega}_a \cdot \frac{d}{dt} \nabla \Psi + \vec{\omega}_a \cdot \nabla \vec{v} \cdot \nabla \Psi = \vec{\omega}_a \cdot \nabla \lambda \quad (142)$$

und die Vorticitygleichung (139) mit  $\nabla \Psi$  multipliziert

$$\nabla \Psi \cdot \frac{d\vec{\omega}_a}{dt} = \nabla \Psi \cdot \omega_a \cdot \nabla \vec{v} - \nabla \Psi \cdot c_p \nabla \theta \times \nabla \pi + \nabla \Psi \cdot \nabla \times \vec{F} \quad (143)$$

Diese beiden Gleichungen werden addiert und man erhält die Gleichung für die potentielle Vorticity

$$\Pi = \vec{\omega}_a \cdot \nabla \Psi$$

in der Form

$$\frac{d\Pi}{dt} = \vec{\omega}_a \cdot \nabla \lambda - \nabla \Psi \cdot c_p \nabla \theta \times \nabla \pi + \nabla \Psi \cdot \nabla \times \vec{F} \quad (144)$$

Für die bis hier nicht spezifizierte Funktion  $\Psi$  wird die potentielle Temperatur eingesetzt, die eine Bilanzgleichung der geforderten Form (140) erfüllt. Dadurch entfällt noch zusätzlich der Solenoidterm. Der Quellterm  $\lambda$  in Gleichung (140) ist in dem hier verwendeten Gleichungssystem die turbulente Diffusion der potentiellen Temperatur.

$$\frac{d\Pi}{dt} = \vec{\omega}_a \cdot \nabla (\nabla \cdot K_h \nabla \theta) + \nabla \theta \cdot \nabla \times \vec{F} \quad (145)$$

Die Quellterme der Gleichung der potentiellen Vorticity (145) wirken nur über die turbulenten Prozesse, die unter den hier angenommenen atmosphärischen Bedingungen nur in der Grenzschicht stattfinden. Deshalb eignet sich die potentielle Vorticity gut zur Darstellung von Umströmungsphänomenen im Lee eines Hindernisses, wie es hier untersucht wird. (s. z. B. [20]).

Die Wirkung der Quellterme läßt sich noch genauer beschreiben, ohne zusätzliche Annahmen über die Form dieser Terme treffen zu müssen. Denn Gleichung (145) läßt sich vollständig in Flußform darstellen, wie zum Beispiel Haynes und McIntyre [61] zeigen:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \vec{v} \Pi - \vec{\omega}_a \frac{d\theta}{dt} - \vec{F} \times \nabla \theta \right) = 0 \quad (146)$$

Aus dieser Form folgt, daß innerhalb der Strömung weder potentielle Vorticity vernichtet noch erzeugt werden kann, ohne daß hier die diffusiven Prozesse genauer spezifiziert werden müssen. Die Transportgeschwindigkeit der potentiellen Vorticity bestimmt sich aus dem Verhältnis des Flusses zur transportierten Größe.

$$\vec{v}_\Pi = \vec{v} - \frac{\vec{\omega}_a \frac{d\theta}{dt} + \vec{F} \times \nabla \theta}{\Pi} \quad (147)$$

Potentielle Vorticity kann nur dort erzeugt werden, wo Isentropen die Berandung der Strömung schneiden. Außerdem läßt sich zeigen, daß ein Transport von potentieller Vorticity durch isentrope Flächen unmöglich ist [61]. Wegen dieser Eigenschaften verhält sich die potentielle Vorticity anders als ein passiver Tracer. Nur wenn der letzte Term in Gleichung (147) entfällt ( $\vec{v}_\Pi = \vec{v}$ ), die Strömung also adiabatisch und reibungsfrei ist, dann kann die potentielle Vorticity als passiver Tracer angesehen werden [62].

Wenn man also diese Größe auf einer ebenen Fläche  $z = konst$  darstellt, die das Hindernis durchschneidet, und sich diese Fläche sonst oberhalb der Grenzschicht befindet, stellt sich die potentielle Vorticity als passiver Tracer dar, der nur an der Wand des Hindernisses Quellen besitzt. Diese Art der Darstellung ist dann vergleichbar mit Strömungsvisualisierungen im Kanal, wo man den Tracer am Hindernis freisetzt. Ein Beispiel einer solchen Darstellung ist in den Abbildungen 22 bis 24 gezeigt, die Ergebnisse einer Simulation mit dem Modell KAMM darstellen.

Die Abbildungen zeigen deutlich die Strukturen, wie sie von Beobachtungen im Strömungskanal von Wirbelstraßen her bekannt sind (s. z. B. [134]). Es bilden sich lange, dünne Streifen aus, die sich hakenförmig anordnen und dabei aufrollen.

Da dieses Phänomen der Wirbelstraßen instationär ist, unterscheidet sich die Darstellung der Strömungsfeldes zwischen einer Lagrange'schen Betrachtung durch Trajektorien eines Tracers und einer Euler'schen Darstellung zum Beispiel durch Strömungspfeile, wie sie in den Abbildungen (25) bis (27) dargestellt sind. Die Abbildungen zeigen die Strömungsfelder in der selben Schnittebene zu den gleichen Zeiten wie die Abbildungen (22) bis (24).

Die Abbildungen zeigen, daß die im Lee des Berges entstehenden Wirbel sich im Bereich des hufeisenförmigen Nachlaufgebietes ausbreiten. Dieses Gebiet wird qualitativ schon durch die linearen Lösungen beschrieben, die in Kapitel 2.2.2 diskutiert worden sind. Es wird durch die sich bildenden internen Schwerewellen beschränkt, die sich analog zu Kelvin'schen Schiffswellen in einem Sektor von ca. 40 Grad ausbreiten [127]. Dabei tritt im Bereich der Wellen die größte Windscherung auf, die zu den Maxima der Vorticity und der potentiellen Vorticity an den Rändern des Nachlaufgebietes gehört. Die Wirbel selber sind nicht gleichzeitig die Maxima der potentiellen Vorticity, sondern sind das Ergebnis der Umverteilung von Scherungs- in Krümmungsvorticity.

Die Maxima der potentiellen Vorticity befinden sich in unmittelbarer Hinder-

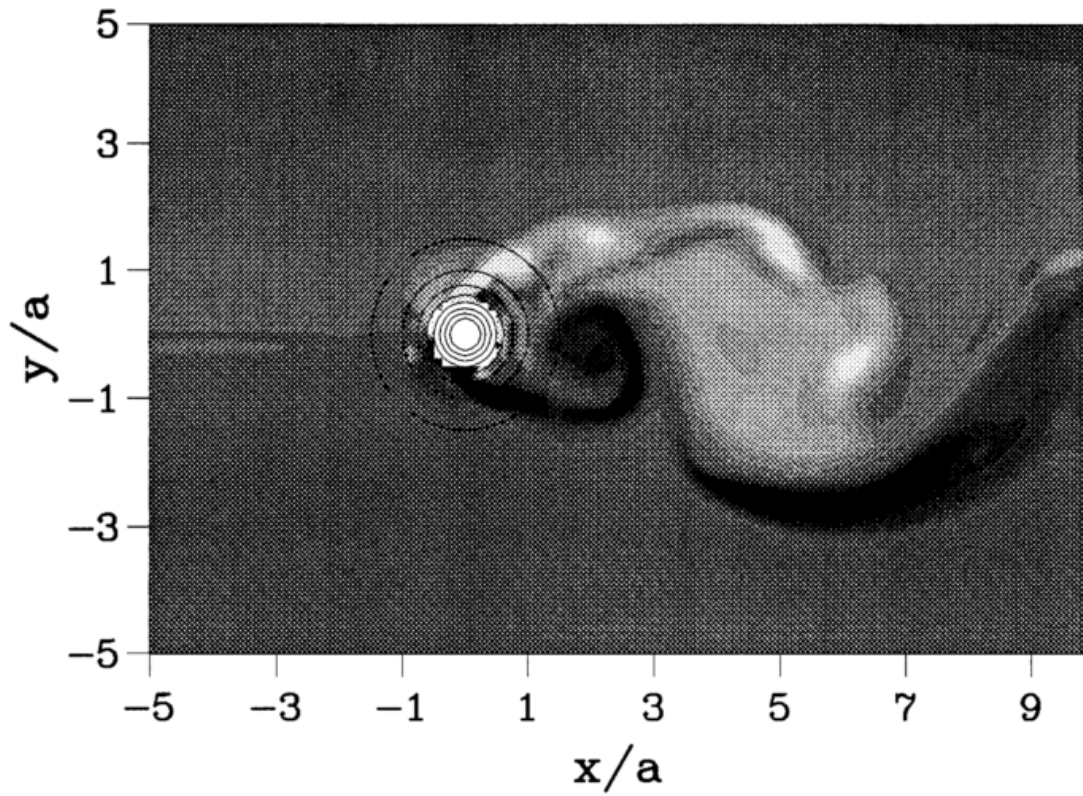


Abbildung 22: Darstellung der potentiellen Vorticity auf einer Fläche  $z/h = 0.5$  bei der Umströmung eines glockenförmigen Berges bei einer Froude - Zahl  $Fr_h = 0,1$ . Ergebnis einer Simulation nach einer dimensionslosen Zeit von  $\hat{t} = t \frac{U}{a} = 27$ . Positive Werte sind dunkel, negative Werte hell dargestellt.

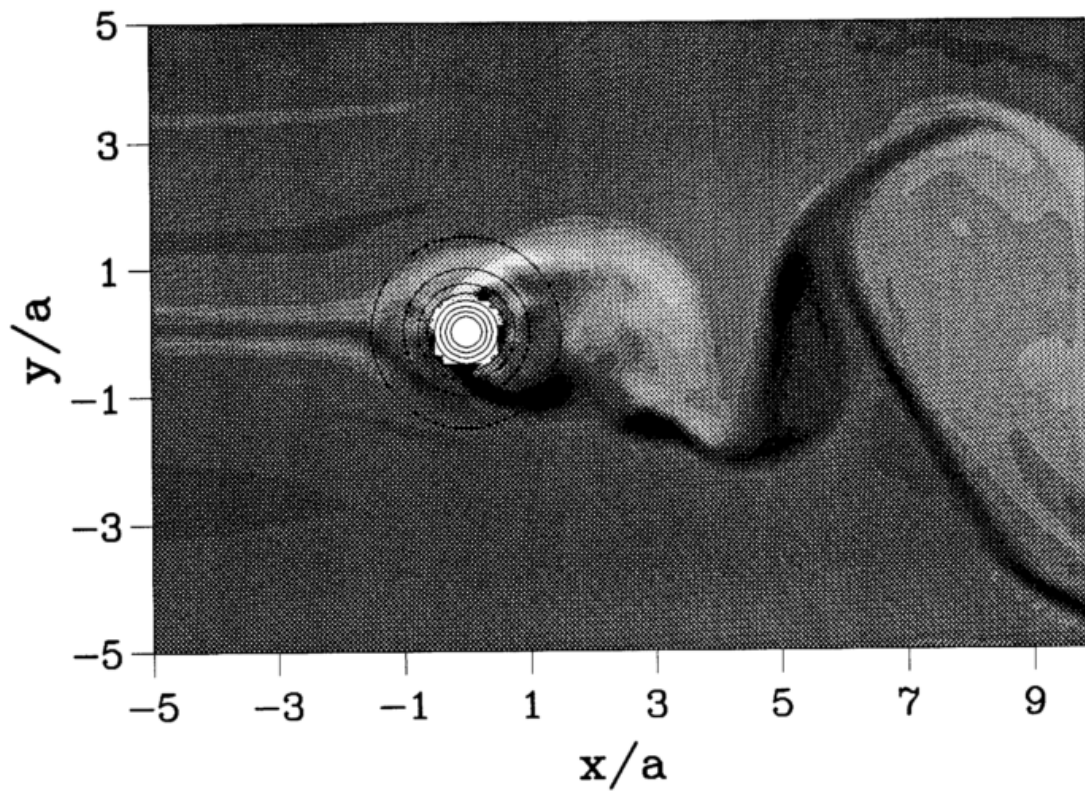


Abbildung 23: wie vorherige Abbildung nach einer dimensionslosen Zeit  $\hat{t} = t \frac{U}{a} = 31.5$ .

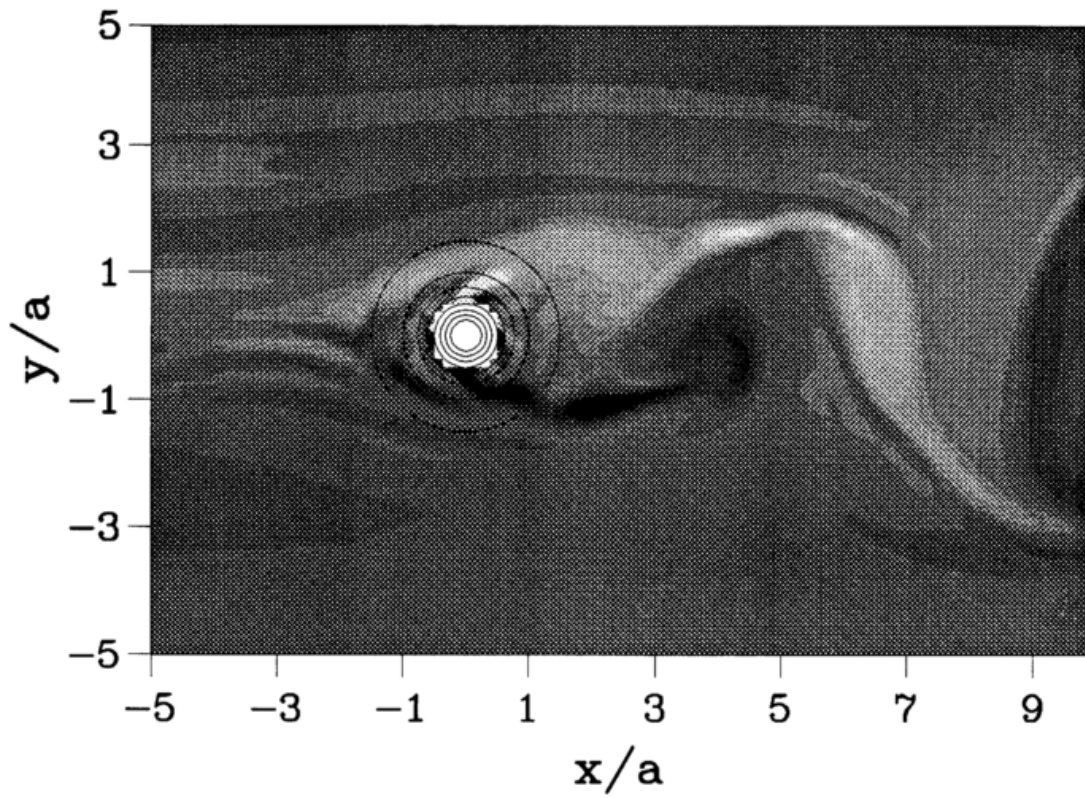


Abbildung 24: wie vorherige Abbildung nach einer dimensionslosen Zeit  $\hat{t} = t \frac{U}{a} = 36$ .

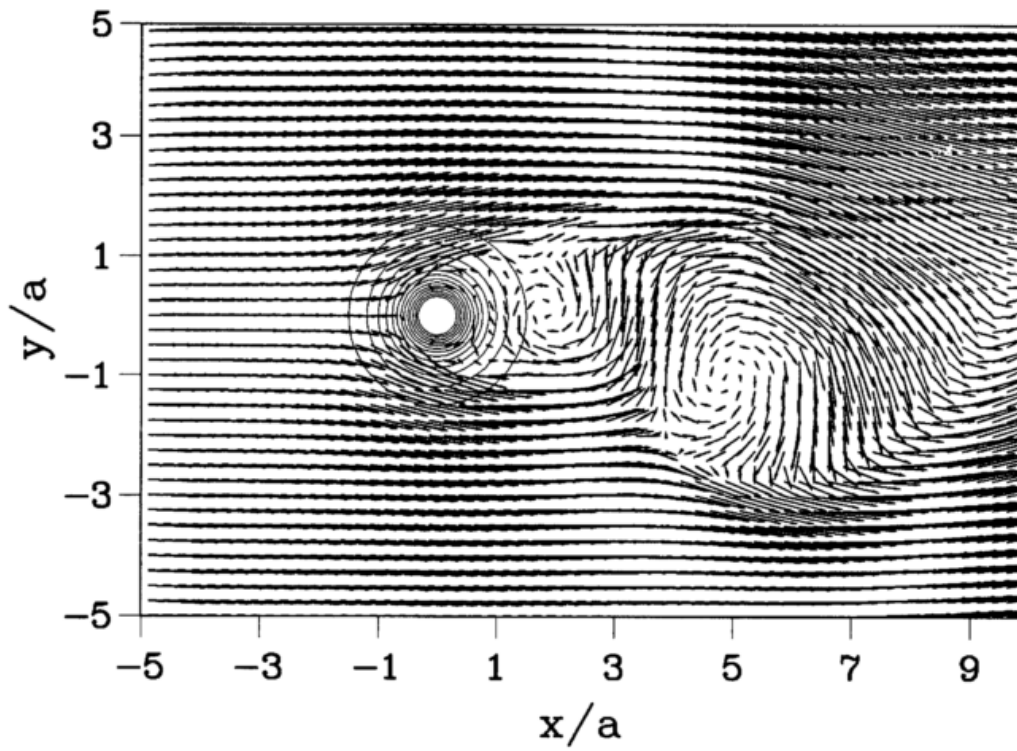


Abbildung 25: Darstellung der Strömung auf einer Fläche  $z/h = 0.5$  bei einer Froude - Zahl  $Fr_h = 0,1$ . Ergebnis einer Simulation nach einer dimensionslosen Zeit von  $\hat{t} = t \frac{U}{a} = 27$ .

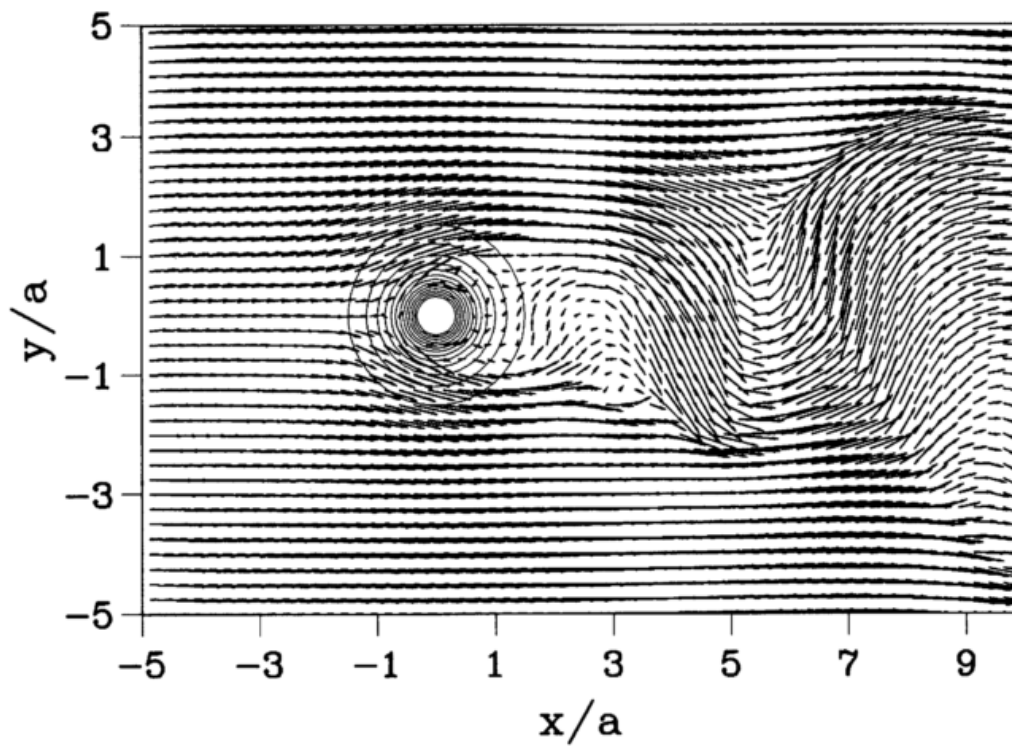


Abbildung 26: wie vorherige Abbildung nach einer dimensionslosen Zeit  $\hat{t} = t \frac{U}{a} = 31.5$ .

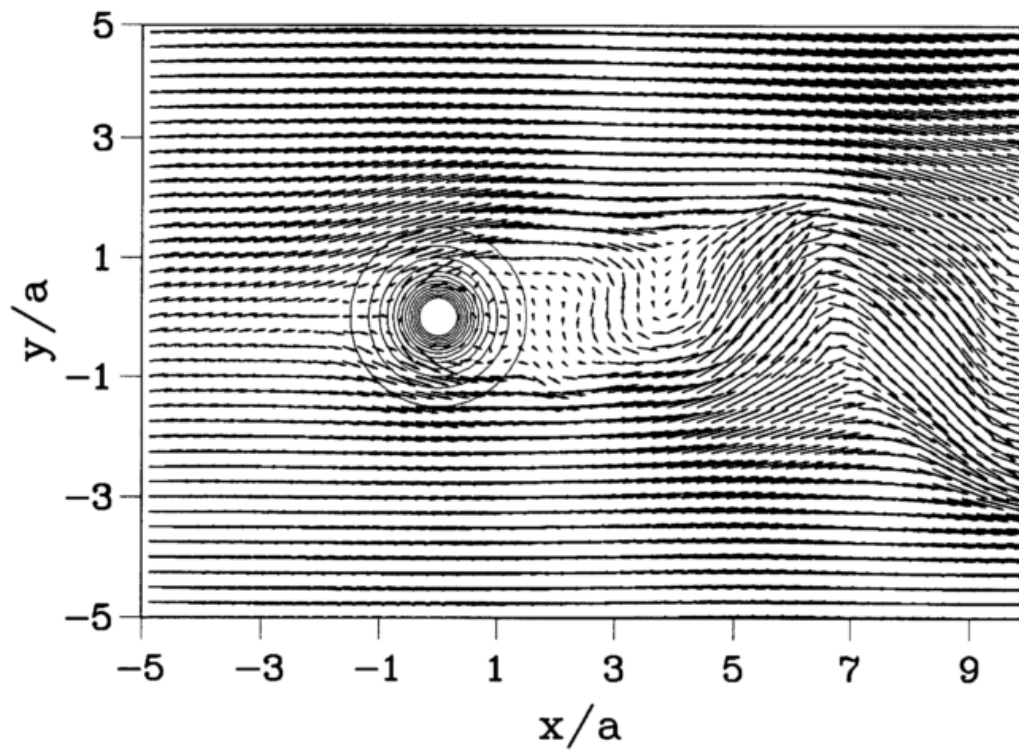


Abbildung 27: wie vorherige Abbildung nach einer dimensionslosen Zeit  $\hat{t} = t \frac{U}{a} = 36$ .

nähe, also in der Grenzschicht um den Berg. Dies ist ein Hinweis, daß dort die potentielle Vorticity in Übereinstimmung mit Gleichung (145) produziert wird.

Es sind zwei signifikante Maxima auf der aus Richtung der Anströmung rechten und linken Seite des Berges zu erkennen. Die Orte liegen an den beiden Stellen, an denen der Wellenkamm der vom Berg ausgelösten Schwerewellen diesen berührt. Dieses zeigt eine weitere Verknüpfung zwischen den Leewellen und der Bildung von Leewirbeln auf und paßt in das von Hunt und Snyder [72] gezeigte Bild des Nahbereichs der Umströmung eines Hindernisses.

Die hier gezeigten Ergebnisse belegen, daß die potentielle Vorticity am Hindernis produziert wird, wie es aus Gleichung (146) folgt. Smolarkiewicz und Rotunno [125] [124] diskutieren die Möglichkeit, Nachlaufwirbel in einem reibungsfreien Fluid zu erzeugen. Sie verwenden ein reibungsfreies Modell zur Simulation der Umströmung eines Berges und erhalten als Lösung ein stationäres Wirbelpaar. Die Anströmung ist dabei homogen, also vorticityfrei gewählt worden. Ihre Ergebnisse sind, daß die Strömung frei von potentieller Vorticity ist. Dies bedeutet, daß die Vorticity auf den Isentropenflächen  $\theta = konst$  auch konstant gleich Null bleibt. Die Isentropenflächen verformen sich aber so, daß die Projektion der isentropen Vorticity von der Fläche  $\theta = konst$  auf eine horizontale Fläche  $z = konst$  die Vorticity für die Wirbel ergibt. Sie zeigen diese Verformung der Isentropen in ihrer Erwiderung [124] auf die Anmerkungen von Smith [123].

Smith argumentiert, daß bei der Ausbildung einer ablösenden Strömung notwendigerweise die Schichtung lokal statisch instabil wird und es zur thermischen Produktion von Turbulenz kommt. Dadurch wird die Voraussetzung der Reibungsfreiheit verletzt. Die turbulenten Prozesse sind dann die Quelle der potentiellen Vorticity, im Widerspruch zu Gleichung (146) [61] [62]. Wenn die Lösungen von Smolarkiewicz und Rotunno reibungsfrei sind, wie sie annehmen, dann stimmt Smiths Argument nicht mehr, weil dann in dem Modellgleichungssystem kein dissipativer Prozeß vorhanden ist. Sie versuchen deshalb die Reibungsfreiheit zu überprüfen, indem die Gültigkeit der Erhaltung der potentiellen Vorticity (145) mit dem folgenden Kriterium getestet wird

$$E = \frac{2}{\pi} \arccos \left( \frac{\vec{\omega} \cdot \nabla \theta}{|\vec{\omega}| |\nabla \theta|} \right) - 1 \quad (148)$$

Dieses Kriterium prüft, wie genau die Normale einer isentropen Fläche parallel zum Rotationsvektor der Geschwindigkeit ist. Die Anwendung dieses Kriterium

auf die hier gezeigten Lösungen des Modells KAMM zeigt jedoch, daß in KAMM mit Berücksichtigung der Reibung das Kriterium um zwei Größenordnungen besser erhalten ist, als in dem von Smolarkiewicz und Rotunno verwendeten Modell. Offensichtlich ist die numerische Diffusion in diesem Modell größer als im Modell KAMM die numerische und parametrisierte zusammen, wenn man der Argumentation von Smolarkiewicz und Rotunno folgt. Wenn man jedoch von Gleichung (146) ausgeht, dann überprüft das Kriterium (148) die Einhaltung des universellen Erhaltungssatzes (145) oder (146), der unter allen Bedingungen erfüllt bleiben muß. Gleichung (148) testet allein die Dynamik des Modells, wobei hier das Modell KAMM besser als das von Smolarkiewicz und Rotunno abschneidet.

Der zweite Punkt von Smith hängt mit dem Vorhandensein eines Staupunktes in der Strömung zusammen. Die Wirbel bilden sich nur bei Froude - Zahlen, bei denen man auch die Existenz eines Staupunktes erwartet. Dort schneiden sich die Dichte- bzw. Isentropenflächen, so daß in diesem Punkt die Felder nicht mehr differenzierbar sind. Die Auswirkung dieser Tatsache diskutiert Smith an Hand des zu Gleichung (145) äquivalenten Integralsatz für die Erhaltung der potentiellen Zirkulation:

$$\frac{d}{dt} \oint_{\Gamma(\theta(t))} \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (149)$$

Der geschlossene Integrationsweg liegt dabei auf einer Isentropenfläche. Der Staupunkt ist in der Fläche ein singulärer Punkt, an dem der Integrationsweg zur Berechnung der Zirkulation entartet. Das Integrationsgebiet wird im Laufe der Zeit unendlich auseinander gezogen und dann in zwei Gebiete aufgeteilt, die sich am Staupunkt berühren. Damit die Zirkulation erhalten bleibt, muß in beiden Teilgebieten die Zirkulation betragsmäßig gleich, aber mit unterschiedlichem Vorzeichen behaftet sein. Dadurch wird das Nachlaufgebiet in zwei Gebiete mit positiver und negativer Zirkulation auf isentropen Flächen aufgeteilt, die sich in den Wirbeln zeigen können.

Aus diesem Argument ergeben sich die folgenden Aussagen [123]:

1. Leewirbel treten nur zusammen mit einem Staupunkt in der Strömung auf.
2. Existiert eine Fläche, in der die Zirkulation ungleich Null ist, dann befindet sich in ihr ein Gebiet mit nicht verschwindender potentiellen Vorticity oder ein Staupunkt.

Zusammenfassend lassen sich die hier gezeigten eigenen Ergebnisse und die Diskussion von Smith, Smolarkiewicz und Rotunno wie folgt formulieren: die hier diskutierten Phänomene sich ablösender Leewirbel erhalten ihre potentielle Vorticity durch die Produktion an der Hinderniswand, wie es die dargestellten Verteilungen der potentiellen Vorticity aus den Modellsimulationen bestätigen. Die Orte der Quellen werden durch die Leewellen bestimmt. Diese verteilen die Vorticity von den horizontalen Komponenten auf die vertikale Komponente, wie es von Smolarkiewicz und Rotunno diskutiert wird. Das Phänomen ist immer mit einem Staupunkt verbunden.

Die Form der Isentropenflächen, wie sie von Smolarkiewicz und Rotunno gezeigt wird, ist eine Folge der Erhaltung der potentiellen Vorticity. Das Produkt des Betrages der dreidimensionalen Wirbelstärke, des Temperaturgradienten und des Flächenkosinus der Isentropenflächen ist konstant. Da die beiden letztgenannten Größen durch die Leewellen wesentlich bestimmt werden, ist die Verteilung der Wirbelstärke auch abhängig von der Ausbildung der Leewellen. Die Anordnung ist immer so, daß die Wirbelkerne warm sind. Sie befinden sich dort, wo die Höhe der Isentropenflächen ein lokales Minimum hat.

Die Wirbel breiten sich in einem Sektor von ungefähr 20 Grad zur Hauptwindrichtung aus, was dem Winkel von Kelvin'schen Schiffswellen von  $\arcsin \frac{1}{3}$  [127] entspricht. Diese Eigenschaft ist ein weiterer Hinweis auf die enge Verknüpfung zwischen Schwerewellen und dem Nachlauf.

Smolarkiewicz und Rotunno betonen die Stabilität ihrer Lösung. Bei ihren Simulationen lösen sich die Wirbel erst bei asymmetrischer Anordnung des Hindernisses ab. Hier besteht ein offensichtlicher Widerspruch zu den eigenen Ergebnissen. Eigene Versuche mit verschiedenen großen Gebieten lassen aber vermuten, daß die Stabilität dieser Lösung durch die Lage der Ränder beeinflusst wird. Die Ablösung erfolgt nur bei hinreichend großen Gebieten. Auch andere Autoren wie Rusher und Deardorf [112] wählen Gebiete, die relativ zum Hindernis wesentlich größer als bei Smolarkiewicz und Rotunno sind. Auch werden die Simulationen über wesentlich längere Zeiten durchgeführt.

### 4.2.3 Die Vorticity

Im Gegensatz zur potentiellen Vorticity existiert für die Vorticity keine quellenfreie Bilanzgleichung. Dennoch haben Schär und Smith [114] einen neuen Aspekt in die Diskussion der Produktion der Vorticity  $\vec{\omega}$  eingebracht, der zumindestens für die Flachwassergleichungen eine Lösung des Problems der Vorticityproduktion anbietet. Zunächst unterscheiden sie einmal zwischen einer reibungsfreien Strömung und einer viskosen Strömung ohne Bodenreibung und zeigen für den letzten Fall einen Mechanismus auf, der Vorticity einer Strömung ohne Bodenreibung aber mit Viskosität produzieren kann. Sie diskutieren diesen Prozeß an den Flachwassergleichungen, so daß ihre Ableitung für das hier verwendete dreidimensionale nichthydrostatische Gleichungssystem wiederholt wird.

Ausgangspunkt sind die Bewegungsgleichungen (137), aus denen das *Crocco - Vazsonyi* - Theorem (siehe z. B. [33], Kapitel 6.5) abgeleitet wird:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - (\nabla \times \vec{v}) \times \vec{v} = T \nabla s - \nabla \left( \frac{v^2}{2} + gz + h \right) + \vec{F} \quad (150)$$

Dabei wurde die oben genannte Beziehung für den Advektionsterm verwendet und der Druckterm umgeformt zu

$$c_p \theta \nabla \pi = c_p \nabla(\theta \pi) - c_p \pi \nabla \theta = c_p \nabla T - c_p \pi \nabla \theta = \nabla h - T \nabla s$$

mit der spezifischen Enthalpie  $h$  und der spezifischen Entropie  $s$ . Mit der Annahme der Stationarität und nach Anwendung des Kreuzprodukts mit dem vertikalen Einheitsvektor  $\vec{k}$  von links erhält man die Beziehung

$$T \vec{k} \times \nabla s - \vec{J}_\zeta^T + \vec{J}_\zeta = \vec{k} \times \nabla B. \quad (151)$$

Die Größe

$$\vec{J}_\zeta^T = \vec{k} \times \vec{F}$$

ist die horizontale turbulente Flußdichte der Vorticity, der vertikalen Komponente der Geschwindigkeitsrotation [114]. Die Terme

$$\vec{J}_\zeta = -\vec{\omega}(\vec{k} \cdot \vec{v}) + \vec{v}(\vec{k} \cdot \vec{\omega})$$

stellen die horizontale Flußdichte der skaligen Vorticity dar. Der vertikale Anteil hebt sich durch den ersten Term nach dem Gleichheitszeichen auf. Außerdem ist die

Bernoulli – Funktion  $B$  eingeführt worden:

$$B = \frac{\bar{v}^2}{2} + h + gz$$

Der erste Term auf der linken Seite von Gleichung (151) entsteht aus der Nichtlinearität des Druckterms in den Bewegungsgleichungen, der in der Analyse von Schär und Smith [114] wegen der Verwendung der Flachwassergleichungen nicht auftritt. Bei einer linearisierten Form des Druckterms in der Bewegungsgleichung entfällt er ebenfalls, zum Beispiel bei der Verwendung der Boussinesq – Approximation. Da diese Approximation Strömungen in dieser Skala gut beschreibt, soll der erste Term in Gleichung (151) in der folgenden Diskussion vernachlässigt werden.

Die beiden übrigen Terme auf der linken Seite der Gleichung (151) sind, wie oben diskutiert, die Dichte des skaligen und dissipativen horizontalen Flusses der Vorticity. Die Gleichung sagt dann aus, daß zu dieser totalen Vorticity – Flußdichte eine Stromfunktion  $B$  existiert, die die Bernoulli – Funktion ist. Damit hat man eine einfache diagnostische Beziehung zur Verfügung, um unter stationären Bedingungen den horizontalen Fluß der Vorticity zu analysieren.

Weiter tritt immer dann ein Vorticity – Fluß auf, wenn die Bernoulli – Funktion einen horizontalen Gradienten besitzt. Bei dem hier gestellten Problem der Umströmung eines isolierten Hindernisses kann ein solcher Gradient nur durch einen hydraulischen Sprung erzeugt werden, der im Fall einer reibungsfreien Strömung zu einer Kontaktunstetigkeit ausartet, bei einem viskosen Medium zu hohen Gradienten führt [127]. Wenn man mit Hilfe der Beziehung (151) den totalen Vorticity – Fluß berechnen will, dann ist dieser gerade durch die Differenz der Bernoulli – Funktion zwischen Luv und Lee gegeben. Das heißt aber, daß man die genaue Form der beiden Anteile des Vorticity – Flusses nicht kennen muß, oder daß die genaue Form der Dissipation nicht wesentlich für den Vorticity – Fluß und der Vorticity – Produktion ist. Somit läßt sich die Argumentation von Schär und Smith so zusammenfassen: Die Vorticity im Nachlauf wird durch die Dissipation erzeugt, die durch einen hydraulischen Sprung am Hindernis erzwungen wird, indem dieser einen Gradienten der Bernoulli – Funktion verursacht. Die genaue Form der internen Reibung (Viskosität) ist dabei unwesentlich.

Diese Erklärung der Vorticity – Quelle setzt ein viskoses Fluid voraus. Es wird jedoch keine Grenzschicht am Hindernis benötigt. Übertragen auf die Lösung eines numerischen Modells bedeutet dies, solange irgend ein dissipativer Prozeß in dem

Modell auftritt, wie zum Beispiel eine numerische Diffusion, wird beim Auftreten eines hydraulischen Sprungs Vorticity produziert, auch wenn im Modell Gleitbedingungen am Boden eingesetzt werden. Potentielle Vorticity kann aber nur an der Wand des Hindernisses erzeugt werden, unabhängig von der Wirkung von internen Reibungsprozessen.

#### 4.2.4 Das Brechen von internen Schwerewellen

Die oben dargestellte Analyse von Schär und Smith [114] fordert für die Vorticityproduktion einen hydraulischen Sprung im Fall von Flachwasserströmungen. Hier stellt sich die Frage, ob diese hydraulische Theorie auf ein Medium mit stetiger Dichteverteilung wie die Atmosphäre übertragen werden kann. Formal wird die schon im vorhergehenden Abschnitt abgeleitete diagnostische Beziehung (151) durch den ersten Baroklinitätsterm erweitert, der die Anwendung dieser Beziehung erschwert, wie es oben schon deutlich geworden ist. Die zusätzliche Frage ist jetzt, ob es in der Atmosphäre einen zum hydraulischen Sprung analogen Prozeß gibt.

Dazu beschreibt Smith [121] konzeptionell, ausgehend von phänomenologischen Untersuchungen mit Hilfe numerischer Simulationen von Clark und Peltier [18] [103], wie beim Brechen interner Schwerewellen Strömungsformen entstehen, die sich gleich einem hydraulischen Sprung verhalten. Zunächst bricht eine solche Welle, wenn die Wellenamplitude so groß wird, daß die Schichtung lokal statisch labil wird. Diese Labilität verursacht die Produktion von Turbulenz, so daß im Bereich der brechenden Welle die labile Schichtung nahezu neutral wird, die Windgeschwindigkeit stark herabgesetzt wird oder sogar ein Rückströmgebiet entsteht. Unterhalb dieser Zone ist die Atmosphäre stabil geschichtet, und es tritt im Bereich dieser so entstehenden Grenzfläche eine starke Geschwindigkeitsscherung auf. Diese Strömungskonfiguration führt auf diese Weise zu einer inhomogenen Verteilung der Brunt - Väisälä - Frequenz oder des Scorer - Parameters, die zu einem Schießen der Strömung führen kann, analog zum hydraulischen Sprung. Dieses Konzept der Analogie zwischen hydraulischen Sprung und dem Brechen interner Schwerewellen wurde mit Hilfe numerischer Simulationen von Durran und Klemp [31] [28] bestätigt.

Wie oben beschrieben, brechen die internen Schwerewellen dann, wenn die Schichtung wegen der großen Wellenamplitude labil wird. Dieser Bedingung entspricht die Aussage, daß in einem solchen Fall die Isentropen bzw. Flächen gleicher potentieller

Temperatur in einem Teil des Strömungsgebietes senkrecht verlaufen. Da auf diesen isentropen Flächen bei adiabatischer Strömung die Stromlinien verlaufen, folgt daraus, daß die longitudinale Geschwindigkeitskomponente mindestens in einem Punkt dieser Fläche verschwindet, also ein Staupunkt auftritt. Damit ist die Verknüpfung zwischen der Existenz eines Staupunktes, dem Brechen der internen Schwerewellen und der Wirbelbildung gegeben, wie es von Smith [123] gefordert worden ist.

In der linearen hydrostatischen Lösung für die Überströmung des "Hexenberges" tritt ein solcher Staupunkt für eine Froude - Zahl von  $Fr_H = 1/3$  auf [120]. Diese Lösung ist zwar dann sicher nicht mehr sinnvoll, da im Fall eines Staupunktes die Strömung sich nichtlinear verhält, aber sie gibt zumindest einen Hinweis über die Größenordnung der Froude - Zahl  $Fr_H$ , die für das Auftreten eines Staupunktes notwendig ist. Und sie liegt in dem Bereich, bei dem Wirbel im Nachlauf zu erwarten sind, so daß diese so dargestellten Plausibilitäten auch die quantitativen Zusammenhänge erklären.

Weiterhin kann man dann aus der linearen Lösung die Quellverteilung angeben. Die Wellen brechen dort, wo  $\left| \frac{u}{\bar{U}} \right| > 1$  ist, mit dem Vorbehalt, daß diese Bedingung die Annahmen für die Linearisierung verletzt. Dieser Bereich befindet sich aber zumindest qualitativ über dem Hindernis, hufeisenförmig verteilt, wie es die Abbildungen 3 bis 7 zeigen. Damit ist dann auch die Verteilung der Quellen für die Vorticity zu verstehen, die sich seitlich des Hindernisses befinden, dort wo die Schwerewellen den Berg "berühren" (s. Abbildung 22 bis 24).

#### 4.2.5 Vergleich der Modellsimulationen mit Messungen im Strömungskanal

Die in den Abbildungen 22 bis 27 dargestellten Ergebnisse einer instationären Simulation mit dem Modell KAMM wurde für mehrere Werte der Froude- Zahl  $Fr_h$  wiederholt, (0.1; 0.2; 0.25; 0.4; 0.6 und 0.8), um die aus Untersuchungen im Strömungskanal bekannten Phänomene mit dem Modell zur Validierung der Ergebnisse wiederzugeben. Dazu werden hier drei Kennzahlen verglichen, der kritische Wert der Froude- Zahl  $Fr_h$ , bei dem die Wirbelbildung einsetzt, die Strouhal - Zahl  $S = \frac{n}{U_a}$  als Maß für die Ablösefrequenz  $n$  und die Aspectzahl als Verhältnis lateraler zu longitudinalem Wirbelabstand. Experimente zeigen dabei, daß die Strouhal - Zahl eine Konstante ist, also weder von der Froude - Zahl noch von der Reynolds - Zahl

Tabelle 1: Vergleich einiger dimensionsloser Kennzahlen zwischen Modellsimulationen und Tankexperimenten

kritische Froude - Zahl	Modell:	0.4 – 0.6
	Kanal:	0.4 [15]
	Atmosphäre:	< 0.4 [43]
Strouhal - Zahl	Modell:	0.3 ± 0.1
	Kanal:	0.4 ± 0.1 [15], 0.3 ± 0.1 [13]
	Atmosphäre:	0.2 ± 0.05 [146]
Aspektverhältnis	Modell:	0,3 ± 0.1
	Kanal:	0.28 – 0.52
	Atmosphäre:	0.4 ± 0.2 [146]
	Theorie von v. Karman:	0.281[133]

abhängt. Letztere wird hier nicht betrachtet. Die Unabhängigkeit der Strouhal - Zahl von der Reynolds - Zahl interpretiert schon Brighton [15] als einen Hinweis, daß die Wirbelbildung nicht durch Reibungsprozesse verursacht wird. Weitere Angaben zu atmosphärischen Daten und Tankexperimenten hat Etling [44] zusammengefaßt.

Die Ergebnisse sind in der Tabelle 1 dargestellt. Der Vergleich zeigt, daß das hier verwendete Modell KAMM die wesentlichen Eigenschaften der Umströmung eines Einzelberges richtig wiedergibt. Dieses Ergebnis wird hier zur Rechtfertigung der folgenden Ergebnisse von Simulationen über komplexem Gelände gewertet.

### 4.3 Nachlaufströmungen im Oberrheintal

#### 4.3.1 Hinweise aus Beobachtungen

Seitdem Satellitenbeobachtungen zur Verfügung stehen, wird die Ausbildung von Leewirbeln mit vertikaler Achse in der Atmosphäre im Lee einiger Inseln häufig beobachtet. Beispiele von Analysen derartiger Beobachtungen findet man unter anderem von Hubert und Krueger [71], Chopra und Hubert [17], Zimmerman [146], Moll [95], Jensen und Agee [73], um nur einige zu nennen. Als Indikator dient dabei die Störung der Wolkenbildung durch die zusätzlichen Vertikalbewegungen innerhalb der Wirbel. Über Land versagt dieser Indikator, da dort noch viele andere orographisch verursachte Hebungsprozesse wirken, die das Erkennen von geordne-

ten Strukturen erschweren. Jedoch wird die Ausbildung einzelner Leewirbel nicht auszuschließen sein. Es wird hier versucht, derartige Wirbel und Bedingungen für deren Auftreten über Mittelgebirgen zu analysieren.

Das synoptische Meßnetz als wesentliche Datenquelle für die Beobachtung des Windfeldes ist dabei sicher nicht hinreichend dicht, um instationäre Phänomene wie sich ablösende Wirbel analysieren zu können. Eine Verbesserung dieser Situation zumindest im Oberrheintal wird aber bald zu erwarten sein, wenn dort das geplante REKLIP - Meßnetz [52] seinen Betrieb aufgenommen hat. Allerdings gibt es in Einzelfällen Hinweise auf die Existenz dieser Phänomene. So verglichen Adrian und Fiedler [5] das Ergebnis einer Simulation mit dem Modell KAMM mit Beobachtungen. Die mit den Beobachtungen gut übereinstimmende Simulation zeigt im Oberrheintal einen großen Wirbel, der durch die Umströmung des südlichen Schwarzwaldes erzeugt wird. Südlich des Schwarzwaldes traten dabei im Bereich des Hochrheintales hohe östliche Windgeschwindigkeiten auf, die in der genannten Arbeit mit dem von Dütsch u. a. [32] beschriebenen "Möhlin - Jet" in Verbindung gebracht wurde.

Dieses Phänomen wird in diesem Bereich, östlich von Basel, häufig beobachtet. Es tritt als Ostwind mit hohen Windgeschwindigkeiten auf, ist mit Wolken- bzw. Nebelauflösung verbunden und spielt deshalb eine wichtige Rolle für das lokale Klima in diesem Gebiet. Das Gebiet der Wolken- bzw. Nebelauflösung kann mit den durch die horizontale Beschleunigung verursachten Absinkvorgängen erklärt werden. Ein ähnliches Phänomen der Wirbelbildung über komplexem Gelände beschreiben und simulieren auch Dempsey und Rotunno [25].

Weitere Hinweise auf das Auftreten von Ablösephänomenen erhält man, wenn man die Bedingungen für das Auftreten analysiert und prüft, ob notwendige Kriterien für die Existenz erfüllt sind. Wie in den vorhergehenden Kapiteln diskutiert, kann vor allem die Froude - Zahl, gebildet mit der Hindernishöhe, als ein solches Kriterium dienen.

Bei der Bestimmung der Froude - Zahl stellt sich das Problem, daß diese die Bedingungen der ungestörten Anströmung, zum Beispiel in der mittleren Troposphäre, beschreiben soll. Derartige Profile von Windgeschwindigkeit und Temperatur stehen aber nur in Einzelfällen zur Verfügung. Es gibt jedoch im Oberrheintal mehrere mindestens 160 m hohe Meßmasten, deren Beobachtungen an den Stationen Wyhl am Kaiserstuhl und Freistett bei Achern hier ersatzweise verwendet werden sollen.

Tabelle 2: Anzahl der vorhandenen Daten im Zeitraum 1984 bis 1986, untergliedert nach stabiler und labiler Schichtung in 100 und 160 m Höhe über Grund

Station	Ausfälle	stabile Fälle	labile Fälle
Freistett	4454	41619	7636
Wyhl	3313	41111	8184

Tabelle 3: Mittlere Froude - Zahlen und Windgeschwindigkeiten an den Meßmasten im Oberrheintal

	Freistett	Wyhl
mittlere Windgeschwindigkeit	5.7 m/s	5.5 m/s
Standardabweichung	3.6 m/s	3.7 m/s
mittlere Froude - Zahl	0.25	0.46

Dabei muß die Voraussetzung getroffen werden, daß die Information über die Windgeschwindigkeit und über den vertikalen Temperaturgradient an diesen Masten eng mit den Bedingungen in der freien Troposphäre korreliert sind. Diese Annahme wird um so besser erfüllt, je höher die Messungen durchgeführt werden. Daher werden hier die Daten der beiden höchsten Meßebenen verwendet: die Windgeschwindigkeit und Windrichtung in einer Höhe von 160 m, die Lufttemperaturen in 160 m und 100 m. Als zur Berechnung der Froude - Zahl notwendige Hindernishöhe wurde die Höhe des Feldberggipfels über dem Rheintal mit 1500 m angenommen.

Es wurden die halbstündigen Mittelwerte über den Zeitraum von 1984 bis 1986 verwendet. Die Anzahl der verfügbaren Daten können der Tabelle 2 entnommen werden. Der hohe Anteil der stabilen Fälle ist ein Hinweis darauf, daß die Meßhöhen ausreichen, um repräsentative Werte für die untere Troposphäre außerhalb der Grenzschicht zu bestimmen. Die Beobachtungen an den Stationen zeigen deutliche systematische Unterschiede, so daß die Daten offensichtlich durch die Orographie beeinflusst werden. Diese Unterschiede lassen sich durch die Mittelwerte der Windgeschwindigkeit und der Froude - Zahl belegen, die in Tabelle 3 angegeben sind. Während die mittleren Windgeschwindigkeiten ähnliche Werte besitzen, unterscheiden sich die mittleren Froude - Zahlen deutlich voneinander. Die Temperaturgra-

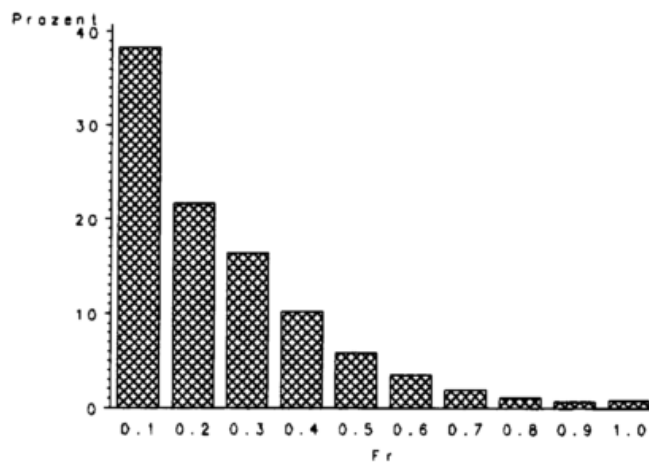


Abbildung 28: Häufigkeitsverteilung der Froude - Zahl in Freistett.

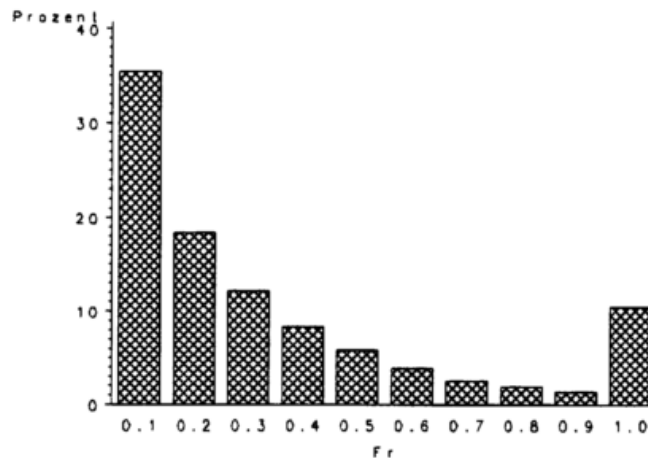


Abbildung 29: Häufigkeitsverteilung der Froude - Zahl in Wyhl.

dienten sind offensichtlich noch durch die Umgebung beeinflusst. Um trotzdem vergleichbare Bedingungen zu erhalten, wird als charakteristische Froude - Zahl im folgenden nur die Froude - Zahl in Freistett verwendet.

Die in den Abbildungen 28 und 29 gezeigten Häufigkeitsverteilungen der Froude-Zahlen an den genannten Stationen zeigen, daß der unterschiedliche Mittelwert der Froude - Zahlen vor allem durch die weniger stabilen Fälle  $Fr > 0.5$  verursacht wird, wobei hier aber vor allem die Fälle mit kleinen Werten betrachtet werden.

An dieser Stelle ist erwähnenswert, daß in 50 Prozent aller Fälle die Froude - Zahl an beiden Stationen kleiner als 0.4 ist. Mit den Ergebnissen der vorhergehenden Kapitel folgt daraus, daß im Oberrheintal Ablösephänomene häufig zu erwarten sind.

Da im Untersuchungsgebiet nur zwei Meßmasten in dem untersuchten Zeitraum zur Verfügung standen, kann die Existenz solcher Phänomene nur indirekt aus den Daten geschlossen werden.

Als ein Kriterium für die Existenz eines Ablösewirbels wird angenommen, daß ein solcher Wirbel die Ausbildung der Kanalströmung im Rheintal verhindert, wie sie im Kapitel 3.2 beschrieben worden ist. Wenn eine Kanalisierung auftritt, dann ist zu erwarten, daß die Windrichtungen im Oberrheintal korreliert sind und parallel zu den Talrändern ausgerichtet sind. Wenn Wirbel auftreten, wird bei einem Stationsabstand von ungefähr 30 km eine geringe Korrelation zu erwarten sein; die Windrichtungen werden an beiden Stationen verschieden sein.

Die Daten der Stationen Freistett und Wyhl im ausgewählten Zeitraum von 1984 bis 1986 wurden auf das Auftreten derartiger Fälle mit unterschiedlicher Windrichtung durchsucht. Es wurden dabei die Fälle ausgewählt, bei denen die Windrichtungsdifferenz zwischen den beiden Stationen in 160 m Höhe größer als 90 Grad betrug. Um lokale Effekte auszusortieren, wurde zusätzlich eine Windgeschwindigkeitsschranke von 5 m/s in Freistett eingeführt. In dem genannten Zeitraum von drei Jahren wurden diese Bedingungen an 416 Tagen beobachtet. Insgesamt traten 1318 Halbstundenmittel mit diesen Bedingungen auf.

Die mittlere Windgeschwindigkeit dieser ausgesuchten Fälle beträgt in Freistett 6.7 m/s, während die Windgeschwindigkeit in Wyhl mit 4.3 m/s deutlich niedriger ist. Die mittleren Froude - Zahlen unterscheiden sich mit 0.26 in Freistett und 0.30 in Wyhl entsprechend. Beide liegen jedoch in einem Bereich, für den wie in den vorhergehenden Kapiteln schon diskutiert, Ablösephänomene zu erwarten sind. Die über die ausgewählten Fälle berechnete mittlere Windgeschwindigkeit läßt ebenfalls vermuten, daß die Station Freistett meist außerhalb des angenommenen Nachlaufs liegt, die Station Wyhl jedoch oft innerhalb des Gebietes liegt.

Während die mittleren Windgeschwindigkeiten der ausgesuchten Fälle sich deutlich unterscheiden, sind die über alle Fälle gemittelten Werte ähnlich (s. Tabelle 3). Weitere Unterschiede lassen sich mit Hilfe der Häufigkeitsverteilungen der Windgeschwindigkeit in den Abbildungen 30 und 31 erkennen, die eine deutliche Schiefe zeigen. Die häufigste Windgeschwindigkeitsklasse in Freistett ist 2 m/s, in Wyhl nahe der Anlaufschwelle der Anemometer bei 1 m/s, auch wenn die Mittelwerte, wie oben erwähnt, wesentlich höher liegen. Die Verteilung in Wyhl ist im Bereich von kleiner 5 m/s zu niedrigeren Werten im Vergleich zu Freistett verschoben. Bei bei-

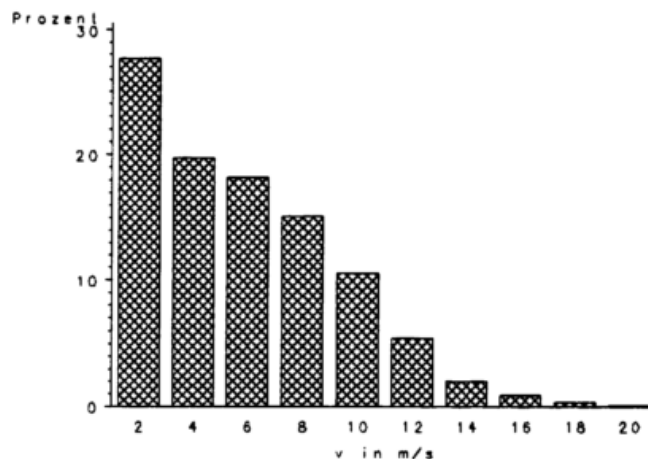


Abbildung 30: Häufigkeitsverteilung der Windgeschwindigkeit in 160 m über Grund in Freistett

den Stationen deutet sich eine bimodale Verteilung mit einem sekundären Maximum von 6 m/s in Wyhl und 5 m/s in Freistett an, was ein Hinweis auf unterschiedliche Strömungsformen ist.

Die Abbildungen 32 und 33 zeigen ein Beispiel des zeitlichen Verlaufs der Windgeschwindigkeit und der Windrichtung an einem solchen ausgesuchten Tag. Entsprechend den Auswahlkriterien ist die Windgeschwindigkeit in Freistett hoch, während sie in Wyhl deutlich geringer ist, wie es die oben diskutierten Mittelwerte aus der Tabelle 3 als typisch erscheinen lassen. Während in Freistett die Windrichtung aus Südwest, parallel zum Rheintal konstant über den Tag bleibt, dreht in Wyhl der Wind im Verlauf von mehreren Stunden stetig über 360 Grad. Dieses zeitliche Verhalten der Windgeschwindigkeit wird hier als das Auftreten eines Ablösewirbels interpretiert.

Die Abbildungen 34 und 35 zeigen ebenfalls ein typisches Beispiel der ausgewählten Tage mit einer Windrichtungsdifferenz von mehr als 90 Grad und einer Windgeschwindigkeit von mehr als 5 m/s in Freistett. Im Unterschied zu dem in den Abbildungen 32 und 33 gezeigten Fall tritt hier die Änderung der Windrichtung nur kurzzeitig über eine Stunde auf. Wegen der halbstündigen Mittelung kann hier die Zeitskala leider nicht genauer angegeben werden. Die Windrichtungsänderungen sind gekoppelt mit kurzzeitigen Windgeschwindigkeitsänderungen an beiden Stationen. Diese verhalten sich jedoch antikorreliert. Das Windgeschwindigkeitsmaximum an der einen Station tritt zeitgleich mit einem Windgeschwindigkeitsminimum an der

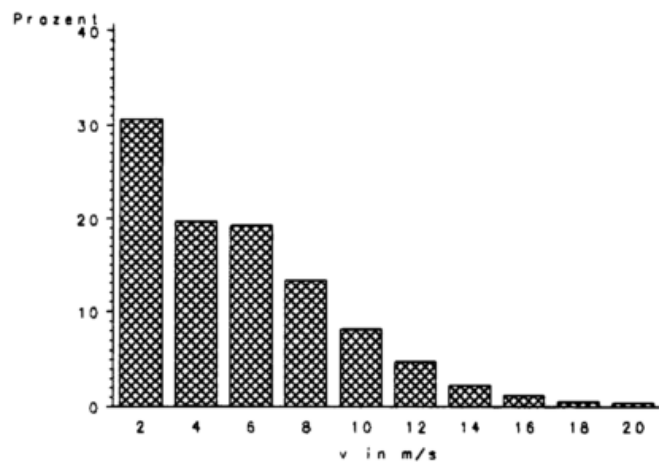


Abbildung 31: Häufigkeitsverteilung der Windgeschwindigkeit in 160 m über Grund in Wyhl

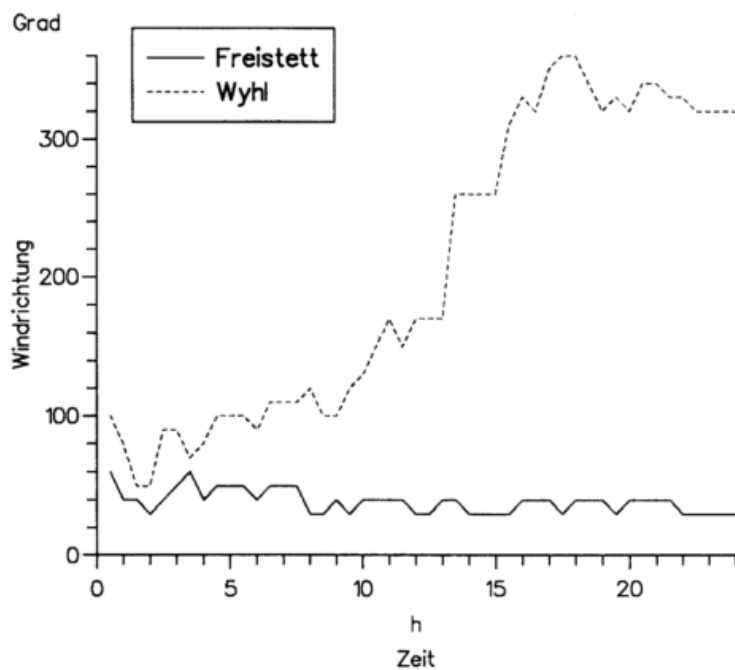


Abbildung 32: Der zeitliche Verlauf der Windrichtung in Wyhl und Freistett am 4. 2. 1986

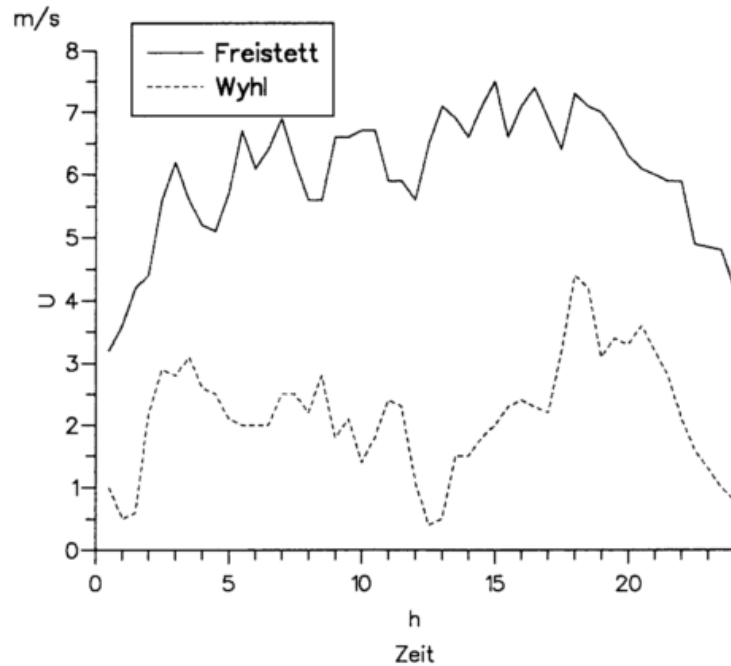


Abbildung 33: Der zeitliche Verlauf der Windgeschwindigkeit in Wyhl und Freistett am 4. 2. 1986

anderen Station auf. Dieses Verhalten kann mit dem Auftreten von Schwerewellen erklärt werden, auf die später noch eingegangen wird.

Der Zusammenhang zwischen der Froude - Zahl und der Windrichtungsdifferenz zeigt die nächste Abbildung 36. Bei Froude - Zahlen größer als 0.4 werden nur kleine Windrichtungsdifferenzen von 30 Grad beobachtet. Dieser Wert läßt sich durch den Verlauf des Rheintals zusammen mit der Kanalisierung erklären. Bei kleineren Froude - Zahlen nimmt die Windrichtungsdifferenz beliebige Werte zwischen 0 und 180 Grad ein, was hier durch Nachlaufeffekte erklärt werden soll.

Vor allem die Abbildung 36 zeigt, daß im Rheintal mindestens zwei unterschiedliche Strömungsregime erscheinen. Zum einen ist es das bekannte Phänomen der Kanalisierung, wie es von Fiedler [47], Egger [36] oder Wippermann [140] beschrieben worden ist, und ein Untersuchungsziel des MESOKLIP - Experimentes [51] [136] gewesen ist. Sie wird bei hinreichend großen Froude - Zahlen (größer als 0.4) beobachtet. Ein Ergebnis des MESOKLIP - Experimentes ist, daß sich die Kanalisierung vor allem mit der konvektiven Grenzschicht entwickelt. In den anderen Fällen, bei Froude - Zahlen  $Fr < 0,4$  treten Nachlaufphänomene auf.

Die in Abbildung 33 gezeigten Zeitreihen und weitere Fälle belegen, daß sich die

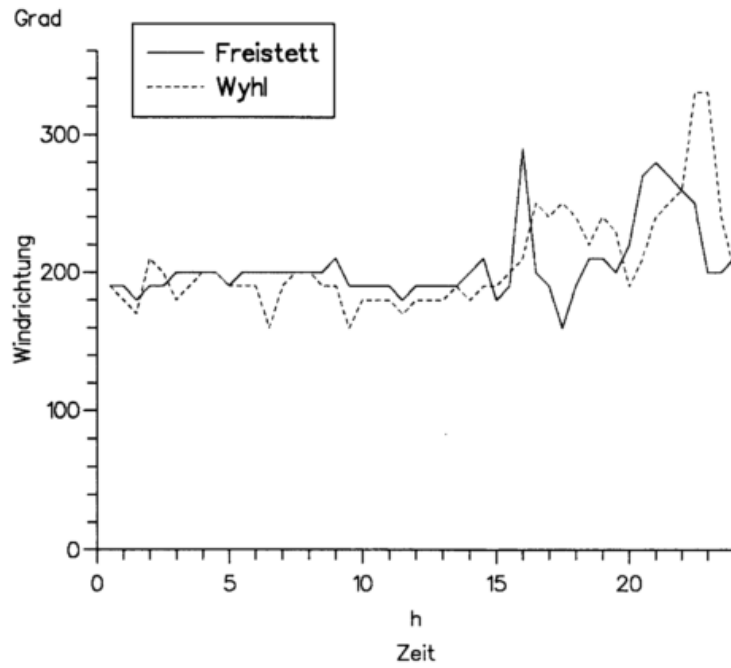


Abbildung 34: Der zeitliche Verlauf der Windrichtung in Wyhl und Freistett am 20. 3. 1986

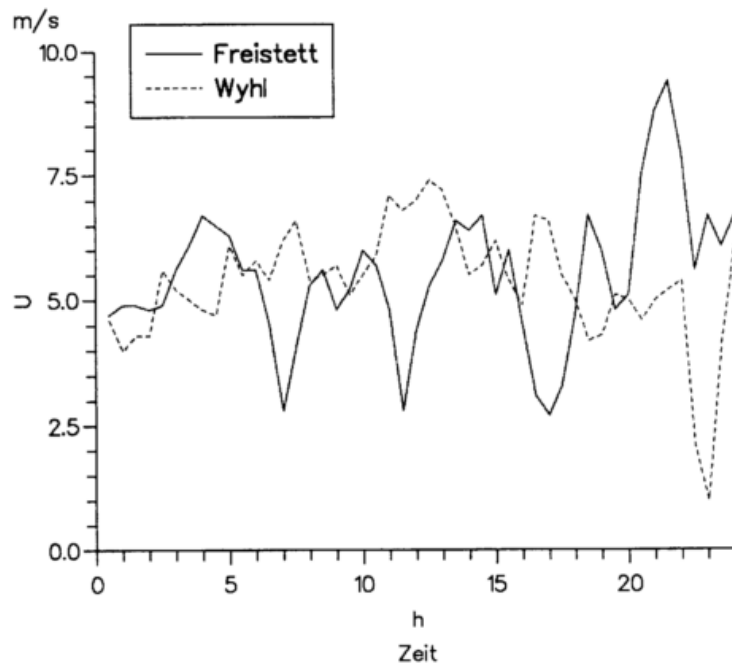


Abbildung 35: Der zeitliche Verlauf der Windgeschwindigkeit in Wyhl und Freistett am 20. 3. 1986

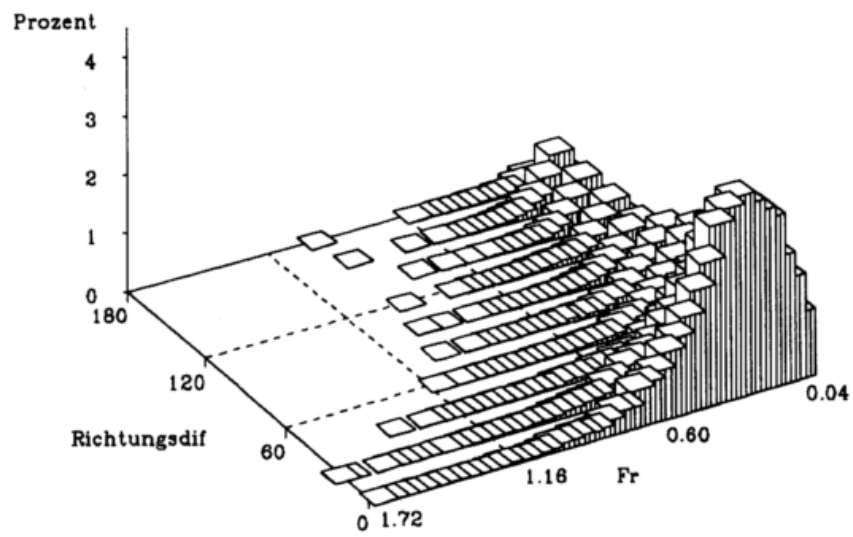


Abbildung 36: Differenz der Windrichtungen in Wyhl und Freistett als Funktion der Froude - Zahl. Dargestellt ist die relative Häufigkeit der Windrichtungsdifferenz in Klassen von 20 Grad und der Froude - Zahl von 0,04.

Windrichtungsdifferenz instationär verhält und die Windgeschwindigkeit im Bereich von Wyhl abnimmt. Dieses Phänomen findet man auch bei hohen Windgeschwindigkeiten, die vermuten lassen, daß lokale Effekte zur Erklärung ausgeschlossen werden können. Die beschriebenen, beobachteten Eigenschaften lassen sich aber mit Ablösephänomenen erklären. Dabei treten diese Phänomene offensichtlich so oft auf, daß sich die Häufigkeitsverteilungen der Windgeschwindigkeiten unterscheiden. Die Maxima der bimodalen Verteilung in Wyhl sind im Vergleich zu der weiter nördlich liegenden Station Freistett auseinander gezogen. Der Mittelwert ist in Freistett geringfügig größer, dagegen ist die Varianz in Wyhl größer. In Wyhl werden öfter niedrige Windgeschwindigkeiten gemessen. Im folgenden soll nun versucht werden, dieses Phänomen mit Hilfe des Modells zu analysieren.

#### 4.3.2 Simulation

Eine erste Simulation der Strömung im Oberrheintal mit einem Nachlaufwirbel zeigten Adrian und Fiedler [5], die einen Fall des TULLA- Experimentes darstellt [49], und der durch das synoptische Meßnetz belegt werden konnte. Ihr Ziel war es, die Beobachtungen möglichst genau wiederzugeben, ohne auf die dynamischen Aspekte des Phänomens näher einzugehen, was hier nachgeholt werden soll.

In den vorhergehenden Abschnitten wurde zunächst gezeigt, daß das hier verwendete Modell *KAMM* Nachlaufwirbel hinter idealisierten Hindernissen beschreiben kann. Außerdem wurde versucht, die dynamischen Bedingungen zu diskutieren, unter denen derartige Wirbel entstehen. Es wurde an Beobachtungen im Rheintal weiter gezeigt, daß die notwendige Bedingung für das Auftreten derartiger Phänomene häufig im Rheintal erfüllt werden, und daß Phänomene beobachtet werden, die mit Nachlaufwirbeln erklärt werden können. Hier soll nun mit Hilfe des Modells gezeigt werden, daß unter diesen Bedingungen auch Nachlaufwirbel entstehen können.

Es wurden Simulationen bei einer Froude Zahl  $Fr_h = 0.2$  durchgeführt, die in den nächsten Abbildungen gezeigt werden. Die Froude - Zahl wurde analog zur Auswertung der Beobachtungen mit der Höhe des Feldberges im Schwarzwald über dem Rheintal berechnet. Die geostrophische Windgeschwindigkeit war in allen im folgenden gezeigten Fällen 5 m/s.

Die Abbildungen 37 bis 39 zeigen eine Simulation bei einer geostrophischen

Windrichtung aus Südost. Man erkennt in Abbildung 37 den Beginn einer Ablösung eines Wirbels ( $x=55\text{km}$ ,  $y=90\text{km}$ ), der dann in das Tal hinein driftet (Abbildung 38 und 39).

Das andere Phänomen, das die Abbildungen zeigen, sind die hohen Windgeschwindigkeiten im Bereich der Talausgänge der Kinzig am Nordrand der Abbildungen und des Hochrheins zwischen Jura und Schwarzwald im Bereich Basel. Es wird offenbar durch die Umströmung des Südschwarzwaldes verursacht, bei der die genannten Täler wie Düsen wirken, die wegen der stabilen Schichtung durchströmt werden. Die hohen Windgeschwindigkeiten im Süden werden häufig bei Hochdruckwetterlagen mit östlichen geostrophischen Winden beobachtet, wie Dütsch [32] berichtet. Er führt als Bezeichnung dieses Phänomens den Begriff "Möhlin - Jet" ein, benannt nach dem Ort gleichen Namens im Hochrheintal.

Ein Fall dieses "Möhlin - Jet" wurde in einem Feldexperiment im Rahmen des Schweizer "CLIMOD" - Projekts genauer untersucht [32]. Dieser Fall zeichnet sich durch eine Froude - Zahl von  $Fr_h = 0.1$  aus, die hier wieder mit der Höhe des Feldberggipfels bestimmt wurde. Die Brunt - Väisälä - Frequenz wurde aus Radiosondenprofilen bestimmt. Das durch Ballontrajektorien vermessene Geschwindigkeitsfeld gibt die in den Abbildungen 37 bis 39 dargestellte Richtungsverteilung gut wieder. Auch die räumliche Beschränkung des Gebietes mit hoher Geschwindigkeit wird durch die Beobachtungen wiedergegeben. Im Hochrheintal werden doppelt so hohe Windgeschwindigkeiten beobachtet wie sie im Gipfelbereich des Juras. Im Nachlauf des Schwarzwaldes sind die Windgeschwindigkeiten deutlich niedriger, wie es in dem in Abbildung 33 gezeigten Fall auch zu sehen ist.

Ein ähnliches Verhalten der Strömung im Oberrheintal zeigen auch die Simulationen bei anderen geostrophischen Windrichtungen. Die Abbildung 40 zeigt den Fall einer südlichen Anströmung, bei der das Nachlaufgebiet etwas kleiner ist. Die Abbildung 41 zeigt das Ergebnis bei einem geostrophischen Wind aus Nordwest, bei dem die Phänomene im Lee der Vogesen auftreten und die Burgundische Pforte als Düse zur Beschleunigung der in das Oberrheintal einströmenden Luft dient.

Um zu prüfen, ob die Froude - Zahl  $Fr_h$  wirklich der bestimmende Parameter ist, wird hier zum Vergleich eine Simulation mit einer Froude Zahl von 1 in Abbildung 42 dargestellt, die direkt vergleichbar zur Abbildung 39 ist. Wie schon in der linearen Lösung (Abbildungen 14 bis 16) wird die Strömung um so glatter, je größer die Froude - Zahl ist. Die Strömung verhält sich zunehmend linear, da die Amplituden

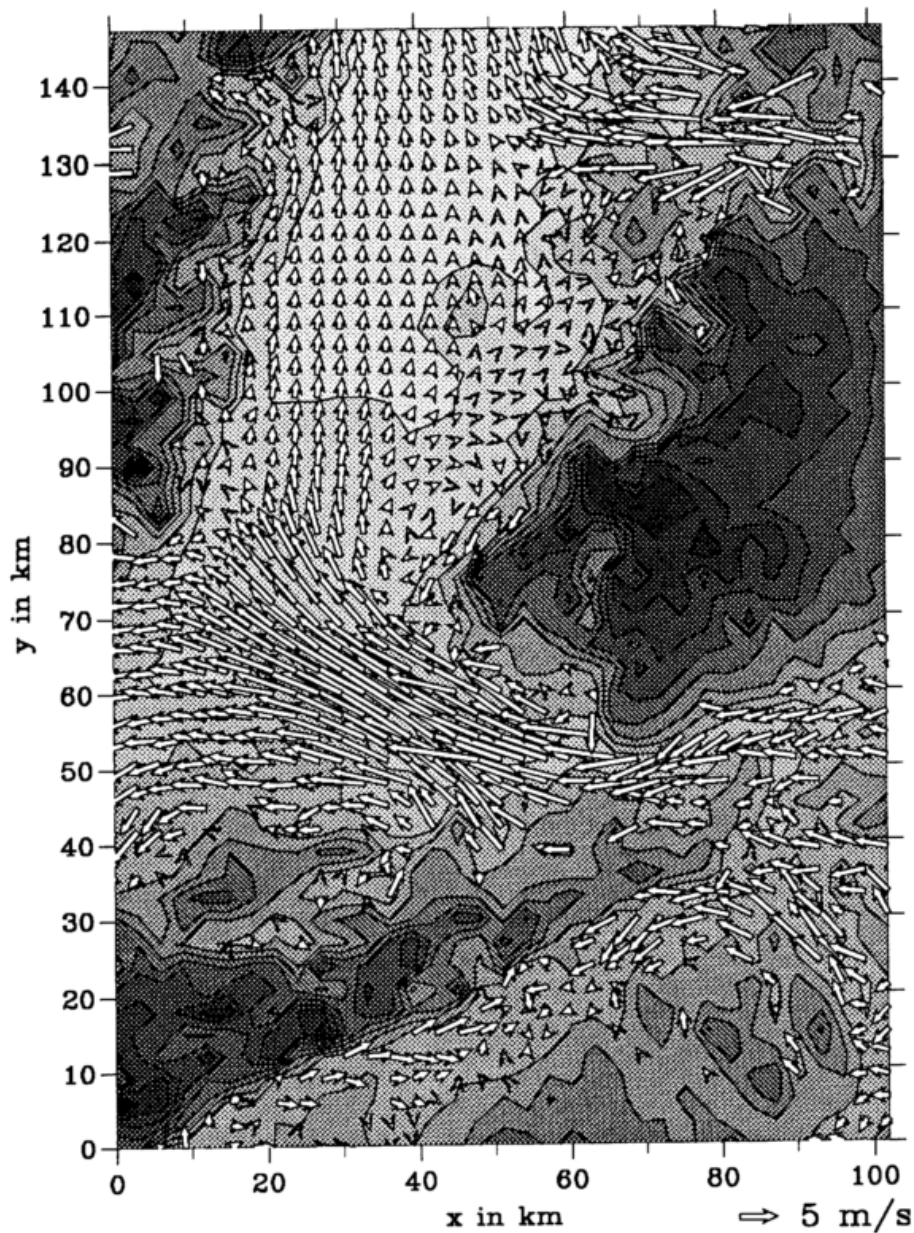


Abbildung 37: Simuliertes Windfeld in einer Fläche  $z = 500\text{m}$  über NN bei  $Fr_h = 0.2$  und einer geostrophischen Windrichtung aus Südost im Bereich des südlichen Oberrheintals zwischen den Vogesen im Westen, dem Südschwarzwald im Osten und dem Schweizer Jura im Süden. Der Abstand der Höhenlinien beträgt 200 m

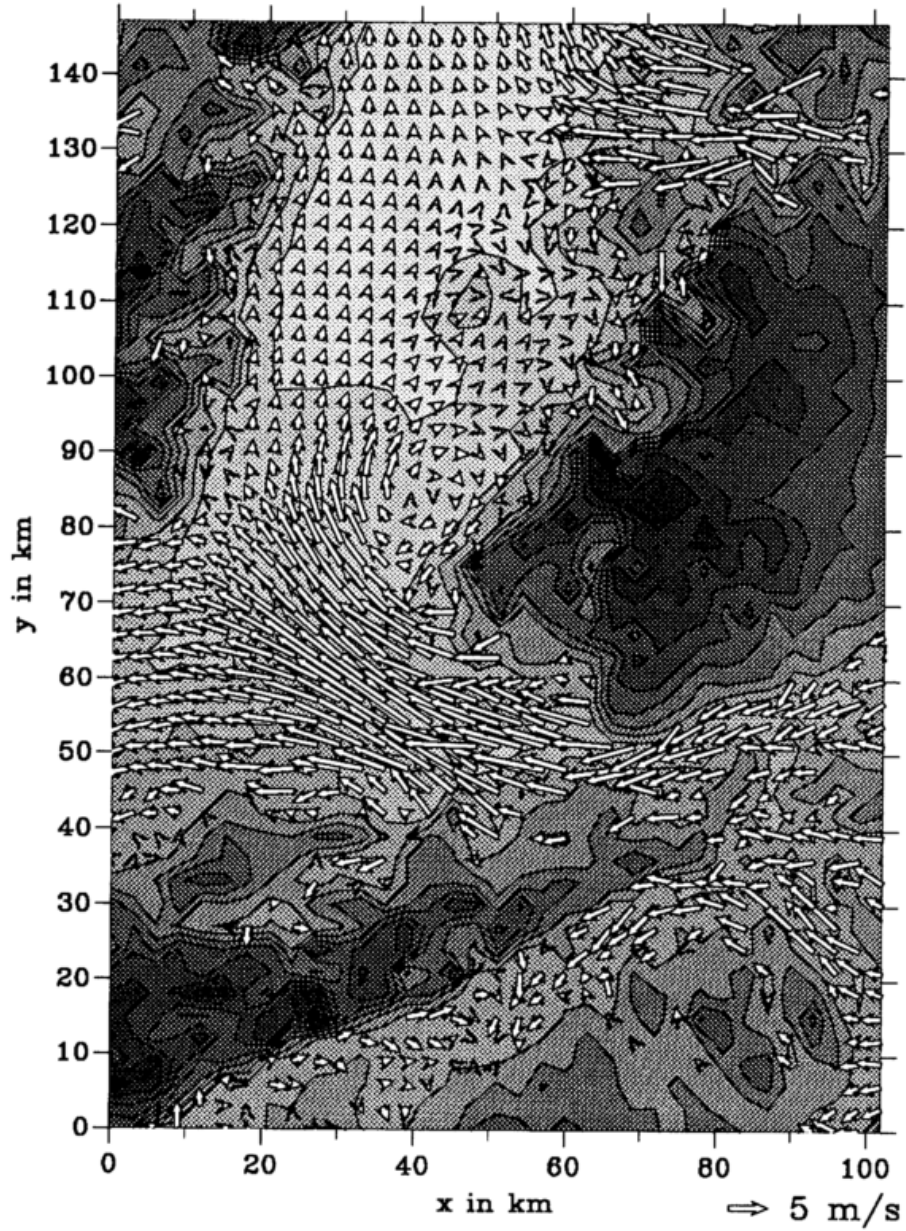


Abbildung 38: wie vorhergehende Abbildung, eine Stunde später

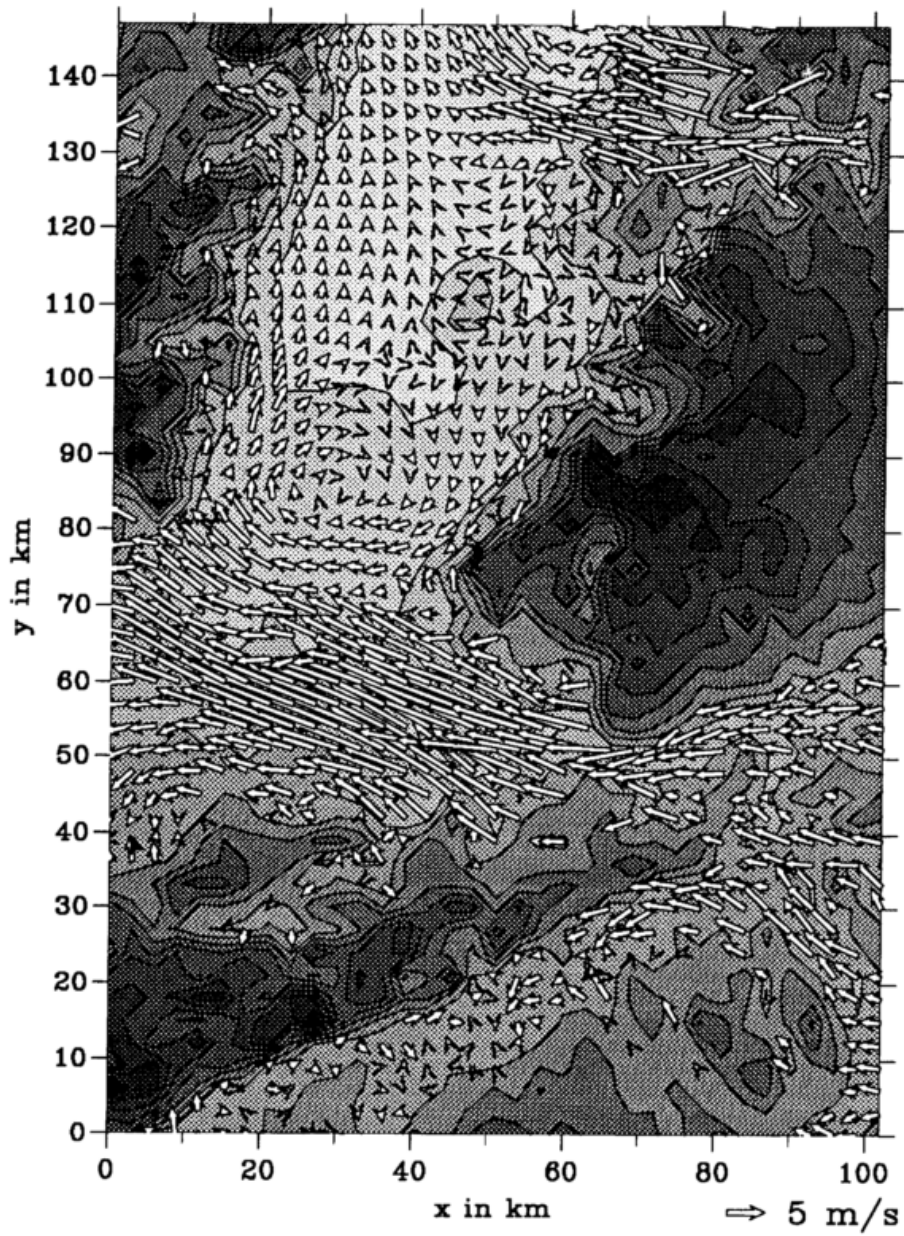


Abbildung 39: wie vorhergehende Abbildung, zwei Stunden später

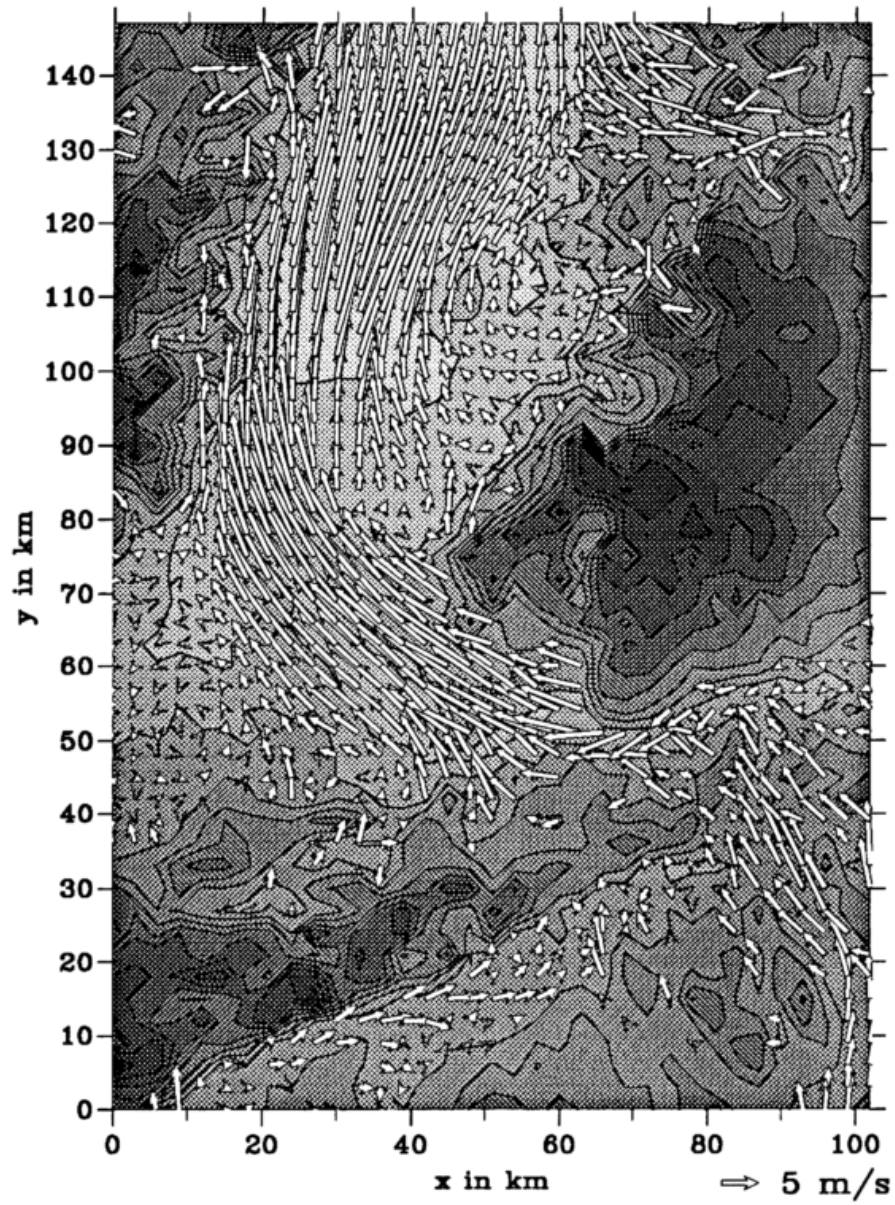


Abbildung 40: wie vorhergehende Abbildung, geostrophischer Wind aus Süd

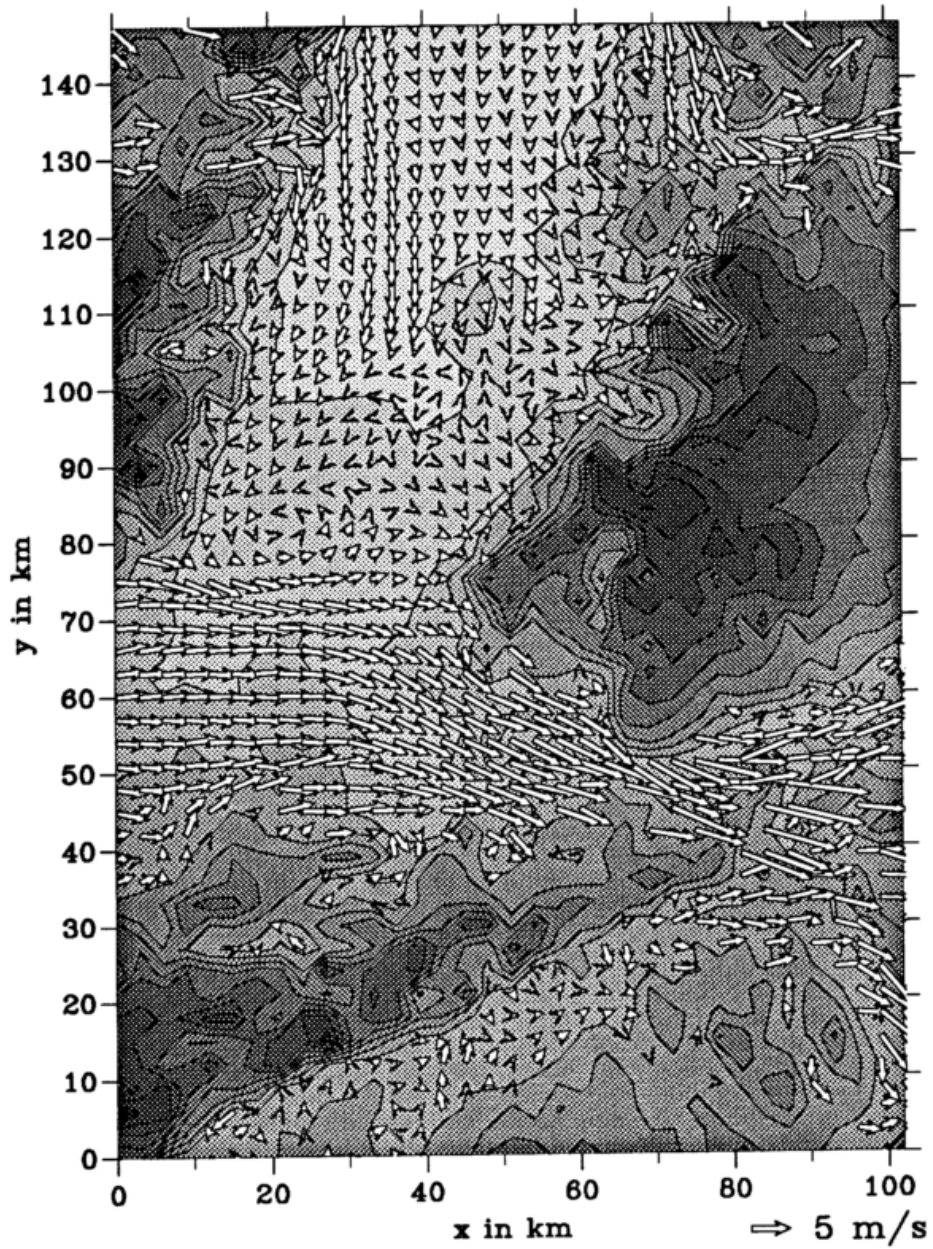


Abbildung 41: wie vorhergehende Abbildung, geostrophischer Wind aus Nordwest

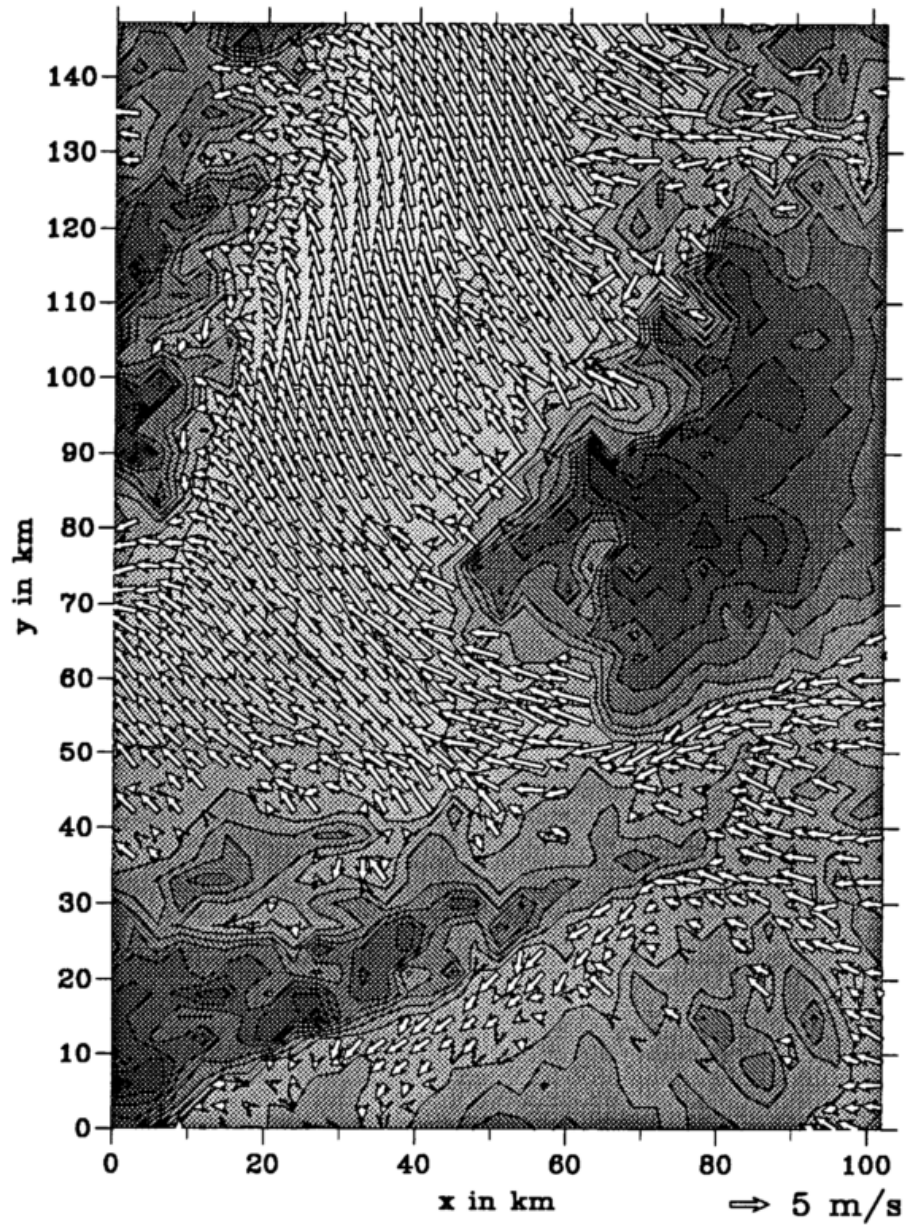


Abbildung 42: Simuliertes Windfeld in einer Fläche  $z = 500\text{m}$  bei  $Fr_h = 1$  und einer geostrophischen Windrichtung aus Südost im Bereich des südlichen Oberrheintals zwischen den Vogesen im Westen, dem Südschwarzwald im Osten und dem Schweizer Jura im Süden. Der Abstand der Höhenlinien beträgt 200 m

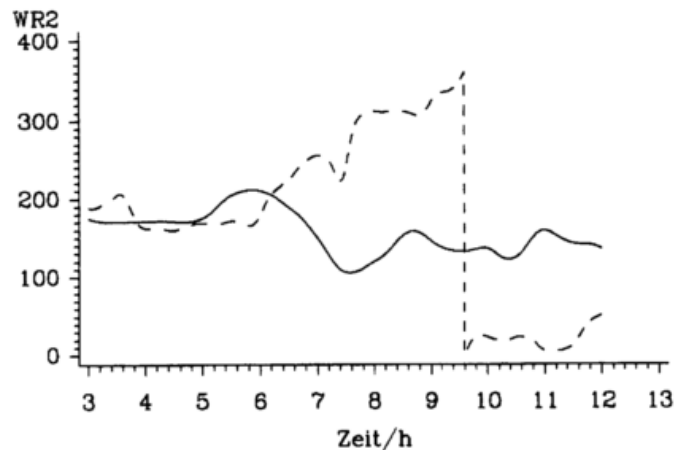


Abbildung 43: Simulierte Zeitreihen der Windrichtung an zwei Orten im Rheintal.

der Störungen immer kleiner werden. Der Nachlauf im Lee des Schwarzwaldes verschwindet fast völlig. Da in diesem Beispiel mit einer fest vorgegebenen Orographie mit festem Aspektverhältnis gerechnet worden ist, sind die beiden Froude - Zahlen  $Fr_h$  und  $Fr$  proportional zueinander mit dem Aspektverhältnis als Proportionalitätsfaktor. Deshalb wird die Strömung nicht nur glatter, weil die Amplituden der Störungen kleiner werden, sondern auch, weil sich die Form der Lösung (bestimmt durch  $Fr$ ) ebenfalls ändert.

Dieses Beispiel zeigt deutlich, daß die Froude - Zahlen  $Fr_h$  und  $Fr$  die Strömungsform in diesem Gebiet bestimmen. Sie können als Ordnungsparameter für das Windfeld verwendet werden. Sie sind deshalb wesentliche Klimaparameter mit dem Vorteil jeder dimensionslosen Kennzahl, daß sie auf einfache Weise viele Zustände klassifizieren, indem sie dynamisch ähnliche Fälle zusammenfassen.

#### 4.3.3 Simulierte Zeitreihe

Die in den Abbildungen 32 bis 35 gezeigten beobachteten Strukturen in den Zeitreihen lassen sich in den Simulationen wiederfinden. Dazu sind die simulierten Zeitreihen der Windrichtung an zwei Orten im Rheintal in der Abbildung 43 dargestellt. Sie gehören zu den in Abbildung 37 bis 39 dargestellten Simulation. Die Zeitreihen der Windrichtung zeigen im Vergleich zur Beobachtung die gleiche Struktur. Während sich die Windrichtung an einem Ort stetig ändert, verändert sich die Windrichtung am anderen Ort nur wenig. Der eine Punkt wird durch einen Ablösewirbel beeinflusst, der andere nicht. Die Hypothese, daß diese Strukturen in

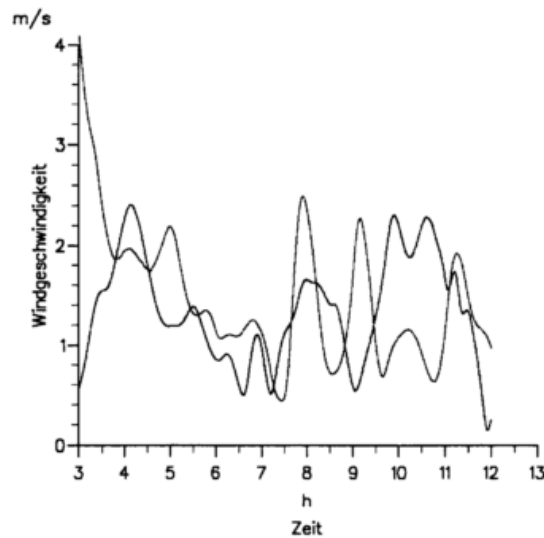


Abbildung 44: Simulierte Zeitreihen der Windgeschwindigkeit an zwei Orten im Rheintal.

den beobachteten Zeitreihen durch Wirbelbildung entstehen, wird damit durch die Simulation bestätigt.

Die simulierte Zeitreihe der Windrichtung enthält aber auch die höherfrequenten Strukturen, die mit internen Schwerewellen in Verbindung gebracht werden. Diese Strukturen findet man sehr häufig in diesem Gebiet, auch in den von Dütsch dargestellten beobachteten Zeitreihen [32]. Besonders deutlich sind sie in der Darstellung gemessener Zeitreihen der Windgeschwindigkeit in Abbildung 35 zu sehen. Dieses antikorrelierte Verhalten der Windgeschwindigkeit findet man ebenfalls in den simulierten Zeitreihen, wie die Abbildung 44 zeigt. Dabei überlagern sich offensichtlich verschiedene Wellensysteme mit unterschiedlicher Frequenz, wodurch die erkennbaren Schwebungen erklärt werden können. Die unterschiedlichen Frequenzen können mit der Dispersion dieser internen Schwerewellen erklärt werden.

Diese Beispiele zeigen, daß eine Zeitreihe meteorologischer Variablen, an einem Ort gemessen, ohne zusätzliche Information oder Modellvorstellungen über die ablaufenden Prozesse kaum sinnvoll interpretiert werden kann. Diese hier gezeigten Beispiele werden durch die Wechselwirkung zwischen der Topographie und der synoptischen Strömung bestimmt. Dadurch werden scheinbar unabhängige Phänomene durch eine gemeinsame Ursache verknüpft.

## 5 Zusammenfassung und Folgerungen

Ausgehend von den hydrodynamischen Gleichungen wurde die Bedeutung der Froude-Zahlen

$$Fr = \frac{U}{Na}$$

$$Fr_h = \frac{U}{NH}$$

und der Rossby-Zahl

$$Ro = \frac{U}{fa}$$

für die Beschreibung atmosphärischer Strömungen bei stabiler Schichtung über typischen Mittelgebirgen diskutiert. In diesem Skalenbereich der Mesoskala  $\gamma$  ist die Unterscheidung zwischen der Umströmung und der Überströmung von Bergen für das Verständnis vieler Phänomene notwendig, die mit Hilfe dieser Kennzahlen getroffen werden kann. Diese Möglichkeit wurde sowohl mit analytischen Lösungen vereinfachter Modellgleichungssysteme als auch mit dem nichtlinearen mesoskaligen Modell KAMM getestet.

Die Verwendung dieser Kennzahlen ermöglicht dabei die Verknüpfung von Beobachtungen in der Atmosphäre, Messungen im Strömungskanal und numerischen Modellsimulationen. Diese Verknüpfung bietet wechselseitig die Möglichkeit, die Ergebnisse der einzelnen Methoden zu vergleichen, mit den Ergebnissen der jeweils anderen Methoden zu überprüfen und die Vorteile der einzelnen Methoden auszunutzen. Im vorliegenden Fall wurden Beobachtungen im Rheintal mit Hilfe numerischer Modellsimulationen analysiert. Die beobachteten Phänomene wurden auf die Umströmung von Bergen zurückgeführt, die für vereinfachte Bedingungen sowohl durch analytische Theorien beschrieben werden kann und auch im Strömungskanal vielfach untersucht worden ist. Dabei stellen numerische Modelle der Mesoskala  $\gamma$  ein wesentliches Hilfsmittel zur Analyse dar. Die Untersuchungen im Strömungskanal haben bei der Entwicklung einer weitgehenden Phänomenologie der Prozesse einen wesentlichen Anteil. Die analytischen Beschreibungen tragen zu der Entwicklung von Hypothesen über die stattfindenden dynamischen Prozesse bei, die dann mit den nichtlinearen mesoskaligen Modelle überprüft werden können. Bei den vorliegenden Problemen sind diese Prozesse sicher noch nicht vollständig geklärt.

Die mesoskaligen Modelle beschreiben inzwischen atmosphärische Strömungen mit großer Komplexität, die die Entwicklung eigener Methoden zur Analyse der Mo-

dellerggebnisse erfordert. Dabei ist der wesentliche Unterschied zu Beobachtungen in der Atmosphäre die Vollständigkeit der Modellösungen, die auch die Anwendung von aufwendigen Konzepten zur Diagnose der stattfindenden Prozesse ermöglicht. Hier wurde auf das naheliegende klassische Konzept von Vorticity und potentieller Vorticity zur Diskussion der Dynamik der ablösenden Wirbel zurückgegriffen und von der Anschaulichkeit der Erhaltungseigenschaften dieser Größen Gebrauch gemacht. Dies ist jedoch nur sinnvoll, weil durch die dimensionslose Betrachtung die Ergebnisse dieser Diskussion auf realistische Bedingungen übertragen werden konnten.

Die statistische Auswertung der Daten an den Meßmasten im Oberrheintal wurde deshalb ebenfalls bezüglich der dimensionslosen Froude - Zahl  $Fr_h$  durchgeführt. Dabei konnte gezeigt werden, daß mit Hilfe dieser Kennzahl zwischen verschiedenen Strömungsformen im Oberrheintal unterschieden werden kann, zwischen der Kanalisierung durch das Tal und der Nachlaufströmung im Lee der Randgebirge Vogesen und Schwarzwald. Als Ergebnis der numerischen Simulationen zeigte sich weiter, daß die Ausbildung der Nachlaufwirbel im Tal mit Umströmungsphänomenen verbunden ist, die bisher unabhängig voneinander untersucht worden sind. Ein Beispiel ist der Möhlin-Jet im Hochrheintal, der hier als Umströmungsphänomen erklärt worden ist. Die Simulationen zeigen weiter, daß ähnliche Phänomene auch im Bereich anderer großer Einschnitte in den Bergen in dieser Region zu erwarten sind, wie dem Kraichgau, der Zabener Senke, dem Kinzigtal und der Burgundischen Pforte.

Die gefundenen Zusammenhänge zwischen diesen Phänomenen führen zu der Forderung der Regionalisierung der Klimanalyse aus zwei Richtungen. Die erweiterten Möglichkeiten der numerischen Simulationen des Klimas führten bisher zu immer besseren Auflösungen der Modelle und somit zu einer immer besseren Skalenauflösung in der Klimabeschreibung. Aus den hier gezeigten Ergebnissen folgt aber umgekehrt auch, daß man versuchen muß, von der lokalen Analyse einzelner Beobachtungen zu einer regionalen zusammenführenden Analyse zu kommen. Dazu bieten sich die hier verwendeten Methoden der Verknüpfung von Beobachtungen und Modellsimulationen mit Hilfe dimensionsloser Kennzahlen an.

Dabei bleibt das wesentliche Problem, die Methoden zur Analyse und Diagnose der Modellergebnisse weiter zu entwickeln, um die Modellergebnisse verallgemeinern zu können, was für das Verständnis der im Modell und in der Atmosphäre stattfin-

denden Prozesse notwendig ist.

Die hier diskutierten Phänomene sind für das regionale Klima im Mittelgebirge wichtig, da sie das Windfeld und die damit verbundenen Transporte in der atmosphärischen Grenzschicht deutlich beeinflussen. Deswegen sind die hier diskutierten dimensionslosen Kennzahlen auch geeignet zur Charakterisierung der klimatischen Bedingungen eines Gebiets. Dabei stellen diese Kennzahlen auch die Verbindung zwischen atmosphärischen Variablen und der Geländeform (Breite und Höhe der Berge) her. Sie verknüpfen die Zustandsvariablen der Atmosphäre mit Strukturparametern des Erdbodens als Rand, wo die entsprechend der einleitend eingeführten Definition des Klimabegriffs klimabestimmenden Prozesse ablaufen. Durch die Einbeziehung der orographischen Parameter, wie Länge und Höhe der Berge, wird die Übertragung der Ergebnisse auf andere Gebiete möglich. Davon wurde hier durch die Verwendung von Beobachtungen im Nachlauf großer Inseln wie Hawaii oder Jan Mayen Gebrauch gemacht.

Für die Bestimmung dieser Kennzahlen in der atmosphärischen Grenzschicht wurden hier Daten von 160 m bis 200 m hohen Meßmasten verwendet. Diese Meßhöhe ist für die Bestimmung dieser Kennzahlen sicher nicht ideal. Auf der anderen Seite sind derartige Meßsysteme nach wie vor selten. Wenn man aber versuchen will, die über orographisch strukturiertem Gelände ablaufenden dynamischen Prozesse zu verstehen, müssen Meßsysteme installiert werden, die eine räumliche Betrachtung der Atmosphäre ermöglichen. Dabei muß sowohl eine gute horizontale Auflösung als auch eine Erfassung von Vertikalprofilen mit hoher Auflösung angestrebt werden.

## Literatur

- [1] G. Adrian. Determination of the basic state of a numerical mesoscale model from operational numerical weather forecast. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 60:361–370, 1987.
- [2] G. Adrian. Zur Berechnung horizontaler Differenzen in geländefolgenden Koordinatensystemen unter Berücksichtigung variabler vertikaler Gitterweiten. *Meteor. Rundsch.*, 40:19–24, 1987.
- [3] G. Adrian. Synthetic wind climatology evaluated by the non - hydrostatic numerical mesoscale model KAMM. In K.Grefen und J. Löbel, editors, *Environmental Meteorology*, pages 397–411. Kluwer Academic Publ., 1988.
- [4] G. Adrian. Wake flows in the upper Rhine valley. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 65:147–156, 1992.
- [5] G. Adrian und F. Fiedler. Mesoscale eddies induced by topography analysed with a non hydrostatic model. In H. van Dop, editor, *Air Pollution Modeling and Its Application 6*, pages 663–672. Plenum Press, New York, 1988.
- [6] G. Adrian und F. Fiedler. Simulation of unstationary wind and temperature fields over complex terrain and comparison with observations. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 64:27–48, 1991.
- [7] G. Adrian und D. Heimann. Berge und Täler prägen Wind und Wetter. *AGF-Forschungsthemen*, 2:15–17, 1989.
- [8] B. W. Atkinson. *Meso-scale Atmospheric Cirulations*. Academic Press, London, 1989.
- [9] G. K. Batchelor. The conditions for dynamical similarity of motions of a frictionless perfect - gas atmosphere. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 79:224–235, 1953.
- [10] A. Bayliss und E. Turkel. Far field boundary conditions for compressible flows. *J. Comp. Phys.*, 48:182–199, 1982.

- [11] W. Benesch, G. Duensing, G. Jurksch und R. Zöllner. Die Windverhältnisse in der Bundesrepublik Deutschland im Hinblick auf die Nutzung der Windkraft. *Ber. Deutscher Wetterdienst*, 147, 1978.
- [12] K. H. Bergman. Multivariate analysis of temperatures and wind using optimum interpolation. *Month. Weath. Rev.*, 107:1246–1258, 1976.
- [13] D. L. Boyer, P. A. Davies, W. R. Holland, F. Biolley und H. Honji. Stratified rotating flow over and around isolated three-dimensional topography. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 322:213–241, 1987.
- [14] F. P. Bretherton. Momentum transport by gravity waves. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, pages 213–243, 1966.
- [15] P. W. M. Brighton. Strongly stratified flow past three - dimensional obstacles. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 104:289–307, 1978.
- [16] J. A. Businger, J. C. Wyngaard, Y. Izumi und E. F. Bradley. Flux profile relationships in the atmospheric surface layer. *J. Appl. Meteor.*, 28:186–215, 1971.
- [17] K. P. Chopra und L. F. Hubert. Mesoscale eddies in wake of islands. *J. Atmosph. Sci.*, 22:652–657, 1965.
- [18] T. L. Clark. On the evolution and stability of finite - amplitude mountain waves. *J. Atmosph. Sci.*, 34:1715–1730, 1977.
- [19] T.L. Clark. Numerical simulations with a three - dimensional cloud model: Lateral boundary condition experiments and multicellular severe storm simulation. *J. Atmosph. Sci.*, 36:2191–2215, 1979.
- [20] E. F. Danielsen. In defense of Ertel's potential vorticity and its general applicability as a meteorological tracer. *J. Atmosph. Sci.*, 47:2013–2020, 1990.
- [21] H. C. Davies. Limitations of some common lateral boundary schemes used in regional NWP models. *Month. Weath. Rev.*, 111:1002–1012, 1983.
- [22] J. W. Deardorff. Three- dimensional numerical study of the height and mean structure of a heated planetary boundary layer. *Bound. Layer Met.*, 1:81–106, 1973.

- [23] F. Defant. Zur Theorie der Hangwinde, nebst Bemerkungen zur Theorie der Berg- und Talwinde. *Arch. Met. Geoph. Biokl. A*, 1:421–450, 1949.
- [24] G. A. Degrazia. Anwendung von Ähnlichkeitsverfahren auf die turbulente Diffusion in der konvektiven und stabilen Grenzschicht. *Wiss. Ber. Inst. Met. u. Klimaf., Univ. Karlsruhe*, 12, 1989.
- [25] D. P. Dempsey und R. Rotunno. Topographic generation of mesoscale vortices in mixed - layer models. *J. Atmosph. Sci.*, 45:2961–2978, 1988.
- [26] G. Dorwarth. Numerische Berechnung des Druckwiderstandes typischer Geländeformen. *Wiss. Ber. Inst. Met. u. Klimaf., Univ. Karlsruhe*, 6, 1986.
- [27] P. G. Drazin. On the steady flow of a fluid of variable density past an obstacle. *Tellus*, 13:239–251, 1961.
- [28] D. R. Durran. Another look at downslope windstorms. part 1: The development of analogs to supercritical flow in an infinitely deep, continuously stratified fluid. *J. Atmosph. Sci.*, 34:2527–2543, 1986.
- [29] D. R. Durran. Improving the anelastic approximation. *J. Atmosph. Sci.*, 46:1453–1461, 1989.
- [30] D. R. Durran und J. B. Klemp. A compressible model for the simulation of moist mountain waves. *Month. Weath. Rev.*, 111:2341–2361, 1983.
- [31] D. R. Durran und J. B. Klemp. Another look at downslope winds. part 2: Nonlinear amplification beneath wave - overtuning layers. *J. Atmosph. Sci.*, 44:3402–3412, 1987.
- [32] H. U. Dütsch. Large - scale domination of a regional circulation during winter - time anticyclonic conditions. *Meteor. Rundsch.*, 38:65–75, 1985.
- [33] J. A. Dutton. *The ceaseless wind, an introduction to the theory of atmospheric motion*. McGraw-Hill, New York, 1976.
- [34] J. A. Dutton und G. H. Fichtl. Approximate equations of motion for gases and liquids. *J. Atmosph. Sci.*, 26:241–254, 1969.

- [35] J. Egger. On the linear two - dimensional theory of thermally induced slope winds. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 54:465-481, 1981.
- [36] J. Egger. Kanalisierung des Windes in breiten Tälern. *Ann. Meteor. (N. F.)*, 20:465-481, 1983.
- [37] J. Egger. Thermally forced flows: Theory. In W.Blumen, editor, *Atmospheric processes over complex terrain, Meteorological Monographs Nr.23*. AMS, 1990.
- [38] J. Egger und S. Schmid. Elimination of spurious inertial oscillations in boundary - layer models with time - dependent geostrophic winds. *Bound. Layer Met.*, 43:393-402, 1988.
- [39] J. Eichhorn. Anwendung meso- und mikroskaliger numerischer Modelle auf aktuelle Fragestellungen in der Stadt- und Regionalplanung. *Ann. Meteor. (N. F.)*, 27:421, 1992.
- [40] A. Eliassen und E. Palm. On the transfer of energy in stationary mountain waves. *Geofys. Publ.*, 22:1-22, 1960.
- [41] S. Emeis. Pressure drag and effective roughness length with neutral stratification. *Bound. Layer Met.*, 39:379-401, 1987.
- [42] H. Ertel. Ein neuer hydrodynamischer Wirbelsatz. *Meteorol. Z.*, 59:277-281, 1942.
- [43] D. Etling. On atmospheric vortex streets in the wake of large islands. *Meteorol. Atmos. Phys.*, 41:157-164, 1989.
- [44] D. Etling. Mesoscale vortex shedding from large islands: a comparison with laboratory experiments of rotating flows. *Meteorol. Atmos. Phys.*, 43:145-151, 1990.
- [45] F. Fiedler. The variance spectrum of the horizontal wind velocity at 50 m above the ground. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 44:187-200, 1971.
- [46] F. Fiedler. Turbulenter Spannungs- und Deformationstensor in der Prandtl - Schicht. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 48:290-300, 1975.

- [47] F. Fiedler. Einige Charakteristika der Strömung im Oberrheingraben. in: F. Fiedler, K. Hoeschele (ed.): Prof. M. Diem zum 70. Geburtstag. *Wiss. Ber. Inst. Met. u. Klimaf., Univ. Karlsruhe*, 4, 1983.
- [48] F. Fiedler. Atmospheric transport of air pollutants in the mesoscale over hilly terrain : A review of the tulla-experiment. In S. Sandroni, editor, *Regional and Long-range Transport of Air Pollution, Lectures of a course held at the Joint Research Centre, Ispra, Italy.*, pages 281–304. Elsevier Science Publishers B. V., 1986.
- [49] F. Fiedler. Mesoscale models including topography. In S. Sandroni, editor, *Regional and Long-range Transport of Air Pollution, Lectures of a course held at the Joint Research Centre, Ispra, Italy.*, pages 337–353. Elsevier Science Publishers B. V., 1986.
- [50] F. Fiedler und G. Adrian. Untersuchung der Ausbreitung von Luftschadstoffen in der Region Hochrhein – Bodensee. Ergebnisbericht. *Region – Aktuell*, 14, 1989.
- [51] F. Fiedler und T. Prenosil. Das MESOKLIP Experiment, Mesoskaliges Klimaprogramm im Oberrheintal. *Wiss. Ber. Inst. Met. u. Klimaf., Univ. Karlsruhe*, 1, 1980.
- [52] F. Fiedler und H. Zimmermann. Das Regio - Klima - Projekt (REKLIP) - Deutsch - Französisch - Schweizerisches Gemeinschaftsprojekt. *Ann. Meteor. (N. F.)*, 27:115, 1992.
- [53] H. Fortak. *Meteorologie*. Carl Habel Verlagsbuchhandlung, Berlin, Darmstadt, 1971.
- [54] L. Gandin. *Objectiv analysis of meteorological fields. Translated from Russian*. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965.
- [55] E. Gessler. Numerische Simulation der Windverhältnisse im Bereich der Stadt Stuttgart. Diplomarbeit, Inst. f. Meteorologie und Klimaforschung, Universität Karlsruhe, 1989.
- [56] E. Grimm-Luczak und H. Luczak. Die optimale räumliche Dichte von klimatologischen Meßnetzen. *Ber. Deutscher Wetterdienst*, 166, 1984.

- [57] G. Groß. Numerische Simulation nächtlicher Kaltluftabflüsse und Tiefsttemperaturen in einem Moselseitental. *Meteor. Rundsch.*, 38:161–171, 1985.
- [58] G. Groß. Effects of deforestation on local climate and nocturnal drainage flow. *Bound. Layer Met.*, 37:315–339, 1987.
- [59] F. H. Harlow und J. E. Welch. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Phys. Fluids*, 8:2182–2189, 1965.
- [60] T. Hauf. Schallfilterung im konvektiven Scale. Dissertation, Universität Mainz, Fachbereich Physik, 1980.
- [61] P. H. Haynes und M. E. McIntyre. On the evolution of vorticity and potential vorticity in the presence of diabatic heating and frictional and other forces. *J. Atmosph. Sci.*, 44:828–841, 1987.
- [62] P. H. Haynes und M. E. McIntyre. On the conservation and impermeability theorems for potential vorticity. *J. Atmosph. Sci.*, 47:2021–2031, 1990.
- [63] G. W. Hedstrom. Nonreflecting boundary conditions for nonlinear hyperbolic systems. *J. Comp. Phys.*, 30:222–237, 1979.
- [64] D. Heimann. Estimation of regional surface layer wind field characteristics using a three-layer mesoscale model. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 59:518–537, 1986.
- [65] F. Herbert. Die Erschliessung der numerischen Wetterprognose durch die Hypothese der lärmfreien Atmosphäre. *PAGEOPH*, 118:880–912, 1980.
- [66] K. Hinkelmann. Der Mechanismus des meteorologischen Lärms. *Tellus*, 3:285–296, 1951.
- [67] K. Hinkelmann. Noncharacteristic filtering of meteorological noise waves. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 39:99–111, 1962.
- [68] J. O. Hinze. *Turbulence*, volume 1 of *McGraw - Hill series in mechanical engineering*. McGraw - Hill, New York, 1975.
- [69] F. Höhndorf. Die Luftströmung in der oberrheinischen Tiefebene bei westlichen Winden. *Beitr. Phys. fr. Atmosph.*, 14:198–213, 1928.

- [70] B. J. Hoskins, M. E. McIntyre und A. W. Robertson. On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 111:877–946, 1985.
- [71] L. F. Hubert und A. F. Krueger. Satellite pictures of mesoscale eddies. *Month. Weath. Rev.*, 90:457–463, 1962.
- [72] J. C. R. Hunt und W. H. Snyder. Experiments on stably and neutrally stratified flow over a model three - dimensional hill. *J. Fluid Mech.*, 96:671–704, 1980.
- [73] N. O. Jensen und E. M. Agee. Vortex cloud street during amtex 75. *Tellus*, 30:517–523, 1978.
- [74] J. B. Klemp und D. R. Durran. An upper boundary condition permitting internal gravity wave radiation in numerical mesoscale models. *Month. Weath. Rev.*, 111:430–444, 1983.
- [75] J. B. Klemp und D. K. Lilly. The dynamics of wave - induced downslope winds. *J. Atmosph. Sci.*, 32:320–339, 1975.
- [76] J. B. Klemp und D. K. Lilly. Numerical simulation of hydrostatic mountain waves. *J. Atmosph. Sci.*, 35:78–107, 1978.
- [77] J. B. Klemp und R. B. Wilhelmson. The simulation of three - dimensional convective storm dynamics. *J. Atmosph. Sci.*, 35:1070–1096, 1978.
- [78] J. Kondo und T. Sato. A simple model of drainage flow on a slope. *Bound. Layer Met.*, 43:103–123, 1988.
- [79] J. Küttner. Moazagotl und Föhnwelle. *Phys. freie Atm.*, 25:79–114, 1938.
- [80] L. D. Landau und E. M. Lifschitz. *Lehrbuch der theoretischen Physik, Hydrodynamik*, volume 6. Akademie Verlag, Berlin, 1991.
- [81] A. Lanzinger und R. Steinacker. A fine mesh analysis scheme designed for mountainous terrain. *Meteorol. Atmos. Phys.*, 43:213–219, 1990.
- [82] C. E. Leith. Global climate research. In J. T. Houghton, editor, *The global climate*, pages 13–24. Cambridge University Press, Cambridge, 1984.

- [83] J. M. Leone und R. L. Lee. Numerical simulation of drainage flow in Bush Creek, Colorado. *J. Appl. Meteor.*, 28:530–542, 1989.
- [84] D. K. Lilly. Wave momentum flux – a GARP – problem. *Bull. Am. Meteor. Soc.*, 53:17–23, 1972.
- [85] D. K. Lilly und J. B. Klemp. The effects of terrain shape on nonlinear hydrostatic mountain waves. *J. Fluid Mech.*, 95:241–261, 1979.
- [86] F. B. Lipps. On the anelastic approximation for deep convection. *J. Atmosph. Sci.*, 47:1794–1798, 1990.
- [87] R. R. Long. Some aspects of the flow of stratified fluids. 1. a theoretical investigation. *Tellus*, 5:42–58, 1953.
- [88] A. C. Lorenc. A global three-dimensional multivariate statistical interpolation scheme. *Month. Weath. Rev.*, 109:701–721, 1981.
- [89] A. C. Lorenc. Analysis methods for numerical weather prediction. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 112:1177–1194, 1986.
- [90] J. L. Lumley und H. A. Panofsky. *The structure of atmospheric turbulence*. Wiley and Sons, New York, 1964.
- [91] G. Lyra. Einfluß der Bodenerhebungen einer stabil geschichteten Atmosphäre. *Beitr. Phys. freie Atm.*, 26:197–206, 1940.
- [92] Ch. L. Martin und R. A. Pielke. The adequacy of the hydrostatic assumption in sea breeze modeling over flat terrain. *J. Atmosph. Sci.*, 40:1472–1481, 1983.
- [93] M. J. Miller und A. J. Thorpe. Radiation conditions for the lateral boundaries of limited - area numerical models. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 107:615–628, 1981.
- [94] T. Mohr. Kármán - Wirbel im Lee von Jan Mayen. *Meteor. Rundsch.*, 24:30–31, 1971.
- [95] H.-G. Moll. Die atmosphärische Umströmung Madeiras. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 44:227–244, 1971.

- [96] E. Nickerson, E. Richard, R. Rosset, und D. Smith. The numerical simulation of clouds, rain and airflow over the Vosges and Black Forest Mountains: A meso- $\beta$  model with parameterized microphysics. *Month. Weath. Rev.*, 114:398–414, 1986.
- [97] Y. Ogura und N. A. Phillips. Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere. *J. Atmosph. Sci.*, 19:173–179, 1962.
- [98] I. Orlanski. A rational subdivision of scales for atmospheric processes. *Bull. Am. Meteor. Soc.*, 56:527–530, 1975.
- [99] I. Orlanski. A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. *J. Comp. Phys.*, 21:151–269, 1976.
- [100] I. Orlanski. The quasi-hydrostatic approximation. *J. Atmosph. Sci.*, 38:572–582, 1981.
- [101] S. A. Orszag, M. Israeli und M. O. Deville. Boundary conditions for incompressible flows. *J. Sci. Comp.*, 1:75–111, 1986.
- [102] J. Pedlosky. *Geophysical fluid dynamics*. Springer Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1987.
- [103] W. R. Peltier und T. L. Clark. The evolution and stability of finite – amplitude mountain waves. part 2: Surface wave drag and severe downslope windstorms. *J. Atmosph. Sci.*, 36:1498–1529, 1979.
- [104] W. L. Physick. Review: Mesoscale modelling in complex terrain. *Earth - Science Rev.*, 25:199–235, 1988.
- [105] R. A. Pielke. A three - dimensional numerical model of the sea breezes over South Florida. *Month. Weath. Rev.*, 102:115–139, 1974.
- [106] R. A. Pielke. *Mesoscale Meteorological Modeling*. Academic Press, Orlando, 1984.
- [107] L. Prandtl. *Führer durch die Strömungslehre*. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1942.

- [108] T. Prenosil. Anwendungen eines numerischen Modells für die Überströmung mesoskaliger Geländeformen. *Annal. Meteorol. (N. F.)*, 16:106–108, 1980.
- [109] P. Queney. The problem of air flow over mountains: a summary of theoretical studies. *Bull. Am. Meteor. Soc.*, 29:16–26, 1948.
- [110] W. H. Raymond und H. L. Kuo. A radiation boundary condition for multi-dimensional flows. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 110:535–551, 1984.
- [111] J. C. Rotta. *Turbulente Strömungen*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1972.
- [112] P. H. Ruscher und J. W. Deardorff. A numerical simulation of an atmospheric vortex street. *Tellus*, 34:555–566, 1982.
- [113] G. Schädler. Triggering of atmospheric circulations by moisture inhomogeneities of the earth's surface. *Bound. Layer Met.*, 51:1–29, 1990.
- [114] C. Schär und R. B. Smith. Shallow – water flow past isolated topography. part 1: Vorticity production and wake formation. *Submitted to JAS*, 0:0, 1992.
- [115] H. Schlünzen. Modellierung des Strömungsfeldes über Norddeutschland für den 23. Mai 1989. *Ann. Meteor. (N. F.)*, 27:308–309, 1992.
- [116] U. Schumann. Large-eddy simulation of the up-slope boundary layer. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 116:637–670, 1990.
- [117] U. Schumann. A simple model of the convective boundary layer over wavy terrain with variable heat flux. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 64:169–184, 1991.
- [118] P. A. Sheppard. Airflow over mountains. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 82:528–529, 1956.
- [119] R. B. Smith. The steepening of hydrostatic mountain waves. *J. Atmosph. Sci.*, 34:1634–1654, 1977.
- [120] R. B. Smith. Linear theory of stratified hydrostatic flow past an isolated mountain. *Tellus*, 32:348–364, 1980.
- [121] R. B. Smith. On severe downslope winds. *J. Atmosph. Sci.*, 42:2597–2603, 1985.

- [122] R. B. Smith. Linear theory of stratified flow past an isolated mountain in isosteric coordinates. *J. Atmosph. Sci.*, 45:3889–3896, 1988.
- [123] R. B. Smith. Comment on "low Froude number flow past three - dimensional obstacles. part 1: Baroclinically generated lee vortices. *J. Atmosph. Sci.*, 46:3611–3613, 1989.
- [124] P. K. Smolarkjewicz und R. Rotunno. Reply. *J. Atmosph. Sci.*, 46:3614–3617, 1989.
- [125] P. K. Smolarkjewicz und R. Rotunno. Low Froude number flow past three - dimensional obstacles. part 1: Baroclinically generated lee vortices. *J. Atmosph. Sci.*, 1989:1154–1164, 46.
- [126] W. H. Snyder, R. S. Thompson, R. E. Eskridge, E. Lawson, I. P. Castro, J. T. Lee, J. C. R. Hunt und Y. Ogawa. The structure of strongly stratified flow over hills: dividing - streamline concept. *J. Fluid Mech.*, 152:249–288, 1985.
- [127] J. J. Stoker. *Water waves. The mathematical theory with applications.*, volume 4 of *Pure and applied mathematics*. Interscience Publishers, New York, London, 1957.
- [128] H. Stuemke. Bemerkungen ueber die horizontalen Stroemungsgeschwindigkeiten der in vorstehender Arbeit behandelten Stroemung. *Phys. freie Atm.*, 26:207–210, 1940.
- [129] G. Tangermann-Dlugi. Numerische Simulation atmosphärischer Grenzschichtströmungen über langgestreckten mesoskaligen Hügelketten bei neutraler thermischer Schichtung. *Wiss. Ber. Inst. Met. u. Klimaf., Univ. Karlsruhe*, 2, 1982.
- [130] G. J. Tripoli und W. R. Cotton. The Colorado State University three - dimensional cloud / mesoscale model - 1982. part 1: General theoretical framework and sensitivity experiments. *J. Rech. Atmosph.*, 16:185–219, 1982.
- [131] F. Trombetti und F. Tampieri. An application of the dividing - streamline concept to the stable airflow over mesoscale mountains. *Month. Weath. Rev.*, 115:1802–1807, 1987.

- [132] W. Ulrich. A comparison between hydrostatic and nonhydrostatic simulations of gravity currents and their interaction with orography. *Meteorol. Atmos. Phys.*, 46:1-46, 1991.
- [133] Th. v. Karman und H. Rubach. Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes. *Physik. Zeitschr.*, 13:49-59, 1912.
- [134] M. van Dyke. *An album of fluid motion*. Parabolic press, Stanford, Cal., 1982.
- [135] I. Vergeiner. An operational linear lee wave model for arbitrary basic flow and two dimensional topography. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 97:30-60, 1971.
- [136] B. Vogel, G. Adrian und F. Fiedler. MESOKLIP-Analysen der meteorologischen Beobachtungen von mesoskaligen Phänomenen im Oberrheingraben. *Wiss. Ber. Inst. Met. u. Klimaf., Univ. Karlsruhe*, 7, 1987.
- [137] B. Vogel, G. Adrian und F. Fiedler. The sandoz accident - numerical simulations of the transport and the dispersion of the airborne releases. In J. Loebel K. Grefen, editor, *Environmental Meteorology*, pages 279-290. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1987.
- [138] B. Vogel und S. Emeis. Ein Beitrag zur Parametrisierung turbulenter Flüsse in der atmpshärischen Grenzschicht. Primärbericht 12.04.02P09B, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1990.
- [139] Deutscher Wetterdienst. *Klimaatlas von Baden - Württemberg*. Deutscher Wetterdienst, Bad Kissingen, 1953.
- [140] F. Wippermann. Air flow over and in broad valleys: channeling and counter-current. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 54:92-105, 1981.
- [141] F. Wippermann. The applicability of several approximations in mesoscale modelling - a linear approach. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 54:298-308, 1981.
- [142] F. Wippermann und G. Gross. On the construction of orographically influenced wind roses for given distributions of the large - scale wind. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 54:492-501, 1981.
- [143] M. G. Wurtele. The three-dimensional lee wave. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 29:242-252, 1957.

- [144] T. Yamada. A numerical simulation of nocturnal drainage flow. *J. Meteor. Soc. Jap.*, 59:108-122, 1981.
- [145] J. Zierep. Das Verhalten der Leewellen in der Stratosphäre. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 29:10-20, 1956.
- [146] L. I. Zimmerman. Atmospheric wake phenomena near the canary islands. *J. Appl. Meteor.*, 8:896-907, 1969.

## Symbolverzeichnis

$\delta_{ij}$	Kronecker - Symbol
$\epsilon_{i,j,k}$	Permutationssymbol
$\epsilon_i$	Beobachtungsfehler
$\gamma$	Temperaturgradient der freien Troposphäre
$\theta$	potentielle Temperatur
$\theta_*$	Temperaturskala in der Prandtl - Schicht
$\nu$	kinematische Viskosität
$\pi$	Exner - Funktion
$\pi_h$	Exnerfunktion des hydrostatischen Stördruck
$\rho$	Dichte
$\rho_{ij}$	Korrelationsfunktion
$\phi_i$	Feldfunktion
$\phi_H$	universelle Profilfunktion
$\phi_M$	universelle Profilfunktion
$\omega$	Kreisfrequenz
$\omega_a$	absolute (dreidimensionale) Rotation des Geschwindigkeitsfeldes, absolute Vorticity
$\Pi$	potentielle Vorticity
$\Phi$	Geopotential
$\Psi$	universelle Profilfunktion
$\Omega_k$	$k$ -te Komponente des Winkelgeschwindigkeitsvektors der Erde
$\hat{\quad}$	bezeichnet dimensionslose Größen
$\sim$	Kennzeichnung der Fouriertransformierten
$\bar{\quad}$	Kennzeichnung gemittelter Größen
$'$	Kennzeichen für Störgrößen
$*$	Kennzeichen für die Abweichung vom Grundzustand
$0$	Index zur Kennzeichnung von Größen im Grundzustand
$G$	Index zur Kennzeichnung des Grundzustands

$a_i$	Gewichte
$c$	Phasengeschwindigkeit
$c_p$	spezifische Wärme bei konstantem Druck
$c_v$	spezifische Wärme bei konstantem Volumen
$c_s$	Schallgeschwindigkeit
$f$	Coriolis - Parameter
$f_i$	Abweichung der $i$ -ten Beobachtung von der Schätzung
$g$	Schwerebeschleunigung
$h$	Orographiefunktion
$k$	erste Komponente des Wellenzahlvektors
$\vec{k}$	vertikaler Einheitsvektor
$k_i$	$i$ -te Komponente des Wellenzahlvektors
$l$	zweite Komponente des Wellenzahlvektors
$l$	Mischungsweglänge
$l_i$	Eigenwerte
$l_\infty$	Grenzwert der Mischungsweglänge
$m$	dritte Komponente des Wellenzahlvektors
$n$	Frequenz
$p$	Luftdruck
$q$	Wärmequelle
$q$	turbulente kinetische Energie
$\vec{r}$	Ortsvektor
$t$	Zeit
$u$	erste Komponente des Windgeschwindigkeitsvektors
$u_g$	erste Komponente des geostrophischen Windes
$u_i$	$i$ -te Komponente des Windgeschwindigkeitsvektors
$u_*$	Schubspannungsgeschwindigkeit
$v$	zweite Komponente des Windgeschwindigkeitsvektors
$\vec{v}$	Geschwindigkeitsvektor
$v_g$	zweite Komponente des geostrophischen Windes
$w$	dritte Komponente des Windgeschwindigkeitsvektors
$w_*$	konvektive Geschwindigkeitsskala
$x$	erste Komponente des Ortsvektors

$x_i$	$i$ -te Komponente des Ortsvektors
$y$	zweite Komponente des Ortsvektors
$z$	dritte Komponente des Ortsvektors
$z_i$	Grenzschichthöhe
$A$	Operator
$B$	Bernoulli - Funktion
$D$	Deformation
$\overline{E^2}$	mittlerer quadratischer Interpolationsfehler
$F$	beobachteter Wert einer Variablen
$F(n)$	Varianzdichte
$\hat{F}$	interpolierter Wert
$Fr$	Froude - Zahl, gebildet mit der horizontalen Längenskala
$Fr_h$	Froude - Zahl, gebildet mit der vertikalen Längenskala
$H$	vertikale Längenskala
$\vec{J}_\zeta$	Vorticityflußdichte
$K_H$	Diffusionskoeffizient für Wärme
$K_M$	Diffusionskoeffizient für Impuls
$L$	horizontale Längenskala
$L_H$	Skala für die horizontale Wellenlänge
$L_\Phi$	vertikale Längenskala für die Größe $\Phi$
$M$	Mach - Zahl
$N$	Brunt - Väisälä - Frequenz
$R$	Gaskonstante für trockene Luft
$\Re$	Realteil
$Re$	Reynolds - Zahl
$Ri$	Richardson - Zahl
$Ro$	Rossby - Zahl
$T$	Lufttemperatur
$U$	horizontale Geschwindigkeitsskala
$V$	horizontale Geschwindigkeitsskala
$W$	vertikale Geschwindigkeitsskala

Diese Arbeit wurde am Institut für Meteorologie und Klimaforschung der Universität Karlsruhe und des Kernforschungszentrums Karlsruhe erstellt. Für die gewährte Unterstützung vor allem durch die Rechenzentren und die Bibliotheken beider Institutionen bedanke ich mich.

Weiter möchte ich vor allem allen Kollegen, Freunden und meiner Familie danken, die mich während der Entstehung und bei der Erstellung dieser Arbeit unterstützt haben. Besonders möchte ich Herrn Professor Fiedler für seine stetige Anleitung danken. Er hat diese Arbeit durch seine Förderung erst ermöglicht.