ゼ Berichte

des

Deutschen Wetterdienstes

Nr. 94
(Band 13)

DK 551.501.45 : 551.586 : 631.5

Ein Beitrag zur Wetterertragsstatistik von Halm- und Hackfrucht

von

Rolf Pfau

(mit 9 Abbildungen im Text
sowie 19 Tabellen und 11 Karten im Anhang)

Offenbach a. M. 1964
Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes

Inhalt

	Seite
Zusammenfassung	3
Abstract	3
1. Statistische Sicherung von Jahren extremer Erträge und Berechnung der witterungsbedingten Ertragsstreuung	4
1.1. Einleitung	4
1.2. Einige klassische Methoden der Ertragsstatistik	4
1.3. Die Problemstellung	8
1.4. Das Material	8
1.5. Die statistische Behandlung der Spätkartoffel-Ertragszahlen	8
1.5.1. Die Festlegung des Optimal- und Schadensjahres	8
1.5.2. Der Einfluß der Witterung auf die Schwankung der Erträge	14
1.5.3. Die analogen Ergebnisse für einige Halmfruchtarten	17
2. Der Zusammenhang zwischen Witterung und Ertrag der Spätkartoffel	17
2.1. Ableitung von ertragsbildenden Witterungsfaktoren	17
2.1.1. Das klimatologisch-phänologische Stationsnetz und die Wahl der Zeitabschnitte	17
2.1.2. Die statistische Sicherung ertragsbildender Witterungsverhältnisse	18
2.2. Die statistische Methode zur Unterscheidung von Optimal- und Schadensjahren aufgrund der Witterungsverhältnisse	20
2.2.1. Kurze Darstellung der Theorie	20
2.2.2. Praktische Anwendung	21
3. Der Zusammenhang zwischen Witterung und Ertrag des Winterweizens	23
3.1. Ableitung von ertragsbildenden Witterungsfaktoren und das Stationsnetz	23
3.2. Die Ergebnisse der Diskriminanzanalyse	24
4. Schlußbetrachtung	25
Literatur	25

Anhang: Tab. 1 — 19
Karten 1 — 11

Anschrift des Verfassers:

Dr. R. Pfau, Offenbach a. M., Frankfurter Straße 135
Deutscher Wetterdienst, Zentralamt

Zusammenfassung

Die Ertragszahlen der Spätkartoffel, des Winterweizens, der Sommergerste und des Hafers der Landkreise der Bundesrepublik Deutschland aus den Jahren 1949—1959 werden durch Berechnung eines sowohl zeitlich als auch geographisch variablen Trends bereinigt und präzisiert.

Die prozentualen Abweichungen vom berechneten Trend werden nach Zusammenfassung der Landkreise in naturräumliche Einheiten einer Varianzanalyse unterzogen. Dadurch wird es möglich, Jahre mit ertragsmäßig günstigen bzw. ungünstigen Witterungsbedingungen festzulegen und statistisch zu sichern (Optimal- oder Schadensjahre).

Darüber hinaus werden die Resultate der Varianzanalyse benutzt, die absolute Häufigkeit einer Normalernte und damit einen Faktor des klimatologischen Risikos in Hinblick auf den Ertrag zu berechnen.

Eine Verknüpfung dieses Risikofaktors mit mehrjährigen mittleren Ertragsdaten führt zur Definition eines Faktors der Anbauwürdigkeit der bearbeiteten landwirtschaftlichen Kulturen.

Diesem rein statistischen Teil schließt sich ein zweiter an, in dem unter Benutzung klimatologischer und phänologischer Daten der Optimal- und Schadensjahre ertragsvariierende Witterungsmerkmale bestimmter Wachstumsphasen abgeleitet werden.

Allerdings wurden solche Berechnungen nur für die Spätkartoffel und den Winterweizen durchgeführt. Acht (Kartoffel) bzw. sieben (Weizen) Temperatur- und Niederschlagsverhältnisse zwischen Bestellung und Ernte von Spätkartoffel und Winterweizen weisen einen Einfluß auf Ertrag von Kartoffel und Weizen auf.

Um ein Bestimmungskriterium zu haben, ob ein zu prüfendes Jahr hinsichtlich der klimatischen Bedingungen eine gute, mittlere oder schlechte Ernte verspricht, wird mit Hilfe der Diskriminanzanalyse eine Trennfunktion berechnet, deren Testvermögen sich als brauchbar erweist.

Darüber hinaus gibt diese Funktion die Möglichkeit einer Erntevorhersage, wenn eine Wettervorhersage vorliegt.

Abstract

Yield data of late potatoes, winter wheat, spring barley and oats from the "Landkreise" (districts) of the Federal Republic of Germany for the period 1949 to 1959 are rectified and defined more precisely by computing a trend variable with regard to time and geographical location.

The districts are grouped into units characterized by similar natural conditions and then the percentual deviations from the computed trend are treated by means of an analysis of variance. Thereby it becomes possible to determine and retain statistically years with weather conditions favourable or unfavourable for the yield (years with optimum or minimum yield).

In addition to this, the results of the analysis of variance are used for computing the absolute frequency of a normal crop and, consequently, a factor showing the climatological risk in view of the yield.

A connection between this factor of risk and the mean yield data of several years makes it possible to define a factor of worthiness of cultivation of the agricultural products under consideration.

This purely statistical part is followed by a second one, in which - utilizing climatological and phenological data of the years with optimum and minimum yield- meteorological characteristics of certain phenological phases varying the yield of the crops are determined.

Such computations, however, were carried out only for late potatoes and winter wheat. Eight (for potatoes), respectively seven (for wheat) characteristics of temperature and precipitation during the period from planting to harvest revealed a significant influence on the yield of potatoes and winter wheat.

In order to have a criterion for determining whether — according to the climatological conditions — a good, medium or bad yield is to be expected in a certain year, a test statistic is computed by means of the discriminatory analysis, the efficiency of which proves to be satisfactory.

Moreover, this test statistic permits a prediction of the yield if weather forecasts are available.

1. Statistische Sicherung von Jahren extremer Erträge und Berechnung der witterungsbedingten Ertragsstreuung

1.1. Einleitung

Das Bestreben, den Ernteertrag unserer Kulturpflanzen mit der Witterung in Zusammenhang zu bringen, findet schon seit Jahrzehnten seinen Niederschlag in der Literatur. Die Zielsetzung bei der Bearbeitung des Problems reicht von der einfachen Feststellung einer mehr oder minder engen Korrelation zwischen Ertrag und nur einem meteorologischen Parameter bis zur Aufstellung einer Formel, die den Ertrag noch vor der Ernte vorauszusagen erlaubt. Entsprechend der Zielsetzung, aber auch bestimmt durch das Arbeitsgebiet des Bearbeiters innerhalb der naturwissenschaftlichen Disziplinen variiert die Methodik, mit deren Hilfe der Fragenkomplex angegangen wird. Zwischen der Anschauung des reinen Statistikers und der eines beschreibenden Naturwissenschaftlers finden sich innerhalb der letzten 30 Jahre alle Zwischenstufen, ob wir nun die reinen Korrelationsrechnungen Brouwers, die Klassifikationsmethode Boguslawskis, die Rangordnungsrechnung Holdefleiß' oder die mehr empirische, man möchte fast sagen gefühlsmäßige Behandlung des Problems durch Baumann betrachten. Es ist im Rahmen dieser Arbeit unmöglich, eine vollständige, chronologische Darstellung der Entwicklung der Methodik zu geben. Es ist aber notwendig, wenigstens in aller Kürze zu beleuchten, wie das Problem der Ertragsstatistik von den „Klassikern" dieses Forschungsgebietes behandelt worden ist, um aufzeigen zu können, wieweit ihren Anschauungen gefolgt werden konnte, bzw. wo neue Wege beschritten werden mußten.

1.2. Einige klassische Methoden der Ertragsstatistik

Schon in den zwanziger Jahren wurde am landwirtschaftlichen Institut der Universität Halle von Holdefleiß (1,2) eine Methode entwickelt, die als Rangordnungsmethode in die Literatur Eingang gefunden hat. Ausgehend von den Ertragszahlen einer Reihe von Jahren ordnet er diese nach der Höhe ihres Ertrages und weist jedem Jahr einen Rang zu. Das Jahr mit dem höchsten Ertrag erhält den Rang 1, das nächste den Rang 2 usw. Einer gleichen Rangordnung werden die Witterungselemente Temperatur und Niederschlag unterworfen, indem man ihre Abweichungen vom langjährigen Monatsmittel errechnet und diese Größen wieder entsprechend ihres Betrages mit einem Rang versieht (Tab. 1). Stellt man die Jahre in ihrer natürlichen Reihenfolge untereinander, so kann man nun für jedes Jahr die Rangdifferenz zwischen dem Ertragsrang und dem Rang der Temperatur- bzw. Niederschlagsabweichung irgend eines Monats errechnen. Addiert man die Absolutbeträge der Rangdifferenzen eines Monats, also z. B. Ertrag - Märztemperatur, so erhält man eine Summe S, für die gilt:

$$S \leqq n \cdot \frac{n}{2} \qquad \text{für n gradzahlig} \qquad [1a]$$

oder $$S \leqq (n-1) \cdot \left(\frac{n+1}{2}\right) \qquad \text{für n ungradzahlig,} \qquad [1b]$$

wenn n die Anzahl der betrachteten Jahre ist.

Nach Holdefleiß besteht ein Zusammenhang zwischen Ertrag und Abweichung des betrachteten Witterungselementes, wenn die Summe der absoluten Beträge der Rangdifferenzen kleiner oder gleich der Hälfte der Höchstsumme ist. Im Beispiel der Tab. 1 ist $n = 9$, die Höchstsumme also gleich 40. Beziehungen bestehen demnach für Rangdifferenzsummen $S \leqq 20$, im vorliegenden Falle zwischen Ertrag und März- bzw. Apriltemperatur.

Holdefleiß weist nach, daß diese von ihm entwickelte Methode bei erheblich kleinerem Rechenaufwand ähnliches leistet wie die Korrelationsmethode.

Holdefleiß und seine Mitarbeiter, von denen u. a. Scheinert (3) und Zielke (4) zu nennen wären, leiteten nun mit Hilfe dieser Methode Ertrags-Witterungsrelationen ab, indem sie verschiedene Zeitabschnitte innerhalb der Vegetationsperiode der Kulturpflanzen einer Durchrechnung nach der Rangordnungsmethode unterzogen. Auch Gösele (5) verwendete die Methode an Hohenheimer Material. So konnte allmählich ein Bild über die Anforderungen entstehen, die eine Kulturpflanze an die Temperatur oder den Niederschlag eines Zeitabschnittes stellt.

Ein Versuch, mit der geschilderten Methode vom Einzelort weg in die Breite zu gehen, um zu allgemeingültigen Gesetzmäßigkeiten zu kommen, ist besonders von Scheinert (3) unternommen worden. Er untersuchte die Ernten von insgesamt 41 Betrieben mit zusammen 19 500 ha bebauter Fläche im Raume Merseburg. Es gelang ihm wohl, Witterungsanforderungen einiger Kulturen herauszuschälen, doch mußte er erkennen, daß das Ergebnis eines kleinen Gebietes keineswegs ohne weiteres auf das Nachbargebiet übertragen werden konnte, eine Schwierigkeit, mit der sich jeder Ertragsstatistiker, der im regionalen Bereich arbeitet, auseinandersetzen muß, wenn es darum geht, Ergebnisse zu verallgemeinern.

Ohne die Methode Holdefleiß' eingehend beurteilen zu wollen, muß festgestellt werden, daß es seiner Schule gelang, einiges zur Frage der Witterungsanforderung der Kulturpflanzen beizusteuern und dieses nicht nur durch die subjektive Erfahrung, sondern durch die objektive Zahl zu stützen.

Eine ähnlich enge Anlehnung an die Zahl und ihren Aussagewert finden wir bei Brouwer. Schon in seiner Dissertation (6) wendet er die klassische Korrelationsrechnung an, unterteilt den von +1 bis —1 begrenzten Bereich des Korrelationskoeffizienten in Abschnitte mit guter, mäßiger usw. Korrelation und läßt sich lediglich von der Größe dieser statistischen Zahl leiten. Der grundlegende und bemerkenswerte Unterschied zu der mathematisch ähnlichen Methode Holdefleiß' liegt darin, daß er die von der Kalendereinteilung begrenzten Zeitabschnitte durch solche ersetzt, die durch gewisse Phasen im Pflanzenwachstum gegeben sind. Von Brouwer wird die phänologische Phase in vollem Umfange in die Untersuchung einbezogen. Er bestimmt nicht die Korrelation zwischen Ertrag und Niederschlag bzw. Temperatur eines Monats, einer Dekade oder sonstigen Kalendereinheit, sondern er nimmt Zeiträume, die sich um die Blüte, die Bestockung, das Schossen usw. gruppieren. Die von ihm abgeleiteten Witterungsansprüche einer Kultur beziehen sich auf Wachstumsabschnitte, und er spricht von der Regenmenge der ersten 50, 30 oder 10 Tage vor der Blüte, während der Blüte (15 Tage) bzw. 10, 20 oder 30 Tage nach der Blüte beispielsweise des Roggens. Auf diese Weise gelingt es Brouwer, die Empfindlichkeit des Roggens gegen übermäßige Feuchtigkeit während der Blütezeit aufzuzeigen. Gestützt auf die Größe der Korrelationsfaktoren zwischen dem Roggenertrag und der Niederschlagsmenge während der oben angeführten Zeitabschnitte, kann Brouwer die Tab. 2 — um ein Beispiel zu nennen — aufstellen und den Zusammenhang zwischen Ertrag und Niederschlag wärend der Blüte aufzeigen. Die geringen Abweichungen von einer 100prozentigen Relation lassen sich meist durch Schädigungen erklären, die nach der Blüte eingetreten sind (Lagerung!). Unabhängig vom Aussagewert, den man dem Korrelationsfaktor beimißt, ist m. E. die Bindung an phänologische Phasen das Richtungweisende der von Brouwer vertretenen Anschauung. Hierin unterscheidet er sich weitgehend von anderen Autoren. Holdefleiß und Brouwer haben bei der sonstigen Verschiedenheit eines gemeinsam, nämlich die Betrachtung jeweils eines Parameters. Die erwünschte Beziehung wird immer nur im Zusammenhang mit einem Klimaelement, dem Niederschlag, der Temperatur, dem Sonnenschein oder sonstigem gesucht. Meteorologische Faktoren sind aber nicht unabhängig voneinander. So finden wir bei Boguslawski (7) einen Versuch, zu einem komplexen Zusammenhang zu kommen. Wenn er auch bei der Zahl als dominierendem Kriterium bleibt, so legt er von vornherein Wert auf die Beachtung einer Wechselwirkung zwischen Klimafaktoren, Standortbedingungen und Pflanze. Er geht nicht von den Erträgen eines Standortes aus und setzt ein Klimaelement dazu in Beziehung, sondern er wählt mehrere Standorte und als Witterungselemente Temperatur und Niederschlag. Er arbeitet also mit einer statistischen Grundmasse, die eine Varianz in der einen (Jahre) und in der anderen Richtung (Standorte) aufweist und nähert sich damit einem Versuchsmodell, das man heute vielleicht varianzanalystisch behandeln würde. Bei der Entwicklung seiner Methode ist sich Boguslawski klar darüber, daß der phänologisch begrenzte Zeitabschnitt allen Betrachtungen zugrunde gelegt werden mußte. Da er aber darüber hinaus von der Notwendigkeit der Einbeziehung mehrerer Standorte überzeugt ist, muß er mangels hinreichenden Materials zur Kalendereinheit zurückkehren. Der Monat ist eine zu große Einheit, dem einzelnen Tageswert sollte nicht ein allzu hohes Gewicht beigelegt werden. So legt sich Boguslawski auf die Dekade als Einheit fest. Für den Ausbau seiner Methode war maßgeblich, daß ihm die von Baumann angewendete Methode, über die noch zu sprechen ist, mangels objektiver Maßstäbe nicht exakt genug und die klassische Korrelationsmethode nicht hinreichend leistungsfähig erscheint. Am besten läßt sich die Arbeitsmethode an Hand eines Beispiels erörtern. Gegeben sind die Winterroggenerträge von 7 mittelschlesischen Standorten (I—VII in Tab. 3) und 13 Jahren. Als erstes wird für jeden Standort der mittlere Ertrag $\bar{x}$ und anschließend die Abweichung einer jeden Ertragszahl von diesem $\bar{x}$ berechnet und in Klassen eingeteilt. Boguslawski schlägt — allerdings ohne nähere Begründung — eine fünfstufige Klassifikation der Ertragsabweichungen nach folgendem Schema vor:

Klasse 1: Ertragsabweichung vom Standortmittel höher als —6

Klasse 2: Ertragsabweichung vom Standortmittel zwischen —6 und —3

Klasse 3: Ertragsabweichung vom Standortmittel zwischen —3 und +3

Klasse 4: Ertragsabweichung vom Standortmittel zwischen +3 und +6

Klasse 5: Ertragsabweichung vom Standortmittel höher als +6

In einer Standortjahrestabelle (Tab. 4) werden die so gefundenen Klassenwerte eingetragen. Die damit gewonnene Tabelle gibt einen Überblick über die „Jahrestendenz", d. h. über die Neigung der Erträge, nach der einen oder anderen Seite hin vom Standortmittel abzuweichen. Das rechts außen angegebene Ertragsklassenmittel liefert einen zahlenmäßigen Ausdruck dieser Tendenz. Der Zusammenhang der Werte der Tab. 4 mit den Witterungsdaten wird hergestellt durch Berechnung der Dekadenwerte der benutzten Klimafaktoren Niederschlag und Temperatur und ihrer Abweichungen von langjährigen Mittelwerten. Das kann in Tab. 5 nur im Ausschnitt für 1 Station (Simsdorf, Standort VII), 5 Monate und 2 Jahre wiedergegeben werden. Wir finden die langjährigen Dekadenmittel der Temperatur und des Niederschlags. Darunter sind die aktuellen Werte für die betrachteten Jahre vermerkt und die wiederum in Klassen eingeteilten Abweichungen. Boguslawski ist sich klar über die Schwierigkeit einer sinnvollen Klasseneinteilung. Er setzt fest (mit $\bar{x}$ als dem jeweiligen langjährigen Dekadenmittelwert):

Temperatur:

Klasse 3: $\bar{x} \pm 1^0$

Klasse 2 und 4: $\bar{x} \pm 1^0$ bis $\pm 2^0$

Klasse 1 und 5: $\bar{x}$ über $\pm 2^0$

Niederschlag:

Klasse 3: $\bar{x} \pm 5$ mm

Klasse 2 und 4: $\bar{x} \pm 5$ bis ± 15 mm

Klasse 1 und 5: $\bar{x}$ mehr als ± 15 mm

Die variable Klassenbreite der Niederschlagsabweichung versucht der Erfahrungstatsache gerecht zu werden, daß kleinere Werte relativ größere Wirkungen auslösen als extreme.

Da der optimale Witterungsverlauf bzw. sein Gegenteil im Schadensjahr standort- und witterungsbedingt ist, wie a priori angenommen war, muß jetzt unter Berücksichtigung aller Jahre und aller Standorte für jede Ertragsabweichungsklasse das statistische Mittel aller in Frage kommenden Temperatur(abweichungs)- und Niederschlag(abweichungs)klassen gebildet werden. Tab. 6 zeigt das zahlenmäßige Ergebnis. Wir haben damit für jede Ertragsklasse den für ihre Erzeugung maßgeblichen Temperatur- und Niederschlagsverlauf für jede Dekade von März bis Juli. Es wurde versucht, eine von Boguslawski gegebene graphische Darstellung der Übersichtlichkeit halber etwas anders zu zeichnen (Abb. 1). Die Umkehrung der Temperaturverhältnisse in der zweiten und dritten Aprildekade von Ertragsklasse 5 zu Ertragsklasse 1 erscheint als gutes Beispiel für die mit der beschriebenen Methode zu findenden Aussage.

Weitere Folgerungen aus diesen Ergebnissen können hier nicht besprochen werden. Als wesentlich soll festgehalten werden, daß wir eine Methode vor uns haben, die eine Varianz des Grundmaterials nach 2 Gesichts-

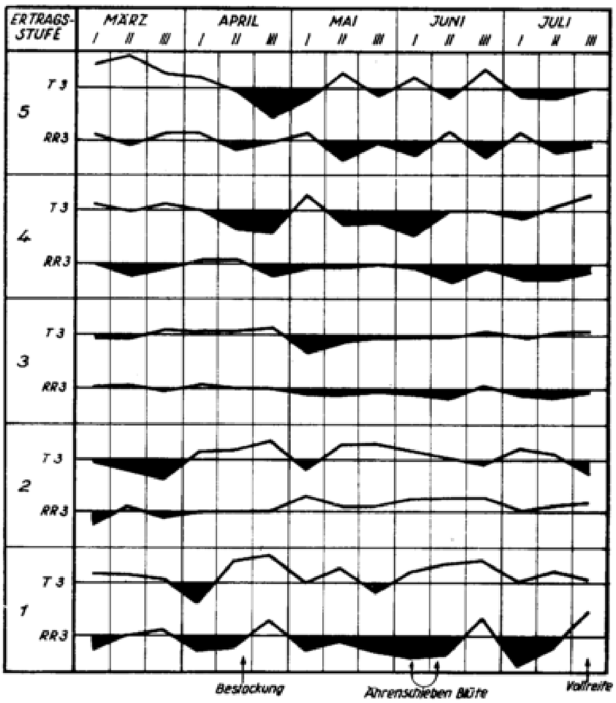


Abb. 1
Ertrag und Witterung
Winterweizen (Schlesien)

punkten zu berücksichtigen versucht und die nicht den einen *oder* den anderen, sondern den einen *und* den anderen Klimafaktor in die Betrachtung einbezieht.

Bisher wurden ausschließlich Autoren zitiert, die in mehr oder minder starker Form der Zahl als vergleichendem Kriterium vertrauten. Wetterertragsstatistik ist aber auch von anderer Seite nicht ohne Erfolg betrieben worden. Diese Seite wird von B a u m a n n repräsentiert. Es ist unmöglich, aus der Fülle seiner Veröffentlichungen all die wichtigen Ergebnisse anzuführen, die unsere Erkenntnisse hinsichtlich der Witterungsanforderungen unserer Kulturpflanzen bereichert haben. Seine Arbeitsmethode ist wohl am besten charakterisiert durch den Satz: „Es muß schon am Anfang gesagt werden, daß eine Lösung des Problems im wissenschaftlichen Sinne außerhalb des Bereichs des Möglichen liegt. . . . Allgemein gültige Gesetze können wir kaum am lebenden Objekt . . . aufstellen, und dieses Ziel bei der Ertragsbildung großer Gebiete erreichen zu wollen, muß als vermessen bezeichnet werden."

B a u m a n n s Methode muß als tastend, schätzend und abwägend bezeichnet werden. Er versucht das Witterungsgeschehen eines Höchstertragsjahres durch Vergleiche und einer Suche nach übereinstimmenden Momenten festzulegen. Analoges gilt für das Schadensjahr. Klar ist sich B a u m a n n darüber, daß dem Material nicht nur klimatische Faktoren anhaften. Man findet bei ihm den Versuch, Fortschritte der Bewirtschaftungsform, Zunahme der Düngemittel u. a. m. durch fünfjährige Mittelbildung und Interpolation zwischen diesen auszuschalten, kurzum, das Ausgangsmaterial durch einen Trend zu bereinigen. Ausgehend vom homogenen Material seines Landsberger Versuchsfeldes und dann weiter in die Umgebung vordringend findet er Zusammenhänge zwischen Ertrag und Witterung, die in einer Fülle von Arbeiten (8), (9), (10), (11) ihren Niederschlag gefunden haben. Wesentlich erscheint der immer wiederkehrende Hinweis auf die Folgen des Wettergeschehens in dem einen Zeitabschnitt im Zusammenhang mit denen eines späteren. Immer wieder wird die Pflanzenphysiologie zu Rate gezogen, d. h. der Ertragsspender wird als Lebewesen, sein Ertrag als komplexes Zusammenwirken von Standort, Boden, Wetter, Jugenderziehung u. a. m. angesehen. Daß damit das Problem nicht einfacher wird, leuchtet ein, macht aber auch das oben angeführte Zitat verständlich.

Mit dieser kurzen Erwähnung der klassischen Methoden sollte nur das Ziel der Ertragsstatistik beleuchtet und die Mittel, mit denen das Problem angegangen wurde, dargelegt werden, ohne eine Abwägung bzw. Kritik vornehmen zu wollen.

Betrachtet man die Fülle der einschlägigen Arbeiten aus der neueren Zeit, deren Aufzählung hier unmöglich ist, so findet man, daß letztlich immer wieder im Grundprinzip die als klassisch bezeichneten Methoden herangezogen werden. Wenn auch die moderne Statistik durch varianzanalytische Methoden und durch strenge Testmethoden (S n e y e r s (12)) starken Eingang gefunden hat, herrscht die Korrelationsmethode (P i n t e r (13) u. a.) in mehr oder minder abgewandelter Form vor. Trotzdem wird daneben noch immer versucht, mit B a u m a n n s Anschauungen zu Ergebnissen zu kommen (Z i l l m a n n (14)). Die als typisch für ihre Methode zitierten Autoren sind einige wenige aus einer großen Zahl. Es muß hier auf die Agrarmeteorologische Bibliographie (15) des Deutschen Wetterdienstes verwiesen werden. Daß auch B a u m a n n heute der statistischen Methode nicht mehr ganz ablehnend gegenübersteht, beweisen seine neueren Arbeiten (16, 17). Die Ableitung ertragsbestimmender Witterungsfaktoren wird hier mit Hilfe statistischer Testmethoden vorgenommen, d. h. die Ergebnisse werden auf Signifikanz geprüft. Es würde zu weit führen, auf die Fülle der Einzelergebnisse einzugehen. Eines jedoch soll hervorgehoben werden: Die Ergebnisse B a u m a n n s sind Produkt eines fruchtbaren Zusammentreffens langjähriger landwirtschaftlich-pflanzenphysiologischer Erfahrung mit modernen statistischen Arbeitsmethoden.

Das Endziel jeder Wetterertragsstatistik, die Vorhersage der zu erwartenden Ernte aufgrund des Witterungsverlaufes eines großen Teils der Vegetationsperiode, wird in den bisher angeführten Arbeiten nicht oder nur in ganz vorsichtigen Ansätzen angestrebt. Bewußt verfolgt wird dieses Ziel von Z i l l m a n n (18) und T h r a n (19—21). Zillmann stützt sich auf sehr diffizile physiologische Überlegungen, die die „Startbedingungen" des Winterroggens erkennen lassen und kommt dann unter Nutzung von Korrelationen zwischen Normabweichungen von Niederschlag bzw. Temperatur und Ertrag zu einer Formel, die etwa zur Zeit des Ährenschiebens eine Ertragsschätzung zuläßt. Der Verfasser hat die Methode überprüft, gibt aber zu bedenken, daß eine Übertragung auf andere Standorte — benutzt wurden die Werte des Intensitätsversuchs von T h y r o w — wahrscheinlich eine Modifizierung der Methode notwendig macht.

T h r a n formuliert folgende Gedankengänge, die dem Verfahren zugrunde liegen:

1) Höchsterträge werden nur bei *einem* günstigen Witterungsverlauf während der Vegetationsperiode erzielt.

2) Der Witterungsverlauf kann nur durch die Monatsmittel von Temperatur und Niederschlag angegeben werden.
3) Minderungen werden verursacht durch Abweichungen vom günstigsten Verlauf nach allen denkbaren Richtungen.
4) Die Minderung ist gering, wenn die Abweichungen selten oder klein sind. Sie ist groß, wenn kleine Abweichungen häufig oder große Abweichungen überhaupt auftreten.
5) Die ertragsmindernde Wirkung einzelner Zeitabschnitte läßt sich bis zur Ernte zu einem Gesamtfaktor addieren.
6) Die schädliche Wirkung des Wetters kann also durch eine Quersummierung aller monatlichen Abweichungen der Temperatur und des Niederschlags vom günstigsten Wert mit nur einer Zahl beschrieben werden. Die Besonderheit besteht darin, daß die Abweichungen mit verschiedenen Empfindlichkeitszahlen (Gewichten) multipliziert werden.
7) Die Summe aller mit Gewichten versehenen Einzelglieder ergibt den „Wetterschadensfaktor".

Die Jahre werden nach Erträgen geordnet (Tab. 7) und mit dem tatsächlichen Witterungsablauf in Form von Monatsmittelwerten T_m und RR_m in einer Tabelle zusammengestellt. Aus den drei besten Jahren werden die günstigsten Witterungswerte abgeleitet, „wobei keine einfache Mittelbildung durchgeführt wird, sondern auf etwa bestehende augenfällige Korrelationen des Ertrages mit den Witterungswerten in einer Monatsspalte geachtet wird".

Gemäß dieser Vorschrift findet Thran für das vorliegende Beispiel als günstigstes Wetter für die Kartoffel in Schleswig-Holstein für April bis September:

T:	6,0	10,0	15,0	16,0	17,0	14,0° C	
N:	3,5	5,5	3,5	9,0	9,0	3,5	cm Niederschlag

Der nächste Schritt besteht in der Aufstellung einer Tabelle (Tab. 8), die die Abweichung von den oben angegebenen Werten enthält. Die Jahre bleiben dabei in der Reihenfolge ihrer Erträge. Nun sind die Empfindlichkeitszahlen festzulegen. Monate, in denen kein Zusammenhang zwischen der Ertragsrangfolge von oben nach unten zu einem Gang des betreffenden Wetterelementes zu beobachten sind, erhalten die Empfindlichkeitszahl 0. Bei starker Beziehung wird diese > 0 bis zu beliebig hohen Werten. Da gefordert wird, daß das Produkt aus Empfindlichkeitsgrad und Abweichung letzten Endes wieder eine Rangfolge von oben nach unten ergeben muß, besteht die Festlegung dieser Gewichte in einem fortlaufenden Probieren, das — nach Thran — längere Übung voraussetzt und nicht nach einem Schema erlernbar ist.

Auf diese Weise gelangt Thran zu Wetterertragsformeln [2] für die Kartoffel in Schleswig-Holstein.

Es bedeuten T und N die Witterungswerte des betrachteten Jahres, die hoch- bzw. tiefgestellten Ziffern die Empfindlichkeitszahlen (Gewichte), die sonstigen Ziffern die günstigsten Wetterwerte. Hochgestellte Empfindlichkeitszahlen sind anzuwenden, wenn T und N höher sind als die günstigsten Werte, tiefgestellte im umgekehrten Falle.

Es handelt sich bei diesen Formeln offensichtlich um ausgewichtete Abweichungen, die addiert den Schadensfaktor der Vegetationsperiode ergeben. Mit Hilfe von [2] findet sich z. B. für April bis September 1939 folgendes Ergebnis:

T:	3,0	1,1	3,2	3,0	0	0	Summe	10,3
N:	3,8	7,8	2,0	6,3	5,6	0,2	Summe	25,7
T · N:	—	—	—	—	—	—	Summe	—
	6,8	8,9	5,2	9,3	5,6	0,2	Summe	36,0 = Gesamtschadensfaktor

Auf die Vorzeichen der einzelnen Produkte Abweichungen × Gewicht kommt es bei der Aufaddierung nicht an, da sämtliche Glieder ertragsmindernd wirken.

Rechnet man dies für alle Jahre aus und zeichnet man ein Ertragsschadensfaktordiagramm, so erhält man die Wetter/Ertragskurve der Kartoffel für Schleswig-Holstein. Man könnte also, wenn die Vegetationszeit hinreichend weit vorangeschritten ist, die bisherigen Schadensfaktoren errechnen, mit ihrer Summe in das genannte Diagramm eingehen und den zu erwartenden Ertrag abschätzen.

Die Wetterertragsformel für Kartoffeln in Schleswig-Holstein nach Thran (21)

	April	Mai	Juni	Juli	August	September	
T	$>8{,}9=0$ $T-6^{2}_{2}$	$+\ T-10^{1}_{1}$	$+\ T-15^{2}_{4}$	$+\ T-16^{2}_{3}$	$>18{,}5=1$ $+\ T-17^{0}_{0}$ $<15=1$	$+\ T-14^{0}_{0}$	
N	$>9{,}0=3$ $N-3{,}5^{1}_{2}$	$+\ N-5.5^{1}_{0,5}$ $<2{,}0=2$	$>10{,}0=0$ $+\ N-3{,}5^{2}_{2}$ $<2{,}5=3$	$>13{,}0=1{,}5$ $+\ N-9{,}0^{3}_{3}$	$+\ N-9{,}0^{4}_{4}$ $<3{,}5=5$ $<2{,}0=8$	$>11{,}0=1$ $+\ N-3{,}5^{2}_{2}$	[2]
T · N			$>15{,}5=2 \quad >8{,}0=2{,}5$ $T-15^{0}_{0}\cdot N-3{,}5^{0}_{0}$	$>19{,}0^{2}$ $>17{,}5^{1}$ $T-16^{0}_{0}\cdot N-9{,}0$	$T-17^{0}_{0}\cdot N-9{,}0^{0}_{0}$ $<15=1$	$>15{,}5=3 \quad >6{,}0=2{,}5$ $T-14^{0}_{0}\cdot N-3{,}5^{1}_{0}$ $<12=2$	

Die Kritik (B a u m a n n (22), B r o u w e r (23)), die diese wie jede andere Wetterertragsstatistik erfuhr, soll hier nicht näher erläutert werden. Daß jedes statistische Grundmaterial, das nicht im Labor oder auf dem Versuchsfeld eines Hochschulinstituts, sondern aus der Praxis gewonnen ist, angreifbar bleibt, die vom Formalstatistiker geforderten Teste schlecht oder gar nicht erfüllt, weiß jeder praktische Statistiker. Der Verfasser vertritt die Meinung, daß man bei der Bearbeitung eines Problems jede Voraussetzung bzw. Einschränkung machen darf, sofern man sie nur präzise angibt, damit der Außenstehende

1) die Methode reproduzieren kann,

2) ihre Voraussetzungen und damit Schwächen kennt,

3) in die Lage versetzt wird, selbst objektiv festzustellen, wie weit die aus der Methode resultierenden Ergebnisse zu Schlußfolgerungen berechtigen.

Das Problem und das zur Verfügung stehende Material bestimmt die Methode; die bei ihrer Erstellung und Durchführung notwendigen Voraussetzungen, Einschränkungen und Vernachlässigungen sind maßgeblich für das Gewicht, das man dem Ergebnis beimessen kann.

1.3. Die Problemstellung

Im Rahmen einer europäischen Agrarunion wird die Frage nach der Anbauwürdigkeit dieser und jener Kultur innerhalb des Gebietes der Bundesrepublik Deutschland oder sogar innerhalb Europas zu aktueller Bedeutung gelangen. Schon die Weite des Raumes läßt nach dem bisher Gesagten offensichtlich werden, daß wohl kaum eine der geschilderten Methoden Verwendung finden dürfte. Eine exakte Untersuchung der Relation Wetter - Ertrag mit dem homogenen Material eines Versuchsgutes und ein daran anschließendes Vortasten in die Breite wieder nur unter Benutzung einwandfreien Grundmaterials würde — vorausgesetzt, daß sich das gewünschte Material in genügender Dichte überhaupt finden ließe — Jahre erfordern und nur im Rahmen einer groß angelegten Teamarbeit durchführbar sein. Eine auf das Bundesgebiet zugeschnittene Wetter-Ertragsstatistik muß also vorerst mit dem Grundmaterial arbeiten, das vorhanden ist und dessen Bearbeitung zeitlich und finanziell im Bereich des gegebenen durchführbar ist. Wenn erste Voruntersuchungen hier schon veröffentlicht werden, so geschieht das nicht, weil der Verfasser der Überzeugung ist, das Problem gelöst zu haben, sondern um wenigstens erste Informationen zu dem an ihn mit Dringlichkeit herangetragenen Fragenkomplex geben zu können.

1.4. Das Material

Da als Nahziel ein erster Überblick über den Einfluß des Wettergeschehens auf die quantitative Hack- bzw. Halmfruchternte der Bundesrepublik ins Auge gefaßt wurde, mußte ein Material benutzt werden, das für eine Reihe von Jahren für kleine Verwaltungseinheiten möglichst weitgehend vergleichbare Ertragszahlen bot. Zur Verfügung standen die Durchschnittserträge (dz/ha) der Landkreise der Bundesrepublik, wie sie vom Statistischen Bundesamt (24) veröffentlicht werden. Lagen in diesen Veröffentlichungen die Ertragszahlen nicht bis zu den Kreisen hinunter vor, was in einigen Jahren der Fall war, so konnten sie aus dem Archivmaterial des Statistischen Bundesamtes gewonnen werden. Es sei hier Herrn ORR R o s e m a n n und seinen Mitarbeitern für das Entgegenkommen und die tatkräftige Hilfe, die sie dem Verfasser bei der Materialbeschaffung angedeihen ließen, herzlich gedankt.

Aus den einschlägigen Veröffentlichungen des Statistischen Bundesamtes und der Statistischen Landesämter sowie mehreren persönlichen Rücksprachen geht hervor, daß dieses Material mit jeder nur denkbaren Sorgfalt ermittelt, gesichtet und berechnet wurde. Es würde zu weit fühlen, das auf streng mathematisch-statistischen Methoden beruhende Auswahlprinzip der Stichproben, das Erhebungs- und Nachprüfungsverfahren u. a. m. zu diskutieren. Fest steht, daß die veröffentlichten Ertragszahlen ein Höchstmaß an Exaktheit aufweisen. Durch die Zeitumstände bedingt, ist dies vor 1949 nicht in dem gleichen Maße der Fall wie in den darauffolgenden Jahren. Uneinheitliche Gesetzgebung u. a. m. lassen die Homogenität und Vergleichbarkeit der Ertragszahlen der Jahre vor 1949 zweifelhaft erscheinen. So angenehm für den Statistiker eine lange Beobachtungsreihe ist, so wenig Wert hat sie, wenn unkontrollierbare Einflüsse ihre Homogenität stören und eine Reduktion vorgenommen werden muß, deren Voraussetzungen angreifbar sind. Es wurde deshalb eine kurze, aber vergleichbare Reihe von 1949 bis 1959 von 419 Landkreisen, also insgesamt 4609 Ertragszahlen, als Grundmaterial herangezogen. Jede Ertragszahl ergibt den durchschnittlichen Spätkartoffelertrag eines Landkreises in dz/ha auf eine Dezimale genau an. Mit diesen Zahlen wurde versucht, dem Problem näher zu kommen. Die gesamte Untersuchung wird sich in zwei Teile aufspalten. Während die erste eine rein statistische Bearbeitung darstellt, wird der zweite Teil vorwiegend meteorologische Gesichtspunkte behandeln.

1.5. Die statistische Behandlung der Spätkartoffel-Ertragszahlen

1.5.1. Die Festlegung der Optimal- und Schadensjahre

Die Grundtendenz aller Ertragsstatistiker war — wie wir gesehen haben — die Erarbeitung eines witterungsmäßig optimalen Lebenslaufes der betrachteten Kulturpflanze. Voraussetzung dafür ist die Festlegung eines Optimal- bzw. Schadensjahres. Ob Rangordnungs- oder Korrelationsmethode, ob T h r a n sche Formeln oder B a u m a n n sche Anschauungsweise, immer steht das Jahr mit dem höchsten Ertrag an der Spitze einer Rangtabelle, das Schadensjahr an deren Ende. So lange man an einem Orte arbeitet, ist die Gleichsetzung von ertragsmäßig bestem Jahr mit dem Jahr optimaler Witterung vielleicht noch möglich. Das wird besonders dann der Fall sein, wenn auf engem Raume Versuchs- und Wirtschaftsgüter beieinander liegen und aus der Gleichartigkeit ihrer Ertragsspitzen mit einigem Recht gefolgert werden kann, daß hier andere als witterungsbedingte ertragssteigernde Faktoren zumindest nur eine untergeordnete Rolle spielen. Aber schon bei einer Reihe, die Jahre mit grundlegenden Änderungen der Gesamtwirtschaft einschließt (Nachkriegszeit), dürfte der Absolutertrag nicht mehr repräsentativ für die Wirksamkeit der Witterung sein. Wie erst, wenn man vom Einzelort zum Gebiet übergeht und damit Standortfaktoren, betriebswirtschaftliche Unterschiede u. a. m. in den Ertragszahlen enthalten sind?

Die weitere Behandlung des Problems wird vorerst für die Spätkartoffel demonstriert. Für die darüber hinaus behandelten Halmfruchtarten sind analoge Überlegungen angestellt worden. Die Ergebnisse werden in einem besonderen Kapitel ohne weitere Erläuterungen neben die für Spätkartoffel gefundenen gestellt.

Für jeden der 419 Landkreise wurde für Spätkartoffeln das Jahr mit dem absolut höchsten Ertrag ermittelt und in verschiedener Schraffur in Karten eingetragen. Bei der Spätkartoffel (Karte 1) treten von den 11 Beobachtungsjahren 9 als Höchstertragsjahre in irgend einem Gebiete der Bundesrepublik auf. Wenn sich auch bei einigem guten Willen für gewisse Teilgebiete ein repräsentatives Optimaljahr ermitteln ließe (Schleswig-Holstein, Hessen), so läßt sich das Mosaik unter keinen Umständen witterungsmäßig erklären, selbst wenn man bis in die diffizilsten Unterschiede der Niederschlagsverteilung gehen und Bodenunterschiede berücksichtigen wollte. Für das Jahr mit dem niedrigsten Ertrag ist das Bild nicht weniger vielgestaltig, wie die als Beispiel gewählte Karte 2 für den Winterweizen ausweist. Da die Ernteerträge eines jeden Landkreises neben den Witterungseinflüssen die allgemeine Aufwärtsentwicklung der Wirtschaft, die Intensivierung aller Bewirtschaftungsformen im Laufe der Jahre, Bodenunterschiede und die unterschiedliche Auswirkung der erwähnten Faktoren als Gang von Ort zu Ort enthalten, mußten die Ertragszahlen durch einen Trend bereinigt werden. Erst die Abweichung in Prozent vom Trend dürften für weitere Untersuchungen geeignet sein. Nun ist ein Trend insofern immer eine mißliche Sache, weil seine Bestimmung stets subjektiv gefärbt ist. Wohl gibt es statistische Kriterien, die die Wahl zwischen einem linearen und einem nichtlinearen Trend entscheiden, sie beantworten aber nicht die Frage, ob nach Wahl eines nichtlinearen Trends dieser nun durch eine algebraische Funktion zweiter, dritter . . . n-ter Ordnung oder etwa durch eine logarithmische gegeben ist. Hierin liegt eine gewisse unvermeidbare Subjektivität. Eine Stütze für die Wahl der Trendfunktionen kann nur eine genaue Betrachtung der durch die Originalwerte gegebenen Kurve oder Kurven sein.

Bildet man aus den jeweils 11 Ertragszahlen x_1, x_2 . . . x_{11} eines jeden Kreises eine Folge von Mittelwerten $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \ldots \bar{x}_{11}$, wobei

$$\bar{x}_1 = x_1 \, , \; \bar{x}_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} \; , \ldots \; \bar{x}_{11} = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} x_i \; ,$$

so erhält man Kurven, wie sie beliebig ausgewählt in Abb. 2 dargestellt sind.

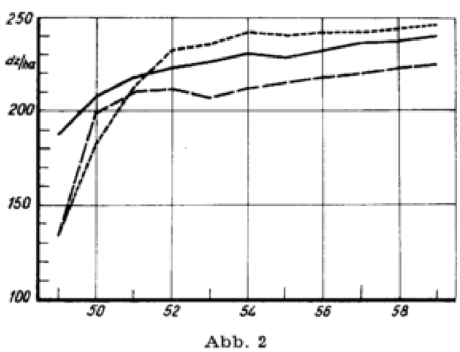


Abb. 2
Mittelwertsfolge $\bar{X}_1, \bar{X}_2 \ldots \bar{X}_{11}$ einiger Landkreiserträge

Der durch die Jahre bedingte Trend dürfte mit einer logarithmischen Funktion am besten erfaßt sein. Das würde die Annahme bedeuten, daß in den Jahren 1949 bis 1959 eine anfänglich schnelle, später zunehmend gebremste Aufwärtsentwicklung der allgemeinen Bewirtschaftungsgrundlagen (Verwendung von Düngemitteln, Intensivierung der Bewirtschaftung durch Vergrößerung des Maschinenparks u. a. m.) stattgefunden hat. Da eine solche Annahme vernünftig erschien, wurde für die Folge der Jahre ein logarithmischer Trend zugrunde gelegt. Schwierig war, die Entscheidung für einen die Unterschiede von Ort zu Ort, d. h. von Kreis zu Kreis, betreffenden Trend zu fällen. Wie schon Abb. 2 vermuten läßt, dürfte ein allgemeiner Trend, berechnet aus den Jahren für das Bundesgebiet, nicht für alle Kreise anwendbar sein. Die Unterschiedlichkeit der Bodenverhältnisse bedingen auch eine von Kreis zu Kreis unterschiedliche Auswirkung der durch den Jahrestrend angedeuteten Entwicklung. In einem Kreis mit günstigem Boden wird eine Wirtschaftsmaßnahme eine Auswirkung zeigen, die anders ist als die eines Kreises mit kärglichem Boden selbst bei sonst gleichem Umfange der betreffenden Maßnahme. Das gleiche gilt für einen Kreis mit vorwiegend rentabel arbeitenden Groß- oder Mittelbetrieben gegenüber einem solchen mit vorwiegend Kleinbetrieben. Alle diese Faktoren müssen sich in einem geographisch bedingten Trend auswirken. Eine erste Untersuchung sollte zeigen, ob dieser Trend seiner Größe nach vernachlässigt werden konnte, d. h. es mußte festgestellt werden, ob die Varianz innerhalb der Kreise überzufällig gegen die Restvarianz, d. h. gegen die durch den „Versuchsfehler" bedingte Varianz, war oder nicht. Um das mit Hilfe der Varianzanalyse feststellen zu können, müssen die Kreise zu einer Einheit zusammengefaßt werden. Das Bundesgebiet als Einheit erschien zu groß, kleine Verwaltungseinheiten, wie Bundesländer oder Regierungsbezirke zu willkürlich. So wurde auf die Naturräume (Karte 3) zurückgegriffen, wie sie von der Bundesanstalt für Landeskunde in Remagen (15) definiert, kartographiert und wenigstens zum Teil schon beschrieben sind. Es ist dem Verfasser bekannt, daß diese Naturräume keine unbedingte Anerkennung gefunden haben. Sie sind aber nach geologischen, orographischen und teilweise klimatologischen Gesichtspunkten abgegrenzt und damit natürlichere Einheiten als jeder Verwaltungsbezirk. Die zu einem Naturraum gehörenden Kreise, von denen manche Anteil an zwei Naturräumen haben, wurden nun jeweils zusammengestellt und ihre Ertragszahlen nach Jahren und Kreisen in eine Tabelle zusammengefaßt. Jeder Naturraum stellt also einen Block aus Ertragszahlen dar, der einer Varianzanalyse mit zwei Eingängen zugängig ist. Die Durchführung der Analyse ergab, wie nicht anders erwartet wurde, eine gegen die Restvarianz hochsignifikante Varianz zwischen den Jahren, aber auch von 42 Naturräumen nur für 9 eine Varianz zwischen den Kreisen, die der Restvarianz gegenüber als zufällig angesprochen werden konnte. 33 Räume wiesen Signifikanz auf, ein Drittel von ihnen zeigte hohe Signifikanz. Die Berechnung eines Trends zwischen den Kreisen schien damit angezeigt.

Im Gegensatz zum Trend zwischen den Jahren, wo die Aufeinanderfolge der Beobachtungsjahre durch die natürliche Reihenfolge der Jahre festlag, war die Ordnung der Kreise nicht ohne weiteres gegeben. Nun ist aber die Trendfunktion abhängig von der Reihenfolge der Meßwerte. Aus den Beobachtungswerten 1, 2, 3 ergibt sich ein anderer Trend als aus 1, 3, 2 oder 2, 1, 3 usw. Die Kreise 1 bis 419 mußten also einer sinnvollen Ordnung unterworfen werden.

Da das mehrjährige Ertragsmittel Ausdruck für das Zusammenwirken konstanter Faktoren ist, lag es nahe, die Kreise nach eben diesem Mittel zu ordnen. Vorangehende Versuche hatten ergeben, daß eine Ordnung nach der Bodenart allein oder nur nach der Größe der Anbaufläche oder des Betriebes keine Rangfolge ergab, die in befriedigendem Maße den Erträgen gefolgt wäre. Klassifiziert man aber jeden Kreis nach seiner Bodenart (7 Stufen), nach seiner durchschnittlichen Betriebsgröße (8 Stufen) und der Größe der Kartoffelanbaufläche (6 Stufen) und addiert man diese Klassifikationsgrößen, so ergibt sich eine Rangfolge, die zu der der mittleren Erträge bereits eine mittlere Rangkorrelation

$$\varrho = 1 - \frac{6 \cdot \sum (x - y)^2}{N\,(N^2 - 1)} \simeq +0{,}6$$

ergibt, wenn x der Rang der Ertragszahlen, y der aus Bodenart, Betriebsgröße und Anbaufläche gewonnene Rang und N die Anzahl der Kreise ist.

Schon aus der Größe von ϱ ergibt sich, daß die schwer abwägbaren Einzelfaktoren Boden u. a. m. in ihrer Gesamtwirkung mit dem mittleren Ertrag verknüpft sind. Es wurde daraus umgekehrt gefolgert, daß mit den mittleren Erträgen eine Rangfolge für die Kreise gegeben war, die weder als willkürlich noch als zufällig angesprochen werden kann. Dem Trend wurde deshalb die Form

$$y = a + b \cdot \log x + f\,(z) \qquad [3]$$

gegeben, wobei x das Jahr und z der Rang des Kreises in der Folge der 11jährigen Ertragsmittel ist. Eine Aufzeichnung der Mittelwerte als Funktion der Ordnungszahl 1 bis 419 ergab die Notwendigkeit, f (z) als Funktion 3. Grades anzunehmen. Es war also ein Trend zu berechnen von der Form:

$$Y = a + b \cdot \log x + cz + dz^2 + ez^3 \qquad [4]$$

Berechnung des Trends

Der durch [4] gegebene Trend wird bestimmt nach der Methode der kleinsten Quadrate, d. h. es ist zu fordern:

$$\Sigma\,(y - Y)^2 = \text{Min} \quad \text{oder}$$

$$\Sigma\,(y - a - b \cdot \log x - cz - dz^2 - ez^3)^2 = \text{Min} \qquad [5]$$

Differentiation nach den 5 Bestimmungsgrößen a ... e ergibt:

$$\begin{aligned}
-2\,\Sigma\,(y - a - b \cdot \log x - c\,z - d\,z^2 - e\,z^3) &= 0\\
-2\,\Sigma\,(y - a - b \cdot \log x - c\,z - d\,z^2 - e\,z^3) \cdot \log x &= 0\\
-2\,\Sigma\,(y - a - b \cdot \log x - c\,z - d\,z^2 - e\,z^3) \cdot z &= 0 \qquad [6]\\
-2\,\Sigma\,(y - a - b \cdot \log x - c\,z - d\,z^2 - e\,z^3) \cdot z^2 &= 0\\
-2\,\Sigma\,(y - a - b \cdot \log x - c\,z - d\,z^2 - e\,z^3) \cdot z^3 &= 0
\end{aligned}$$

Haben wir y_{ik} als von x und z abhängige Variable und seien diese in n Spalten und r Zeilen angeordnet, dann geht das Gleichungssystem [6] über in:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i,k} y_{ik} - a \cdot N - b \cdot r \sum_{k=1}^{n} \log x_k - c \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i - d \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^2 - e \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^3 = 0\\
&r \sum_{k=1}^{n} \bar{y}_{.k} \log x_k - a \cdot r \sum_{k=1}^{n} \log x_k - b \cdot r \sum_{k=1}^{n} (\log x_k)^2 - c \sum_{i=1}^{r} z_i \sum_{k=1}^{n} \log x_k - d \sum_{i=1}^{r} z_i^2 \sum_{k=1}^{n} \log x_k - e \sum_{i=1}^{r} z_i^3 \sum_{k=1}^{n} \log x_k = 0\\
&n \sum_{i=1}^{r} \bar{y}_{i.} z_i - a \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i - b \sum_{i=1}^{r} z_i \sum_{k=1}^{n} \log x_k - c \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^2 - d \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^3 - e \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^4 = 0 \qquad [7]\\
&n \sum_{i=1}^{r} \bar{y}_{i.} z_i^2 - a \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^2 - b \sum_{i=1}^{r} z_i^2 \sum_{k=1}^{n} \log x_k - c \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^3 - d \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^4 - e \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^5 = 0\\
&n \sum_{i=1}^{r} \bar{y}_{i.} z_i^3 - a \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^3 - b \sum_{i=1}^{r} z_i^3 \sum_{k=1}^{n} \log x_k - c \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^4 - d \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^5 - e \cdot n \sum_{i=1}^{r} z_i^6 = 0
\end{aligned}$$

wobei $N = n \cdot r$ die Gesamtzahl der y_{ik}
n die Anzahl der Spalten
r die Anzahl der Zeilen
$\bar{y}_{.k}$ die Spaltenmittel und
$\bar{y}_{i.}$ die Zeilenmittel sind.

Die Ausdrücke für a, b, c, d und e sind Quotienten aus Determinanten 5. Grades. Da die Nennerdeterminante D_N allen Ausdrücken gemeinsam ist, soll sie zuerst berechnet werden. Gleichungssystem [7] wird mit —1 multipliziert und das absolute Glied auf die rechte Seite gebracht. Dann ist

$$D_N = \begin{vmatrix} N & r\sum \log x_k & n\sum z_i & n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 \\ r\sum \log x_k & r\sum (\log x_k)^2 & \sum \log x_k \sum z_i & \sum \log x_k \sum z_i^2 & \sum \log x_k \sum z_i^3 \\ n\sum z_i & \sum \log x_k \sum z_i & n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 \\ n\sum z_i^2 & \sum \log x_k \sum z_i^2 & n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 & n\sum z_i^5 \\ n\sum z_i^3 & \sum \log x_k \sum z_i^3 & n\sum z_i^4 & n\sum z_i^5 & n\sum z_i^6 \end{vmatrix} \quad [8]$$

Zieht man das $\frac{1}{n}\Sigma \log x_k$ fache der ersten Spalte von der zweiten Spalte ab, so bleibt D_N unverändert hinsichtlich ihres Wertes, nimmt aber die Form an:

$$D_N = \begin{vmatrix} N & 0 & n\sum z_i & n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 \\ r\sum \log x_k & r\sum (\log x_k)^2 - \frac{r}{n}\left[\sum \log x_k\right]^2 & \sum \log x_k \sum z_i & \sum \log x_k \sum z_i^2 & \sum \log x_k \sum z_i^3 \\ n\sum z_i & 0 & n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 \\ n\sum z_i^2 & 0 & n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 & n\sum z_i^5 \\ n\sum z_i^3 & 0 & n\sum z_i^4 & n\sum z_i^5 & n\sum z_i^6 \end{vmatrix} \quad [9]$$

oder mit:

$$D_1 = \begin{vmatrix} N & n\sum z_i & n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 \\ n\sum z_i & n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 \\ n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 & n\sum z_i^5 \\ n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 & n\sum z_i^5 & n\sum z_i^6 \end{vmatrix}$$

$$D_n = \left[r\sum (\log x_k)^2 - \frac{r}{n}\left(\sum \log x_k\right)^2 \right] \cdot D_1 \quad [10]$$

Die Zählerdeterminante D_b für b erhält man, indem man in [8] die zweite Spalte durch die Ausdrücke

$$\sum y_{ik}\ ,\ r\sum \bar{y}_{.k} \log x_k\ ,\ n\sum \bar{y}_{i.} z_i\ ,\ n\sum \bar{y}_{i.} z_i^2\ ,\ n\sum \bar{y}_{i.} z_i^3$$

ersetzt. Vertauscht man dann noch Zeilen und Spalten und zieht man das $\frac{1}{n}\sum \log x_k$ fache der nunmehr ersten Spalte von der zweiten ab, so ergibt sich das b mit

$$b = \left[r\sum \bar{y}_{.k} \log x_k - \frac{1}{n}\sum y_{ik} \sum \log x_k \right] \cdot \frac{D_1}{D_N}$$

oder:

$$b = \frac{r\sum\limits_{k=1}^{n} \bar{y}_{.k} \log x_k - \frac{1}{n}\sum\limits_{i,k} y_{ik} \sum\limits_{k=1}^{n} \log x_k}{r\sum\limits_{k=1}^{n} (\log x_k)^2 - \frac{r}{n}\left[\sum\limits_{k=1}^{n} \log x_k\right]^2} \quad [11]$$

oder:

$$b = \frac{\sum\limits_{i,k} y_{ik} \sum\limits_{k=1}^{n} \log x_k - N\sum\limits_{k=1}^{n} \bar{y}_{.k} \log x_k}{r\left[\sum\limits_{k=1}^{n} \log x_k\right]^2 - N\sum\limits_{k=1}^{n} (\log x_k)^2}$$

Bei der Berechnung der Größen c, d und e kann man die Zählerdeterminante auf eine Determinante 4. Grades reduzieren. Der vor dieser Determinante stehende Faktor ist der gleiche wie in [10], so daß c, d und e folgende Gestalt annehmen:

$$c = \frac{1}{D_1} \begin{vmatrix} N & \sum y_{ik} & n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 \\ n\sum z_i & n\sum \bar{y}_{i.} z_i & n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 \\ n\sum z_i^2 & n\sum \bar{y}_{i.} z_i^2 & n\sum z_i^4 & n\sum z_i^5 \\ n\sum z_i^3 & n\sum \bar{y}_{i.} z_i^3 & n\sum z_i^5 & n\sum z_i^6 \end{vmatrix} \quad [12a]$$

$$d = \frac{1}{D_1} \begin{vmatrix} N & n\sum z_i & \sum y_{ik} & n\sum z_i^3 \\ n\sum z_i & n\sum z_i^2 & n\sum \bar{y}_{i.} z_i & n\sum z_i^4 \\ n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 & n\sum \bar{y}_{i.} z_i^2 & n\sum z_i^5 \\ n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 & n\sum \bar{y}_{i.} z_i^3 & n\sum z_i^6 \end{vmatrix} \quad [12b]$$

$$e = \frac{1}{D_1} \begin{vmatrix} N & n\sum z_i & n\sum z_i^2 & \sum y_{ik} \\ n\sum z_i & n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 & n\sum \bar{y}_i . z_i \\ n\sum z_i^2 & n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 & n\sum \bar{y}_i . z_i^2 \\ n\sum z_i^3 & n\sum z_i^4 & n\sum z_i^5 & n\sum \bar{y}_i . z_i^3 \end{vmatrix} \quad [12c]$$

a errechnet sich aus [7, 1. Gl.] zu:

$$a = \bar{y} - b\,\overline{\log x} - c\,\bar{z} - \frac{1}{r}\left[d \sum_{i=1}^{r} z_i^2 + e \sum_{i=1}^{r} z_i^3 \right] \quad [13]$$

Bezeichnet man die $\bar{y}_{.k}$ mit y_k und berechnet man b nur aus diesen und ohne Beachtung der Abhängigkeit von z, so erhält man:

$$y_k = a' + b \log x_k$$

$$\sum_k (y_k - a' - b \log x_k)^2 = \text{Min oder}$$

$$\sum y_k - na' - b \sum \log x_k = o \text{ und}$$

$$\sum y_k \log x_k - a' \sum \log x_k - b \sum (\log x_k)^2 = 0$$

und daraus:

$$b = \frac{n \sum y_k \log x_k - \sum y_k \sum \log x_k}{n \sum (\log x_k)^2 - \left(\sum \log x_k\right)^2} \quad [14]$$

Da $\sum y_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{r} y_{ik} = \frac{1}{r} \sum_{i,k} y_{ik}$, ist somit:

$$b = \frac{\sum_{i,k} y_{ik} \sum_{k=1}^{n} \log x_k - N \sum_{k=1}^{n} \bar{y}_{.k} \log x_k}{r \left[\sum_{k=1}^{n} \log x_k \right]^2 - N \sum_{k=1}^{n} (\log x_k)^2}$$

[14] und [11] stimmen überein, d. h. hat man y_{ik} in n Spalten und r Zeilen angeordnet und will man den Trend nach [4] errechnen, so findet man b, indem man eine Regressionskurve $y = a + b \cdot \log x$ für die Spaltenmittel $\bar{y}_{\cdot k}$ ermittelt. Das b ist das gleiche wie man es bei der Berechnung des Gesamttrends finden würde.

Bezeichnet man die $\bar{y}_{i \cdot}$ mit y_i und berechnet man einen Trend

$$y = a'' + cz + dz^2 + cz^3$$

d. h. die Konstanten c, d, e ohne Berücksichtigung einer Abhängigkeit von x, so findet man die Normalgleichungen und die daraus resultierenden Lösungen mit den gleichen Determinanten wie sie in [12a], [12b] und [12c] auftreten. Man muß nur dort jeweils n^4 herausziehen und $\Sigma\, y_{ik}$ durch $n\,\Sigma\, \bar{y}_i = n\,\Sigma\, y_i$ ersetzen.

Für die Berechnung von c, d und e gilt also das gleiche, wie für b gesagt war. Das heißt aber für die praktische Berechnung, daß man b als einfaches Regressionsproblem berechnen kann und für c, d und e jede andere Methode benutzen kann, sofern sie nur auf der Methode der kleinsten Quadrate beruht. Lediglich zur Bestimmung von a ist die Gleichung des Gesamttrends heranzuziehen.

Man kann aber a auch aus den Einzeltrends berechnen, denn es ist

$$\bar{y} = a' + b\,\overline{\log x}\,,$$

wenn man nur den Jahrestrend berechnet

$$\bar{y} = a'' + c\,\bar{z} + \frac{1}{r}\left[d \sum z^2 + e \sum z^3 \right]$$

wenn man nur den Ortstrend berechnet, also:

$$2\,\bar{y} = a' + a'' + b\,\overline{\log x} + c\,\bar{z} + \frac{1}{r}\left[d \sum z^2 + e \sum z^3 \right]$$

Da aber das a des Gesamttrends sich aus

$$\bar{y} = a + b\,\overline{\log x} + c\,\bar{z} + \frac{1}{r}\left[d \sum z^2 + e \sum x^3 \right]$$

berechnet, folgt

$$a = a' + a'' - \bar{y}$$

wenn

a das Absolutglied des Gesamttrends

a′ das Absolutglied des Jahrestrends

a″ das Absolutglied des Ortstrends und

$\bar{y}$ das Mittel aller y_{ik} ist.

Diese Rechnung wurde durchgeführt, weil wohl b nach Formel [11], die übrigen Konstanten c, d, e aber nach einer nicht so viel Aufwand erfordernden Methode berechnet werden sollten. Das Gleichungssystem [12], dessen Determinanten Summen aus z_i^{λ} enthalten, wobei λ bis 6 geht, ist für die praktische Rechnung wenig geeignet.

Mit obigem ist gezeigt worden, daß man c, d und e errechnen kann, ohne die Abhängigkeit der Trendgröße von x zu beachten. Nun wurde von Lorenz (26, 27) auf Grund der sogenannten Orthogonalfunktionen ein Verfahren entwickelt, dessen Vorteile rasch einleuchten. Die ausführliche Theorie kann in den zitierten Originalarbeiten, auszugsweise bei Gebelein (28) und Baranow (29) nachgelesen werden. Nach diesem Verfahren wird ein Trend 1., 2. ... n Ordnung nicht in der Form

$$t_1 = a + b\,x$$
$$t_2 = a + b\,x + c\,x^2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$t_n = a + b\,x + c\,x^2 + \ldots$$

dargestellt, sondern durch

$$t_1 = a_0 + a_1 X_1(x)$$
$$t_2 = a_0 + a_1 X_1(x) + a_2 X_2(x)$$
$$t_n = a_0 + a_1 X_1(x) + a_2 X_2(x) + \ldots \quad a_n X_n(x)$$

Dabei sind die Orthogonalfunktionen X(x) besondere ganze rationale Funktionen von x, d. h.

$X_n(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \ldots + c_n x^n$ und die $a_0, a_1 \ldots a_n, c_0, c_1 \ldots c_n$ sind Konstanten.

Die Funktionen $X_1(x), X_2(x) \ldots$ sind für alle Werte n von 0 bis 80 tabelliert, so daß sich durch Multiplikation mit a_0 bis a_n jeder gewünschte Trendwert ergibt.

Wegen der besonderen Eigenschaften der Orthogonalfunktionen bleiben bei jeder Reihe, für die der Trend berechnet werden soll, die Koeffizienten a_0, $a_1 \ldots a_n$ unverändert, wenn der Grad erhöht wird. Ein Trend höheren Grades braucht also nicht neu berechnet zu werden, wenn der des nächst niedrigen Grades schon berechnet war. Es ist nur eine additive Größe hinzuzufügen. Das ist ein enormer Vorteil, wenn man den notwendigen Grad des Trendes bestimmen will.

Die Eigenart der Orthogonalfunktionen erlaubt aber darüber hinaus eine einfache Berechnung der Konstanten $a_0, a_1 \ldots a_n$. Aus den über die Minimumbedingungen der Methode der kleinsten Quadrate gewonnenen Differenzialgleichungen ergibt sich, wenn y_x die Werte einer Reihe und n ihre Gesamtzahl ist:

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum^{x} y_x$$

$$a_1 = \frac{1}{n} \sum^{x} y_x X_1(x) \qquad [16]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$a_k = \frac{1}{n} \sum^{x} y_x X_k(x)$$

Da $X_k(x) = X_k(-x)$, für $k = 2m$ und $X_k(x) = -X_k(-x)$ für $k = 2m+1$, ergibt sich ein übersichtliches Rechenschema, das ausführlich in der Literatur behandelt ist.

Für das vorliegende Beispiel der Kartoffelertragszahl wurden nun mit Hilfe der Formeln [11] bzw. [14], [15] und dem aus [16] resultierenden Schema errechnet:

$b = $	44,15700	$a' = $	181,78787
$c = $	0,96717	$d = $	0,00038
$e = $	0,00375	$a'' = $	212,37782

also $a = 181{,}86480$ bei $\bar{y} = 212{,}30089$ und damit der Trend

$$y = 181{,}86480 + 44{,}15700 \log x + 0{,}96717\, z + 0{,}00038\, z^2 + 0{,}00375\, z^3 \qquad [17]$$

für $1 \leq x \leq 11$, $-\lambda \leq z \leq +\lambda$ ganzzahlig,

wobei $\lambda = -1$ für den 199. Kreis und

$\lambda = +1$ für den 222. Kreis ist, dem Kreis 1 also ein $z = -18{,}317$, dem Kreis 419 ein $z = 18{,}130$ zukommt.

Diese Einteilung der Variablen z ergibt sich, weil die Orthogonalfunktionen nicht bis 419 tabelliert sind und das Rechenschema eine Verlagerung des Wertes $z = 0$ in die Mitte der Reihe vorteilhaft erscheinen läßt.

Die Ausrechnung des Trends für jeden Kreis nach Formel [17] wurde mit einer registrierenden, vollautomatischen Rechenmaschine durchgeführt, die es erlaubt, den von z abhängigen Teil des Trends für die jeweils korrespondierenden positiven und negativen Glieder von z in einem Arbeitsgang ohne jede Zwischennotierung zu berechnen. Allerdings war dazu eine Umformung des z-abhängigen Teiles nötig.

Nach der Berechnung des Trends für jeden Kreis wurde nunmehr jede ursprüngliche Ertragszahl in % des Trends umgerechnet, wodurch sich ein von den eingangs erwähnten Einflüssen weitgehend bereinigtes Material ergab, das den folgenden Betrachtungen zugrunde gelegt wurde.

Eine Karte, in der jeder Kreis entsprechend dem höchsten Werte markiert war, ergab gegenüber Karte 1 ein wesentlich ruhigeres und geographisch geordneteres Bild. Von einigen wenigen Kreisen abgesehen zeichnete sich in ganz Bayern, Baden-Württemberg, Hessen, Rheinland-Pfalz und in den östlichen Teilen Niedersachsens das Jahr 1950 als Optimaljahr ab. In Schleswig-Holstein dominierte 1956, im äußersten Westen der Bundesrepublik 1952. Die übrigen Gebiete, vornehmlich Nordrhein-Westfalen und das westliche, nordwestliche und nördliche Niedersachsen zeigten dagegen noch immer ein Mosaik aus verschiedenen Jahren. Wegen dieser Tatsache und weil es nicht angängig ist, ohne genauere Prüfung der Überzufälligkeit einen Wert größer als den anderen anzunehmen, wurde auch diese Karte noch nicht für die endgültige Festlegung von Optimal- und Schadensjahren herangezogen.

Man hätte nun die 11 Jahreswerte eines Ertrages als Mittelwerte aus 11 Stichproben mit der Streuung $s_1, s_2 \ldots s_{11}$ ansehen und mit Hilfe des multiplen t-Tests auf signifikante Differenz untersuchen können. Da es sich aber nicht mehr um die Originalerträge handelte und auch bei Benutzung dieser weder die Anzahl der zur Mittelbildung herangezogenen Einzelwerte noch deren Varianz s^2 bekannt war, mußte anders vorgegangen werden. Wie schon bei der eingangs erwähnten Abschätzung der Ortsvarianz wurde erneut auf die Naturräume zurückgegriffen und vorausgesetzt, daß innerhalb eines jeden Naturraumes die jährlichen Mittelwerte der gewonnenen Abweichungen vom Trend repräsentativ sind. Das heißt, wenn das Jahr x im Mittel in einem Naturraum die höchste Abweichung vom Trend zeigte, wurde angenommen, daß dann dasselbe für jeden in den Naturraum gehörigen Kreis der Fall wäre.

Somit wurden wieder die Kreise zu Naturräumen zusammengefaßt, d. h. die jeweiligen prozentualen Abweichungen vom Trend nach Jahren und Kreisen geordnet zu Blöcken mit $n = 11$ Spalten (konstante Anzahl der Jahre) und r Zeilen (r variable Zahl der Kreise) zusammengestellt. Die Gesamtzahl der Werte eines jeden Blocks war demnach $N = r \cdot n$.

Ein konkretes Beispiel: Naturraum 64 (Lüneburger Heide). Diesem Naturraum wurden — ohne daß die Grenzen deckungsgleich wären — folgende Kreise zugeordnet: Harburg, Lüneburg, Fallingbostel, Soltau, Uelzen, Lüchow-Dannenberg, Celle und Gifhorn.

Eine erste Varianzanalyse der Originalertragswerte ergab eine hochsignifikante Varianz zwischen den Kreisen. Nach Berechnung des Trends und der Abweichung der Erträge davon ergibt sich als $8 \cdot 11 = 88$gliedriger Block Tabelle 9.

An solchen und analogen Blöcken wurde eine Varianzanalyse vorgenommen. Entsprechend der Wirkung des Ortstrends ist die Varianz zwischen den Zeilen verschwindend klein und man kann das ganze als einfache Varianzanalyse ansehen. Da bei der einfachen Varianzanalyse die sog. Restvarianz gleich ist der mittleren Spaltenvarianz, dürfen sich die Spaltenvarianzen nur zufällig voneinander unterscheiden. Ein entsprechendes Testverfahrens ist mit dem Bartlett-Test gegeben. Wegen des beachtlichen Rechenaufwandes wurden nicht sämtliche Naturräume getestet, sondern nur etwa ein Drittel als Stichproben. Das Ergebnis war zufriedenstellend. Überdies wird bei Mudra (31) erwähnt, daß bei vollbesetzten Blöcken der Fehler bei negativem Resultat des Tests nicht ausschlaggebend ist. Die Prüfung der Mittelwerte auf Signifikanz konnte, da jedes Jahr mit jedem verglichen werden sollte, mit dem Duncan-Test (R-Test) vorgenommen werden. Die Varianz zwischen den Jahren erwies sich in allen Naturräumen als hochsignifikant gegen die Restvarianz, wie mit Hilfe des F-Testes nach Fisher leicht nachzuweisen war.

Die Signifikanz der Mittelwerte hätte mit dem t-Test geprüft werden können. Dieser gilt streng nur für die Prüfung zweier Mittelwerte. Mehrfach angewendet verliert er nach Meinung besonders anglo-amerikanischer Statistiker an Schärfe. Ersatz dafür ist von Newman (32), Keuls (33) und Duncan (34) erdacht worden. Wegen seiner Handlichkeit wurde, obwohl eine Entscheidung über die Güte der Testverfahren noch nicht gefallen ist und die Sicherheitswahrscheinlichkeit mit der Stichprobengröße variiert, mit dem Duncan-Test gearbeitet. Die Varianzanalyse liefert die Rest- oder Fehlervarianz. Aus ihr ergibt sich die mittlere Abweichung des Mittelwertes

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{r}}$$

wenn r angibt, aus wieviel Werten der Mittelwert gewonnen wurde.

Aus der R-Testtafel entnimmt man für den entsprechenden Stichprobenumfang und Zahl der Freiheitsgrade und für die vorgegebene Sicherheitswahrscheinlichkeit die „studentisierten“ signifikanten Variationsbreiten. Studentisiert (studentized) heißen sie deshalb, weil ihrer Ableitung die Student-Verteilung (t-Verteilung) zugrunde liegt. Die Anzahl der Freiheitsgrade entnimmt man der Varianzanalyse.

In unserem Beispiel hatte man eine Restvarianz $s^2 = 3319{,}6/77$, d. h. mit 77 Freiheitsgraden. Bei $r = 8$ ergibt sich daraus $s_{\bar{x}} = 2{,}32$. Stichprobenumfang ist 9. Für eine Sicherheitswahrscheinlichkeit von 5% ergibt die R-Tabelle (30) folgende Variationsbreiten R_p:

R_p: 2,82 2,97 3,07 3,13 3,19 3,23 3,27 3,30 3,33 3,37

Diese sind mit $s_{\bar{x}}$ zu multiplizieren und führen zu den Zahlen:

R_p': 6,54 6,89 7,12 7,26 7,40 7,49 7,59 7,66 7,73 7,82

Ordnet man die 11 Mittelwerte nach ihrer Größe, dann ist der höchste gegen den nächstniedrigeren statistisch gesichert, wenn die Differenz 7,8 übersteigt. Die R_p' geben also an, wie groß die Differenz zwischen dem m-ten und (m-1)-ten Mittelwert mindestens sein muß, wenn sie sich signifikant unterscheiden sollen. Im vorliegenden Beispiel unterscheiden sich die Mittelwerte 1950 und 1954 signifikant voneinander. Dasselbe gilt für die Jahre 1959 und 1955 als Schadensjahre. In diesem Naturraum ist also 1950 statistisch gesichertes Optimal-, 1959 Schadensjahr. Auf diese Weise wurden die einzelnen Naturräume auf Signifikanz oder Zufälligkeit von Optimal- oder Schadensjahr untersucht. Das Ergebnis ist in den Karten 4 und 5 festgehalten. Naturräume ohne signifikantes Extremjahr blieben ohne Signatur.

Die soeben geschilderte Festlegung der Optimal- bzw. Schadensjahre beruht auf den Spitzen, die den Trend über- oder unterschreiten. Da die mehrfach erwähnten konstanten Einflüsse durch den Trend ausgeschaltet sind, und die Varianzanalyse eine hohe Signifikanz der Varianz innerhalb der Jahre ergibt, sind die Spitzen also verursacht durch Faktoren, deren Einwirkung von Jahr zu Jahr variieren, und zwar häufig sehr stark. (Letzteres zeigt sich z. B. bei Naturräumen in Bayern.) Als Variationsursachen, die teils ertragserhöhend, teils ertragserniedrigend wirken, kommen in Frage:

a) das Wetter
b) agrartechnische und wirtschaftliche Veränderungen
c) der Zufall (Versuchsfelder)

b) schaltet praktisch aus, denn es ist unwahrscheinlich, daß irgendwelche Bewirtschaftungs- oder sonstige von menschlicher Seite gesteuerte Maßnahmen, die sich überdies teils positiv, teils negativ auswirken, sprunghafte Änderungen von Jahr zu Jahr hervorrufen.

c) ist sicher in den meisten Fällen klein gegen a) und findet seine Berücksichtigung auch in der Größe der Variationsbreiten R'_p. Wir können also mit einigem Recht annehmen, daß das auf Grund der geschilderten Untersuchung als signifikant herausgefundene Extremjahr (Optimal- oder Schadensjahr) zwar nicht innerhalb der betrachteten 11 Jahre unbedingt das Jahr mit dem absolut höchsten (niedrigsten) Ertrag ist, wohl aber das statistisch gesicherte Jahr mit dem für die Kartoffel günstigsten (ungünstigsten) Witterungsbedingungen. Wir können also, ohne einen grundlegenden Fehler zu begehen, in den Gebieten mit Signifikanz ein Netz von Klimastationen auswählen und den Versuch unternehmen herauszufinden, welches Witterungselement oder welche Kombination von Witterungselementen in welchem Wachstumsabschnitt positiv oder negativ hinsichtlich des Ertrages wirksam ist. Eine Untermauerung des bisher rein statistischen Ergebnisses der Karten 4 und 5 besteht in dem Nachweis,

1) daß an einer Mehrzahl von Orten der gleiche Wirkungsfaktor im gleichen Wachstumsabschnitt (aber nicht unbedingt Kalenderabschnitt) auftritt,
2) daß z. B. 1956 in Schleswig-Holstein ähnliche Verhältnisse geherrscht haben wie 1950 in den für dieses Jahr signifikanten Teilen des Bundesgebietes,
3) im Schadensjahr die ertragsfördernden Faktoren nicht oder schwächer auftraten.

In Gebieten nur zufälliger Abweichungen muß man vorsichtig vorgehen. „Zufällig abweichend“ heißt nicht ohne weiteres „gleichbedeutend“. Die statistische Aussage läßt sich vielmehr so formulieren:

Im Rahmen des auftretenden Versuchsfehlers (Restvarianz = Zufallseinflüsse) läßt sich nicht entscheiden, welchem Jahre der Vorrang zu geben ist. Mehr sagt der Test vorerst nicht aus!

Ehe jedoch die Frage nach den ertragsbildenden Witterungselementen behandelt wird, soll ein weiteres rein statistisches Ergebnis behandelt werden, das vielleicht zu einer ersten Orientierung über den Einfluß der Witterung auf den Kartoffelanbau der Bundesrepublik führen könnte.

1.5.2. Der Einfluß der Witterung auf die Schwankung der Erträge

Wenn wir die positiven und negativen Abweichungen vom Trend mit „Ertragsspitzen“ bezeichnen wollen, so sind sie — wie wir bereits gesehen haben — als weitgehend wetterbedingt anzusehen. Der Mittelwert all dieser Spitzen innerhalb eines Naturraumblocks ist für alle Naturräume verschwindend klein, also praktisch null. Die Ertragsspitzen schwanken um die Nullabweichung in einem Maße, das durch die Gesamtvarianz innerhalb eines Naturraumes gegeben ist. Diese Gesamtvarianz ist aber durch die Varianzanalyse in die beiden Komponenten „Varianz zwischen den Jahren“ und „Rest- oder Zufallsvarianz“ aufgespalten. Man könnte also die Varianz zwischen den Jahren als witterungsbedingte Varianz auffassen und versuchen, sie in irgendeiner Zahl auszudrücken.

Das Grundgesetz, nämlich die additive Eigenschaft der durch verschiedene Wirkungsfaktoren hervorgerufenen Varianzen (nicht etwa Streuungen!), gilt in Strenge nur für Grundgesamtheiten und ist bei Stichproben um so besser erfüllt, je größer deren Umfang ist. Sämtliche Varianzen, die mit den hier vorliegenden Stichproben berechnet wurden, sind Schätzformeln für die unbekannte Varianz σ^2 der Grundgesamtheit. Unterscheidet sich die Gruppenvarianz oder die Zeilenvarianz nicht signifikant von der Restvarianz, ist das Material also homogen, so sind alle errechneten Varianzen wie schon gesagt, als Schätzungen von σ^2, der Gesamtvarianz der Grundgesamtheit, zu interpretieren. Zeigt sich dagegen wie im vorliegenden Falle bei allen Naturräumen eine Signifikanz zwischen Gruppenvarianz (Varianz innerhalb der Jahre) und Restvarianz, so können wir in der Deutung der Ergebnisse Fisher (35) folgen.

Irgendeine Größe besteht aus 2 Teilen, unabhängig voneinander und jeweils normal verteilt. Der erste Teil habe eine Varianz σ_1^2, der zweite σ_2^2. Es läßt sich dann zeigen, daß die Varianz σ^2 der Gesamtgröße, deren Verteilung eine zweidimensionale Normalverteilung ist, gleich ist der Summe $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$.

Betrachten wir jetzt eine Stichprobe aus dem ersten Teil vom Umfange n und addieren wir zu *jedem* der n Werte dieser Stichprobe *je eine* Stichprobe aus dem 2. Teil mit einem Umfang r, so erhalten wir n Spalten zu je r Werten. Der Gesamtblock ist nunmehr eine Stichprobe von $N = n \cdot r$ Werten aus der oben erwähnten Grundgesamteinheit all der Werte, die voraussetzungsgemäß eine Gesamtvarianz σ^2 haben sollten.

Unsere Aufgabe besteht nun darin, mit Hilfe der Werte der Stichprobe über Schätzformeln Schätzwerte s_1^2 bzw. s_2^2 für σ_1^2 bzw. σ_2^2 zu erhalten. Nach Fisher kann s_2^2 sofort als mittlere Zeilenvarianz geschätzt werden.

$$s_2^2 = \frac{\sum\limits_{i,k} (x_{ik} - \bar{x}_{.k})^2}{n\,(r-1)}$$

wenn x_{ik} der Stichprobenwert der k. Spalte und i. Zeile, $\bar{x}_{.k}$ das Spaltenmittel der k. Zeile, n die Spalten- und r die Zeilenzahl ist.

Aus dieser Schätzformel ergibt sich übrigens die früher erwähnte Notwendigkeit der Erfüllung des Bartlett-Testes.

Das Spaltenmittel besteht wiederum gemäß Modell aus zwei Teilen. Der erste Teil hat offensichtlich die Varianz σ_1^2, der zweite, der das Mittel aus r Werten ist, eine solche von $\frac{\sigma_2^2}{r}$.

Wir erhalten also eine zweite Schätzformel

$$s_1^2 + \frac{s_2^2}{r} = \frac{\sum\limits_{k} (\bar{x}_{.k} - \bar{x})^2}{n-1}$$

wobei $\bar{x}_{.k}$ das Spaltenmittel der k. Spalte, x das Gesamtmittel der Stichprobe, n die Spalten- und r die Zeilenanzahl ist.

Aus beiden Schätzformeln lassen sich die Schätzwerte s_1^2 und s_2^2 für σ_1^2 bzw. σ_2^2 errechnen. Legen wir jedem Naturraum dieses Modell zu Grunde, betrachten wir also jeden Naturraum als Stichprobe aus einer Grundgesamtheit der oben erwähnten Konstruktion, so können wir mit s_1^2, s_2^2 und s^2 Schätzwerte von σ_1^2, σ_2^2 und σ^2 errechnen, wobei

s^2 eine Schätzung der Gesamtvarianz

s^2_1 eine Schätzung der Gruppenvarianz (zwischen den Jahren)

s^2_2 eine Schätzung der Restvarianz (Zufall) ist.

Die aus jedem Naturraum gewonnenen Werte sind vergleichbar, da der unterschiedliche Stichprobenumfang berücksichtigt ist. Es wurden also für jeden Naturraum die Varianzen s_1^2, s_2^2 und s^2 bzw. die Streuungen s_1, s_2 und s errechnet.

Die Zahlenwerte für s und s_1 finden sich u. a. in Tab. 10. Da jeder Naturraum als Stichprobe aus einer eigenen Grundgesamtheit anzusehen ist, ist es abwegig, etwa die Unterschiede der einzelnen s_1-Werte auf Signifikanz prüfen zu wollen.

Betrachten wir als konkretes Zahlenbeispiel wiederum den Naturraum 64. Wir kennen in ihm für jeden Kreis und jedes Jahr den Trendwert. Das ist der „Erwartungswert". Von ihm treten positive und negative prozentuale Abweichungen auf. Sie sind — als Grundgesamtheit gesehen — normal verteilt mit einem Mittelwert $\mu = 0$ und einer Streuung σ. Mit dem Wert s haben wir einen Schätzwert dieses σ-Wertes gefunden.

$\pm s$ gibt also das Intervall an, innerhalb dessen 68% aller vorkommenden Abweichungswerte liegen.

Für Naturraum 64 fanden wir s = 19,55, d. h. 68% aller Abweichungen liegen zwischen +19,6% und —19,6%. Darüber hinaus fanden wir einen s_1-Wert als Schätzwert von σ_1.

$\pm s_1$ gibt das Intervall an, innerhalb dessen sich 68% aller witterungsbedingten Schwankungen bewegen.

Im Naturraum 64 ergab sich $s_1 = 18{,}42$.

Im Naturraum 60 sind die beiden entsprechenden Intervalle gegeben mit ±10,45 (s) und ±7,75 (s_1). In beiden Fällen ist die Gesamtschwankung zu einem hohen Prozentsatz witterungsbedingt. Im Naturraum 60 aber ist das Ausmaß der witterungsbedingten Schwankung erheblich kleiner als im Naturraum 64. Die von Jahr zu Jahr wechselnde Witterung verteilt also im Naturraum 64 einen gleichhohen Prozentsatz aller vorkommenden Abweichungen auf ein wesentlich breiteres Intervall als im Naturraum 60. Diese unterschiedliche Auswirkung von s_1 läßt sich recht anschaulich machen, wenn man mit Hilfe dieser Größe die absolute Häufigkeit aller prozentualen Abweichungen berechnet, die zwischen —10% und +10% vom Trend- bzw. Erwartungswert liegen, kurz die Häufigkeit einer „Normalernte", wenn man Abweichungen von ±10% als normal ansieht. Diese absolute Häufigkeit ist eine Funktion von s_1 und gegeben durch den Wert des bestimmten Integrals:

$$h = \frac{1}{s_1 \sqrt{2\pi}} \int\limits_{-10}^{+10} e^{-\frac{x^2}{2 s_1}} \, dx$$

Diese so definierte absolute Häufigkeit wurde für alle Naturräume errechnet (Tab. 10), in absolute Häufigkeit h_{10} wetterbedingter Abweichungen zwischen —10% und +10% vom Erwartungswert des Spätkartoffelertrags in 10 Jahren umgerechnet (vergleiche auch Tab. 10) und in Karte 6 dargestellt.

Der Wert h_{10}, der für kleine Streuungen gegen 10,00 (h geht gegen 1) und für große Streuungen gegen 0 geht (wie auch h), gibt in schlichten Worten gesagt an, wie oft in 10 Jahren infolge der Witterung mit einem „Normalertrag" der Spätkartoffel zu rechnen ist. Er kann deshalb als Maß für das „Wetterrisiko" angesehen werden.

Man hätte den Umweg über h bzw. h_{10} sparen können und s_1 selbst der Karte 6 zugrunde legen, bzw. als Direktmaß für das Wetterrisiko benutzen können. Der Vorteil der Größe h_{10} liegt einerseits in ihrer zweifellos größeren Anschaulichkeit. Darüber hinaus wurde nicht zum Ausdruck gebracht, daß die oben definierte absolute Häufigkeit bei großer Streuung nur noch wenig auf ein weiteres Anwachsen von s_1 anspricht. Wählte man also s_1 selbst in linearer Graduierung, z. B. von 2 zu 2 als Maß eines Wetterrisikos, so würde man einem Gebiet mit $s_1 = 28$ gegenüber einem solchen mit $s_1 = 26$ eine ebenso große Zunahme des Risikos unterstellen, wie einem Gebiet mit $s_1 = 12$ gegenüber einem solchen mit $s_1 = 10$. Das ist aber eine Überbewertung des Streuungswertes, denn die absolute Häufigkeit h nimmt bei wachsendem s_1 keineswegs linear ab. Es erscheint also anschaulicher und wirklichkeitsnäher, mit h_{10} anstatt mit s_1 selbst als Wetterrisiko zu arbeiten.

Die Karte 6 vermittelt ein Bild der Verteilung von h_{10}. Im großen gesehen entspricht sie der Verteilung eines „Kontinentalitätsfaktors", wobei wesentlich ist, daß sie nur aufgrund von Ertragszahlen gewonnen wurde ohne Benutzung und Berücksichtigung irgendwelcher meteorologischer Gegebenheiten.

Nun ist aber der Kartoffelertrag nicht nur abhängig vom Wetter, sondern von anderen, schon mehrfach erwähnten konstanten Faktoren. Die Summe der konstanten Faktoren bestimmt das Niveau des Ertrages, den Erwartungswert, während s_1 die Abweichungen infolge der Witterung bedingt. Unternimmt man den Versuch, die Anbauwürdigkeit der Kartoffel zu beleuchten, so muß man sowohl die Auswirkung der konstanten Faktoren, als auch die des Wetters in die Waagschale werfen. Ausdruck der Wirkung der konstanten Faktoren ist der mittlere Trendwert des betrachteten Zeitraumes oder mit geringer zu vernachlässigender Abweichung der mittlere Ertrag schlechthin, wie er aus der Urliste der Ertragszahlen hervorgeht. Man könnte nun die Karte 6 und die mittleren Erträge eines Naturraumes gleichzeitig betrachten und Feststellungen folgender Art treffen: 2 Naturräume zeigen z. B. gleich hohe Durchschnittserträge. In dem einen ist aber das oben definierte „Wetterrisiko" größer als im anderen. Diese Feststellung könnte Grundlage einer Überlegung sein, ob man hier oder dort den Kartoffelanbau fördert. Es ergibt sich nun theoretisch eine Skala, die von niedrigem Durchschnittsertrag bei hohem Wetterrisiko bis zu hohem Durchschnittsertrag bei geringem Wetterrisiko mit allen möglichen Zwischengraduierungen reicht.

Schwierig ist die Frage nach der „Wertschätzung" der beiden Beurteilungsfaktoren „mittlerer Ertrag" und „Wetterrisiko". Wie soll man sie miteinander verknüpfen? Weder meteorologische noch rein statistische Gesichtspunkte können hier eine Antwort geben. Die Frage kann wohl nur von ökonomischen Gesichtspunkten her beantwortet werden. Um eine erste Orientierung zu erhalten, wurde der mittlere Ertrag E für jeden Naturraum berechnet (vgl. Tab. 10) und in Abb. 3 jeder Naturraum in ein Diagramm eingetragen, dessen Abszisse den eben erwähnten mittleren Ertrag E und dessen Ordinate die absolute Wahrscheinlichkeit h_{10} und damit das Wetterrisiko trägt. Rechts unten liegen die Naturräume mit hohem Ertrag und hoher absoluter Wahrscheinlichkeit h_{10} (kleinem Wetterrisiko), links oben die mit kleinem Ertrag h_{10} (hohem Risiko). Eine „Güteskala" der Anbauwürdigkeit verläuft also auf jeden Fall in erster Näherung von rechts unten abfallend nach links oben. Würde man E und h_{10} multiplikativ verknüpfen, so erhielte man für die Anbauwürdigkeit eine Hyperbelschar. Der Kompensationsbetrag $\triangle$E, der nötig wäre, um eine Änderung $\triangle h_{10}$ auszugleichen, um gleiche Anbauwürdigkeit zu erhalten, würde mit zunehmendem Risiko (abnehmendem h_{10}) ungeheuer anwachsen, dem Risiko aber ein veränderliches und bei großem Risiko überbetontes Gewicht einräumen.

Die Anbauwürdigkeit muß also eine lineare, additive Verknüpfung von E und h_{10} sein, wobei nur noch zu klären bleibt, wie die Gewichtsverteilung zwischen E und h_{10} vorzunehmen ist. Sie bestimmt den Wert von n, die Neigung der Kurvenschar, die im Diagramm der Abb. 3 eine Graduierung der Anbauwürdigkeit ermöglicht. Da h_{10} rund 6 Einheiten (3,0 bis 8,9) umfaßt, E rund 70 dz/ha als Variationsbreite aufweist, wurde eine Gewichtsverteilung 1 : 10 verwendet. Das heißt: Eine Änderung von ± 10 dz/ha im Ertrag wird kompensiert durch eine Änderung von h_{10} um ± 1 Einheit.

Das ergibt für die Anbauwürdigkeit A eine Funktion von E und h_{10} von der Form $A = Em + h_{10} + k$, wobei die Konstante k frei verfügbar bleibt für die Größe der Graduierungsstufen, die man verwenden will. Richtet man die Maßzahl so ein, daß zwischen den extrem liegenden Naturräumen 01/02 und 53, 58 und 59 die Güteskala etwa 0,00 bis 10,00 schwankt, so muß man $k = -22$ wählen, so daß

$$A = \frac{E_m}{10} + h_{10} - 22 \quad \text{ist.}$$

Man erhält jetzt z. B. für

$E = 200$ $h_{10} = 9$ ein $A = 7{,}0$

$E = 210$ $h_{10} = 8$ ein $A = 7{,}0$ usw.

Die Forderung eines konstanten n ist also erfüllt.

Die mit A definierte Kurvenschar wurde in Abb. 3 eingezeichnet, die Graduierung läuft von 0,0 bis 10,0, durch Wahl der Konstante k herbeigeführt. Die so errechneten Gütestufen der Anbauwürdigkeit bilden die Grundlage der Karte 7.

Die Annahme, ± 10 dz/ha Ertragsänderung werden durch ± 1 Einheit von h_{10} kompensiert, kann an sich durch jede andere ersetzt werden. Es sei ausdrücklich betont, daß dieser Annahme keine ökonomischen Überlegungen zugrunde liegen. Das Bild der Karte 7 wird sich bei einer anderen Annahme, z. B. 20 dz/ha und eine h_{10}-Einheit verschieben. Welches Ausmaß die Verschiebung annimmt, ist jedoch leicht zu übersehen anhand der Abb. 3. Nehme ich 20 dz/ha auf eine Ein-

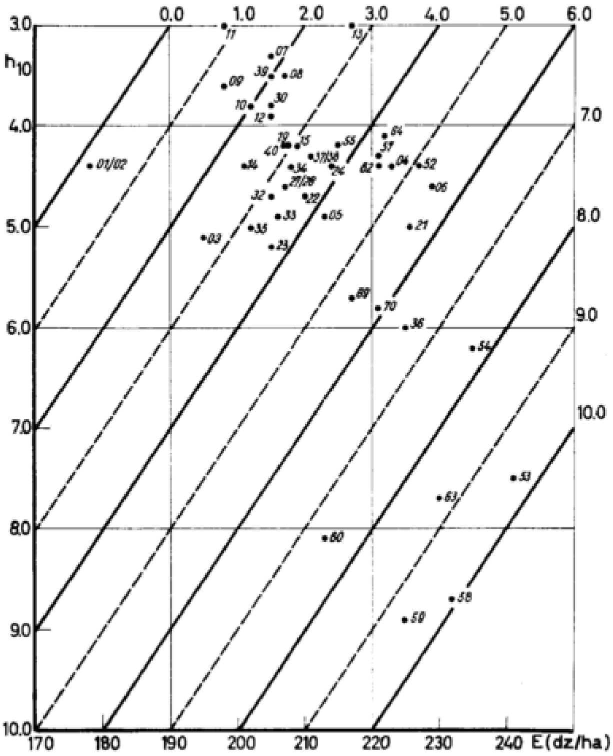


Abb. 3
Spätkartoffel
Lage der Naturräume im Ertrags-Wetterrisikodiagramm
Anbauwürdigkeit: $A = \frac{E}{10} + h_{10} - 22$

heit, liegt die Geradenschar flacher, das Wetterrisiko wird stärker ins Gewicht fallen. Nehme ich weniger als 10 dz/ha, wird die Geradenschar steiler, der Ertrag gewinnt an Gewicht. Wie sich bei einer solchen Änderung der „Anbauwürdigkeitsgrad" für die einzelnen Naturräume ändert, ist aus Abb. 3 abzulesen. Rechts unten bleibt gut, links oben schlecht. Es ändert sich lediglich die gegenseitige Zuordnung.

Der Sinn der Karte 7 ist also lediglich der, die Karte 6 mit dem mittleren Ertrag zu kombinieren, wobei offen bleibt, ob die Gewichtsverteilung, die angenommen wurde, nicht evtl. durch eine ökonomische besser fundierte zu ersetzen ist. Sofern man nicht eine völlig andere als die vorgeschlagene Gewichtsverteilung vorsieht, ändert sich im Gesamtbild relativ wenig.

Wesentlich erscheint noch der folgende Hinweis: Erweist sich ein Gebiet als hochanbauwürdig hinsichtlich der Spätkartoffel, dann ist das so zu verstehen, daß man dort aufgrund der herrschenden Witterung, der Bodenart, der Wirtschaftsform usw. mit Erfolg Kartoffeln anbauen könnte. Ob man es tut oder man einer anderen dort ebenfalls anbauwürdigen Kultur aus irgendwelchen Gründen den Vorzug gibt, bleibt offen. Erst der Karte 7 ähnliche Darstellungen für z. B. Sommer-, Wintergetreide, Zuckerrüben u. a. m. können in ihrer Gesamtheit das endgültige Urteil zugunsten der einen oder anderen Kulturart bestimmen.

1.5.3. Die analogen Ergebnisse für einige Halmfruchtarten

Die Überlegungen, die in Abschnitt 1.5. ausführlich speziell für die Spätkartoffel dargelegt wurden, sind in analoger Weise für Winterweizen, Sommergerste und Hafer angestellt worden. Die Ertragszahlen für die aufgeführten Getreidearten lagen für die gleichen Landkreise und den gleichen Zeitraum in dz/ha vor.

Für den Winterweizen konnte der zeitliche Trend linear angenommen werden, wie ein Test für Linearität der Regression auswies. Der geographische Trend mußte wie bei der Spätkartoffel als Funktion 3. Grades angenommen werden. Die Berechnung ergab:

$$y = 23{,}94674 + 0{,}53047\,x + 0{,}26011\,z + 0{,}00334\,z^2 + 0{,}00057\,z^3$$

Die Tab. 11 entspricht der Tab. 10, die Karten 8 und 9 den Karten 6 und 7 und die Abb. 4 der Abb. 3.

Der Trend für die Sommergerste lautet:

$$\bar{y} = 21{,}19692 + 4{,}81235 \log x + 0{,}16077\,z - 0{,}00057z^2 + 0{,}00119z^3$$

Tab. 12 und Abb. 5 verdeutlichen die Ergebnisse. Karte 10 zeigt die Anbauwürdigkeit.

Der Trend für Hafer endlich ist gegeben mit:

$$\bar{y} = 18{,}87957 + 5{,}29129 \log x + 0{,}12068\,z + 0{,}001173z^2 + 0{,}00070z^3$$

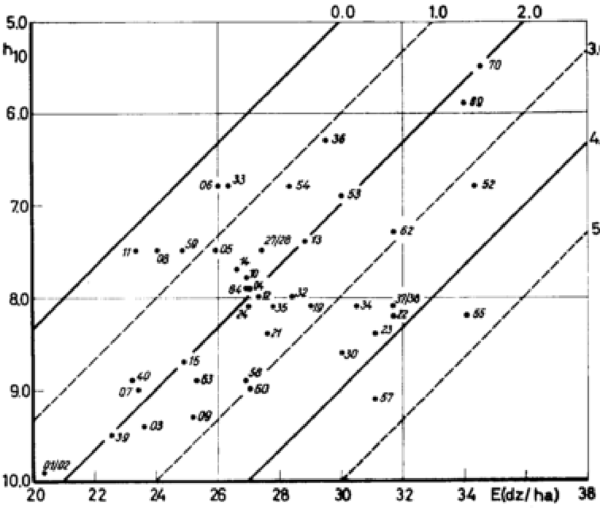


Abb. 4
Winterweizen
Lage der Naturräume im Ertrags-Wetterrisikodiagramm
Anbauwürdigkeit: $A = \frac{E}{3} + h_{10} - 15$

Tab. 13, Abb. 6 und Karte 11 geben Aufschluß über die statistischen Daten. Die in den Tab. 10 bis 13 angegebenen statistischen Daten weisen aus, daß die Spätkartoffel ein wesentlich differenzierteres Wetterrisiko aufweist, als alle Getreidearten. Die witterungsunabhängigen ertragsbildenden Faktoren beeinträchtigen den Ertragswert des Ertrages derart, daß die witterungsbedingten Spitzen, also das Wetterrisiko, eine Rolle sekundärer Natur spielen.

2. Der Zusammenhang zwischen Witterung und Ertrag der Spätkartoffel

2.1. Ableitung von ertragsbildenden Witterungsfaktoren

2.1.1. Das klimatologisch-phänologische Stationsnetz und die Wahl der Zeitabschnitte

Wie schon in Abschnitt 1 angedeutet war, wurde das Ziel verfolgt, anhand bestimmter Witterungsdaten bestimmter Zeitabschnitte in Optimal- und Schadensjahren solche Witterungsfaktoren herauszuarbeiten, die offensichtlich an der Gestaltung des Ertrages maßgeblich beteiligt waren. Voraussetzung für die weitere

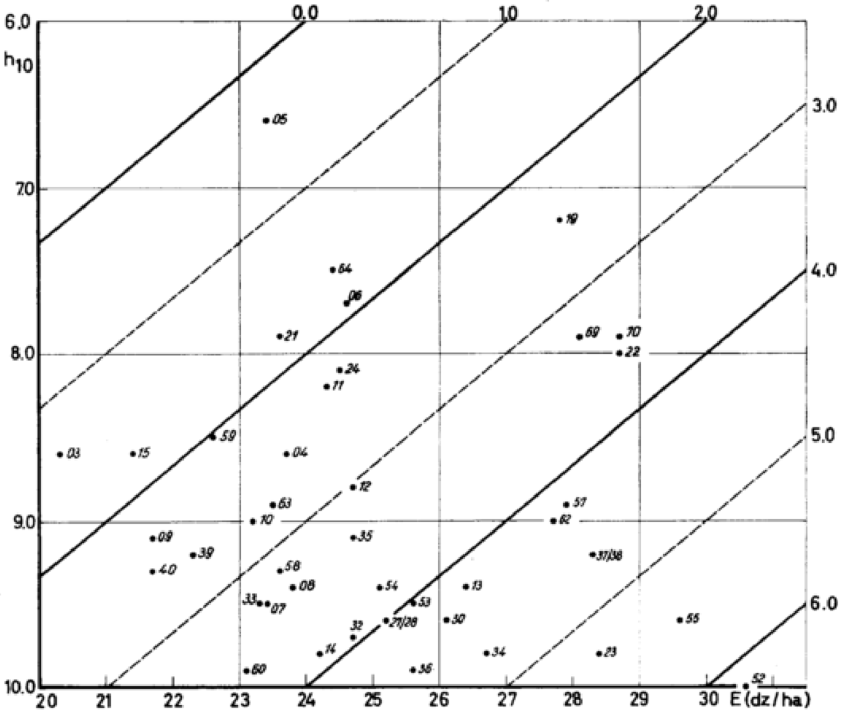


Abb. 5
Sommergerste
Lage der Naturräume im Ertrags-Wetterrisikodiagramm
Anbauwürdigkeit: $A = \frac{E}{3} + h_{10} - 14$

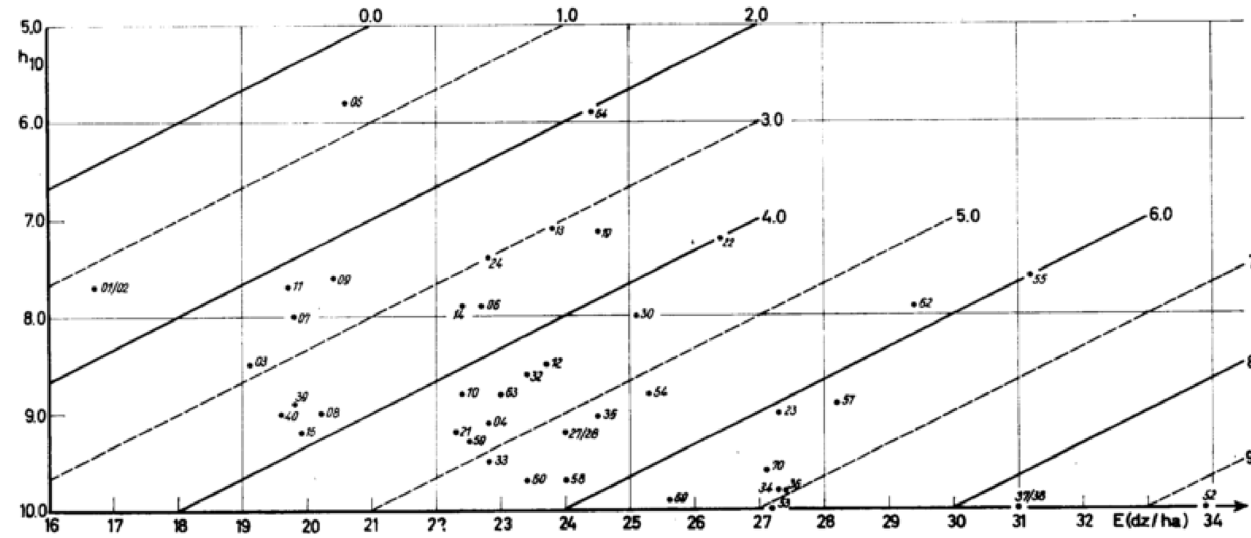


Abb. 6
Hafer
Lage der Naturräume im Ertrags-Wetterrisikodiagramm
Anbauwürdigkeit: $A = \frac{E}{3} + h_{10} - 12$

Arbeit bilden die Karten 4, 5 und ihnen entsprechende, deren Entstehung im Abschnitt 1.5.1. dargelegt ist.

Bei der Stationsauswahl wurde gefordert, daß die Stationen in Gebieten mit statistisch gesichertem Optimal- bzw. Schadensjahr lagen und daß ihre Ertragsabweichung im jeweiligen Jahr größer als ±25% vom Trendwert war. Diese Forderung ließ 46 Klimastationen für das Optimaljahr, 39 für das Schadensjahr geeignet erscheinen.

Die zweite Frage, die es zu klären galt, war die nach den hinsichtlich ihrer Witterung zu untersuchenden Zeitabschnitten. Erste Voruntersuchungen ergaben sehr rasch, daß Kalendereinheiten unter keinen Umständen in Frage kamen, weil damit im Rahmen dieser das ganze Bundesgebiet umfassenden Untersuchung Zeitabschnitte verglichen worden wären, die unterschiedliche Wachstumsperioden darstellen. Darüber hinaus zeigte sich, daß z. B. Mittelwerte längerer Zeitabschnitte (Temperaturmittel, Niederschlagssummen) die gleichen waren sowohl für das Optimal- wie für das Schadensjahr, daß aber der Gang dieser Elemente innerhalb des Abschnitts ein völlig anderer war, ein Tatbestand, der durch das Monatsmittel bzw. die Monatssumme völlig verwischt würde. So wurde von jeder Kalendereinheit abgegangen und an ihre Stelle der Wachstumsabschnitt gestellt. Dank des ausgedehnten phänologischen Netzes des deutschen Wetterdienstes gelang es in allen Fällen, für jede der ausgesuchten Klimastation und für das zugrunde liegende Jahr soviele phänologische Beobachtungen aus der unmittelbaren Umgebung zusammenzutragen, daß es immer möglich war, die vier Phasen Bestellung, Aufgang, Blüte und Erntebeginn mit einiger Sicherheit festzulegen.

Es wurde also bewußt das Wetter z. B. zwischen Bestellung und Aufgang zugrunde gelegt, ganz gleich in welchen Kalenderzeitraum dieser Abschnitt fiel und wie lang dieser Abschnitt war.

Es wurden vorerst für die benutzten Stationen die genannten 4 phänologischen Phasen der Spätkartoffel bestimmt, und zwar jeweils für dasjenige Optimal- und Schadensjahr, das sich aus der Karte 3 und einer für das Schadensjahr analogen für die betreffende Station entnehmen ließ.

Es blieb zu klären, welches Element in welchem Zeitraum zu untersuchen war. Die Frage nach den Elementen wurde beantwortet durch die Lückenlosigkeit des Materials. Lufttemperatur und Niederschlag als Hauptwachstumsfaktoren und fast immer gemeldete Elemente boten sich naturgemäß an. Für die Frage nach dem Zeitraum waren Hinweise kaum vorhanden. Bemerkungen in der Literatur über die Witterungsbedürfnisse der Spätkartoffel innerhalb der Abschnitte ihrer Vegetationszeit sind äußerst dürftig. Es blieb also, da ein gezieltes Vorgehen nicht ohne weiteres möglich war, nur der Weg, möglichst viele Abschnitte zu untersuchen und den statistischen Testmethoden die Auswahl und Beschränkung auf wesentliche zu überlassen.

So wurden als erster Versuch 25 „Witterungseigenschaften" im Laufe der Zeit von der Bestellung bis zum Erntebeginn untersucht, wie bereits gesagt, mit dem Ziele, aus möglichst vielen mit Hilfe statistischer Tests die herauszukristallisieren, die sich als ausschlaggebend erwiesen.

2.1.2. Die statistische Sicherung ertragsbildender Witterungsverhältnisse

Für jede der zugrunde gelegten Stationen wurden anhand der Klimatabellen für das Optimal- und für das Schadensjahr folgende Witterungsverhältnisse bestimmt:

1) Mittlere Lufttemperatur der 1. Hälfte des Zeitraumes Bestellung — Aufgang
2) Mittlere Lufttemperatur der 2. Hälfte des Zeitraumes Bestellung — Aufgang
3) Mittlere Lufttemperatur des gesamten Zeitraumes Bestellung — Aufgang
4) Niederschlagssumme pro Tag der 1. Hälfte des Zeitraumes Bestellung — Aufgang
5) Niederschlagssumme pro Tag der 2. Hälfte des Zeitraumes Bestellung — Aufgang
6) Niederschlagssumme pro Tag des gesamten Zeitraumes Bestellung — Aufgang
7) Differenz der Niederschlagssumme pro Tag in der 1. und 2. Hälfte des Zeitraumes Bestellung — Aufgang

8) Anzahl der Regentage (RR> 0,0) im Zeitraum Bestellung — Aufgang
10) Mittlere Temperatur der 1. Hälfte des Zeitraumes Aufgang — Blüte
11) Mittlere Temperatur der 2. Hälfte des Zeitraumes Aufgang — Blüte
12) Mittlere Temperatur des gesamten Zeitraumes Aufgang — Blüte
13) Differenz der unter 10) und 11) errechneten Mitteltemperaturen
14) Niederschlagssumme pro Tag der 1. Hälfte des Zeitraumes Aufgang — Blüte
15) Niederschlagssumme pro Tag der 2. Hälfte des Zeitraumes Aufgang — Blüte
16) Niederschlagssumme pro Tag des gesamten Zeitraumes Aufgang — Blüte
17) Differenz der Niederschlagssumme pro Tag in der 1. und 2. Hälfte des Zeitraumes Aufgang — Blüte
18) Anzahl der Regentage des Zeitraumes Aufgang — Blüte
19) Mittlere Temperatur des Zeitraumes Blüte bis (Blüte + 14 Tage)
20) Niederschlagssumme des Zeitraumes Blüte bis (Blüte + 14 Tage)
21) Niederschlagssumme pro Tag im Zeitraum (Blüte + 14 Tage) bis Erntebeginn
22) Niederschlagssumme pro Tag im Zeitraum Blüte bis (Blüte + 28 Tage)
23) Niederschlagssumme pro Tag im Zeitraum (Blüte + 14 Tage) bis (Blüte + 28 Tage)
24) Niederschlagssumme pro Tag im Zeitraum (Blüte + 28 Tage) bis Erntebeginn
25) Niederschlagssumme pro Tag im Zeitraum Blüte bis Erntebeginn

Schon die hohe Anzahl der eventuell ertragsbildenden Witterungsverhältnisse, besonders von 21) bis 25), zeigt das Bemühen, den Gang bzw. die Verteilung der untersuchten Elemente innerhalb der durch die Phasen begrenzten Zeiträume irgendwie zu erfassen.

Die unter 1) bis 25) aufgeführten eventuell ertragsbildenden Witterungsverhältnisse wollen wir im weiteren kurz als „Merkmale" bezeichnen.

Schon eine erste Betrachtung der 25 Merkmale ließ deutlich werden, daß ihre Streuung innerhalb der 46 bzw. 39 Stationen beträchtlich war, insbesondere dann, wenn das Merkmal in irgendeiner Form vom Niederschlag abhängig war. Mit anderen Worten: Es erschien statistisch nicht vertretbar, den Mittelwert aus 46 bzw. 39 Merkmalen als den für das Optimal- bzw. Schadensjahr charakteristischen Wert anzusprechen. Aus diesem Grunde wurde für die einzelnen Merkmale jeweils erst eine Häufigkeitsverteilung festgelegt und mit ihrer Hilfe eine Klasseneinteilung der Merkmale bestimmt mit dem Ziele, anstelle des optimalen Wertes einen optimalen Bereich zu definieren. Jedes einzelne Merkmal wurde nun der Klasse 0 zugeteilt, wenn es im Optimalbereich lag. Es erhielt die Klassifikation +1, +2, +3 . . . nach Maßgabe der Klassenbreiten, um die es vom Optimalbereich entfernt war. Diese Klassifizierung beinhaltet, daß sowohl ein Unterschreiten als auch ein Überschreiten des Optimalbereichs eine gleichgroße Ertragsminderung nach sich zieht.

Verfasser ist sich klar darüber, daß diese Annahme eine erste Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse ist, verweist aber auf die recht brauchbaren Ergebnisse, die man in der UdSSR am Institut für Kartoffelwirtschaft mit dieser ersten Näherung bei der Abschätzung von Erträgen unter Zugrundelegung der Abweichungen meteorologischer Parameter von einem Optimalbereich erzielt hat (36).

Ein Beispiel möge das Verfahren klarmachen.

Das unter 6) angegebene Merkmal „Niederschlagssumme pro Tag im Zeitraum Bestellung — Aufgang" weist bei den 46 Stationen des Optimaljahres eine Häufigkeitsverteilung auf, wie sie in Abb. 7 angegeben ist. Das arithmetische Mittel der Verteilung ist 1,6, das Dichtemittel 1,7. Als optimaler Bereich wurde 1,4 bis 1,8 festgelegt (Klassenmitte 1,6). Jeden Wert innerhalb dieser Klasse wurde nun der Klassenwert 0 zugeteilt. Werte, die nicht in diesem Bereich lagen, erhielten die ihnen nach obigen Ausführungen zukommende Bezeichnung +1, +2 . . . , je nachdem, um wieviele Klassenbreiten sie vom Optimalbereich abwichen. Erst nachdem sämtliche 25 Merkmale für die 46 Stationen des Optimal- bzw. für die 39 Stationen des Schadensjahres in der dargelegten Weise klassifiziert worden waren, wurden die Klassenwerte gemittelt (Tab. 14 und 15).

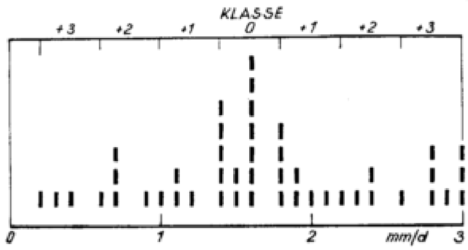


Abb. 7
Spätkartoffel
Häufigkeitsverteilung des Merkmals „Niederschlagssumme pro Tag im Zeitraum Bestellung — Aufgang" und Klassifizierung

Zur weiteren Untersuchung standen nunmehr an:

25 vermutlich ertragsbildende Witterungsmerkmale für optimalen Ertrag,

25 vermutlich ertragsbildende Witterungsmerkmale für Schadensertrag.

Es sei an dieser Stelle nochmals betont, daß jedes Merkmal, sowohl des Optimal- als auch des Schadensjahres, gewonnen wurde unter Zugrundlegung von

1) mehr als einem jeweiligen Extremjahr und
2) kalendermäßig nicht identischen Zeitabschnitten.

Schon eine oberflächtliche Betrachtung der Werte der 25 Merkmale zeigt, daß die Unterschiede der Merkmalsmittel zwischen Optimal- und Schadensjahr in den einzelnen Gruppen unterschiedlich groß sind. Es blieb nun zu testen, welche der 25 Merkmale einen statistisch gesicherten Unterschied zwischen Optimal- und Schadensjahr aufweisen. Als Testmittel wurde der t-Test (30) benutzt. Die Testgröße t_1 zur Prüfung von Mittelwertsdifferenzen errechnet sich für das k. Merkmal mit

$$t_1 = \frac{\bar{x}'_k - \bar{x}''_k}{\sqrt{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{N1} (x'_{ik} - \bar{x}'_k)^2 + \sum\limits_{i=1}^{N2} (x''_{ik} - \bar{x}''_k)^2}{N_1 + N_2 - 2}}} \cdot \sqrt{\frac{N_1 \cdot N_2}{N_1 + N_2}}$$

wobei

für das Optimaljahr

- x'_{ik} der Merkmalswert des k. Merkmals der einzelnen Station
- $\bar{x}'_k$ der mittlere Merkmalswert des k. Merkmals
- N_1 der Stichprobenumfang

für das Schadensjahr

- x''_{ik} der Merkmalswert des k. Merkmals der einzelnen Station
- $\bar{x}''_k$ der mittlere Merkmalswert des k. Merkmals
- N_2 der Stichprobenumfang

ist.

Mit dieser Testgröße wurden die 25 Differenzen auf Signifikanz getestet mit $P = 5\%$, was bei $N_1 = 46$, $N_2 = 39$, mithin bei 83 Freiheitsgraden einen Schwellenwert von $t = 1{,}99$ ergibt.

Der Test ergibt für 17 von den 25 Merkmalsdifferenzen zwischen Optimal- und Schadensjahr keine Überzufälligkeit. Als signifikant erwiesen sich folgende Merkmale:

1) Die Differenz der mittleren Lufttemperatur der zweiten und ersten Hälfte des Zeitraumes Bestellung — Aufgang
2) Die tägliche Niederschlagssumme der Periode Bestellung — Aufgang
3) Die Differenz der täglichen Niederschläge der ersten und zweiten Hälfte der Periode Bestellung — Aufgang
4) Die mittlere Lufttemperatur der Periode Aufgang — Blüte
5) Die Differenz der mittleren Lufttemperatur der zweiten und ersten Hälfte der Periode Aufgang — Blüte
6) Der tägliche Niederschlag der Periode Aufgang — Blüte
7) Die Differenz der täglichen Niederschläge der ersten und zweiten Hälfte der Periode Aufgang — Blüte
8) Der tägliche Niederschlag der Periode Blüte — Erntebeginn

Diese 8 ertragsbildenden Witterungsmerkmale, künftig mit $x_1, x_2, x_3 \ldots x_8$ gemäß obiger Numerierung bezeichnet, haben folgende optimalen Bereiche:

x_1 :	3,7	bis	4,6° C	
x_2 :	1,4	bis	1,8	mm/d
x_3 :	0,1	bis	1,0	mm/d
x_4 :	16,9	bis	17,8° C	
x_5 :	0,7	bis	1,6° C	
x_6 :	2,1	bis	2,5	mm/d
x_7 :	—0,3	bis	—1,2	mm/d
x_8 :	2,9	bis	3,3	mm/d

Nun ist selbstverständlich, daß neben Temperatur und Niederschlag die Strahlung einen ertragsvariierenden Einfluß hat. Die eingehende Untersuchung scheiterte am Mangel an Beobachtungsmaterial. Selbst die Sonnenscheindauer lag nur von wenigen Stationen vor, abgesehen von der Vorsicht, die beim Vergleich von Sonnenscheinregistrierungen verschiedener Stationen angebracht erscheint. Trotz des geringen Stichprobenumfanges wurde der Versuch unternommen, die Sonnenscheindauer der Teilperioden, für die Niederschlagsbetrachtungen angestellt worden waren, auf Unterschiede zwischen Optimal- und Schadensjahr zu untersuchen. Es ergaben sich für keine Teilperiode signifikante Unterschiede. Es ließ sich nur qualitativ folgern, daß die oben geschilderten Niederschlagsverhältnisse zwischen Blüte und Ernte (x_8) dahingehend zu erweitern sind, daß die Wasserspende möglichst in kräftigen Schauern ohne wesentliche Beeinträchtigung der Sonnenscheindauer dargeboten werden muß, wenn mit gutem Erfolg gerechnet werden soll.

Mangels vergleichbaren Materials mußte auf intensivere Untersuchung dieser Gesetzmäßigkeit und ihre quantitative Fassung verzichtet werden.

Wir haben also in erster Näherung folgende „Witterungsregel" für die Vegetationsperiode der Spätkartoffel gefunden: Wird die Spätkartoffel bei einer mittleren Lufttemperatur von 10°, bei der die Keimtemperatur in den oberen 20 cm des Erdbodens gewährleistet ist, bestellt, so ist eine günstige Jugendentwicklung gegeben, wenn die Temperaturen in den ersten 10 Tagen langsam, dann bis zum Aufgang rasch ansteigen (Merkmal x_1). Auf keinen Fall darf sich die Kartoffel durch ein anfänglich zu rasches Ansteigen der Temperatur, das von einem Kälterückfall gefolgt ist, „verkühlen". Der an sich zur Zeit der Bestellung hinreichend angefeuchtete Boden braucht nicht mehr Wasser, als zur Erhaltung eben dieses Feuchtigkeitsgrades notwendig ist (Merkmal x_2). Besonders schädlich wirkt sich zu hoher Niederschlag in der Woche vor dem Aufgang aus (Merkmal x_3). Offenbar wird die Bodenatmung zu stark beeinträchtigt. Nach dem Aufgang braucht die junge Pflanze mit Annäherung an die Blühphase in zunehmendem Maße Wärme (Merkmal x_4), wobei allzu große Schwankungen innerhalb der Zeit vom Aufgang zur Blüte nicht erwünscht sind (Merkmal x_5). Als Pflanze, die im gesamten Wachstumsverlauf zunehmend Wasser verbraucht, fordert die Spätkartoffel auch zwischen Aufgang und Blüte ein hinreichendes Regenangebot (Merkmal x_6), das aber in besonderem Maße in der 2. Hälfte zwischen Aufgang und Blüte erfolgen soll (Merkmal x_7). Das bedeutet aber, der mit Bestandsschluß (Mitte Aufgang — Blüte) spontan erfolgenden Nachfrage nach Wasser infolge vollen Einsetzens der Evapotranspiration muß Rechnung getragen werden. Bei an sich gleicher Regenmenge, aber vorwiegendem Angebot vor dem Bestandsschluß, ist mit Ertragsminderung zu rechnen. Dem nun bis zur Ernte permanent vorhandenen Wasserbedarf muß bis zum Erntebeginn durch gleichmäßig verteilte, hinreichende Niederschläge Rechnung getragen werden (Merkmal x_8). Regenspende in Schauerform, d. h. hinreichende Wasserspende ohne nachhaltige Minderung der Einstrahlung, begünstigen die Ernteaussichten (ohne quantitative Festlegung).

2.2. Die statistische Methode zur Unterscheidung von Optimal- und Schadensjahren aufgrund der Witterungsverhältnisse

2.2.1. Kurze Darstellung der Theorie

Wenn auch in neueren Lehrbüchern der Statistik (Weber (30), Linder (37)) die Diskriminanzanalyse behandelt ist, soll doch in aller Kürze der ihr zugrunde liegende Gedankengang dargestellt werden, zumal die in den Lehrbüchern angegebenen Formeln nicht direkt übernommen werden können.

Wir nehmen an, wir hätten zwei Gruppen A und B von Merkmalsträgern, deren Anzahl nicht notwendig in beiden Gruppen gleich zu sein braucht. Jeder Merkmalsträger sei mit beliebig vielen Merkmalen $x_1, x_2 \ldots x_n$ ausgestattet. Zeichnet man jetzt die Größe eines Merkmals, z. B. x_3, für alle Merkmalsträger der einen und der anderen Gruppe als Häufigkeitsdiagramm auf, so zeigt sich in vielen Fällen, daß sich die beiden Diagramme mehr oder minder stark überschneiden. Wir werden also kaum in der Lage sein zu sagen, ein Merkmalsträger ist aufgrund dieses oder jenes Merkmals der Gruppe A oder B zugeordnet worden. Noch schwieriger wird es sein, einen Merkmalsträger, von dem wir von Anfang an nicht wissen, ob er zu A oder

B gehört, aufgrund seiner Merkmale eindeutig der einen oder der anderen Gruppe zuzuschreiben. Ein Teil seiner Merkmale spricht vielleicht für eine Zuordnung zu Gruppe A, ein anderer Teil für eine solche zu B. Es werden u. U. auch Merkmale auftreten, die weder eine Zuordnung zu A noch zu B rechtfertigen. Sowohl die Trennung der ursprünglich A bzw. B zugeordneten Merkmalsträger als auch die Einordnung eines neu hinzukommenden Merkmalsträger kann offenbar nur vorgenommen werden, wenn es gelingt, die Vielzahl der Merkmale, deren einzelne Häufigkeitsdiagramme sich überschneiden, durch eine einzige Zahl, sozusagen durch ein komplexes Merkmal zu ersetzen, das

1) die ursprünglichen Gruppen A und B säuberlich auseinanderhält, d. h. ein Häufigkeitsdiagramm innerhalb A aufweist, das keine Überschneidungen mit dem innerhalb B zeigt und
2) einen fraglichen Merkmalsträger der einen, der anderen oder keiner der beiden Gruppen objektiv zuzuordnen gestattet.

Mathematisch heißt das, es ist eine Funktion

$$X = f(x_1, x_2 \dots x_n)$$

zu finden, derart, daß jedem Merkmalsträger mit den Merkmalen $x_1, x_2 \dots x_n$ eine Rechengröße X zugeteilt wird, die seine Zugehörigkeit zur einen oder anderen Gruppe oder den klaren Entscheid „weder — noch" eindeutig festzulegen gestattet.

Das leistet die Diskriminanzanalyse.

Die Merkmale seien: $x_1, x_2, x_3 \dots x_8$.
Ihre Mittelwerte seien bei der Gruppe A: $\bar{x}_{1A}, \bar{x}_{2A} \dots \bar{x}_{8A}$.
Ihre Mittelwerte seien bei der Gruppe B: $\bar{x}_{1B}, \bar{x}_{2B} \dots \bar{x}_{8B}$.

Dann sind die Unterschiede der Mittelwerte gegeben mit:

$$d_1 = \bar{x}_{1A} - \bar{x}_{1B},\ d_2 = \bar{x}_{2A} - \bar{x}_{2B} \dots d_8 = \bar{x}_{8A} - \bar{x}_{8B} \qquad [18]$$

Wir definieren eine Funktion

$$X = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots b_8x_8 \qquad [19]$$

Ihr Mittelwert für die Gruppe A sei $\bar{X}_A$.
Ihr Mittelwert für die Gruppe B sei $\bar{X}_B$, so daß

$$d_X = \bar{X}_A - \bar{X}_B = b_1d_1 + b_2d_2 + \dots + b_8d_8 \qquad [20]$$

Wenn die Funktion [19] das leisten soll, was wir von ihr fordern, nämlich die Gruppen A und B trotz der Überschneidung der einzelnen Merkmale sauber zu trennen, so müssen die b_i so bestimmt werden, daß

1) d_X möglichst groß wird
2) die Summe der Quadrate der Abweichungen der X von ihren Gruppendurchschnitten $\bar{X}_A$ bzw. $\bar{X}_B$ möglichst klein wird.

Aus dieser Forderung resultieren, wenn wir

$$\sum_A (x_{1A} - \bar{x}_{1A})^2 + \sum_B (x_{1B} - \bar{x}_{1B})^2 = \sum_{A,B} (x_1 - \bar{x}_1)^2$$

und analoge Bildungen setzen, folgende Gleichungen:

$$b_1 \sum_{A,B} (x_1 - \bar{x}_1)(x_i - \bar{x}_i) + b_2 \sum_{A,B} (x_2 - \bar{x}_2)(x_i - \bar{x}_i) + \dots + b_8 \sum_{A,B} (x_8 - \bar{x}_8)(x_i - \bar{x}_i) = d_i \qquad [21]$$

$$i = 1, 2 \dots 8$$

Mit Gleichungssystem [21] haben wir 8 Bestimmungsgleichungen für die 8 Unbekannten $b_1, b_2 \dots b_8$ und mit ihnen eine Diskriminanz- oder Trennfunktion mit folgenden Eigenschaften: Berechne ich in Gruppe A für jeden Merkmalsträger sein X_A und in Gruppe B für jeden Merkmalsträger sein X_B und überdies $\bar{X}_A$ als Mittelwert aller X_A und $\bar{X}_B$ als Mittelwert aller X_B, so werden sich die X_A eng um $\bar{X}_A$, die X_B eng um $\bar{X}_B$ gruppieren und $\bar{X}_A$ wird von $\bar{X}_B$ weit entfernt sein. Ist das Material, d. h. die Merkmale, gut, so werden sich die X_A und X_B im Häufigkeitsdiagramm nicht überschneiden. Die Trennung ist befriedigend. Ein fraglicher Merkmalsträger wird nun, wenn man seine Merkmale für $x_1, x_2 \dots x_8$ einsetzt, einen X-Wert haben, der irgendwo zwischen $\bar{X}_A$ und $\bar{X}_B$ liegt und Indikator dafür ist, ob dieser Merkmalsträger zur Gruppe A oder zur Gruppe B oder zu keiner von beiden gehört.

Die Güte der Trennfunktion kann getestet werden, was wir aber erst am praktischen Beispiel durchführen wollen. Die Theorie dazu findet sich ebenfalls bei W e b e r (30).

2.2.2. Praktische Anwendung

Wir haben im vorhergehenden Abschnitt Merkmale abgeleitet, die geeignet sind, den Spätkartoffelertrag nach der positiven oder negativen Seite zu beeinflussen.

Wenn wir jetzt die untersuchten Stationen als Merkmalsträger ansehen mit den Witterungsmerkmalen eines Optimaljahres, so bilden sie eine Gruppe A von Merkmalsträgern. Andere Stationen mit den Witterungsmerkmalen des Schadensjahres bilden eine Gruppe B. Sollte sich nicht eine Trennfunktion X finden lassen, die eine klare Trennung der beiden Gruppen bewirkt und die darüber hinaus gestattet, ein willkürliches Jahr, von dem man die Witterungsmerkmale kennt, dahingehend zu untersuchen, ob dieses Jahr hinsichtlich seines Kartoffelertrages zu den guten, den schlechten Jahren oder zu keinem von beiden (Normaljahr) gehört?

Zur Festlegung einer Diskriminanzfunktion standen zur Verfügung:

1) 46 Stationen mit 8 klassifizierten Merkmalen für das Optimaljahr,
2) 39 Stationen mit 8 klassifizierten Merkmalen für das Schadensjahr.

Die 46 Stationen bilden die Gruppe A der Merkmalsträger, die 39 Stationen repräsentieren die Gruppe B. Es stünde nun der Aufstellung des Gleichungssystems (8) mit den 8 Unbekannten $b_1, b_2 \dots b_8$ und der Trennfunktion

$$X = \sum_{i=1}^{8} b_i \cdot x_i$$

nichts im Wege.

Der recht große Rechenaufwand der Diskriminanzanalyse legt die Frage nahe, ob die erstrebte Trennung mit weniger als den vorhandenen 8 Merkmalen gleich gut durchgeführt werden kann. Zur Klärung dieser Frage liegen Testmethoden vor, die in (30) und (37) so ausführlich behandelt sind, daß auf ihre Wiedergabe hier verzichtet werden kann.

Angewendet auf das vorliegende Problem ergab sich, daß eine befriedigende Trennung bereits bei bloßer Verwendung der Merkmale x_1, x_2, x_4, x_6 und x_8 zu erreichen ist.

Das bedeutet nicht, daß die unberücksichtigt bleibenden Merkmale x_3, x_5 und x_7 nicht ertragsvariierend seien, es sagt lediglich aus, daß die Zunahme des Trennvermögens der zu suchenden Trennfunktion in keinem diskutablen Verhältnis zur Zunahme des Rechenaufwandes steht.

Unter Benutzung der Merkmale x_1, x_2, x_4, x_6 und x_8 ergibt sich gemäß [21] folgendes Gleichungssystem:

$$
\begin{aligned}
201{,}59b_1 + 35{,}72b_2 + 4{,}97b_4 - 32{,}59b_6 - 14{,}44b_8 &= -2{,}90\\
35{,}72b_1 + 262{,}62b_2 + 24{,}02b_4 - 40{,}82b_6 - 20{,}28b_8 &= -2{,}10\\
4{,}97b_1 + 24{,}02b_2 + 40{,}67b_4 - 13{,}34b_6 - 16{,}18b_8 &= -2{,}10\\
-32{,}59b_1 - 40{,}82b_2 - 13{,}34b_4 + 94{,}59b_6 - 3{,}46b_8 &= -1{,}10\\
-14{,}44b_1 - 20{,}28b_2 - 16{,}18b_4 - 3{,}46b_6 + 54{,}70b_8 &= -2{,}70
\end{aligned}
$$

Dieses Gleichungssystem wird erfüllt von:

$$b_1 = -0{,}023242 \quad b_2 = -0{,}009507 \quad b_4 = -0{,}091513$$
$$b_6 = -0{,}039891 \quad b_8 = -0{,}088616.$$

Da nach obiger Theorie eine Multiplikation der b_i mit einem konstanten Faktor nichts am Wesen der Trennfunktion ändert, wurden für den weiteren Gebrauch alle b_i mit —10 000 multipliziert. Es ist mithin:

$$b_1 = 232 \quad b_2 = 95 \quad b_4 = 915 \quad b_6 = 399 \quad b_8 = 886.$$

Berechnet man nun unter Benutzung dieser b_i die Trenngröße

$$X = b_1x_1 + b_2x_2 + b_4x_4 + b_6x_6 + b_8x_8$$

sowohl für die 46 Stationen des Optimaljahres als auch für die 39 Stationen des Schadensjahres, so ergeben sich die in den Tabellen 14 und 15 angegebenen Werte X_A bzw. X_B.

Die X_A haben einen Mittelwert $\overline{X}_A = 2087$ und eine Streuung $\sigma_{X_A} = 732$.

Die X_B haben einen Mittelwert $\overline{X}_B = 7771$ und eine Streuung $\sigma_{X_B} = 818$.

Schon eine graphische Darstellung (Abb. 8) zeigt eine saubere Trennung innerhalb der Bereiche $\overline{X}_A \pm 2\,\sigma_{X_A}$ und $\overline{X}_B \pm 2\,\sigma_{X_B}$ ohne Überschneidung der Kollektive. Aber auch objektiv läßt sich die Trennungsfähigkeit varianzanalytisch testen:

SAQ (zwischen) $= \frac{N_1 \cdot N}{N_1 + N_2} d^2$, wenn N_1, N_2 Anzahl der Merkmalsträger der Gruppen A bzw. B und $d = \overline{X}_B - \overline{X}_A$ ist.

FG (zwischen) $= \alpha + m - 2$, wenn α = Anzahl der Gruppen und m = Anzahl der Merkmale ist.

SAQ (innerhalb) = d

FG (innerhalb) $= N - \alpha - m + 1$, mit $N = N_1 + N_2$.

Im vorliegenden Falle ist:

$$N_1 = 46 \quad N_2 = 39 \quad N = N_1 + N_2 = 85$$
$$d = \overline{X}_B - \overline{X}_A = 7771 - 2087 = 5684$$
$$\alpha = 2 \quad m = 5 \quad \text{d. h.}$$

SAQ (zwischen) = 678464976, FG (zwischen) = 5 $\Big\}$ $s_1^2 = 135692995$

SAQ (innerhalb = 5684, FG (innerhalb) = 79 $\Big\}$ $s_2^2 = 72$

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = 1884625$$

hochsignifikant!

Mit der aufgestellten Trennfunktion

$$X = 232x_1 + 95x_2 + 915x_4 + 399x_6 + 886x_8$$

ist also eine gute Trennung der der Berechnung zugrunde liegenden Merkmalsträger der Gruppe A (Optimaljahr) und der Gruppe B (Schadensjahr) möglich. Was kann die gefundene Trennfunktion über den Ertrag solcher Stationen aussagen, die nicht zu ihrer Aufstellung herangezogen worden sind, d. h. wie weit kann eine Aussage über die zu erwartende Ertragsabweichung gemacht werden unter der Voraussetzung, daß die notwendigen ertragsvariierenden Witterungsmerkmale bekannt sind?

Um diese Frage zu überprüfen, wurde eine beliebige Stationsauswahl aus beliebigen Jahren des Zeitraumes 1949 bis 1959 getroffen, die als ertragsvariierend erkannten Witterungsmerkmale bestimmt, nach der angegebenen Weise klassifiziert und letztlich mit Hilfe der Trennfunktionen die jeweilige Trenngröße X berechnet.

Darüber hinaus wurde von diesen Stationen, der Vollständigkeit halber aber auch von den zur Festlegung der Trennfunktion benutzten, die Abweichung des Ertrags vom Erwartungswert herangezogen. Die entsprechenden Werte finden sie in den Tabellen 14, 15 und 16.

Zeichnet man nun ein Diagramm mit $\triangle E$ % als Abszisse und der Trenngröße X als Ordinate und trägt man sowohl die zur Diskriminanzanalyse benutzten Stationen als auch die Kontrollstationen ein, so läßt sich die Punktwolke in 5 Bereiche teilen:

1) Bereich, begrenzt durch $\overline{X}_B \pm 2\,\sigma_{X_B}$ und $\triangle E$ % größer als —25 %
2) Bereich, begrenzt durch $\overline{X}_A \pm 2\,\sigma_{X_A}$ und $\triangle E$ % größer als +25 %
3) Bereich, begrenzt durch $\overline{X}_B - 2\,\sigma_{X_B}$ und $\overline{X}_B - 3\,\sigma_{X_B}$ einerseits, und $\triangle E$ % zwischen —10 % und —25 %
4) Bereich, begrenzt durch $\overline{X}_A + 2\,\sigma_{X_A}$ und $\overline{X}_A + 3\,\sigma_{X_A}$ einerseits, und $\triangle E$ % zwischen +10 % und +25 %
5) Bereich, begrenzt durch $\overline{X}_B - 3\,\sigma_{X_B}$ und $\overline{X}^A + 3\,\sigma_{X_A}$ einerseits, und $\triangle E$ % zwischen —10% und +10 %.

Die Lage der Stationskreise innerhalb des Diagramms zeigt (Abb. 8):

1. die bereits als gut erkannte Trennung der Merkmalsträger der Gruppe A und B. Sie liegen — wie zu erwarten war — ausschließlich in den Bereichen 1) und 2),
2. eine bis auf wenige Ausreißer befriedigende Gruppierung der Kontrollstationen innerhalb der Bereiche 1), 2), 3), 4) oder 5) derart, daß Ertragsabweichungen von ±10% (Normalwerte) durch X-Werte gekennzeichnet sind, die der Relation
$$\overline{X}_B - 3\,\sigma_{X_B} > X > \overline{X}_A + 3\,\sigma_{X_A}$$
gehorchen,
daß Ertragsabweichungen zwischen —10 % und —25 % (mäßige Ernte bzw. zwischen +10 % und +25 % (gute Ernte) durch X-Werte gekennzeichnet sind, die der Relation
$$\overline{X}_B - 3\,\sigma_{X_B} < X < \overline{X}_B - 2\,\sigma_{X_B}$$
bzw. $$\overline{X}_A + 3\,\sigma_{X_A} > X > \overline{X}_A + 2\,\sigma_{X_A}$$
gehorchen und
endlich, daß Ertragsabweichungen von mehr als ±25 % durch X-Werte gekennzeichnet sind, die innerhalb des jeweiligen 2σ-Bereichs der Mittelwerte $\overline{X}_B$ bzw. $\overline{X}_A$ liegen.

Sofern also die notwendigen Witterungsmerkmale bekannt sind oder richtig vorhergesagt werden können, gestattet die aufgestellte Diskriminanzfunktion eine Beurteilung der Ernteaussichten für die Spätkartoffel eines aktuellen Jahres, wobei die Vorhersage keine strenge Regression, sondern eben eine der Diskriminanzanalyse eigentümliche Zuordnung in Bereiche liefert, nämlich in die Bereiche normal, gut, mäßig, sehr gut, schlecht, deren Grenze etwa mit ±10 % und ±25 % Ertragsabweichung vom Erwartungswert angenommen werden dürften.

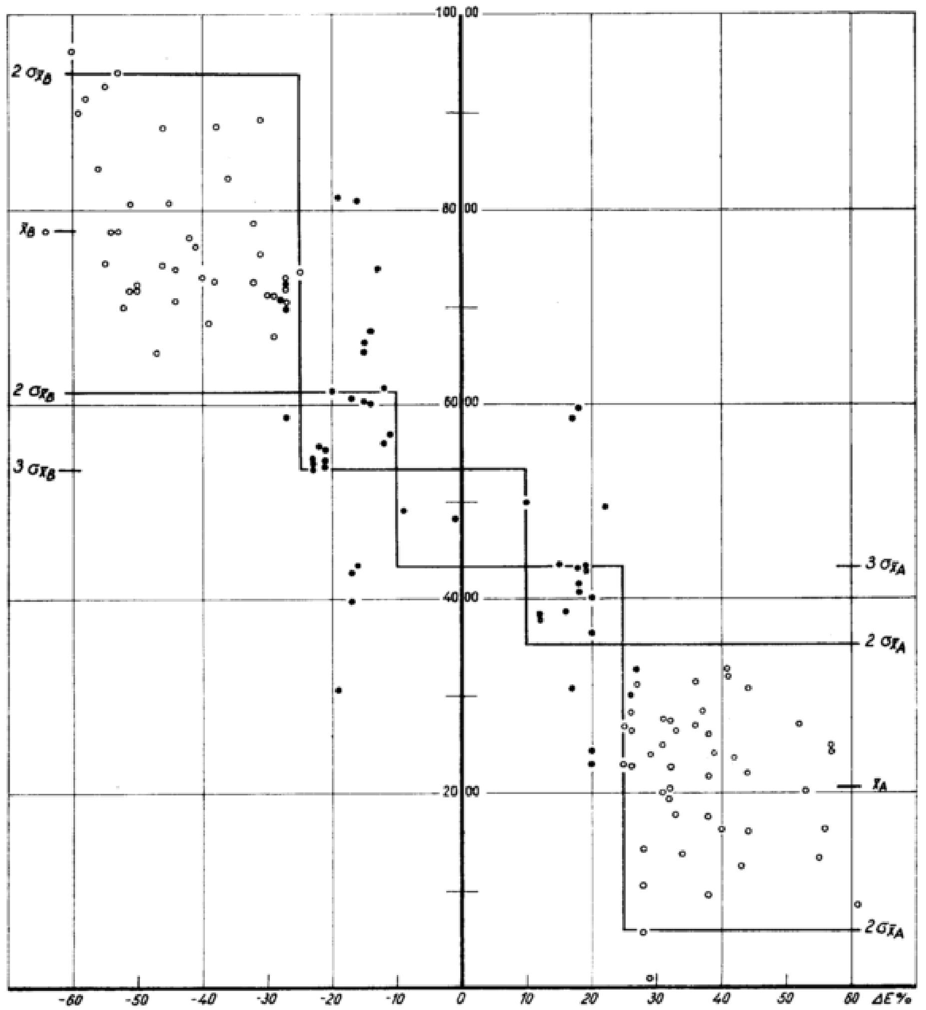


Abb. 8
Spätkartoffel
Ergebnis der Diskriminanzanalyse

3. Der Zusammenhang zwischen Witterung und Ertrag des Winterweizens

3.1. Ableitung von ertragsbildenden Witterungsfaktoren und das Stationsnetz

Schon bei der Herausarbeitung ertragsvariierender Witterungsmerkmale der Spätkartoffel mußte, da konkrete Hinweise spärlich waren, mit Hilfe eines gewissen Blindlingsverfahrens vorgegangen werden. Wie in Abschnitt 2.1 und besonders 2.1.2 dargelegt, wurden für die Spätkartoffel 25 Faktoren berechnet, von denen sich 8 als überzufällig hinsichtlich ihres Unterschieds im Optimal- bzw. Schadensjahr erwiesen. Ungleich schwieriger gestaltete sich das Problem beim Winterweizen. Die Gründe waren

1) die wesentlich geringeren Schwankungen der Halmfruchterträge innerhalb des Bundesgebietes überhaupt und

2) die erheblich größere Vielfalt der möglichen Faktoren, bedingt durch die Tatsache, daß beim Winterweizen auch die Entwicklung während des Winters nicht unberücksichtigt bleiben durfte.

Der unter 2) angeführte Grund zwang dazu, mehr als die doppelte Anzahl von Witterungsfaktoren als mögliche anzusetzen, nämlich insgesamt 64. Es würde zu weit führen, sie sämtlich aufzuführen. Die gesamte Entwicklungszeit des Winterweizens von der Bestellung über Aufgang, Schossen, Ährenschieben, Blüte bis zur Ernte wurde analog dem Vorgehen bei der Spätkartoffel in Unterabschnitte, wie z. B. eine, zwei, drei, vier Wochen vor dem Schossen, 8 Tage vor der Blüte bis 8 Tage nach der Blüte u. a. m. unterteilt und für diese Perioden Temperatur- und Niederschlagsverhältnisse untersucht. Für das Winterhalbjahr wurde die Länge der Frostperioden unter Berücksichtigung von vorhandener Schneedecke usw. einer Untersuchung unterzogen. Das Ergebnis — nämlich das Testen der Unterschiede all dieser möglichen ertragsvariierenden Witterungsmerkmale zwischen Optimal- und Schadensjahr war sowohl erstaunlich als auch enttäuschend. Nur 7 von 64 Faktoren erwiesen sich als überzufällig. Alle anderen Faktoren wiesen — auch nach Einteilung in Bereiche, wie sie bei der Spätkartoffel besprochen wurden, — eine derartige Streuung innerhalb der betrachteten Stationen auf, daß der t-Test keine Signifikanz für den Unterschied der Mittelwerte erbrachte. Die tatsächlich signifikanten Faktoren lieferten allerdings einen t-Wert, der ein Vielfaches des Schwellenwertes darstellte und keinen Zweifel an der ertragsbildenden Auswirkung ließ.

Es blieben letztlich zur weiteren Bearbeitung folgende ertragsvariierende Witterungsfaktoren übrig:

x_1: mittlere Lufttemperatur während der 3. und 4. Woche vor dem Schossen mit einem optimalen Bereich von 9,2 bis 10,1 Grad

x_2: die Differenz aus mittlerer Lufttemperatur der Periode 3. und 4. Woche und 1. und 2. Woche vor dem Schossen. Der optimale Bereich liegt bei 1,1 — 2,0 Grad. Die Differenz ist positiv, d. h. es muß zum Schossen hin kälter werden!

x_3: Die mittlere Lufttemperatur der Periode zwischen 14 Tage nach dem Ährenschieben und dem Erntebeginn mit Optimalbereich 17,0 — 17,9 Grad

x_4: die tägliche Niederschlagsmenge der Periode zwischen 14 Tage nach dem Ährenschieben bis zum Erntebeginn mit einem Optimalbereich 1,4 — 2,3 mm/d

x_5: die mittlere Novembertemperatur (4,0 — 4,4 Grad)

x_6: die mittlere Januartemperatur (1,6 — 2,0 Grad)

x_7: die mittlere Februartemperatur (2,6 — 3,0 Grad)

Erstaunlich an diesem Ergebnis ist — wie schon oben angedeutet — daß sich kein signifikanter Witterungsfaktor für die Zeit zwischen Schossen und Ährenschieben und keine überzufällige Beziehung zu irgendwelchen Winterniederschlägen finden ließ.

Neben den genannten 7 Faktoren finden sich nicht wenige, die qualitativ irgendwie als ertragsbildend erkennbar sind, die sich aber quantitativ statistisch nicht sichern lassen, eine Erfahrung, die auch andere Autoren (B a u m a n n) gerade bei Halmfrucht gemacht haben. Das Stationsnetz, mit dessen Hilfe die angeführten Faktoren ermittelt wurden, bestand aus 26 Stationen für das Optimaljahr und 27 für das Schadensjahr. Die phänologischen Werte wurden von denselben Stationen wie bei der Spätkartoffel genommen.

3.2. **Die Ergebnisse der Diskriminanzanalyse**

Ähnlich wie bei der Spätkartoffel wurde der Versuch unternommen, eine Trennfunktion $X = \sum_{i}^{n} b_i \cdot x_i$ aufzustellen, die gestattet, aufgrund bekannter Witterungsfaktoren eine Entscheidung zu treffen, wie wohl die Ertragstendenz eines zu prüfenden Jahres sein wird. Zur Festlegung dieser Funktion erwiesen sich x_1 bis x_6 als notwendig, x_7 hätte den Rechenaufwand erhöht, ohne das Trennvermögen merkbar zu verbessern. Das Gleichungssystem lautet:

$$\begin{array}{rrrrrrcr}
62{,}98b_1 & +10{,}66b_2 & +\ 5{,}80b_3 & -\ 7{,}12b_4 & +\ 0{,}38b_5 & -\ 11{,}58b_6 & = & -1{,}30 \\
10{,}66b_1 & +36{,}66b_2 & +\ 1{,}76b_3 & -\ 5{,}44b_4 & +\ 5{,}10b_5 & +\ 25{,}66b_6 & = & -0{,}90 \\
5{,}80b_1 & +\ 1{,}76b_2 & +20{,}19b_3 & -\ 6{,}50b_4 & -\ 8{,}64b_5 & -\ 26{,}82b_6 & = & -1{,}70 \\
-\ 7{,}12b_1 & -\ 5{,}44b_2 & -\ 6{,}50b_3 & +23{,}08b_4 & +\ 3{,}28b_5 & +\ 6{,}52b_6 & = & -2{,}00 \\
0{,}38b_1 & +\ 5{,}10b_2 & -\ 8{,}64b_3 & +\ 3{,}28b_4 & +93{,}72b_5 & +\ 43{,}34b_6 & = & -1{,}60 \\
-11{,}58b_1 & +25{,}66b_2 & -26{,}82b_3 & +\ 6{,}52b_4 & +43{,}34b_5 & +439{,}34b_6 & = & -6{,}10
\end{array}$$

Dieses Gleichungssystem wird erfüllt durch:

$b_1 = -0{,}022585 \quad b_2 = -0{,}014458 \quad b_3 = -0{,}151736$

$b_4 = -0{,}131949 \quad b_6 = -0{,}011631 \quad b_6 = -0{,}019296$

$b_4 = -0{,}131949 \quad b_6 = -0{,}016631 \quad b_6 = -0{,}019296$

Zur weiteren Arbeit wurden die b_i mit —10000 multipliziert und fortan mit $b_1 = 22$, $b_2 = 14$, $b_3 = 152$, $b_4 = 132$, $b_5 = 17$, $b_6 = 19$ gerechnet.

Genau wie bei der Spätkartoffel wurden nun für die Stationen, die zur Aufstellung der Diskriminanzfunktion herangezogen worden waren, die X-Werte berechnet.

Für das Optimaljahr ergab sich $\overline{X}_A = 247$ mit $\sigma_{X_A} = 84$.

Für das Schadensjahr ergab sich $\overline{X}_B = 953$ mit $\sigma_{X_B} = 116$.

Die Trennung der Gruppen der Merkmalsträger ist gut, der in Abschnitt 2 besprochene Gütetest positiv.

Ebenfalls wie bei der Spätkartoffel wurde nunmehr eine Anzahl von Kontrollstationen herangezogen, die für die Gewinnung der Diskriminanzfunktion nicht benutzt worden waren, und ihr jeweiliges X berechnet. Letztlich wurde wieder ein der Abb. 8 analoges $\triangle E/X$-Diagramm entworfen, das in Abb. 9 dargestellt ist. Alle Angaben wie x_i, $\triangle E$ %, X_A, X_B und X finden sich in den Tabellen 17, 18 und 19. Im Gegensatz zur Spätkartoffel läßt sich die Punktwolke nur in 3 Bereiche unterteilen. Auch ist die Zahl der Ausreißer größer.

Im Bereich $\overline{X}_B \pm 2\ \sigma_{X_B}$ finden sich Stationen mit einer Ertragsabweichung, die —15 % übersteigt.

Im Bereich $\overline{X}_A \pm 2\sigma_{X_A}$ sind Stationen mit $\triangle E\% > +15\%$ konzentriert.

Der dritte Bereich, der durch $\overline{X}_B - \sigma_{X_B}$ und $\overline{X}_A + 2\ \sigma_{X_A}$ begrenzt ist, enthält Stationen mit einer Ertragsabweichung zwischen —15 % und +15 %.

Die Diskriminanzanalyse gestattet also im Falle des Winterweizens eine Unterscheidung in gute, schlechte und normale Ernteaussichten, sofern man eine $\triangle E$ % zwischen —15 % und +15 % als normal ansehen will.

Zur Frage der Ausreißer wäre noch zu bemerken, daß eine ausgesprochen falsche Vorhersage lediglich bei den 4 Stationen links unten im Diagramm vorliegt. Hier sind bei negativem $\triangle E$ % entschieden zu kleine

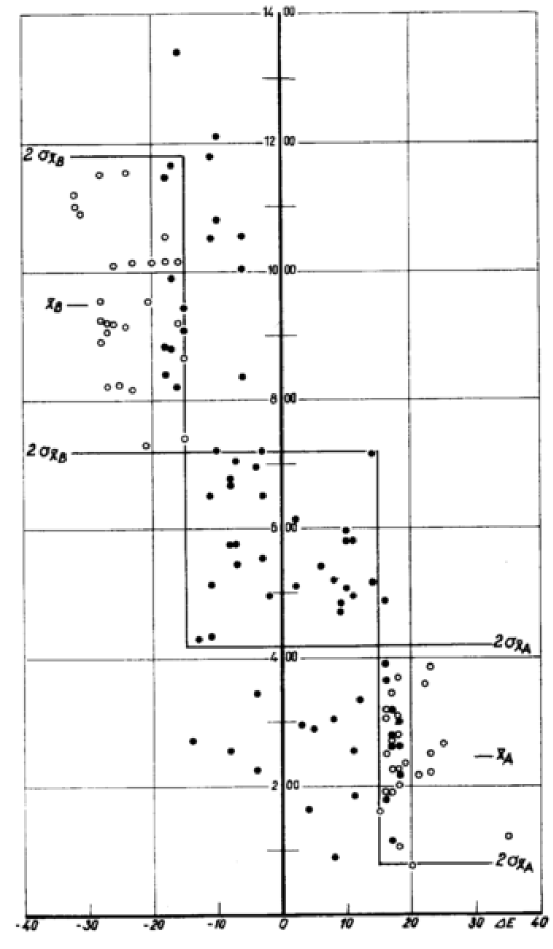


Abb. 9
Winterweizen
Ergebnis der Diskriminanzanalyse

X-Werte errechnet. Die übrigen außerhalb der genannten Bereiche liegenden Stationen weisen aufgrund ihrer X-Werte zumindest die richtige Ertragstendenz auf. Lediglich die absoluten Beträge sind sowohl nach der positiven wie nach der negativen Seite hin in allen diesen Fällen zu klein.

4. Schlußbetrachtung

In den vorangegangenen Kapiteln ist der Versuch unternommen worden, eine Methode zu entwickeln, die eine großräumige Behandlung des Problems Witterung und Ernteertrag gestattet. Der Verfasser ist sich klar darüber, daß bei einer solchen großräumigen Betrachtung über manches hinweggegangen werden mußte, was ohne Zweifel nicht ohne Einfluß auf den Ertrag ist. So ist sicherlich der Trend eine erste Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse. Ebenso sicher sind die gefundenen ertragsbildenden Witterungsfaktoren nicht die einzigen. Daß in Wirklichkeit ertragsbildende Witterungsfaktoren voneinander nicht unabhängig sind, sondern sich gegenseitig beeinflussen, hat bisher jeder, der in dieser Problematik gearbeitet hat, erkannt. Man würde bestimmt den tatsächlichen Verhältnissen näher kommen, wenn man die Relationen zwischen Witterung und Ertrag anhand langer und homogener Beobachtungsreihen eines Ortes studieren und die Ergebnisse durch Hinzunahme weiterer vergleichbarer Reihen auf andere Orte unter gewissen Modifizierungen übertragen könnte. Das dazu notwendige Netz von Beobachtungsstationen haben wir nicht, schon gar nicht, wenn die Behandlung des Problems auf den Raum ausgedehnt wird, in dem die behandelten Fragen in Zukunft von Bedeutung sind, auf den Raum der EWG. Es ist deshalb von vornherein das Ziel verfolgt worden, methodisch so vorzugehen, daß im Prinzip eine Anwendung auf große Räume möglich ist. Das Gebiet der Bundesrepublik sollte dabei methodisches Versuchsfeld sein. Bei der im Vergleich zum EWG-Raum geringen Klimaamplitude des Bundesgebietes dürfte es nicht überraschen, wenn die witterungsbedingten Ertragseffekte sich als relativ geringfügig erwiesen. Der Verfasser ist überzeugt, daß innerhalb des EWG-Raumes wesentlich markantere Unterschiede auftreten, zu deren Präzisierung die dargelegte Methode eine erste Möglichkeit bieten dürfte.

Literatur

(1) Holdefleiß, P.: Über den Einfluß der Witterungsfaktoren auf die Ernteerträge. Kühn-Archiv 9 (1925) S. 53—78.

(2) Holdefleiß, P.: Agrarmeteorologie, die Abhängigkeit der Ernteerträge von Wetter und Klima. Berlin 1930.

(3) Scheinert, R.: Die Abhängigkeit der Ernteerträge von den Witterungsfaktoren. Kühn-Archiv 20 (1929) S. 143—208.

(4) Zielke, W.: Untersuchungen über den Einfluß der Witterung auf die Ernten einiger Obstgattungen und -sorten in Deutschland. Gartenbauwiss. 2 (1929) S. 459—589.

(5) Gösele, L.: Untersuchung über die Beziehung zwischen Witterung und Ernteertrag in der Landwirtschaft. Landwirtsch. Jb. 68 (1929) S. 253—320.

(6) Brouwer, W.: Die Beziehungen zwischen Ernte und Witterung in der Landwirtschaft. Landwirtsch. Jb. 63 (1926) S. 1—81.

(7) Boguslawski, E. von: Ein Verfahren zur statistischen Untersuchung der Abhängigkeit der Ernteerträge von Standort und klimatischen Faktoren. Forschungsdienst 13 (1942) S. 301—320.

(8) Baumann, H.: Witterungsverlauf und Ernteertrag in der Kurmark bei den Hauptgetreidearten und Kartoffeln. Landwirtsch. Jb. 86 (1938) S. 823—927.

(9) Baumann, H.: Die land- und volkswirtschaftliche Bedeutung von Dürrejahren im deutschen Anbaugebiet, kritisch untersucht auf Grund des Witterungsverlaufs im 20. Jahrhundert. Landwirtsch. Jb. 84 (1937) S. 377—430.

(10) Baumann, H.: Klima und Witterung in ihrer Bedeutung für die Getreideerträge. Forschungsdienst 10 (1940) S. 249—265.

(11) Baumann, H.: Wetter und Ernteertrag. Der freie Bauer 19 (1949).

(12) Sneyers, R.: Variations regionales et influences climatiques dans quelques de la betterave sucrière en Belgique. Bull. Inst. Agron. Gembloux (1957) S. 198—211.

(13) Pintêr, L.: Einfluß der meteorologischen Faktoren auf die Ernteergebnisse der wichtigsten Ackerpflanzen. Angew. Meteor. 3 (1958) S. 77—92.

(14) Zillmann, K. H. und Kreil, W.: Witterung und Weidewuchs. Albrecht-Thaer-Archiv, Berlin, 2 (1957) S. 13—53.

(15) Bibliographien des Deutschen Wetterdienstes Nr. 1 und 3—9. Bearb. v. M. Schneider, Bad Kissingen u. Offenbach a. M. 1955—1958.

(16) Baumann, H.: Die Beziehungen zwischen Witterungsverlauf und Ernteertrag bei Winterweizen und Winterroggen im Dikopshofer Dauerdüngungsversuch 1906—1957. Ein ökologischer Vergleich. Z. Acker- u. Pflanzenb. 110 (1960) S. 345 bis 363.

(17) Baumann, H.: Die Erträge von Wintergerste, Hafer und Zuckerrüben im Dikopshofer Dauerdüngungsversuch und der Kölner Bucht in Beziehung zur Witterung. Z. Acker- u. Pflanzenb. 114 (1962) S. 281—294.

(18) Zillmann, K. H.: Frühzeitige Ertragsprognose beim Winterroggen. Z. Acker- u. Pflanzenbau 109 (1959) S. 79—94.

(19) Thran, P.: Eine Methode zur quantitativen Erfassung der Zusammenhänge zwischen Wetterablauf und Erntertrag. Ann. Meteor 1 (1948) S. 326—328.

(20) Thran, P.: Beurteilung der landwirtschaftlichen Produktion mit Hilfe der Wetter-Ertragsrechnung. Ber. Dt. Wetterd. US-Zone Nr. 32 (1952) S. 97—98.

(21) Thran, P.: Kurze Erklärung der Wetter-Ertragsrechnung. Ber. Dt. Wetterd. US-Zone Nr. 32 (1952) S. 99—101.

(22) Baumann, H.: Stellungnahme zur Wetter-Ertragsrechnung von Dr. Thran. Ber. Dt. Wetterd. US-Zone Nr. 32 (1952) S. 102—103.

(23) Brouwer, W.: Bemerkungen zur Wetter-Ertragsrechnung des Dr. Thran. Ber. Dt. Wetterd. US-zone Nr. 32 (1952) S. 101—102.

(24) Statistisches Bundesamt: Bodenbenutzung und Ernte im Jahre 1948/49, 1950—1952, 1953, 1954, 1955, 1956, 1957, 1958, 1959. In: Statistik der Bundesrepublik Deutschland, Bd. 28, 65, 103, 134, 154, 175, 205, 222, 241. Stuttgart 1950—1960.

(25) Bundesanstalt für Landeskunde: Handbuch der naturräumlichen Gliederung Deutschland. Remagen 1953—1959.

(26) Lorenz, P.: Der Trend, ein Beitrag zur Methode seiner Berechnung und seiner Auswertung für die Untersuchung von Wirtschaftskurven. Vierteljahresh. z. Konjunkturforsch. Sonderh. 9, Berlin 1928.

(27) Lorenz, P.: Der Trend, ein Beitrag zur Methode seiner Berechnung und seiner Auswertung für die Untersuchung von Wirtschaftskurven und sonstigen Zeitreihen. Vierteljahresh. z. Konjunkturforsch. Sonderh. 21, Berlin 1931.

(28) Gebelein, H.: Zahl und Wirklichkeit. 2. Aufl. Heidelberg 1950.

(29) Baranow, L., von: Grundbegriffe moderner statistischer Methodik. Tl. 1 u. 2. Stuttgart 1950.

(30) Weber, Erna: Grundriß der biologischen Statistik. 4. Aufl. Jena 1961.

(31) Mudra, A.: Statistische Methoden für landwirtschaftliche Versuche. Berlin 1958.

(32) Newman, D.: The distribution of the range in samples from a normal population. Biometrika 31 (1939) S. 20—30.

(33) Keuls, M.: The use of the studentized range in connection with an analysis of variance. Euphytica 1 (1952) S. 112—122.

(34) Duncan, D. B.: Multiple range and multiple F-tests. Biometrics 11 (1955) S. 1—42.

(35) Fisher, R. A.: Statistical methods for research workers. London 1950.

(36) Popovskaja, O. M.: Zur Methodik der Abschätzung der Bedingungen des Kartoffelwuchses in zentralen Gebieten des europäischen Territoriums der UdSSR (Orig. russ.). Tr. Centr. Inst. Progn. 53 (1957) S. 43—57.

(37) Linder, A.: Statistische Methoden. Basel 1951.

Tab. 1
Die Rangordnungsmethode am Beispiel der Viktoriaerbse
(nach Holdefleiß)

(ΔT = Abweichung vom langjährigen Monatsmittel)

Jahr	Ertrag		März				April			
	Ztr./Morgen	Rang	Temp.	ΔT	Rang	Rang-differenz	Temp.	ΔT	Rang	Rang-differenz
1914	15,00	3	6,0	2,6	3	0	11,0	2,7	1	-2
1915	8,54	7	2,6	-0,8	8	1	7,8	-0,5	6	-1
1916	20,26	1	4,6	1,2	5	4	9,8	1,5	4	3
1917	6,20	8	0,4	-3,0	9	1	5,8	-2,5	9	1
1918	15,50	2	4,9	1,5	4	2	10,9	2,6	3	1
1919	5,66	9	4,0	0,6	7	-2	6,8	-1,5	7	-2
1920	12,60	6	7,7	4,3	1	-5	11,0	2,7	1	-5
1921	13,50	5	7,5	4,1	2	-3	9,1	0,8	5	0
1922	13,94	4	4,4	1,0	6	2	6,6	-1,7	8	4
						20				19
			Mai				Juni			
1914	15,00	3	12,0	-1,1	9	6	15,9	-1,8	6	3
1915	8,54	7	14,5	1,4	6	-1	19,3	2,1	2	-5
1916	20,26	1	14,5	1,4	6	5	14,3	-2,9	8	7
1917	6,20	8	16,3	3,2	1	-7	20,8	3,6	1	-7
1918	15,50	2	15,7	2,1	3	1	14,0	-3,7	9	7
1919	5,66	9	12,6	-0,5	8	-1	16,1	-1,1	4	-5
1920	12,60	6	15,4	2,3	2	-4	16,0	-1,2	5	-1
1921	13,50	5	15,2	2,1	3	-2	15,1	-2,1	7	2
1922	13,94	4	14,9	1,8	5	1	16,8	-0,4	3	-1
						28				38

Tab. 2
Niederschlag während der Blüte und Roggenertrag
(nach Brouwer)

Jahr	Niederschlag (mm) während der Blüte	Ertrag (Ztr.)
1915	0	24,15
1917	6	21,45
1903	11	23,15
1921	13	20,30
1907	19	22,40
1910	31	16,60
1920	36	14,00
1914	57	13,25
1906	47	11,90
1905	48	12,15

Tab. 3
Winterroggenernte von 7 mittelschlesischen Standorten
(nach Boguslawski)

Jahr	Standort I	II	III	IV	V	VI	VII
1926	27.9	23.0				20.0	17.6
1927	27.6	26.2			18.9	27.4	20.0
1928	31.2	31.2			33.4	22.8	21.0
1929	28.1	25.2			27.8	20.0	25.2
1930	22.1	24.9	23.2		22.7	25.0	22.0
1931	22.2	22.3	13.4	18.8	22.8	16.0	19.8
1932	26.2	23.6	21.2	24.0	26.7	24.0	24.4
1933	27.1	31.3	46.4	31.3	28.5	33.2	23.2
1934	19.8	23.6	26.0	20.1	22.8	26.6	13.4
1935	29.1	26.2	25.5	25.1	29.8	20.8	24.4
1936	34.2	30.2	24.2	27.3	25.0	29.8	29.6
1937	35.6	24.4	25.0	25.8	29.0	21.2	30.8
1938	37.0	35.7	35.9	38.1	24.0	38.0	28.2
Mittel	28.8	26.3	26.7	26.3	25.9	25.0	22.0

Tab. 4
Standort-Jahrestabelle der Ertragsabweichungen
(nach Boguslawski)

Jahr	Standort I	II	III	IV	V	VI	VII	Mittel
1926	3	2				2	2	2,3
1927	3	3			1	4	3	2,8
1928	3	4			5	3	3	3,6
1929	3	3			3	2	4	3,0
1930	1	3	2		2	3	3	2,3
1931	2	2	1	1	2	1	3	1,7
1932	3	3	2	3	3	3	3	2,9
1933	3	4	5	4	3	5	3	3,9
1934	1	3	3	1	2	3	1	2,0
1935	3	3	3	3	4	2	3	3,0
1936	4	4	3	3	3	4	5	3,7
1937	5	3	3	3	4	2	5	3,6
1938	5	5	5	5	3	5	5	4,7

Tab. 5

Beispiel der Witterungsklassifikation (Station Simsdorf), $\frac{\text{Temperatur } (^{\circ}\text{C})}{\text{Niederschlag (mm)}}$

(nach Boguslawski)

	März			April			Mai			Juni			Juli		
Langjährige	1,4	3,1	5,6	6,2	7,3	9,3	11,3	12,7	14,6	15,5	16,4	17,3	18,6	18,6	18,0
Mittel	5	7	8	8	15	12	10	20	22	23	22	22	23	29	17
Dekadenwerte	-2,7	0,5	2,7	3,0	5,5	8,3	13,3	15,8	19,4	15,1	18,0	17,0	19,8	17,2	17,2
1931	4	1	7	6	11	40	6	22	6	16	30	20	24	41	18
Klassen	1	1	1	1	2	3	4	5	5	3	4	3	4	2	3
1931	3	2	3	3	3	5	3	3	1	2	4	3	3	4	3
Dekadenwerte	3,1	6,6	6,8	5,4	5,0	7,0	14,0	10,0	12,6	12,7	15,0	15,0	17,6	18,3	20,6
1933	4	2	1	11	10	1	1	25	7	14	45	5	15	14	13
Klassen	4	5	4	3	1	1	3	1	3	2	2	1	3	3	5
1933	3	3	2	3	3	2	2	3	2	2	5	1	2	2	3

Tab. 6

Winterweizen

Mittlerer Witterungsverlauf für 5 Ertragsklassen, $\frac{\text{Temperatur-}}{\text{Niederschlags-}}$ Abweichung in Klassen

(nach Boguslawski)

Klasse	März			April			Mai			Juni			Juli		
5	4,3	4,8	3,8	3,6	2,8	1,4	2,3	3,8	2,5	3,6	2,4	4,0	2,5	2,4	3,0
	3,4	2,8	3,4	3,3	2,4	2,9	3,4	1,8	2,8	2,1	3,3	2,0	3,3	2,3	2,6
4	3,4	3,0	3,4	3,0	2,0	1,8	3,8	2,2	2,4	1,6	3,0	3,0	2,6	3,2	3,8
	3,0	2,4	2,8	3,2	3,2	2,4	2,8	2,8	3,0	2,8	2,0	2,9	2,2	2,2	2,6
3	2,9	2,9	3,3	3,2	3,2	3,4	2,0	2,6	2,9	2,9	2,9	3,1	2,9	3,1	3,2
	3,0	3,1	2,9	3,1	3,0	3,0	2,6	2,6	2,8	2,8	2,7	3,1	2,7	2,5	2,9
2	2,8	2,3	1,8	3,3	3,5	4,0	2,5	3,7	3,8	3,3	3,0	2,7	3,5	3,2	2,2
	2,3	3,2	2,7	3,0	3,0	3,0	3,8	3,2	3,2	3,7	3,7	3,8	3,0	3,3	3,5
1	3,5	3,5	3,3	2,8	4,3	4,5	3,0	3,8	2,5	3,5	4,0	4,3	3,0	3,5	3,0
	2,3	3,0	3,3	2,3	2,5	3,8	2,3	2,8	2,3	1,8	2,0	4,0	1,3	2,5	4,5

Tab. 7

Kartoffel, Schleswig-Holstein

Ertrag und Witterung $\frac{\text{Temperatur } (T_m,\ ^oC)}{\text{Niederschlag } (RR_M,\ cm)}$

(nach T h r a n)

Jahr	dz/ha	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.
1939	194,2	7,5	11,1	16,6	17,5	18,0	14,5
		7,3	1,6	2,5	11,1	10,4	3,4
1938	192,4	6,5	10,7	14,6	16,5	18,5	14,8
		1,8	5,1	5,9	6,7	4,8	4,0
1942	182,4	6,2	10,9	13,1	15,6	18,0	14,2
		5,0	4,2	2,8	14,9	4,4	8,5
1941	179,2	4,7	9,4	15,4	19,3	15,0	12,8
		2,7	4,0	2,7	7,5	14,0	2,8
1937	175,8	7,8	13,4	15,5	17,4	17,8	13,7
		7,3	7,4	9,0	11,5	5,6	7,1
1933	165,4	6,8	11,7	16,0	17,7	16,7	13,7
		2,3	5,5	8,4	8,0	6,5	2,7
1940	167,9	6,0	11,9	16,6	16,0	14,6	11,9
		5,2	3,5	3,1	10,0	8,8	7,5
1936	165,0	5,0	10,8	16,3	16,9	16,3	12,9
		10,1	4,9	2,4	11,8	5,4	7,9
1943	161,5	8,5	12,2	14,8	17,0	16,5	15,6
		4,7	3,7	7,5	3,0	15,2	3,3
1935	157,8	7,5	10,1	15,9	16,8	16,3	13,7
		6,8	6,2	11,1	5,6	4,7	12,0
1934	153,4	9,0	12,1	15,4	17,7	16,5	15,6
		3,2	3,7	2,8	3,6	6,7	6,8

Tab. 8

Abweichungen vom günstigsten Wetter $\frac{\text{Temperatur } (^oC)}{\text{Niederschlag (cm)}}$

(nach T h r a n)

Jahr	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.
1939	1,5	1,1	1,6	1,5	1,0	0,5
	3,8	-3,9	-1,0	2,1	1,4	-0,1
⋮						
1933	0,8	1,7	1,0	1,7	-0,3	-0,3
	-1,2	0,0	4,9	-1,0	-2,5	-0,8
⋮						
1934	3,0	2,1	0,4	1,7	-0,5	1,6
	-0,3	-1,8	-0,7	-5,4	-2,3	3,3

Tab. 9

Abweichungen vom Trend im Naturraum 64

($r = 8$, $n = 11$, $N = 88$)

Kreis	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	$\sum$
1	-10	22	14	7	-2	7	-9	14	12	-14	-38	3
2	-12	32	16	4	1	16	-9	10	10	-7	-52	9
3	-1	26	9	5	3	8	-15	-1	14	-4	-38	6
4	-9	16	12	3	5	7	-17	14	11	0	-40	2
5	-11	31	4	5	3	20	-14	15	10	-4	-53	6
6	-14	18	8	3	0	15	-4	9	14	1	-44	6
7	-7	26	15	4	9	15	-14	-2	18	-6	-50	8
8	5	25	16	13	16	25	-19	-12	16	-34	-40	11
$\sum$	-59	196	94	44	35	113	-101	47	105	-68	-355	51
Mittel	-7,4	24,5	11,8	5,5	4,4	14,1	-12,6	5,9	13,1	-8,5	-44,4	

Tab. 10

Spätkartoffel

Statistische Maßzahlen für die einzelnen Naturräume

Naturraum	s	s_1	h	h_{10}	E	A
01/02	23,8	17,1	0,4448	4,4	177,7	0,2
03	19,6	14,5	0,5098	5,1	194,9	2,6
04	19,9	17,3	0,4381	4,4	223,3	4,7
05	18,7	15,1	0,4907	4,9	213,1	4,2
06	18,1	16,2	0,4647	4,6	228,6	5,5
07	24,8	23,1	0,3328	3,3	205,2	1,8
08	23,7	21,9	0,3545	3,5	206,5	2,2
09	23,7	21,1	0,3616	3,6	197,9	1,4
10	23,4	20,6	0,3759	3,8	201,8	2,0
11	28,0	26,1	0,2960	3,0	197,5	0,8
12	21,9	19,4	0,3899	3,9	205,0	2,4
13	27,5	25,8	0,3035	3,0	216,7	2,7
14	20,5	17,7	0,4313	4,3	201,3	2,4
15	21,3	18,0	0,4245	4,2	209,2	3,1
19	18,8	17,8	0,4245	4,2	206,6	2,9
21	18,2	14,7	0,5034	5,0	225,6	5,6
22	18,6	15,8	0,4713	4,7	209,7	3,7
23	16,8	14,3	0,5161	5,2	205,1	3,7
24	18,4	16,9	0,4448	4,4	213,6	3,8
27/28	17,2	16,5	0,4581	4,6	207,1	3,3
30	21,3	20,0	0,3829	3,8	205,0	2,3
32	20,4	15,9	0,4713	4,7	204,7	3,2
33	17,7	15,1	0,4907	4,9	206,1	3,5
34	18,2	16,4	0,4581	4,6	208,3	3,4
35	17,6	14,8	0,4971	5,0	201,9	3,2
36	14,0	11,9	0,5990	6,0	224,7	6,5
37/38	20,4	17,5	0,4313	4,3	210,5	3,4
39	23,6	21,7	0,3544	3,5	204,6	2,0
40	21,4	18,0	0,4245	4,2	206,5	2,9
52	18,9	17,1	0,4380	4,4	226,8	5,1
53	10,9	8,8	0,7498	7,5	241,1	9,6
54	13,1	11,4	0,6211	6,2	235,0	7,7
55	19,8	18,3	0,4177	4,2	214,5	3,7
57	19,4	17,5	0,4313	4,3	221,1	4,4
58	9,2	6,7	0,8664	8,7	232,0	9,9
59	9,4	6,3	0,8881	8,9	225,1	9,4
60	10,5	7,8	0,8131	8,1	212,6	7,4
62	19,3	17,0	0,4448	4,4	221,2	4,5
63	10,7	8,4	0,7659	7,7	230,1	8,7
64	19,6	18,4	0,4108	4,1	221,7	4,3
69	13,1	12,7	0,5705	5,7	217,1	5,4
70	12,5	12,3	0,5820	5,8	220,9	5,9

Tab. 11

Winterweizen

Statistische Maßzahlen für die einzelnen Naturräume

Naturraum	s	s_1	h	h_{10}	E	A
01/02	17,6	3,7	0,9935	9,9	20,3	1,7
03	10,8	5,2	0,9439	9,4	23,5	2,3
04	11,1	7,9	0,7923	7,9	26,9	1,9
05	11,8	8,7	0,7499	7,5	25,8	1,1
06	11,8	10,0	0,6827	6,8	26,0	0,5
07	9,6	6,1	0,8969	9,0	23,4	1,8
08	15,4	8,7	0,7457	7,5	24,0	0,5
09	9,7	5,5	0,9277	9,3	25,2	2,7
10	10,2	6,1	0,7768	7,8	26,9	1,8
11	12,0	8,6	0,7540	7,5	23,3	0,3
12	10,7	6,7	0,7992	8,0	27,3	2,1
13	11,3	8,9	0,7373	7,4	28,7	2,0
14	11,7	8,4	0,7660	7,7	26,5	1,5
15	11,3	6,5	0,8740	8,7	24,8	2,0
19	10,7	7,6	0,8098	8,1	28,9	2,8
21	10,4	7,1	0,8415	8,4	27,6	2,6
22	10,3	7,4	0,8230	8,2	31,6	3,7
23	9,7	7,1	0,8385	8,4	31,0	3,8
24	10,1	7,6	0,8232	8,1	26,9	2,1
27/28	11,7	8,7	0,7457	7,5	27,4	1,6
30	9,6	6,8	0,8584	8,6	29,9	3,6
32	10,6	7,9	0,7959	8,0	28,4	2,5
33	12,1	10,1	0,6778	6,8	26,2	0,6
34	9,5	7,7	0,8098	8,1	30,4	3,2
35	10,5	7,6	0,8132	8,1	27,7	2,3
36	12,3	11,2	0,6319	6,3	29,5	1,1
37/38	9,9	7,6	0,8098	8,1	31,6	3,7
39	8,7	5,2	0,9450	9,5	22,4	2,0
40	11,3	6,3	0,8904	8,9	23,1	1,6
52	11,3	10,3	0,6778	6,8	34,2	3,2
53	11,7	9,9	0,6875	6,9	30,0	1,9
54	11,6	10,0	0,6827	6,8	28,3	1,2
55	9,0	7,5	0,8198	8,2	34,0	4,5
57	7,3	5,9	0,9109	9,1	31,1	4,5
58	11,1	6,3	0,8859	8,9	26,8	2,8
59	17,5	8,7	0,7499	7,5	24,7	0,8
60	10,8	6,1	0,8990	9,0	26,9	3,0
62	12,4	9,0	0,7330	7,3	31,7	2,9
63	12,3	6,3	0,8882	8,9	25,2	2,3
64	10,7	8,1	0,7850	7,9	26,8	1,9
69	13,3	12,1	0,5935	5,9	34,0	2,2
70	13,8	13,3	0,5527	5,5	34,4	2,0

Tab. 12

Sommergerste

Statistische Maßzahlen für die einzelnen Naturräume

Naturraum	s	s_1	h	h_{10}	E	A
01/02	*)	*)	1,0000	10,0	17,3	1,8
03	12,7	6,8	0,8611	8,6	20,3	1,4
04	9,6	6,7	0,8638	8,6	22,7	2,5
05	13,6	10,5	0,6579	6,6	23,4	0,4
06	11,0	8,4	0,7660	7,7	24,6	1,9
07	8,2	5,2	0,9451	9,5	23,4	3,3
08	8,4	5,4	0,9385	9,4	23,8	3,3
09	9,0	5,9	0,9090	9,1	21,7	2,3
10	8,4	6,0	0,9031	9,0	23,2	2,7
11	10,2	7,5	0,8198	8,2	24,3	2,3
12	9,1	6,4	0,8836	8,8	24,7	3,0
13	9,0	5,3	0,9399	9,4	26,4	4,2
14	9,7	4,4	0,9762	9,8	24,2	3,9
15	10,7	6,8	0,8611	8,6	21,4	1,7
19	12,3	9,3	0,7154	7,2	27,8	2,5
21	11,6	7,9	0,7923	7,9	23,6	1,8
22	10,9	7,9	0,7959	8,0	28,7	3,6
23	8,4	4,2	0,9836	9,8	28,4	5,3
24	9,0	7,7	0,8064	8,1	24,5	2,3
27/28	8,8	4,8	0,9615	9,6	25,2	4,0
30	8,3	4,9	0,9587	9,6	26,1	4,3
32	8,5	4,6	0,9692	9,7	24,7	3,9
33	8,1	5,1	0,9488	9,5	23,3	3,3
34	5,7	4,2	0,9840	9,8	26,7	4,7
35	8,1	5,8	0,9146	9,1	24,7	3,3
36	6,9	3,9	0,9889	9,9	25,6	4,4
37/38	11,6	5,6	0,9249	9,2	28,3	4,6
39	7,9	5,6	0,9249	9,2	22,3	2,6
40	11,3	5,5	0,9328	9,3	21,7	2,5
52	6,3	3,4	0,9965	10,0	30,6	6,2
53	9,8	5,1	0,9500	9,5	25,6	4,0
54	8,0	5,4	0,9357	9,4	25,1	3,8
55	8,3	4,9	0,9596	9,6	29,6	5,5
57	8,5	6,3	0,8859	8,9	27,9	4,2
58	12,2	5,6	0,9265	9,3	23,6	3,2
59	14,1	7,0	0,8473	8,5	22,6	2,0
60	9,0	4,0	0,9872	9,9	23,1	3,6
62	9,7	6,1	0,8990	9,0	27,7	4,2
63	9,2	6,3	0,8904	8,9	23,5	2,7
64	10,6	8,8	0,7457	7,5	24,4	1,6
69	8,9	8,0	0,7887	7,9	28,1	3,3
70	8,5	8,0	0,7887	7,9	28,7	3,5

*) Jahresvarianz nicht überzufällig gegen Zufallsvarianz

Tab. 13

Hafer

Statistische Maßzahlen für die einzelnen Naturräume

Naturraum	s	s_1	h	h_{10}	E	A
01/02	20,2	8,3	0,7699	7,7	16,7	1,3
03	12,7	6,9	0,8501	8,5	19,1	2,9
04	9,6	6,0	0,9051	9,1	22,8	4,7
05	14,7	12,4	0,5763	5,8	20,6	0,7
06	10,9	8,0	0,7923	7,9	22,7	3,5
07	10,0	7,8	0,7995	8,0	19,8	2,6
08	9,6	6,1	0,8990	9,0	20,2	3,7
09	11,4	8,6	0,7580	7,6	20,4	2,3
10	8,9	6,4	0,8836	8,8	22,4	4,3
11	11,2	8,3	0,7737	7,7	19,7	2,3
12	9,8	7,0	0,8473	8,5	23,7	4,4
13	12,0	9,4	0,7109	7,1	23,8	3,0
14	11,1	8,0	0,7887	7,9	22,4	3,4
15	10,6	5,7	0,9233	9,2	19,9	3,8
19	12,5	9,4	0,7109	7,1	24,5	3,3
21	10,6	5,7	0,9216	9,2	22,3	4,6
22	11,9	9,3	0,7199	7,2	26,4	4,0
23	9,2	6,1	0,8969	9,0	27,3	6,1
24	10,6	8,9	0,7373	7,4	22,8	3,0
27/28	9,2	5,6	0,9249	9,2	24,0	5,2
30	11,4	7,9	0,7959	8,0	25,1	4,4
32	10,5	6,8	0,8584	8,6	23,4	4,4
33	8,0	5,2	0,9451	9,5	22,8	5,1
34	7,1	4,2	0,9832	9,8	27,3	6,9
35	10,0	6,6	0,8715	8,7	24,5	4,9
36	8,4	4,4	0,9780	9,8	27,4	6,9
37/38	8,2	3,4	0,9969	10,0	31,0	8,3
39	9,4	6,3	0,8882	8,9	19,8	3,5
40	10,9	6,1	0,8990	9,0	19,6	3,5
52	*)	*)	1,0000	10,0	33,9	9,3
53	7,2	2,6	0,9999	10,0	27,2	7,1
54	8,7	6,4	0,8836	8,8	25,3	5,2
55	9,5	8,5	0,7620	7,6	31,2	6,0
57	9,7	8,1	0,8906	8,9	28,2	6,3
58	8,9	4,6	0,9700	9,7	24,0	5,7
59	8,9	5,5	0,9328	9,3	22,5	4,8
60	7,5	4,6	0,9692	9,7	23,4	5,5
62	10,5	8,0	0,7923	7,9	29,4	5,7
63	9,9	6,5	0,8764	8,8	23,0	4,5
64	13,8	12,1	0,5935	5,9	24,4	2,0
69	8,5	4,1	0,9857	9,9	25,6	6,4
70	6,4	4,8	0,9615	9,6	27,1	6,6

*) Jahresvarianz nicht überzufällig gegen Zufallsvarianz

Tab. 14

Spätkartoffel

Abweichung der ertragsvariierenden Witterungsfaktoren vom Optimalbereich in Klassen (x_i), Abweichung vom Erwartungswert des Ertrages (Δ E %) und Rechengröße der Diskriminanzanalyse (X_A) für das Optimaljahr

Station	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Δ E%	X_A
Bottenweiler	0	3	2	1	1	1	0	1	+57	2485
Theissing	1	1	1	0	1	1	2	1	+44	1612
Weißenburg	1	1	0	1	0	1	0	0	+56	1641
Dillingen	0	2	0	0	2	1	0	2	+42	2361
Eschenbach	2	0	1	0	0	1	0	0	+61	863
Öhringen	1	0	2	1	0	1	0	1	+39	2432
Ansbach	1	2	4	1	1	0	1	0	+55	1337
Mergentheim	0	0	1	0	0	0	2	2	+38	1772
Hechingen	2	3	1	0	0	1	0	1	+53	2034
Kirchheim	2	2	2	1	2	1	1	1	+37	2854
Ellwangen	2	2	2	0	1	0	2	2	+57	2426
Gößweinstein	1	1	1	1	0	1	1	0	+40	1641
Neustadt/Aisch	0	0	0	0	0	0	0	0	+75	0
Hersfeld	0	0	2	1	1	2	2	1	+38	2599
Biedenkopf	2	0	4	0	1	2	1	0	+43	1262
Brilon	2	2	7	1	0	2	2	1	+41	3253
Dillenburg	2	1	3	0	1	1	2	0	+38	958
Geisenheim	2	1	4	1	0	0	2	2	+41	3246
Frankenweiler	0	1	4	1	1	3	0	0	+44	2207
Göttingen	0	1	2	1	0	2	4	1	+36	2694
Einbeck	2	1	2	1	1	2	3	1	+36	3158
Birkenfeld	1	0	2	0	0	4	0	1	+52	2714
Waldeck	0	0	0	1	0	1	1	2	+44	3086
Gießen	2	0	4	1	1	2	4	0	+38	2177
Ebsdorf	0	1	3	1	0	0	1	2	+31	2782
Erlangen	0	0	1	0	1	2	0	1	+33	1684
Geroldhofen	1	0	1	0	1	1	0	2	+29	2403
Amberg	2	0	3	1	0	0	2	0	+34	1379
Hof	0	2	1	1	2	0	2	1	+31	1991
Aachen	1	2	2	2	0	1	2	0	+33	2651
Köln	1	2	1	2	1	1	1	0	+26	2651
Lüneburg	3	3	0	0	0	0	1	2	+32	2753
Fronberg	0	0	0	0	1	0	1	2	+33	1772
Unterlüß	1	0	0	1	1	2	1	1	+26	2831
Kleve	1	3	1	1	2	2	1	1	+27	3116
Arnsberg	2	2	4	0	1	1	0	0	+28	1053
Kreuznach	2	0	4	1	3	0	3	1	+32	2265
Pirmasens	1	1	1	0	0	1	2	2	+31	2498
Eiberg	1	0	0	0	2	3	1	0	+28	1429
Regensburg	0	2	0	0	2	1	0	0	+28	589
Kissingen	0	1	1	0	0	0	0	0	+29	95
Metten	2	2	0	0	0	1	1	1	+32	1939
Ravensburg	0	3	4	0	1	0	1	2	+32	2057
Hannover	0	0	1	1	4	0	0	2	+25	2687
Celle	2	0	0	1	0	0	1	1	+26	2265
Ostinghausen	0	1	0	1	1	1	2	1	+25	2295
$\bar{x}_i$	1.0	1.1	1.7	0.6	0.8	1.0	1.2	0.9		

Tab. 15

Spätkartoffel

Abweichung der ertragsvariierenden Witterungsfaktoren vom Optimalbereich in Klassen (x_i). Abweichung vom Erwartungswert des Ertrages (Δ E %) und Rechengröße der Diskriminanzanalyse (X_B) für das Schadensjahr

Station	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	ΔE%	X_B
Ebsdorf	2	2	1	3	1	4	1	5	-53	9415
Lüchow	2	0	1	3	0	3	0	3	-44	7064
Bottenweiler	4	4	1	4	1	2	1	3	-56	8424
Erlangen	4	4	2	3	3	2	2	5	-55	9281
Geroldshofen	6	2	3	3	2	2	3	3	-54	7783
Amberg	6	3	2	3	2	0	4	5	-46	8852
Weißenburg	5	2	3	4	2	1	4	3	-51	8067
Dillingen	3	7	7	3	1	1	4	3	-51	7163
Eschenbach	4	1	2	3	1	1	4	4	-42	7711
Buchau	6	5	5	3	0	2	4	3	-45	8068
Hof	1	5	1	4	1	1	4	3	-46	7424
Ansbach	5	5	2	4	3	3	2	3	-58	9150
Hechingen	5	6	1	3	0	1	4	3	-55	7452
Kirchheim/Teck	6	4	3	3	2	2	6	4	-38	8859
Euskirchen	3	0	1	3	2	2	1	4	-53	7783
Köln	3	0	0	3	0	4	1	3	-41	7615
Lüneburg	1	2	1	2	1	3	0	4	-52	6993
Soltau	1	1	1	2	0	4	0	4	-40	7297
Gößweinstein	4	5	5	4	1	1	1	4	-59	9006
Fronberg	7	4	4	3	2	0	4	3	-44	7407
Neustadt/Aisch	9	9	9	3	2	1	2	4	-60	9631
Unterlüß	3	0	1	1	2	3	0	5	-50	7238
Kleve	9	2	1	1	1	4	1	4	-36	8333
Geisenheim	2	4	7	1	1	4	1	5	-64	7785
Weihenstephan	2	6	8	3	1	1	5	3	-39	6836
Kissingen	2	2	4	3	2	3	2	3	-38	7254
Ravensburg	5	5	1	2	1	1	6	3	-47	6522
Celle	2	2	0	1	0	3	0	5	-50	7196
Theißing	3	4	6	3	1	2	3	3	-32	7277
Öhringen	5	1	2	3	1	0	5	4	-31	7544
Mergentheim	5	3	2	3	1	3	2	4	-31	8931
Aachen	4	1	1	2	1	3	0	3	-29	6708
Brilon	2	10	6	3	1	3	1	2	-30	7128
Dillenburg	1	2	0	2	2	3	1	5	-32	7879
Mannheim	5	2	1	2	1	1	6	4	-29	7123
Regensburg	1	3	3	3	3	1	3	4	-27	7205
Göttingen	7	1	1	3	4	2	1	2	-27	7034
Birkenfeld	3	1	2	2	3	3	2	4	-25	7362
Cham	3	4	5	3	3	2	4	3	-27	7277
$\bar{x}_i$	3.9	3.2	2.7	2.7	1.4	2.1	2.4	3.6		

Tab. 16

Spätkartoffel

Abweichung der ertragsvariierenden Witterungsfaktoren vom Optimalbereich in Klassen (x_i). Abweichung vom Erwartungswert des Ertrages (Δ E %) und Rechengröße der Diskriminanzanalyse (X) von Kontrollstationen verschiedener Jahre

Station	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Δ E%	X
Lüchow	2	1	3	2	2	0	1	2	+18	4161
Buchau	1	1	1	1	1	0	2	2	+26	3014
Euskirchen	3	3	0	1	1	1	1	3	+22	4953
Soltau	2	3	1	2	0	1	1	1	+16	3864
Mannheim	3	2	1	1	1	1	0	1	+17	3086
Trier	3	1	1	0	1	4	2	1	+27	3273
Weihenstephan	1	1	0	0	1	1	1	3	+19	4299
Cham	1	0	0	1	1	1	0	1	+20	2432
Lübeck	2	2	1	1	3	1	2	2	+20	3645
Eutin	3	2	1	2	1	1	0	1	+20	4001
Kiel	2	2	1	3	0	2	1	2	+18	5969
Braunschweig	1	0	2	1	1	5	3	2	+ 1	5014
Husum	4	2	1	2	0	1	2	1	+15	4370
Schleswig	7	2	0	3	1	1	0	1	+17	5844
Bokel	2	1	1	3	0	2	0	1	+10	4988
Grambeck	2	3	1	2	2	0	1	2	+19	4351
Heide	2	2	0	4	1	0	0	0	+18	4314
Münster	0	1	1	1	1	1	2	3	+18	4067
Bremervörde	5	1	3	1	2	2	1	1	+12	3854
Nordhorn	4	2	2	1	2	0	2	2	+12	3805
Rahden	0	1	1	1	0	1	0	1	+20	2295
Ellwangen	5	4	2	3	2	3	3	3	-19	8140
Arnsberg	3	7	2	3	1	1	3	1	-21	5391
Hersfeld	3	2	3	3	2	2	2	3	-28	7087
Biedenkopf	4	7	3	3	1	0	0	0	-16	4348
Trier	1	2	4	2	2	3	2	4	-28	6993
Kreuznach	3	0	3	1	1	4	1	3	-24	5865
Pirmasens	5	1	2	1	3	3	3	3	-15	6025
Frankenweiler	5	1	2	2	1	0	4	4	-15	6629
Eiberg	7	1	4	3	2	3	4	1	-15	6547
Einbeck	4	3	3	1	1	6	2	1	-21	5408
Metten	5	4	4	3	3	0	2	2	-17	6067
Waldeck	0	2	1	2	1	2	1	5	-27	7248
Gießen	2	2	0	2	1	3	0	5	-16	8111
Lübeck	2	2	3	3	2	0	0	1	-17	4285
Eutin	1	1	0	2	3	2	1	1	-17	3978
Kiel	2	4	1	2	2	1	0	1	-19	3073
Hannover	0	2	0	2	0	3	1	4	-14	6761
Braunschweig	1	2	0	2	0	4	0	4	-13	7392
Husum	2	1	1	2	3	3	0	2	-23	5358
Schleswig	2	3	1	3	2	3	0	1	-22	5577
Bokel	5	2	2	3	2	1	1	1	-23	5380
Grambeck	5	4	1	2	1	1	1	2	-21	5541
Heide	2	2	0	2	2	3	0	2	-23	5453
Ostinghausen	5	1	1	2	1	2	0	3	-20	6142
Münster	1	2	1	2	1	2	1	3	-11	5708
Bremervörde	4	2	1	2	1	0	1	3	-12	5606
Emden	3	2	2	3	1	1	4	1	- 9	4916
Nordhorn	0	1	0	2	1	4	0	3	-12	6179
Rahden	1	2	0	2	1	2	1	2	- 1	4822
Jever	3	1	0	3	3	4	1	1	-14	6018

Tab. 17

Winterweizen

Abweichung der ertragsvariierenden Witterungsfaktoren vom Optimalbereich in Klassen (x_i), Abweichung vom Erwartungswert des Ertrages (Δ E %) und Rechengröße der Diskriminanzanalyse (X_A) für das Optimaljahr

Station	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Δ E%	X_A
Schleswig	3	1	1	0	1	3	5	+18	306
Kiel	0	2	1	1	2	2	4	+16	384
Eutin	0	0	0	0	1	3	5	+20	74
Grambeck	0	2	1	1	0	3	6	+18	369
Husum	0	1	0	0	2	3	3	+18	105
Heide	0	2	0	1	2	3	3	+23	251
Dillenburg	1	0	0	1	0	2	0	+16	192
Montabaur	1	0	1	1	0	2	0	+17	344
Steinbach	0	1	1	0	1	2	0	+23	221
Eiberg	2	1	2	0	0	0	0	+22	362
Fronrath	0	2	1	0	2	1	2	+19	233
Lüneburg	3	0	1	1	1	1	3	+23	386
Unterlüß	0	2	1	0	2	0	2	+21	214
Lüchow	3	1	1	0	2	0	3	+25	266
Düsseldorf	2	1	0	0	3	4	3	+17	185
Bocholt	0	2	0	1	2	4	2	+17	270
Fulda	0	0	1	1	0	1	0	+16	303
Schweinfurt	1	0	0	1	1	1	1	+17	190
Königshofen	3	2	0	1	0	0	2	+17	226
München	2	2	0	0	2	5	7	+18	201
Augsburg	0	0	0	1	1	4	5	+18	225
Ammerland	0	1	2	0	0	0	0	+16	318
Oberviechtach	0	2	0	0	1	6	9	+15	159
Bremervörde	3	1	0	0	0	2	2	+35	282
Königsmoor	3	2	1	0	1	1	2	+17	282
Teufelsmoor	2	1	1	0	0	2	3	+16	248
$\bar{x}_i$	1.1	1.1	0.6	0.4	1.0	2.1	2.8		

Tab. 18

Winterweizen

Abweichung der ertragsvariierenden Witterungsfaktoren vom Optimalbereich in Klassen (x_i)
Abweichung vom Erwartungswert des Ertrages (Δ E %) und Rechengröße der Diskriminanzanalyse (X_B)
für das Schadensjahr

Station	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Δ E%	X_B
Schleswig	3	2	3	2	2	4	5	-28	924
Kiel	3	2	3	2	3	3	3	-26	922
Eutin	2	2	3	2	2	5	4	-27	921
Grambeck	3	3	2	2	3	5	4	-27	822
Husum	3	2	2	3	2	4	4	-27	904
Heide	1	1	2	3	2	3	4	-25	827
Bokel	1	2	3	3	2	4	4	-26	1012
Bühne	4	3	3	2	3	10	10	-31	1091
Montabaur	3	3	2	2	1	9	10	-15	864
Platz	4	3	3	2	2	9	11	-18	1055
Roth b. Nbg.	3	3	1	3	2	12	13	-16	918
Hüll	2	2	2	2	5	12	13	-21	953
Eiberg	3	2	3	3	2	9	11	-28	1151
Gößweinstein	1	1	2	3	2	13	13	-20	1017
Pommelsbrunn	1	1	2	3	2	13	13	-16	1017
Unterlüß	3	1	2	2	1	4	5	-15	741
Ebstorf	1	1	3	2	0	3	5	-23	813
Düsseldorf	2	1	2	3	7	4	4	-28	953
Solingen	3	1	3	3	4	7	7	-24	1153
Esslohe	2	2	3	2	3	9	9	-23	1014
Lüdenscheid	3	3	2	2	3	10	9	-24	917
Waldeck	2	2	3	1	2	10	11	-18	884
Fulda	2	3	2	1	0	11	11	-21	731
Schotten	3	3	2	3	1	10	10	-18	1015
Nördlingen	2	0	2	2	3	12	12	-28	891
Augsburg	1	2	1	5	3	11	12	-32	1122
Zwiesel	3	3	2	2	7	16	16	-32	1099
$\bar{x}_i$	2.4	2.0	2.3	2.4	2.6	8.2	8.6		

Tab. 19

Winterweizen

Abweichung der ertragsvariierenden Witterungsfaktoren vom Optimalbereich in Klassen (x_i)
Abweichung vom Erwartungswert des Ertrages (Δ E %) und Rechengröße der Diskriminanzanalyse (X)
von Kontrollstationen verschiedener Jahre

Station	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Δ E%	X
Münster	0	1	1	1	2	3	2	+16	389
Osnabrück	2	2	0	0	2	3	2	+ 4	163
Bühne	0	1	1	0	1	1	1	+16	182
Platz	8	0	1	0	1	1	1	+16	364
Beerfelden	2	2	0	0	1	0	1	+ 8	89
Bamberg	1	1	2	0	4	6	2	+ 8	522
Neustadt/Aisch	3	2	2	0	5	6	3	+10	597
Roth b.Nbg.	4	3	1	1	5	6	2	+ 2	613
Hüll	1	3	1	1	3	6	7	+14	513
Gößweinstein	0	1	1	0	1	5	7	+17	278
Parsberg	1	1	1	1	2	7	9	+ 9	487
Pommelbrunn	1	0	0	1	1	5	6	+17	266
Ederechterdamm	2	1	1	0	1	2	5	+17	265
Emden	0	2	0	1	2	1	5	+18	213
Soltau	2	3	0	1	1	1	2	- 8	254
Ebsdorf	3	1	0	0	2	0	2	+17	114
Kleve	4	4	1	1	2	4	3	+ 6	538
Solingen	2	1	2	2	3	2	1	+14	715
Eslohe	2	2	3	0	1	0	2	- 7	545
Lüdenscheid	3	5	1	0	2	0	1	+17	322
Waldeck	1	1	1	1	1	0	2	+12	337
Gießen	1	2	1	0	1	2	0	+11	257
Hersfeld	3	1	0	0	1	1	1	0	116
Schotten	1	1	0	1	0	1	0	+11	187
Hauptschwenda	5	4	2	0	3	3	4	+11	578
Eppingen	3	1	1	1	2	5	5	+11	493
Mergentheim	1	4	1	1	3	5	4	+ 2	508
Murrhardt	4	3	0	2	3	7	3	+10	578
Stgt.-Hohenheim	2	1	0	2	4	6	4	+10	504
Nördlingen	4	3	1	0	5	4	9	+ 9	443
Ravensburg	4	6	2	1	2	4	4	- 3	718
Zwiesel	1	2	0	0	3	9	12	-14	272
Hof	1	1	1	0	2	4	8	+18	298
Weiden	1	2	0	1	0	6	9	+ 3	296
Gronach	1	0	1	0	2	5	7	+ 8	303
Elsdorf	1	2	0	1	2	4	2	+ 5	292

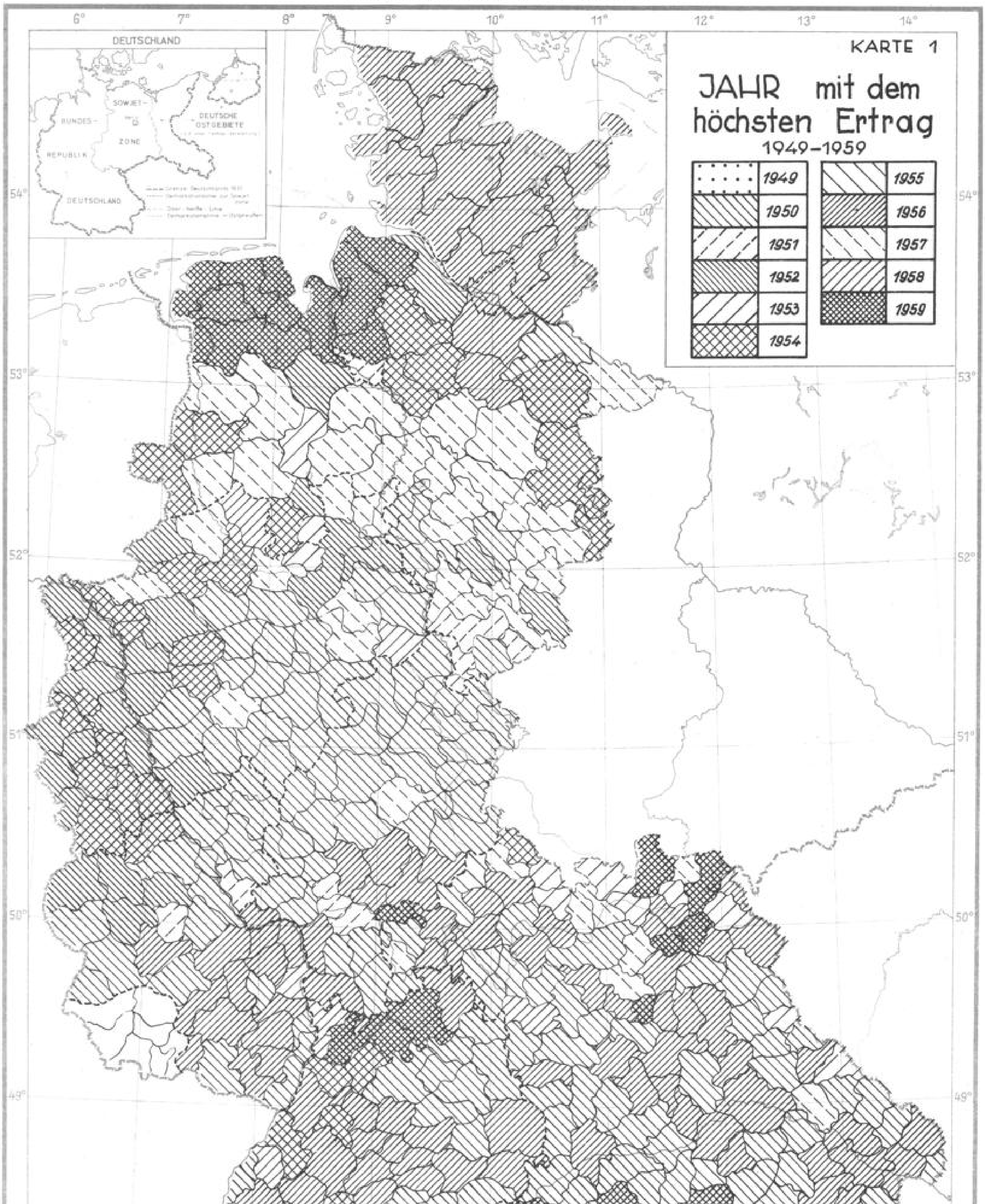
Fortsetzung nächste Seite!

Tab. 19

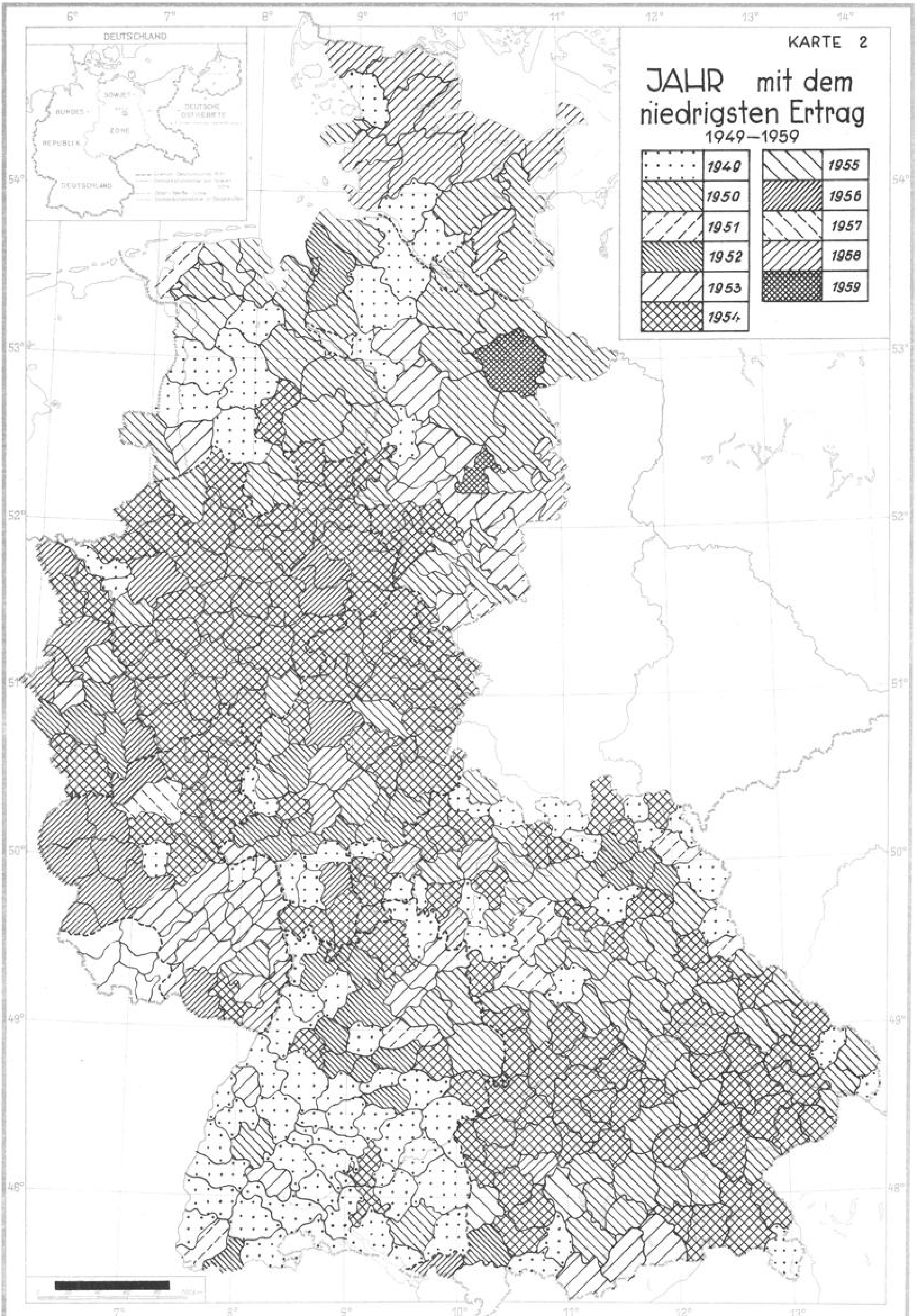
Winterweizen (Fortsetzung)

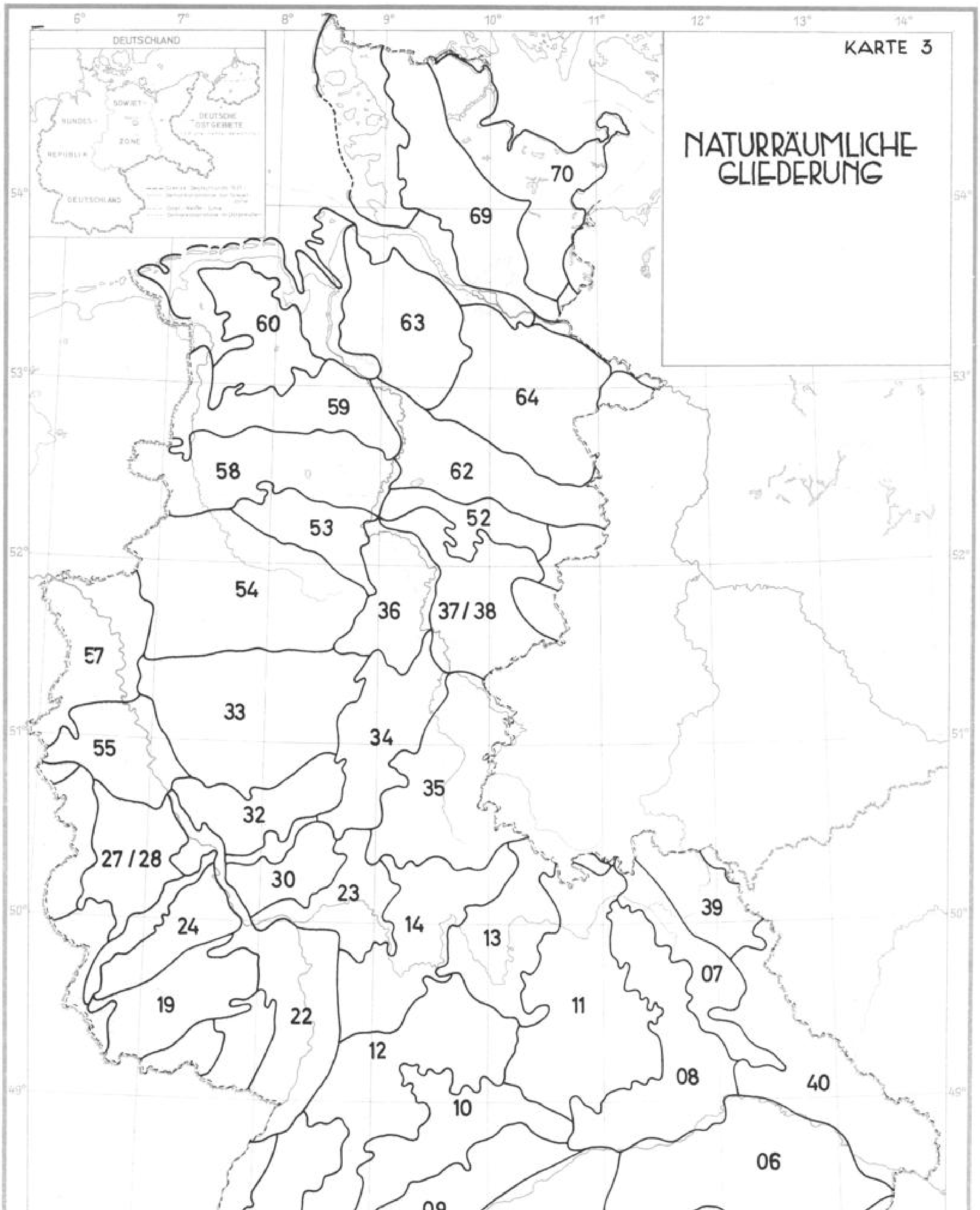
Station	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Δ E%	X
Münster	1	4	3	3	6	6	7	-16	1146
Osnabrück	2	2	2	3	5	7	9	-17	990
Dillenburg	1	0	3	2	1	8	10	-15	911
Steinbach	1	3	3	1	0	10	11	-18	842
Beerfelden	3	4	3	2	0	11	1	-11	1051
Bamberg	2	4	2	3	1	10	13	- 6	1007
Neustadt/Aisch	0	2	2	2	1	11	11	-16	822
Parsberg	1	1	2	4	4	12	15	-17	1164
Fronrath	1	2	4	2	1	5	26	- 6	1154
Ederechterdamm	2	3	1	2	2	2	2	- 8	574
Emden	1	2	2	2	2	1	1	- 8	671
Soltau	1	1	0	1	0	3	4	- 4	225
Lüchow	1	0	1	2	0	3	6	- 2	495
Kleve	1	2	2	2	6	19	5	-10	1081
Bocholt	1	2	2	3	6	5	5	-15	947
Gießen	0	2	2	1	1	9	10	-11	652
Hersfeld	3	2	2	1	0	10	11	-10	720
Hauptschwenda	1	1	4	2	2	14	14	-10	1208
Schweinfurt	1	3	1	1	1	8	10	-11	517
Königshofen	3	1	2	1	0	10	11	- 7	706
Eppingen	0	3	1	0	0	8	8	- 4	346
Mergentheim	3	1	2	2	1	9	10	- 6	836
Murrhardt	2	3	2	2	2	10	10	-17	878
Stgt.-Hohenheim	3	3	2	1	1	7	10	- 4	694
Ravensburg	0	2	1	2	3	9	9	- 3	649
Weiden	2	1	3	4	3	13	25	-16	1340
Gronach	4	4	3	2	3	14	14	-11	1181
Bremervörde	1	2	1	2	2	3	3	- 3	557
Königsmoor	1	2	2	1	2	3	4	- 7	575
Teufelsmoor	6	3	1	2	2	3	3	- 8	681
Elsdorf	3	1	1	1	3	1	21	-11	434

SPÄTKARTOFFEL



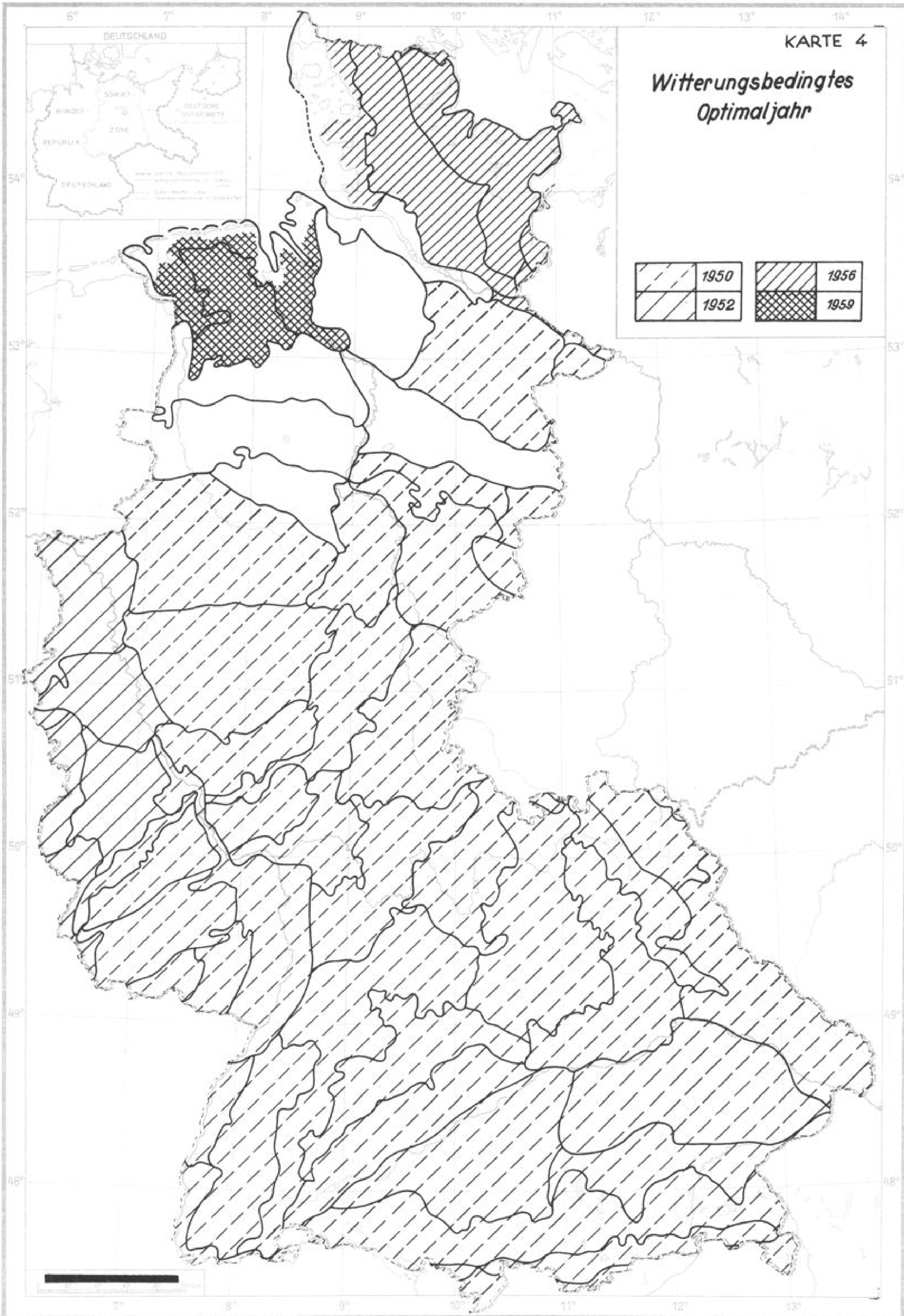
WINTERWEIZEN



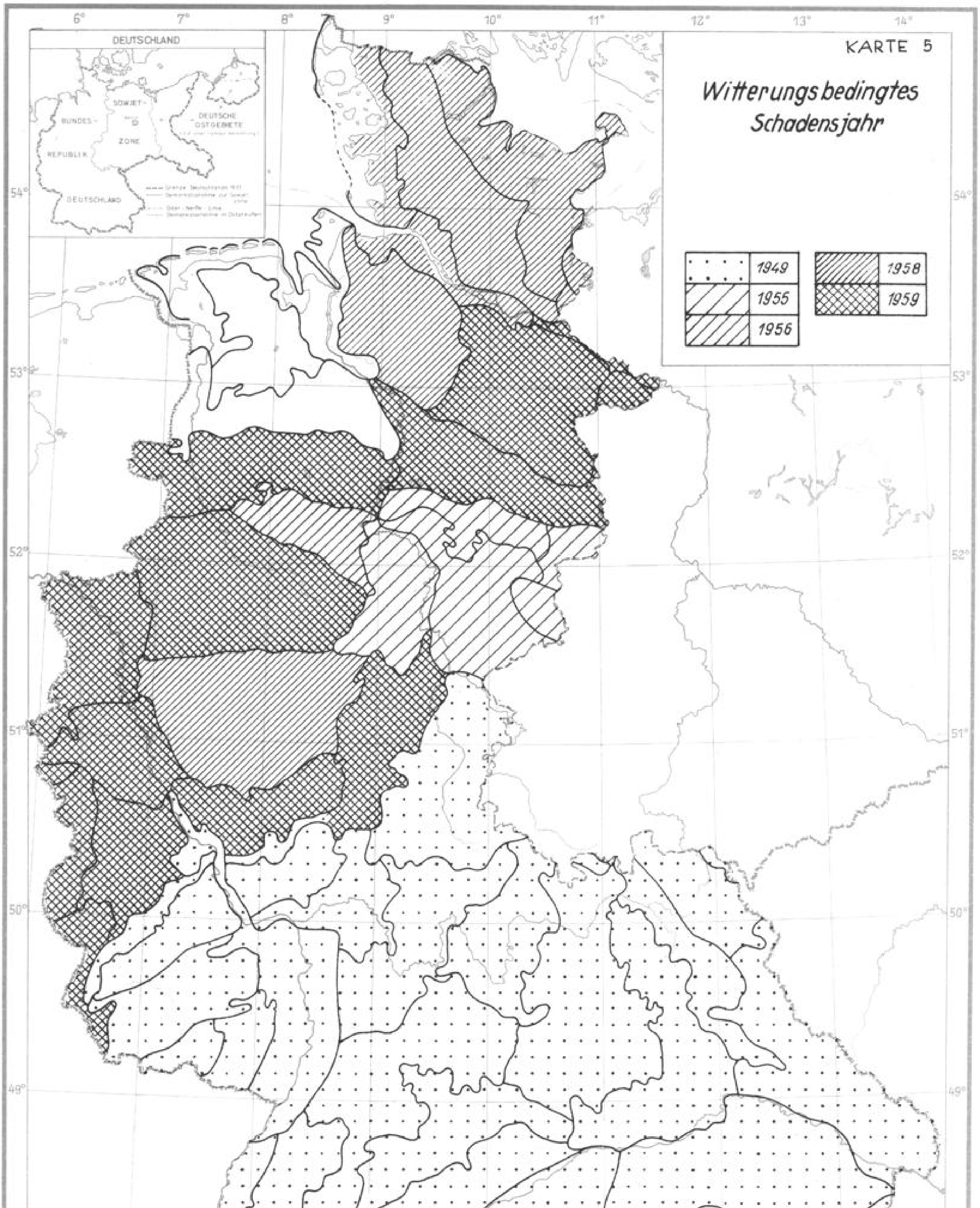


KARTE 3
NATURRÄUMLICHE GLIEDERUNG
DEUTSCHLAND
BUNDES-REPUBLIK DEUTSCHLAND
SOWJET-ZONE
DEUTSCHE OSTGEBIETE
70
69
60
63
64
59
58
62
53
52
54
36
37/38
57
33
55
34
35
32
27/28
30
23
14
13
39
24
07
19
22
11
12
08
40
10
06
09
15
04
05
21
03
01/02

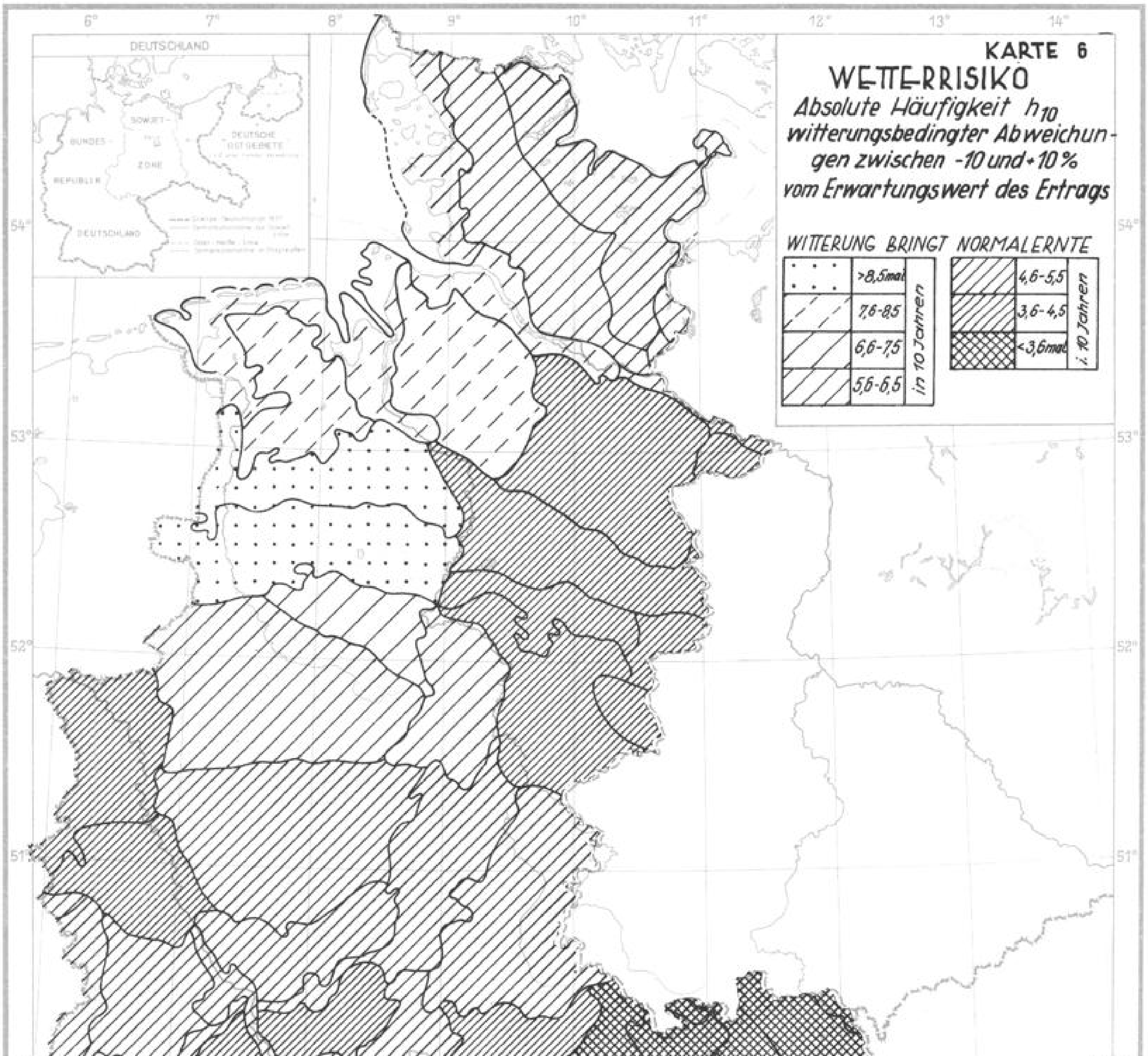
SPÄTKARTOFFEL



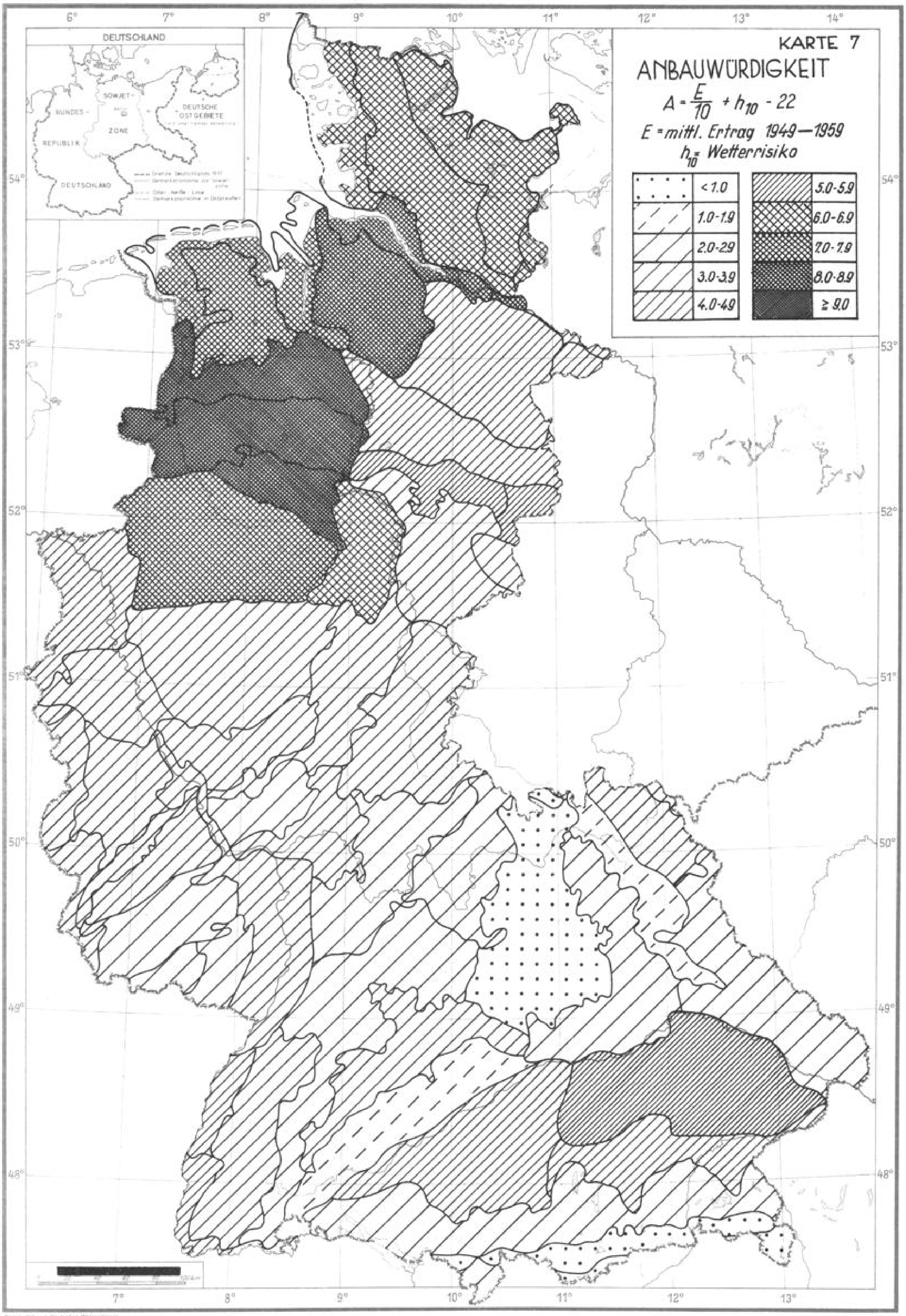
SPÄTKARTOFFEL



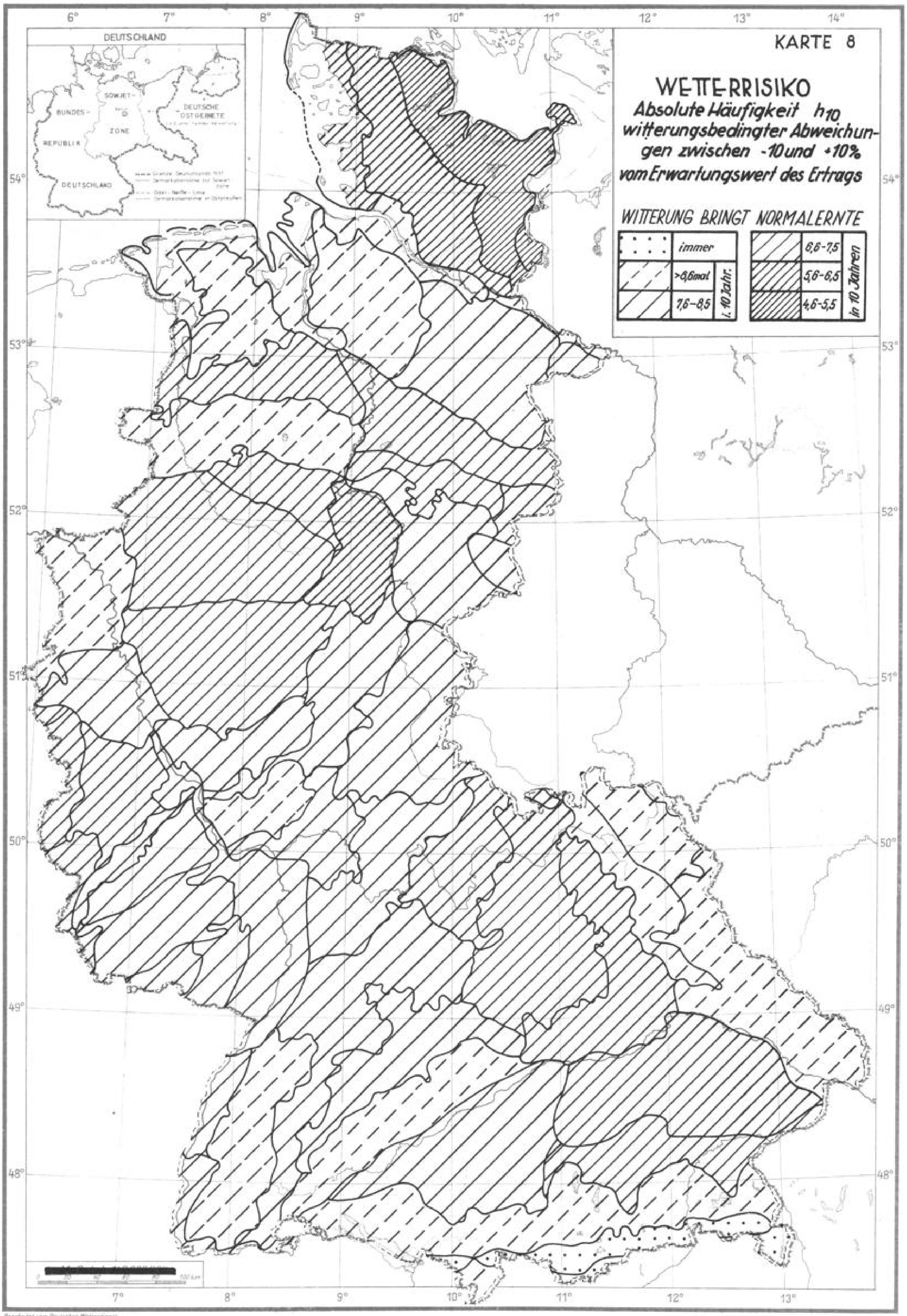
SPÄTKARTOFFEL



SPÄTKARTOFFEL

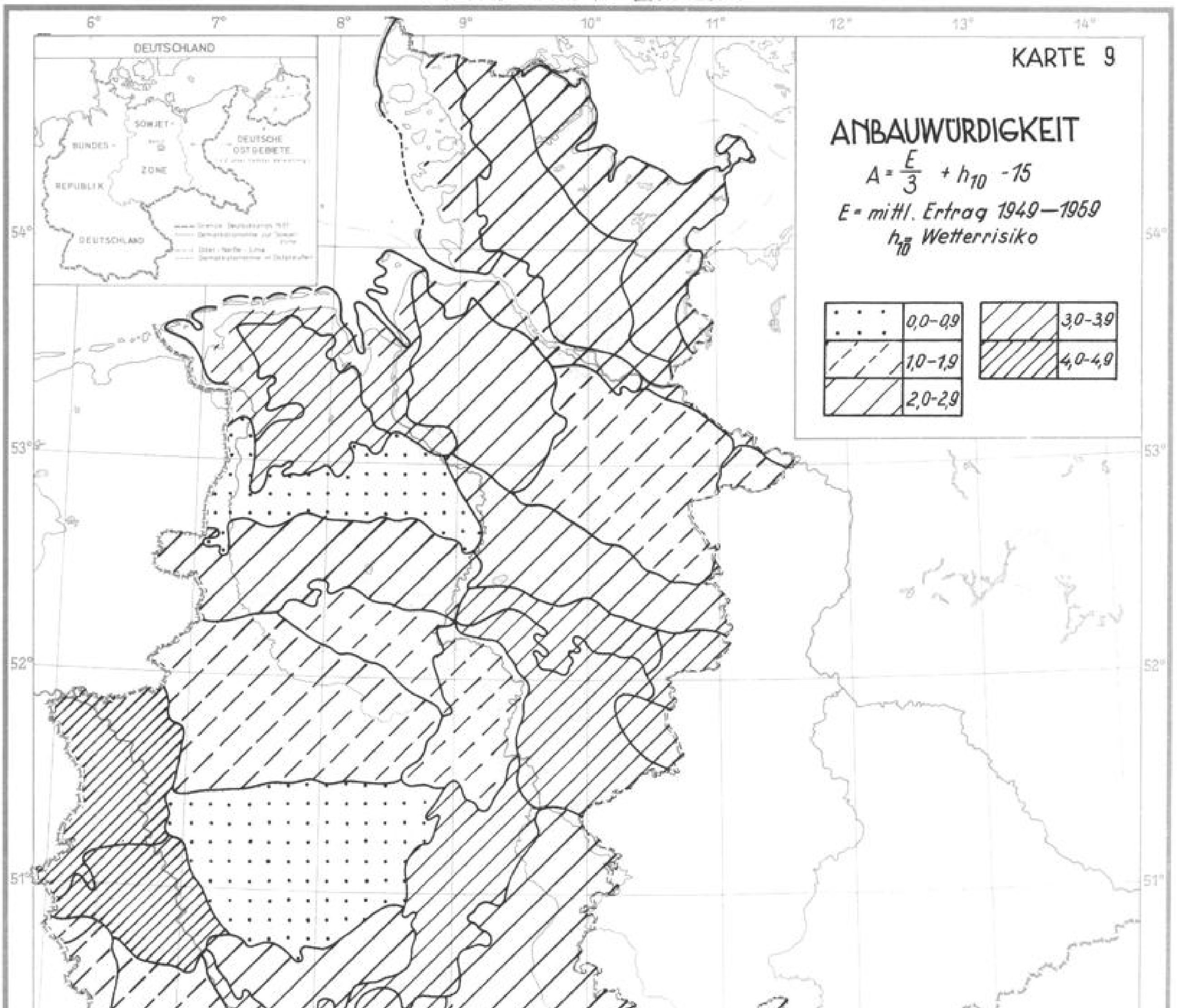


WINTERWEIZEN

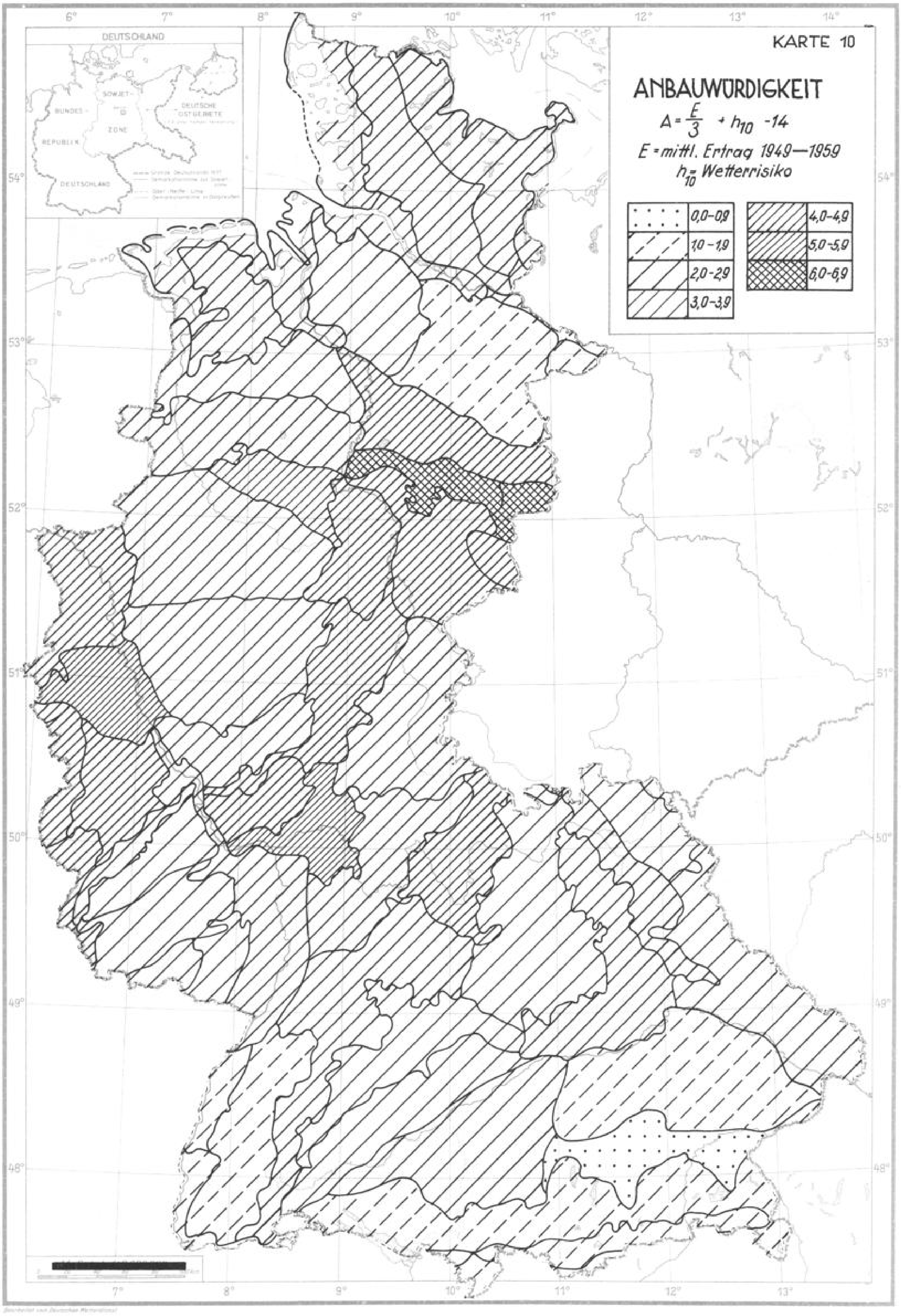


Bearbeitet vom Deutschen Wetterdienst

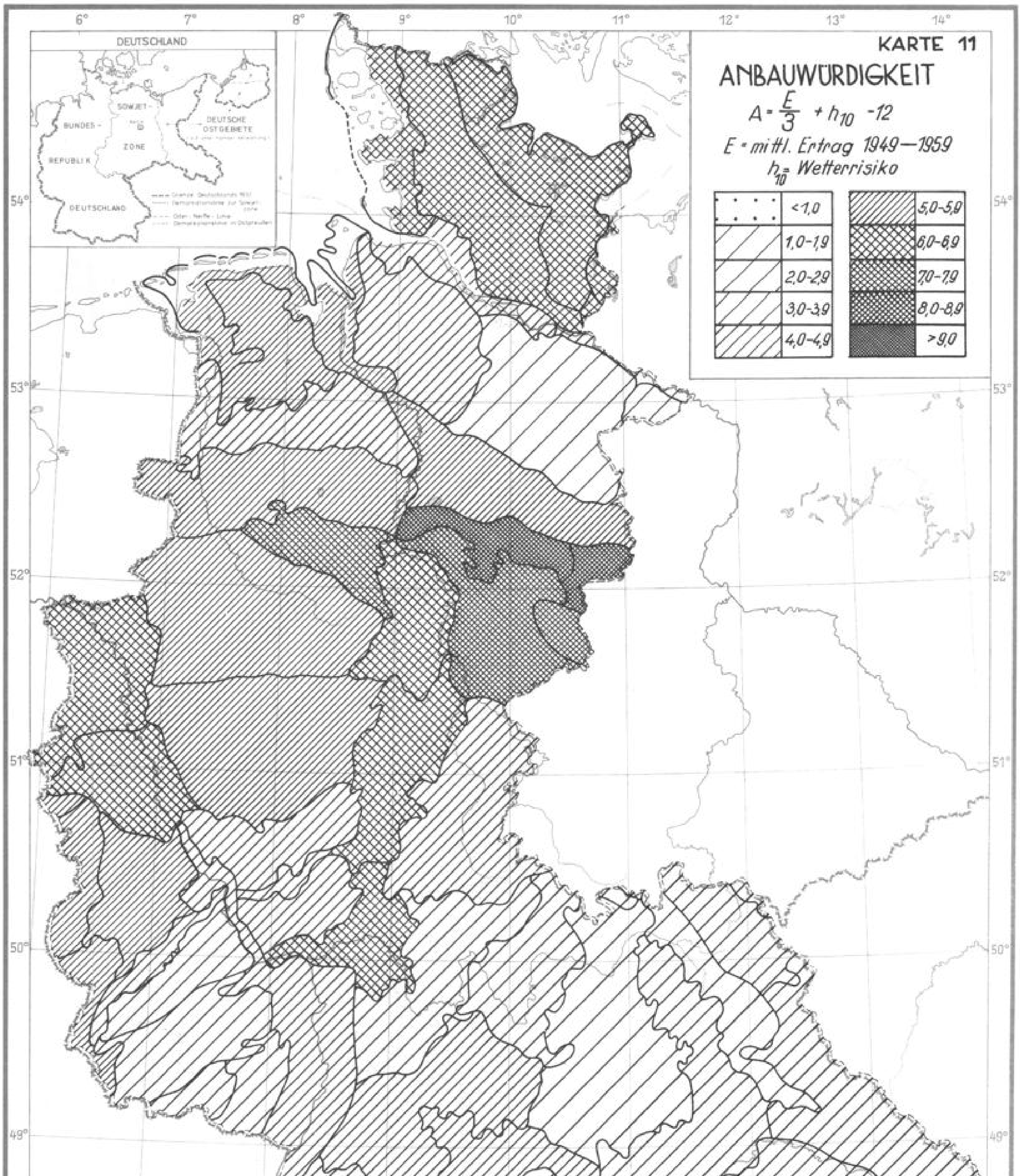
WINTERWEIZEN



SOMMERGERSTE



HAFER



KARTE 11
ANBAUWÜRDIGKEIT
$A = \frac{E}{3} + h_{10} - 12$
E = mittl. Ertrag 1949—1959
h_{10} = Wetterrisiko
< 1,0
1,0–1,9
2,0–2,9
3,0–3,9
4,0–4,9
5,0–5,9
6,0–6,9
7,0–7,9
8,0–8,9
> 9,0
DEUTSCHLAND
BUNDES-
REPUBLIK
DEUTSCHLAND
SOWJET-
ZONE
DEUTSCHE
OSTGEBIETE
6°
7°
8°
9°
10°
11°
12°
13°
14°
54°
53°
52°
51°
50°
49°
48°