

DEUTSCHER WETTERDIENST
Seewetteramt

Einzelveröffentlichungen
Nr. 61

Grundlage einer
numerischen Seegangsvorhersage
für Schelfmeere

von

Dr. Jürgen Piest



Hamburg
1968

EINZELVERÖFFENTLICHUNGEN

des Seewetteramtes

- Nr. 1 (1953): Höhe, Länge und Steilheit der Meereswellen im Nordatlantik (H. U. Roll) (vergriffen)
- Nr. 2 (1952, Nachdruck 1953): Die Nebelverhältnisse der Unterelbe im Jahrzehnt 1939-1948 (G. Hartenstein und H. Markgraf)
- Nr. 3 (1954): Die Nebelverhältnisse im Küstengebiet der Weser- und Emsmündung (P. Bintig und H. Markgraf)
- Nr. 4 (1954): Klimatologie der Nordwesteuropäischen Gewässer
Teil 1: Temperatur des Oberflächenwassers und Temperatur-Differenz Luft — Wasser (H. J. Bullig und P. Bintig)
Teil 2: Windverhältnisse (H. Markgraf und P. Bintig)
- Nr. 5 (1954): Atlas der Monatswerte von Wassertemperatur, Wind und Bewölkung auf dem Seeweg Europa—Südamerika (H. J. Bullig)
- Nr. 6 (1954): Die Größe der Meereswellen in Abhängigkeit von der Windstärke (H. U. Roll) (vergriffen)
- Nr. 7 (1955): Die vorherrschenden Winde auf dem Atlantischen Ozean im Januar und Juli nach Beobachtungen deutscher Schiffe aus dem Zeitraum 1925—1939 (H. Markgraf)
- Nr. 8 (1956): Die Meereswellen in der südlichen Nordsee (H. U. Roll)
- Nr. 9 (1956): Laderaum-Meteorologie. Vorträge auf der Arbeitstagung am 20. Juni 1956 in Hamburg (vergriffen)
- Nr. 10 (1956): Klimatologie der Nordwesteuropäischen Gewässer
Teil 3: Lufttemperatur, Bewölkung, Niederschlag, Nebel.
Tabellen-Anhang zu den Teilen 1 bis 3 (H. Markgraf u. P. Bintig)
- Nr. 11 (1956): Beiträge zur Klimakunde Südwest-Arabiens. Das Klima von Sana. Das Klima von Jemen (C. Rathjens sen., C. Rathjens jun., E. Samlenski und G. Kerner)
- Nr. 12 (1957): Sturmwetterlagen bei Island 1950—1954 (H. O. Mertins)
- Nr. 13 (1957): Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1953
- Nr. 14 (1957): Nebel in der Deutschen Bucht
A: Das Nebelvorkommen bei den Feuerschiffen (P. Bintig)
B: Synoptisch-aerologische Untersuchungen verbreiteter Dauernebel der südlichen Nordsee (H. Markgraf)
- Nr. 15 (1957): Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1954
- Nr. 16 (1958): Zur Niederschlagsmessung auf See: Ergebnisse von Vergleichsmessungen auf Feuerschiffen und benachbarten Inseln (H. U. Roll)
- Nr. 17 (1958): Statistik der Meereswellen in der Nordsee (O. Petri)
- Nr. 18 (1958): Die winderzeugten Meereswellen. Teil I: Beobachtungen des Seeganges und Ermittlung der Windsee aus den Windverhältnissen (H. Walden).
Heft 1: Text; Heft 2: Abbildungen
- Nr. 19 (1958): Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1955
- Nr. 20 (1959): Statistisch-synoptische Untersuchung über das Verhalten von Tiefdruckgebieten im Bereich von Grönland (H. Walden)
- Nr. 21 (1959): Zur Theorie der Verdunstung der natürlichen Erdoberfläche (W. Brogmus)
- Nr. 22 (1959): Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1956
- Nr. 23 (1959): Hamburger Wetterdaten für das Bauwesen (R. Reidat)
- Nr. 24 (1960): 1. Über die Entwicklung von Beschleunigungsschreibern für Seegangsmessungen. — 2. Ein einfaches Verfahren für den kraftschlüssigen Antrieb von Registriertrommeln, insbesondere zur Verhütung von Schriebstörungen bei meteorologischen Registrierungen auf Schiffen (A. Lang)
- Nr. 25 (1960): Die vorherrschenden Winde auf dem Atlantischen Ozean im April und Oktober (H. Markgraf)
- Nr. 26 (1960): Der Seegang bei den Feuerschiffen „Flensburg“, „Kiel“ und „Fehmarnbelt“ (H. Walden)
- Nr. 27 (1960): Ergebnisse der 3. Laderaum-meteorologischen Forschungsfahrt auf TS „Düsseldorf“ an die Westküste Südamerikas, 1958 (E. Höller)
- Nr. 28 (1960): Beiträge zur Meteorologie Mittelamerikas (insbesondere El Salvadors) (W. H. Portig)
- Nr. 29 (1961): Klimatologie des Mittelmeeres. Teil 1: Windkarten (H. Markgraf)
- Nr. 30 (1961): Vergleichsmessungen des Seeganges mit verschiedenen Meßgeräten und ihre Auswertung (H. Walden u. J. Piest)
- Nr. 31 (1961): Die Luft- u. Wassertemperaturen auf den Fischfangplätzen bei Island (H. U. Roll)
- Nr. 32 (1961): Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1957
- Nr. 33 (1962): Einige Methoden und Probleme aus dem Bereich der Maritimen Klimatologie (H. Markgraf)
- Nr. 34 (1962) Über den Geländeeinfluß auf Windrichtung und Windgeschwindigkeit im Raum Hamburg (E. Franken)

DEUTSCHER WETTERDIENST
Seewetteramt

Einzelveröffentlichungen
Nr. 61

Grundlage einer
numerischen Seegangsvorhersage
für Schelfmeere

von
Dr. Jürgen Piest

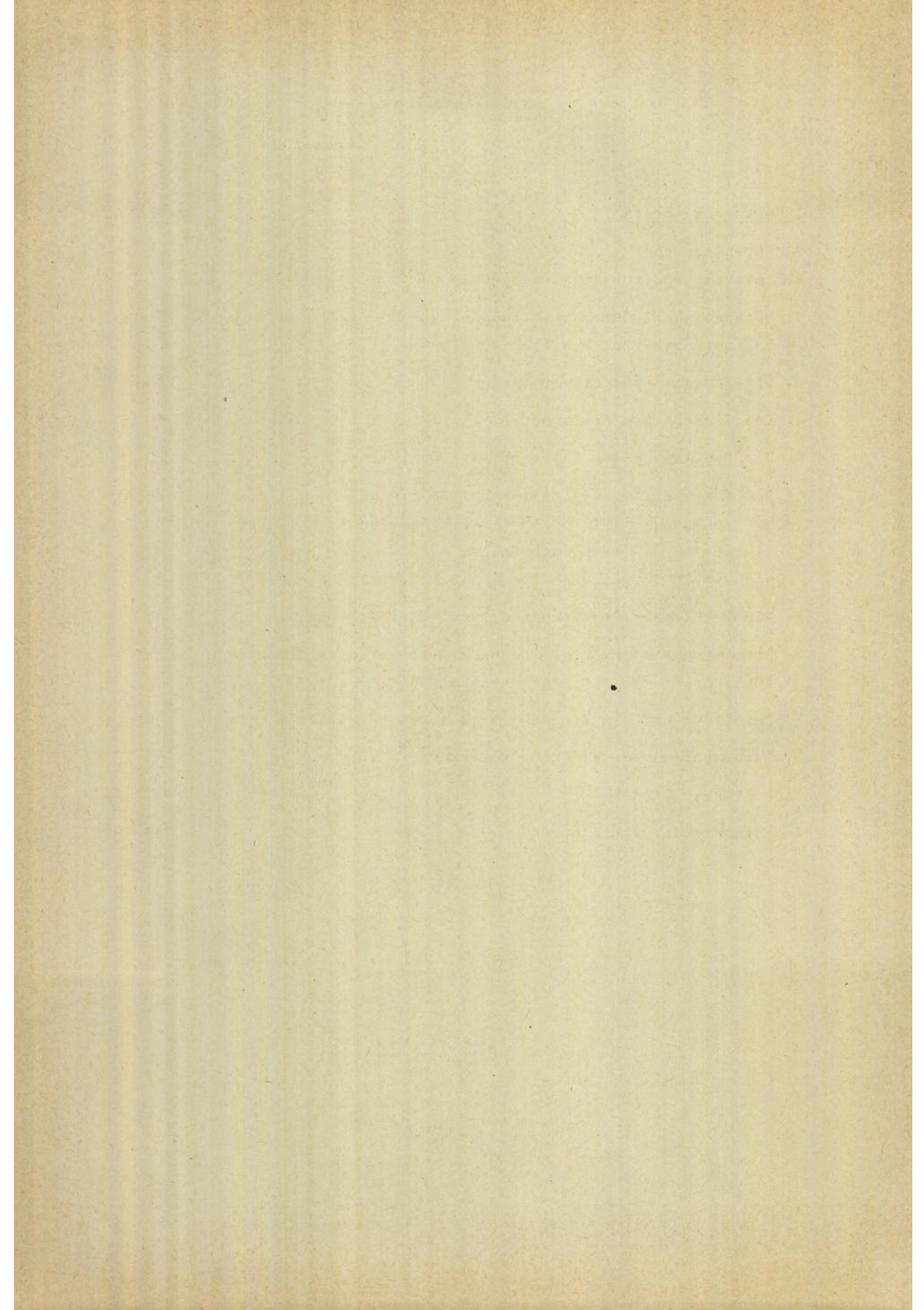


Hamburg
1968

Wetteramt München
Handbücher Nr. 4683

Wetter in ...
Hamburg ...

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	<u>Seite</u>
Zusammenfassung	5
Verzeichnis der verwendeten Symbole	6
1. Notwendigkeit der Entwicklung eines Bestimmungsverfahrens für Schelfmeere	9
2. Die Energietransportgleichung	14
3. Das dissipative Wellenmodell	16
4. Die Bestimmung der Energiebilanzfunktion	20
4.1 Energiebilanz im tiefen und im flachen Meer	20
4.2 Abhängigkeit der Tiefwasser-Bilanzfunktion f_1 von der Laufrichtung der Wellen	21
4.3 Das Skalarspektrum für andauerbegrenzte Windsee	26
5. Die Bestimmung des Scheinreibungs-Koeffizienten	32
6. Die Energietransportgleichung als Vorhersagegleichung für Schelfmeere mit nicht-ebenem Boden	37
7. Anwendung auf ein einfach gestaltetes Modellmeer	40
8. Zusammenfassung und Schlußbemerkung	45
Literaturverzeichnis	47
Verzeichnis der Abbildungen	49



Zusammenfassung

Bestimmungsverfahren für Seegang in Schelfmeeren müssen den besonderen Eigenschaften des Flachwasserseegangs angepaßt sein. Eingehende Untersuchungen ergaben insbesondere die Notwendigkeit, das Richtungsspektrum des Seegangs, die Energiedissipation und die Refraktion zu berücksichtigen. Es wird die Ableitung einer Energietransportgleichung für Seegang beschrieben. Die Bestimmung der darin auftretenden Energiebilanzfunktion beruht auf systematischer Auswertung von Seegangsbeobachtungen. Die Gleichung wird zunächst zur Berechnung der Scheinzähigkeit auf empirischer Basis benutzt. Schließlich wird ein Formelsystem zur numerischen Bestimmung des Seegangs entwickelt, das insbesondere für Schelfmeere mit nicht-ebenem Boden geeignet ist. Ergebnisse der Anwendung auf ein einfach gestaltetes Modellmeer werden mitgeteilt.

Verzeichnis der verwendeten Symbole

a	Wellenamplitude
A	Koeffizienten in partieller Energietransportgleichung.
B	Beim Differenzenverfahren mit Indizes i, r, s
c	Konstante in der Formel für die Tiefwasser-Bilanzfunktion
c_1	
c_2	Konstante in der Formel für das Skalarspektrum
c_3	
c_4	Konstante bei der Bestimmung des Skalarspektrums
c_H	Koeffizient in der Formel für die kennzeichnende Wellenhöhe
E	Richtungsspektrum; auf die Wellenperiode und -Laufrichtung bezogene spektrale Intensitätsdichte. Mit Indizes x, y, α , t: Partielle Ableitungen nach den betreffenden Variablen. Mit Indizes i, r, s, l, n: E-Werte an diskreten Stellen der unabhängigen Variablen beim Differenzenverfahren
E_a	Richtungsspektrum andauerbegrenzter Windsee
E_g	Richtungsspektrum ausgereifter Windsee im flachen Meer
f	Energiebilanzfunktion
f_1	Tiefwasseranteil der Funktion f. Mit Indizes i, r, s, l, n: f_1 -Werte an diskreten Stellen der unabhängigen Variablen beim Differenzenverfahren
f_2	Flachwasseranteil der Funktion f. Mit Indizes i, r, s: f_2 -Werte an diskreten Stellen der unabhängigen Variablen beim Differenzenverfahren
g	Schwerebeschleunigung
h	Wassertiefe. Mit Indizes x, y: Partielle Ableitungen. Mit Indizes r, s: h-Werte an diskreten Stellen der unabhängigen Variablen beim Differenzenverfahren

$H_{1/3}$	Kennzeichnende Wellenhöhe
i	Index, bezeichnet diskrete Werte der Wellenperiode T
k	Wellenzahl
k_1 k_2	Zwischengrößen bei der Bestimmung des Skalarspektrums
l	Index, bezeichnet diskrete Werte der Laufrichtung
m_μ	Spektralmoment der Ordnung μ
n	Index, bezeichnet diskrete Werte der Zeit t
p	Zwischengröße bei der Bestimmung der Tiefwasser-Bilanzfunktion
r s	Indizes, bezeichnen diskrete Werte der Koordinaten x, y
t	Zeit
T	Wellenperiode
$T_{1/3}$	kennzeichnende Wellenperiode
u	Funktion bei der Bestimmung des Skalarspektrums
U	Windgeschwindigkeit
v	Gruppengeschwindigkeit. Mit Indizes i, r, s : v -Werte an diskreten Stellen der unabhängigen Variablen beim Differenzenverfahren
w	Zwischengröße bei der Bestimmung der Tiefwasser-Bilanzfunktion
x y	Oberflächenkoordinaten
z	Zwischengröße bei der Bestimmung des Skalarspektrums
α	Winkel der Wellenlaufrichtung
$\bar{\alpha}$	Mittlerer Laufrichtungswinkel

β	Windrichtung
γ)	Konstanten bei der Bestimmung des Skalarspektrums
δ)	
ΔE	E-Differenz beim Differenzenverfahren
Δ_x^E)	Differenzen-Quotienten beim Differenzenverfahren
Δ_y^E)	
Δ_α^E)	
Δ_x^h)	
Δ_y^h)	
Δx)	Maschenweiten x, y, t, α
Δy)	
Δt)	
$\Delta \alpha$)	
ϵ	Konstante bei der Bestimmung des Skalarspektrums
ϑ	Betrag der Differenz $\alpha - \beta$
κ	Dimensionskonstante
μ	Index, bezeichnet die Ordnung des Spektralmomentes
ν	Scheinzähigkeit
ρ	Konstante bei der Bestimmung des Skalarspektrums
ϕ	Skalarspektrum
ϕ_R	Skalarspektrum ausgereifter Windsee
ψ	Winkelfaktor in der Formel für das Spektrum der Windsee
ω	Kreisfrequenz
∇	Nabla-Operator

1. Notwendigkeit der Entwicklung eines Bestimmungsverfahrens für Schelfmeere

Die heute bekannten Verfahren zur Seegangsbestimmung wurden fast ausnahmslos unter Benutzung von Beobachtungen ozeanischen Seegangs entwickelt. Sie versagen infolgedessen mehr oder weniger bei der Anwendung auf Schelfmeere. Man versucht deshalb, durch geeignete Abänderungen des Verfahrens den besonderen Eigenschaften des Schelfmeerseegangs, insbesondere den im flachen Meer auftretenden dissipativen Kräften und den Refraktionsvorgängen, Rechnung zu tragen. Eine bekannte, so entstandene Methode stammt von C.L. Bretschneider und R.O. Reid (1954). Sie beruht auf der Annahme, daß man den Seegang als periodische Bewegung auffassen kann. Für die durch Bodenreibung und Perkolation bedingten dissipativen Kräfte werden mathematische Ausdrücke erhalten, die als nichtlineare Zusatzterme in die Bewegungsgleichungen eingehen. Die Berechnungsmethode ist daher nicht ohne weiteres auf ein Bestimmungsverfahren übertragbar, dessen Grundlage das Seegangsspektrum ist. Wie aus weiter unten angestellten Betrachtungen hervorgeht (vgl. die Erläuterungen zu Punkt c)), ist jedoch die spektrale Betrachtungsweise für die Schelfmeer-Seegangsbestimmung zwingend erforderlich. Daher konnte an die Ergebnisse der zitierten Veröffentlichung nicht angeschlossen werden. - In jüngster Zeit sind mehrere russische Verfahren veröffentlicht worden, die sich auf empirische Schelfmeer-Seegangsdaten und zusätzlich aufgestellte Arbeitshypothesen gründen.

In einer früheren Schrift hat der Verfasser ein Bestimmungsverfahren für ozeanischen Seegang vorgelegt (J. Piest (1964)), das durch folgende, zunächst stichwortartig notierte Eigenschaften gekennzeichnet ist:

- a) Physikalische Grundlage: "Klassisches" Wellenmodell
- b) Statistische Grundlage: Seegangsspektrum
- c) Keine Berücksichtigung der Richtungsverteilung
- d) Halbempirische Energiebilanz Atmosphäre - Hydrosphäre

- e) Keine Dissipation
- f) Nicht-lineare Vorgänge: Durch Arbeitshypothese berücksichtigt
- g) Keine Refraktion
- h) Bestimmungsmethode: Graphisch

Es bestand die Aufgabe, zu prüfen, ob das Verfahren auf Schelfmeere (z.B. Nord- und Ostsee) angewendet werden kann. Im Verlauf der Untersuchungen stellte sich heraus, daß einige wesentliche Eigenschaften des Verfahrens für diese Anwendung nicht realistisch sind. Dies wird teils dadurch deutlich, daß bestimmte charakteristische Eigenschaften des Schelfmeerseegangs mit dem Verfahren prinzipiell nicht erfaßbar sind, teils, daß die Ergebnisse der Anwendungen unrealistisch sind. Es war daher notwendig, das Verfahren weitgehend neu zu konzipieren.

Zu den oben unter a bis h genannten Merkmalen des Verfahrens wird nachfolgend ausgeführt: Das statistische Konzept des Seegangsspektrums (b)) ist heute allgemein anerkannt und wird daher beibehalten; vergleiche aber c). Das Konzept ist in der bisher angewendeten Form mathematisch nur dann korrekt, wenn die einzelnen spektralen Komponenten im Seegang einander nicht beeinflussen; d.h. wenn die Seegangsbewegung durch die linearisierten hydrodynamischen Grundgleichungen hinreichend genau beschrieben wird; vergleiche dazu f). - Die Theorie der Seegangsanfachung hat bisher noch nicht ein Stadium erreicht, das eine praktische Anwendung erlauben würde. Die Energiebilanz Atmosphäre - Hydrosphäre wird daher auch in dem hier vorgelegten Verfahren auf halbempirische Weise bestimmt (d)). Seegangsmessungen auf hoher See liegen bis heute nur in spärlicher Zahl vor. Die Auswertung solcher Messungen kann daher nur der Ermittlung bestimmter Grundeigenschaften des Spektrums dienen; vergleiche dazu Abschnitt 4.3. Darüber hinaus wurden wie vorher systematisch ausgewertete Seegangsbeobachtungen als empirische Unterlage benutzt. Hinsichtlich der übrigen

Merkmale waren Abänderungen vorzunehmen, die im folgenden begründet werden.

Zu a) und e):

Die Frage, welches physikalische Wellenmodell dem Verfahren zugrunde gelegt werden soll, ist eng verknüpft mit dem Problem der Berücksichtigung der Dissipationseffekte. Dazu ist die Feststellung von Bedeutung, daß der Seegang in der Deutschen Bucht bei Winden aus West bis Nord deutlich energieärmer ist als ozeanischer Seegang bei vergleichbaren Windstärken und Windstreichlängen (J. Piest (1964)). Die Vermutung liegt nahe, daß in Schelfmeeren durch den Einfluß des Meeresbodens eine zusätzliche Energiedissipation auftritt. Es ist z.Zt. nicht möglich, zu prüfen, ob auch die Energiebilanz Atmosphäre - Hydrosphäre gegenüber ozeanischen Verhältnissen verändert ist. Daher wird versucht, die Gesamt-Energiebilanz des Schelfmeerseegangs mit Hilfe der Annahme zu beschreiben, daß die Bilanz Atmosphäre - Hydrosphäre gegenüber dem Ozean nicht verändert ist, aber im Schelfmeer eine zusätzliche Energiedissipation auftritt. Das klassische dissipationfreie Wellenmodell muß somit durch ein Modell ersetzt werden, das sich auf die Navier-Stokes'schen-Gleichungen gründet. In der Theorie der ozeanischen Strömungen hat man die Dissipationsvorgänge mit Erfolg dadurch zu erfassen versucht, daß man die kinematische Reibungskonstante durch einen empirisch zu bestimmenden Austauschkoefizienten, die sog. Scheinzähigkeit, ersetzte. Dem liegt die Annahme zugrunde, daß der turbulente Reibungsmechanismus auf diese einfache Weise beschrieben werden kann. Beim Schelfmeerseegang spricht die Existenz einer festen unteren Begrenzung des Mediums gegen diese Annahme; zumindest gegen die Konstanz der Scheinzähigkeit. Da eine praktisch verwendbare Theorie der Seegangdissipation bis heute nicht existiert, soll die zuvor beschriebene Hypothese dennoch hier eingeführt werden. Das dem Verfahren nunmehr zugrundezulegende Wellenmodell wird in Abschnitt 3 besprochen. - Die Perkolation (Sickerbewegung im permeablen Meeresboden) ist ein weiterer im Schelfmeer wirksamer dissipativer

Prozeß. Nach derzeitiger Kenntnis handelt es sich um einen wesentlich nichtlinearen Vorgang. Eine Berücksichtigung in dem hier vorgelegten Verfahren erscheint daher nicht sinnvoll (vgl. f)).

Zu c):

Der Seegang kann durch das Skalarspektrum allein nicht ausreichend beschrieben werden. Daher soll in dem hier vorgelegten Verfahren die Richtungsverteilung des Seegangs berücksichtigt werden. Damit wird es möglich, die Variationen von Wind- und Seegangsfeld senkrecht zur Hauptwindrichtung zu berücksichtigen; das ist insbesondere bei begrenzten Meeren mit unregelmäßigem Küstenprofil erforderlich. Zwingend notwendig wird die Kenntnis der Richtungsverteilung, wenn Refraktionserscheinungen berücksichtigt werden sollen; vergleiche g).

Zu f):

Nichtlineare Vorgänge im ozeanischen Seegang werden vor allem dann wesentlich, wenn Dünung erneut unter Windeinfluß gerät (vergleiche aber auch die Schlußbemerkung zu a) und e)). Dieser Effekt tritt in Schelfmeeren zurück gegenüber der Energiedissipation und den Vorgängen beim Auflaufen des Seegangs auf flaches Wasser. Die hier bedeutsamen nichtlinearen Wechselwirkungen sind bis heute fast unbekannt. Es erscheint zweckmäßig und konsequent, dem hier vorgelegten Bestimmungsverfahren solange ein vollständig lineares Modell des Seegangs und der Seegangsanfächung zugrunde zu legen, als nicht eine praktisch anwendbare Theorie und zuverlässige, zu ihrer Prüfung geeignete Messungen vorliegen.

Zu g):

In einem Schelfmeer mit sehr komplexer Bodentopographie und unregelmäßigem Küstenverlauf ist die Berücksichtigung der Refraktionserscheinungen unbedingt erforderlich. Aus der Sicht der praktischen Seegangsbestimmung ist dies der einschneidendste Un-

terschied des Schelfmeerseegangs gegenüber demjenigen der Tiefsee. Es waren eingehende Überlegungen anzustellen, auf welche Weise die Refraktionsvorgänge berechnet werden sollen. Sie führten zur Entwicklung eines Verfahrens, das in Abschnitt 6 beschrieben und begründet wird. Abschnitt 7 erläutert die Anwendung auf einen einfachen Spezialfall.

Zu h):

Die Seegangsbestimmung gestaltet sich besonders durch die Dissipations- und Refraktionserscheinungen im Schelfmeer bedeutend komplizierter als in der Tiefsee. Die Berücksichtigung aller zuvor erwähnten Gesetzmäßigkeiten ist mit Hilfe graphischer Methoden nicht mehr möglich. Daher wurde beschlossen, statt dessen ein numerisches Verfahren zu entwickeln. Zur Durchführung praktischer Seegangsbestimmungen wird ein elektronischer Rechner mittlerer bis oberer Größenordnung benötigt.

Die nachfolgend mitgeteilten Unterlagen erlauben es, Rechenprogramme zu erstellen, die für einen weiten Bereich von Variationsmöglichkeiten sowohl im Schelfmeer als auch in der Tiefsee anwendbar sind. In Gezeitenmeeren wird es notwendig werden, auch Meeresströmungen in die Rechnung einzubeziehen. Auf der anderen Seite werden die Bestimmungsverfahren für die praktische Anwendung zu kompliziert. Sobald alle wesentlichen Effekte bekannt und in ihrer Zusammenwirkung erforscht sind, muß versucht werden, einfachere Verfahren abzuleiten, die den Genauigkeitsansprüchen der Praxis genügen.

Nicht berücksichtigt wurden bisher Brandungserscheinungen. Die Brandung stellt einen zwar durch Seegang induzierten, aber physikalisch wesentlich anders gearteten hydrosphärischen Bewegungsvorgang dar. Die Brandungsforschung ist über das Anfangsstadium bisher nicht hinausgekommen; eine praktische Anwendung der Ergebnisse ist keinesfalls denkbar. Das hier vorgelegte Verfahren darf

nur bis in das Vorfeld der Brandungszone hinein angewendet werden. Bei der praktischen Anwendung des Verfahrens ist in diesem Sinne sorgfältig darauf zu achten, ob die erhaltene Lösung noch realistisch ist.

2. Die Energietransportgleichung

Grundlage des Bestimmungsverfahrens ist ein hydrodynamisches Modell der Oberflächenwellen. Das in dem hier vorgelegten Verfahren benutzte Modell wird in Abschnitt 3 besprochen. Hier sei vorweggenommen, daß das Modell zweidimensional (eine vertikale und eine horizontale Koordinate) und streng periodisch in der Horizontalen ist. Es stellt eine Lösung der linearisierten hydrodynamischen Bewegungsgleichungen dar. Die Linearisierung ist von Bedeutung, da unter dieser Voraussetzung die Überlagerung beliebig vieler Wellen mit verschiedenen Frequenzen und Laufrichtungen, denen je eine bestimmte Amplitude und Phase zugeordnet ist, ebenfalls eine Lösung darstellt. In der spektralen Theorie des winderzeugten Seegangs wird heute allgemein - siehe z.B. W.J. Pierson jr. (1955) - ein kontinuierliches Perioden- und Richtungsspektrum mit statistisch verteilten Phasen angenommen. Danach wird der Seegang an jedem Punkt der Meeresoberfläche (beschrieben durch die Oberflächenkoordinaten x, y) und zu jedem Zeitpunkt t durch die spektrale Intensitätsdichte beschrieben, die auf die Einheit der Merkmale der Einzelwellen (Frequenz, Laufrichtung) bezogen wird und der im Seegang enthaltenen mechanischen Energie direkt proportional ist. Aus diesem Grunde werden im folgenden die Worte "Intensität" und "Energie" gelegentlich im gleichen Sinne benutzt.

Wie in J. Piest (1964) wird statt der Frequenz die Periode T als Merkmal gewählt. Dies erscheint zweckmäßig, weil bei dem verwendeten Verfahren die Qualität der Seegangsbestimmung stets in demjenigen Spektralbereich am besten ist, der den zahlenmäßig größten Werten des zugrunde gelegten Merkmals entspricht. Bei Verwen-

dung von T als Merkmal erhält man also besonders gute Auflösung im Bereich der für Schifffahrt und Küstenschutz bedeutsamen längeren Seegangskomponenten. Die auf die Periode T und die Laufrichtung α [rad] bezogene Intensitätsdichte hat die Dimension $\text{cm}^2 \text{sec}^{-1} \text{rad}^{-1}$. Sie ist eine Funktion der fünf Variablen T, α, x, y, t . Insbesondere hat man sich für einen bestimmten Zeitpunkt t und für bestimmte Werte T, α die Größe E als über der gesamten Meeresoberfläche definierte kontinuierliche Funktion vorzustellen. Auf der anderen Seite kommt jedem innerhalb des Definitionsbereichs der Funktion E gelegenen Punkt des vierdimensionalen x - y - α - T -Raumes eine Individualität zu. Er ist als "Teilchen" anzusprechen, das mit einer noch näher zu beschreibenden Geschwindigkeit diesen Raum durchwandert. Feld- und Teilchenbeschreibung sind zwei verschiedene Aspekte des gleichen Vorgangs. Dieser Sachverhalt findet sich häufig bei physikalischen Untersuchungen. Eine sehr weitgehende Entsprechung findet sich z.B. in der Hydrodynamik, in der das untersuchte Medium zuweilen als kontinuierliches Feld, zuweilen dagegen als Menge individueller Massenteilchen betrachtet wird. Dem Massenpartikel entspricht hier ein Energieteilchen, für das von J.L. Synge (1962) die Bezeichnung "Hydron" vorgeschlagen wurde.

Die Betrachtung des Seegangs als vierdimensionales Hydronenfeld bringt für die Tiefsee und für flache Meere mit ebenem Boden keine neuen Erkenntnisse. Sie wird jedoch bedeutungsvoll für Meere mit nicht-ebenem Boden. Die dort gefundenen Gesetzmäßigkeiten sind Gegenstand einer früheren Arbeit des Verfassers; vgl. J. Piest (1965). Wir stellen nachfolgend die hier benötigten Begriffe und Formeln zusammen; ihre Auswertung erfolgt in Abschnitt 6.

Die Geschwindigkeit des Hydrons ist ein Vektor im vierdimensionalen x - y - α - T -Raum. In einem Meer mit ebenem Boden oder sehr großer Wassertiefe sind die α - und T -Komponente Null, so daß der Vektor ganz in der x - y -Ebene liegt. Es handelt sich dann um die bekannte,

von α , T (und der Wassertiefe) abhängige Gruppengeschwindigkeit.

Die Masse eines individuellen Bereiches in einem hydrodynamischen Medium ist konstant. Durch Betrachtung eines infinitesimal kleinen Bereiches erhält man aus dieser Aussage die Kontinuitätsgleichung. Die entsprechende Betrachtung im Hydronenraum ist dadurch modifiziert, daß die Energie eines individuellen Bereiches nicht konstant ist. Die der Ableitung der Kontinuitätsgleichung entsprechende Rechnung ergibt die folgende Formel (J. Piest (1965), Gl.(13) in geringfügig geänderter Zusammenstellung der Terme):

$$\frac{dE}{dt} + E \nabla \cdot \mathbf{v} = f \quad (1)$$

Gl. (1) stellt die Energietransportgleichung des Seegangs in unentwickelter Form dar. f ist die Bilanz der Energiemengen, die der Seegangskomponente mit den Merkmalen α , T an der Stelle x , y zum Zeitpunkt t pro Flächen- und Zeiteinheit zugeführt bzw. entzogen werden. f ist also eine Funktion der Variablen x , y , t , α , T ; wir nennen sie "Energiebilanz-Funktion".

Durch geeignete Anwendung dient Gl.(1) zunächst dazu, die Bilanzfunktion und den Koeffizienten der Scheinzähigkeit empirisch zu bestimmen (Abschnitte 4 und 5). Schließlich gewinnt man aus ihr eine allgemeine Vorhersagegleichung für brandungsfreien Seegang (Abschnitt 6).

3. Das dissipative Wellenmodell

Dem in dieser Abhandlung beschriebenen Verfahren liegt ein hydrodynamisches Modell zugrunde, das eine Lösung der linearisierten Navier-Stokes'schen Bewegungsgleichungen für reales Medium darstellt. Das Modell ist seit dem Ende des 19. Jahrhunderts mehrfach Gegenstand theoretischer Untersuchungen gewesen. Wesentliche

hier verwendete Ergebnisse entstammen einer Veröffentlichung von F. Biesel (1949). Kennzeichen des Modells sind:

- a) In der freien Oberfläche sind die Kräfte Null
- b) Am Meeresboden sind die Geschwindigkeiten Null
- c) Die Wassertiefe ist konstant

Zu a):

Es wird der Weg beschritten, zunächst ein Modell unter Vernachlässigung der anfachenden Oberflächenkräfte zu entwickeln und in einem zweiten Schritt durch Anwendung des Modells die Oberflächenkräfte empirisch zu bestimmen. Dabei wird angenommen, daß diese Kräfte die grundsätzlichen Eigenschaften des kräftefreien Modells nicht verändern. Eine theoretische oder experimentelle Prüfung der Berechtigung dieses in der Seegangsforschung üblichen Verfahrens steht noch aus.

Zu b):

Die Navier-Stokes'schen Gleichungen beschreiben den Reibungsmechanismus nur im Innern des betrachteten Mediums ("innere Reibung"). Für die Vorgänge auf dem Rand sind zusätzliche Festlegungen erforderlich. Wird in einem dissipativen Modell die Geschwindigkeit auf dem Rand gleich Null gesetzt, so spricht man von "Haftreibung". Es sei betont, daß es sich dabei lediglich um eine Randbedingung des Modells handelt.

Die Diskussion über die physikalische Beschreibung der hydrodynamischen Vorgänge in unmittelbarem Bereich des Meeresbodens ist noch nicht beendet. Sowohl der Ansatz reiner Haftreibung als auch derjenige reiner Gleitreibung (Flächenkräfte am Meeresboden sind Null) findet Befürworter. Der Verfasser vertritt die Ansicht, daß, solange die auftretenden Kräfte nicht direkt gemessen worden sind, der Haftreibungsansatz realistischer ist. Möglicherweise wird man das Modell zu gegebener Zeit modifizieren, indem man den Sediment-

gehalt in den untersten Schichten eines seegangsbewegten Schelfmeeres durch die Annahme einer variablen Dichte berücksichtigt. Auch dafür sind jedoch experimentelle Voruntersuchungen erforderlich.

Zu c):

Auch diese Annahme muß bei der Anwendung des Modells nachträglich durch Einführung einer variablen Wassertiefe ersetzt werden. Daher gelten hier im Prinzip die gleichen Aussagen wie zu Punkt a.

Das Modell ergibt wie beim klassischen reibungsfreien Ansatz sinusförmige Oberflächenwellen, die in Richtung der einen Horizontalen streng periodisch sind. Senkrecht dazu ergeben sich unendlich lange Wellenkämme (s. dazu weiter unten). Da Oberflächenkräfte fehlen, welche die Energiedissipation kompensieren könnten, ergibt sich für die Wellenamplitude a eine zeitliche Abnahme. Man erhält nach F. Biesel (1949):

$$\frac{da}{dt} = - 3600a \left[\frac{1}{\operatorname{sh}(2kh)} \sqrt{\frac{k^2 \omega v}{2}} + 2 k^2 v \frac{\operatorname{ch}(4kh) + \operatorname{ch}(2kh) - 1}{\operatorname{ch}(4kh) - 1} \right] \quad (2)$$

Es bedeuten ω die Kreisfrequenz, k die Wellenzahl der Wellen, h die Wassertiefe und v die (Schein-)Zähigkeit. Der Faktor 3600 ist dimensionsbedingt.

Zu den verwendeten Maßskalen gilt folgende Bemerkung:

Alle ozeanographischen Größen werden im ozeanographischen Maßsystem beschrieben, also die Wellenlaufzeiten in Std., die Laufstrecken in sm. Im Zusammenhang damit haben wir alle Geschwindigkeiten in kn angegeben. Alle Größen, die aus dem physikalischen Modell stammen, werden dagegen im physikalischen mgs-System angegeben. Insbesondere also die Wassertiefe und die Wellenlänge in m, die Wellenperiode in sec. Auf diese Weise erhalten wir alle unmittelbar aus der Seegangsbeschreibung kommenden Größen in der

gewohnten Form. Bei abgeleiteten Größen tritt dagegen oft eine Vermischung der beiden Systeme auf. Im folgenden wird bei Konstanten mit komplizierten Dimensionen nur der Zahlenwert angegeben. Die Dimension ergibt sich aus der Formel, welche die Konstante enthält.

Der Verfasser hat sich in den vergangenen Jahren eingehend mit dem beschriebenen Wellenmodell befaßt (J. Piest (1966)). Die Untersuchung brachte Ergebnisse insbesondere für den Fall, daß das Modell durch Messung der Teilchengeschwindigkeit geprüft werden soll. Kinetische und potentielle Energie sind auch im dissipativen Modell gleich - eine Aussage, die es gestattet, die Gesamtenergie dieser Wellen wie bei Untersuchungen im reibungsfreien Medium allein aus der Oberflächenauslenkung zu bestimmen. Energie- und Gruppengeschwindigkeit sind dagegen nicht gleich; allerdings sind die Abweichungen von der Formel für reibungsfreie Wellen so gering, daß sie bei praktischen Untersuchungen vernachlässigt werden können. Das gleiche gilt für den Zusammenhang zwischen Kreisfrequenz und Wellenzahl. Hier werden daher weiterhin die bekannten Formeln benutzt:

$$\omega^2 = g k \operatorname{th}(kh), \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3)$$

$$v = \frac{\kappa \omega}{2k} \left(1 + \frac{2kh}{\operatorname{sh}(2kh)} \right), \quad \kappa = \frac{3.6}{1.852} = 1.944 \quad (4)$$

v ist die Energiegeschwindigkeit der Wellen. κ ist ein dimensionsbedingter Faktor.

In Abschnitt 2 wurde erwähnt, daß die Intensitätsdichte für eine Wellenkomponente und damit deren Amplitude räumlich variabel sind. Es ist nicht bekannt, ob und inwieweit dadurch grundsätzliche Eigenschaften des physikalischen Modells verändert werden. Für rei-

bungsfreie Wellen hat W.J. Pierson jr. (1955) diese Frage geklärt. Er untersuchte die Wanderung eines in Wellenlaufrichtung und seitlich begrenzten sinusförmigen Wellenfeldes inmitten ruhiger Umgebung über ozeanische Entfernungen und stellte fest, daß die sich im Laufe der Zeit an den Feldrändern entwickelnden Störungen so klein bleiben, daß sie für praktische Zwecke vernachlässigt werden können. Eine entsprechende Untersuchung für das dissipative Wellenmodell wurde bisher nicht durchgeführt.

4. Die Bestimmung der Energiebilanzfunktion

4.1 Energiebilanz im tiefen und im flachen Meer

Wie in Abschnitt 1 ausgeführt und begründet, soll versuchsweise die Annahme eingeführt werden, daß die Energiebilanz des Seegangs im flachen Meer sich von derjenigen in der Tiefsee nur durch das Auftreten eines zusätzlichen Dissipationsterms unterscheidet. Dementsprechend wird die in Gl. (1) auftretende Bilanzfunktion in einen Tiefwasseranteil f_1 und einen Rest f_2 aufgespalten:

$$f = f_1 + f_2 \quad (5)$$

Den Anteil f_2 können wir aufgrund der bisher getroffenen Festlegungen berechnen. Wir erhalten ihn direkt aus Gl. (2), wobei aber zweierlei zu beachten ist:

- a) Es handelt sich hier nicht um die Änderung der Amplitude, sondern der Intensität, die dem Quadrat der Amplitude proportional ist. Das bewirkt eine Verdoppelung des Klammerfaktors in Gl. (2).
- b) Wir müssen von der Gesamtdissipationsrate nach Gl. (2) den Anteil für tiefes Wasser ($h = \infty$) abspalten. Dieser Anteil ist bereits in f_1 berücksichtigt, denn die empirisch zu bestimmende Funktion f_1 enthält die gesamte Tiefwasser-Energiebilanz.

Berücksichtigt man diese beiden Punkte, so ergibt sich folgende Formel:

$$f_2 = - 7200E \left[\frac{1}{\text{sh}(2kh)} \sqrt{\frac{k^2 \omega v}{2}} + 2k^2 v \frac{\text{ch}(2kh)}{\text{ch}(4kh)-1} \right] \quad (6)$$

4.2 Abhängigkeit der Tiefwasser-Bilanzfunktion f_1 von der Lauf- richtung der Wellen

Im strömungsfreien tiefen Wasser sind die Wellenbahnen gerade Linien. Daher sind die x- und y-Komponente des vierdimensionalen Geschwindigkeitsvektors konstant; die α - und T-Komponente sind Null.

In Gl. (1) verschwindet daher der zweite Term der linken Seite. f wird für Tiefwasser per definitionem zu f_1 . Man erhält also:

$$\frac{dE}{dt} = f_1 \quad (7)$$

f_1 ist eine Funktion der Variablen E , α , T sowie der Windgeschwindigkeit U und Windrichtung β ; letztere beiden Größen können Funktionen von x , y , t sein.

U bedeutet die mittlere Windgeschwindigkeit, gemessen in 10 m Höhe. Bei Windmessung in anderen Niveaus ist mit den bekannten Formeln zu reduzieren. Außerdem ist bei labiler atmosphärischer Schichtung ein Korrekturfaktor anzubringen; wir verweisen dazu auf J. Piest (1964), S. 98 und Abb. 46.

Nach allgemein vertretener Auffassung ist die Funktion f_1 an jeder Stelle x , y , t abhängig von der Wellenlaufrichtung relativ zur Windrichtung an dieser Stelle; und zwar ist f_1 hinsichtlich der Differenz $\alpha - \beta$ eine symmetrische Funktion. Wir führen daher die auf die Windrichtung bezogene Wellenlaufrichtung ϑ ein:

$$\vartheta = |\alpha - \beta + \pi| \quad \text{modulo } \pi, \quad 0 \leq \vartheta < \pi \quad (8)$$

Die additive Konstante π innerhalb der Absolutstriche tritt deswegen auf, weil α die Richtung ist, in welche die Wellen laufen, β die Richtung, aus welcher der Wind weht. Entsprechend der Periodizität von α, β in 2π und der Symmetrie der Funktion f_1 hinsichtlich $\alpha - \beta$ können wir ϑ auf den in Gl. (8) angegebenen Bereich beschränken. Sollte die Berechnung nach Gl. (8) auf Werte ϑ außerhalb dieses Bereichs führen, so ist ein geeignetes Vielfaches von π zu addieren. Bei dieser Festlegung gilt nach den zuvor angestellten Überlegungen: f_1 ist eine Funktion der vier Variablen E, T, ϑ, U .

Nach allgemein vertretener Ansicht ist für kleine Werte ϑ und zumindest für Werte E unterhalb eines Grenzwertes E_R ("Ausgereifte Windsee") f_1 positiv (Seegangsanfachung). Für große Werte ϑ (Quer- und Gegenwinde) wird teils angenommen, daß $f_1 = 0$, teils, daß f_1 negativ sei. - Nach sorgfältiger Prüfung der bisher veröffentlichten Seegangsbestimmungsverfahren neigt der Verfasser zu der Ansicht, daß den Untersuchungen von Gelci, Cazalé und Vassal (1957) in dieser Hinsicht besondere Bedeutung zukommt. Diese Untersuchungen basieren auf Beobachtungen und Messungen von Dünung und Zuordnung zu den seegangerzeugenden Windfeldern; sie erscheinen daher besonders geeignet, die Einflüsse von Gegen- und Querwinden quantitativ zu bestimmen. Inzwischen ist das von den genannten Autoren aufbereitete Material Gegenstand weiterer veröffentlichter Untersuchungen gewesen. Da in diesen neueren Arbeiten das Prinzip der linearen Überlagerung aufgegeben wurde, können die Ergebnisse hier jedoch nicht verwendet werden. - Gelci, Cazalé und Vassal (1957) gelangten zu dem Ergebnis, daß bei Quer- und Gegenwinden der Seegang gedämpft wird; für $\vartheta > \frac{\pi}{3} \sim 60^\circ$ ist $f_1 < 0$. Die dort für den "Dämpfungsbereich" der Variablen ϑ empirisch gefundene Formel ist:

$$f_1 = E \left[\frac{100}{T^2} + c \left(\frac{U}{T} \right)^4 \sin^2 \left(\frac{3}{4} \vartheta - \frac{\pi}{4} \right) \right], \quad c = 0.384 \cdot 10^{-3} \quad (9)$$

Für den Anfachungsbereich $\vartheta < 60^\circ$ bestimmen Gelci, Cazalé und Vassal (1957) nicht f_1 , sondern geben das Integral E_a der Gl. (7) für konstante Windgeschwindigkeit und für die Anfangsbedingung $E=0$ an. Die physikalische Bedeutung dieser Größe ist folgende: Wenn β , U raumzeitlich konstant sind, so können wir für eine bestimmte Seegangskomponente, d.h. für ϑ , $T=\text{const}$, und für die genannte Anfangsbedingung Gl. (7) integrieren und erhalten E als Funktion von t für die Parameterwerte U , T , ϑ . E_a ist derjenige Betrag der spektralen Energiedichte, welcher sich für die betrachtete Komponente unter konstanter Windgeschwindigkeit nach Ablauf der Zeit t einstellt, wenn der Wind zum Zeitpunkt $t = 0$ plötzlich aufgekommen ist und die See vorher ruhig war. Natürlich ergeben sich Werte $E_a > 0$ nur für $\vartheta < 60^\circ$. Berechnet man E_a für bestimmtes T , U und für alle Werte T , ϑ so erhält man die Intensitätsdichte aller Komponenten des Seegangs an einem bestimmten Punkt des Meeres zum Zeitpunkt t unter der Voraussetzung, daß das Meer ausgedehnt genug ist, damit jede dieser Komponenten die Zeitspanne t auf den betreffenden Punkt zu unter der Windgeschwindigkeit U laufen kann; d.h. wir erhalten das Spektrum dünnungsfreier andauerbegrenzter Windsee zum Zeitpunkt t . Da man über diese Spektralfunktion durch die engen Zusammenhänge mit den zugehörigen kennzeichnenden Seegangsgrößen einige Kenntnis besitzt, ist es verständlich, daß man für $\vartheta < 60^\circ$ diese integrale Größe in das Berechnungsverfahren einführt.

In Übereinstimmung mit der überwiegenden Mehrheit ihrer Fachkollegen stellen Gelci, Cazalé und Vassal (1957) fest, daß E_a sich als Produkt zweier Funktionen darstellen läßt:

$$E_a = \phi(t, T, U) \cdot \psi(\vartheta) \quad (10)$$

Wir leiten aus den Ergebnissen der zitierten Untersuchung die Winkelfunktion $\psi(\vartheta)$ ab. Die dort für einzelne diskrete ϑ -Stellen angegebenen Funktionswerte interpolieren wir durch eine kontinuierliche Funktion. Dies ist hinreichend genau durch die folgende Formel möglich:

$$\psi(\vartheta) = 0.75 \cos(1.5 \vartheta) \quad (11)$$

Der Koeffizient 0.75 ist ein Normierungsfaktor. Er hat folgende Bedeutung: Integriert man Gl. (7) über ϑ von $-\frac{\pi}{3}$ bis $+\frac{\pi}{3}$, d.h. über den gesamten Anfachungsbereich, so erhält man das skalare Spektrum andauerbegrenzter Windsee. Der Normierungsfaktor ist so gewählt, daß das Integral von $\psi(\vartheta)$ über den genannten Bereich 1 ergibt, so daß man für das Skalarspektrum direkt die Funktion $\phi(t, T, U)$ erhält.

Für die Bestimmung des Skalarspektrums andauerbegrenzter Windsee standen dem Verfasser die sehr sorgfältig ausgewählten Daten zur Verfügung, die Grundlage der Untersuchungen von H. Walden (1955/56) und von J. Piest (1964) sind. Die so bestimmte Funktion ϕ weicht von derjenigen in Gelci, Cazalé und Vassal (1957) ab, so daß wir der zuletzt zitierten Veröffentlichung an dieser Stelle nicht folgen können. Die Bestimmung der Funktion ϕ ist Gegenstand des Abschnittes 4.3.

Der Verfasser ist sich der Gefährlichkeit der Methode bewußt, empirische Unterlagen eines Vorhersageverfahrens in dieser Weise aus voneinander unabhängig durchgeführten Untersuchungen zusammenzustellen. Die Ableitung der Spektralfunktion aus den kennzeichnenden Seegangdaten ist streng genommen nicht möglich. In jeder der Untersuchungen, denen hier Ergebnisse entnommen werden, können den das Spektrum beschreibenden Funktionen daher Fehler anhaften, die sich bei der Berechnung der kennzeichnenden Seeganggrößen kompensieren. Entnimmt man die Funktionen nun ver-

schiedenen Untersuchungen, so können auch bei der Berechnung der kennzeichnenden Seegangsgrößen Fehler auftreten. - Die geschilderten Schwierigkeiten können in befriedigender Weise nur durch die Auswertung systematisch durchgeführter spektraler Seegangsmessungen überwunden werden. Solange man solche Messungen nicht hat, verbleibt die Möglichkeit, die aufgestellten Funktionen auf bestimmte Bedingungen zu prüfen, die sie notwendig erfüllen müssen; jedoch ist keine dieser Bedingungen hinreichend. Über die Brauchbarkeit des Bestimmungsverfahrens kann unter diesen Umständen nur die praktische Anwendung entscheiden.

Kennt man den analytischen Ausdruck für die Funktion E_a , so kann man die gesuchte Funktion f_1 leicht berechnen. Da E_a ein Integral hinsichtlich t der Funktion f_1 ist, gilt:

$$\frac{\partial E_a}{\partial t} (t(E, T, \vartheta, U), T, \vartheta, U) = f_1 (E, T, \vartheta, U) \quad (12)$$

In Worten: Bildet man die Umkehrfunktion der Funktion $E_a(t, T, \vartheta, U)$ hinsichtlich t sowie ihre partielle Ableitung nach t und setzt erstere in letztere ein, so erhält man die Funktion f_1 . Dabei haben wir die Umkehrfunktion der Funktion E_a hinsichtlich t mit $t(E, T, \vartheta, U)$ bezeichnet. Voraussetzung für die Berechnung von f_1 aus E_a ist also, daß man diese Umkehrfunktion bilden kann, d.h., daß E_a mit t monoton steigt. Ist bei der empirisch bestimmten Funktion E_a die Bedingung nicht erfüllt, so deutet dies mit Sicherheit darauf hin, daß bei der Seegangsanfächung nichtlineare Vorgänge eine Rolle spielen (vgl. dazu Abschn. 4.3).

4.3 Das Skalarspektrum für andauerbegrenzte Windsee

Wie bereits in den Vorabschnitten mehrfach erwähnt, wurde die Formel für das Skalarspektrum ϕ unter Einführung bestimmter zusätzlicher Annahmen aus Kurven bestimmt, die die kennzeichnende Wellenhöhe $H_{1/3}$ und -Periode $T_{1/3}$ in andauerbegrenzter Windsee als Funktion der Zeit t beschreiben. Als Beziehungen zwischen diesen Größen und dem Skalarspektrum wurden die folgenden Formeln benutzt:

Die Wellenhöhenformel nach Longuet-Higgins (1952):

$$H_{1/3} = \sqrt{8 m_0} \quad (13)$$

Die Periodenformel nach Wooding (1955):

$$T_{1/3} = \frac{m_0}{m_1} \quad (14)$$

Dabei bedeutet m_μ das μ -te Spektralmoment:

$$m_\mu = \int_0^\infty T^{-\mu} \phi \, dT \quad (15)$$

Die Untersuchungen haben folgende Formel ergeben:

$$\phi = \phi_R \exp \left[- \left(c_2 \frac{T}{U} \right)^4 \left(\left(1 + c_3 \left(\frac{U^2}{t} \right)^5 \right)^{1/25} - 1 \right) \right] \quad (16)$$

$$\phi_R = c_1 \sqrt{U} T^3 \exp \left[- \left(c_2 \frac{T}{U} \right)^4 \right]$$

$$c_1 = 1.659 \cdot 10^{-4}, \quad c_2 = 3.000, \quad c_3 = 1.072 \cdot 10^{-7}$$

Für f_1 erhielten wir:

$$p = \ln \left(\frac{\psi \phi_R}{E} \right) \quad (17)$$

$$w = 1 + \left(\frac{U}{c_2 T} \right)^4 |p|$$

$$f_1 = \text{sign}(p) c_4 \frac{T^4}{U^6} \frac{(w^{25} - 1)^{1.2}}{w^{8.5}}$$

$$c_4 = 1.338 \cdot 10^3$$

ϕ_R ist der asymptotische Grenzwert der Funktion ϕ für $t \rightarrow \infty$, d.h. das Skalarspektrum für ausgereifte Windsee. Für $\phi \leq \phi_R$, d.h. $E \leq \psi \phi_R$ ergibt sich Gl. (17) aus Gl. (16) nach der Berechnungsvorschrift Gl. (12). Für $E > \psi \phi_R$, $\vartheta < \frac{\pi}{3}$, erhalten wir keine Aussage. Auch empirisch ist über diese Situation (starker Seegang unter relativ schwachem gleichgerichteten Wind) wenig bekannt. Man darf jedoch annehmen, daß in einem solchen Fall die dämpfenden Einflüsse in der Energiebilanz überwiegen werden. Dem haben wir durch den invers symmetrischen Ansatz Gl. (17) entsprochen, der allerdings nur als Versuch gewertet werden darf.

Die Formeln Gl. (16) wurden erhalten, indem zunächst eine Reihe analytischer Ausdrücke, deren jeder mehrere zunächst unbestimmte Konstante enthielt, auf ihre Vereinbarkeit mit den empirischen Daten geprüft wurden. Die auf diese Weise gefundene Form ist:

$$\phi = k_1 \exp \left[-k_2 (1 + u(z)) \right] \quad (18)$$

$$k_1 = c_1 U^y T^6$$

$$k_2 = \left(c_2 \frac{T}{U} \right)^p$$

$$z = \frac{t}{U^f}$$

$$u(z) \rightarrow \infty \text{ für } z \rightarrow 0, \quad u(z) \rightarrow 0 \text{ für } z \rightarrow \infty$$

Für die Auswahl dieser Formeln und die Festlegung der darin auftretenden Konstanten waren folgende Überlegungen maßgebend:

- a) Nach allgemein vertretener Ansicht erreicht andauerbegrenzte Windsee unter konstanter Windstärke nach hinreichend langer Zeit einen asymptotischen Grenzzustand, die "ausgereifte Windsee". Nach Gl. (18) ergibt sich für $t \rightarrow \infty$:

$$\phi_R \equiv \phi(t \rightarrow \infty) = k_1 \exp(-k_2) \quad (19)$$

Diese Formel, mit k_1, k_2 nach Gl. (18), wird z.Zt. international als richtig angesehen; unterschiedliche Meinungen bestehen hinsichtlich der Festlegung der darin auftretenden Konstanten. Der Wert der Konstanten ρ ist von Bedeutung für den Spektralverlauf im langwelligen Bereich. Ihre empirische Bestimmung stößt z.Zt. auf erhebliche Schwierigkeiten. Nach einer Untersuchung von W.J. Pierson (1964), die auf Seegangsmessungen beruht, ist ein Wert im Bereich $\rho = 4$ wahrscheinlich. Wir schließen uns dieser Festlegung an. - Nach J. Piest (1964) gilt für die kennzeichnende Wellenhöhe ausgereifter Windsee:

$$H_{1/3} = c_H U^{2.25}, \quad c_H = 2.024 \cdot 10^{-3} \quad (20)$$

Diese Aussage ergibt mit Hilfe von Gl. (13) einen Zusammenhang zwischen γ und δ :

$$\gamma = 3.5 - \delta \quad (21)$$

- b) Aus den empirischen Untersuchungen über den Zustand der ausgereiften Windsee haben sich bestimmte Vorstellungen ergeben, wie schnell der Seegang dieses Stadium erreicht. Man bestimmt die Zeitspanne t_g , nach deren Ablauf der Seegang 95% der Gesamtenergie der ausgereiften Windsee erreicht hat; vgl. dazu die Angaben in J. Piest (1964). Die analytische Untersuchung dieser Unterlagen ergab, daß t_g proportional zu U^2 ist. Damit ist der Exponent ϵ in Gl. (18) festgelegt; es ist $\epsilon = 2$.

- c) Wie bereits in Abschn. 4.2 erwähnt, dienten als Unterlage für die empirische Bestimmung der Formeln in Gl. (18) die Kurven $H_{1/3}$, $T_{1/3}$ nach H. Walden (1955/56), die in H. Walden (1958) in noch weiter aufbereiteter und teilweise verbesserter Form vorliegen. Es galt eine Spektralformel zu finden, die sich im "Anfachungsbereich" (s. S. 30) diesen empirischen Daten gut anpaßt. Bei den Untersuchungen wurde zunächst neben der Größe u auch c_1 in Gl. (18) als von t abhängig angesetzt. Wir fanden eine Beziehung zwischen den Größen u und c_1 , in die wesentlich der Exponent δ eingeht. Nach international vertretener Ansicht liegt δ zwischen 3 und 4. Die Untersuchung ergab für diesen δ -Bereich eine nicht-monotone Zeitabhängigkeit der Spektralfunktion ϕ für den kurzwelligen und mittleren Spektralbereich; danach erreicht ϕ erst nach Durchgang durch ein Maximum von oben den asymptotischen Grenzwert. Wie bereits in Abschn. 4.2 erwähnt, stellt dies Ergebnis einen Hinweis auf nichtlineare Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Komponenten im Seegang dar. Diese Effekte können im Rahmen der Grundlagen für das hier entwickelte Bestimmungsverfahren nicht berücksichtigt werden. Es galt daher zu prüfen, ob sich eine monoton steigende Funktion derart finden läßt, daß die Abweichung von den empirischen Daten noch vertretbar ist. Da die empirischen Daten $H_{1/3}$ besser belegt sind als $T_{1/3}$ wurde davon ausgegangen, Abweichungen allenfalls bei letzteren zuzulassen. Unter diesen Voraussetzungen ergab die Berechnung der Konstanten in Gl. (18) die Forderungen, daß a) $c_1 = \text{const}$, b) δ innerhalb des oben angegebenen Bereichs möglichst klein sei. Es wurde daher $\delta = 3$ gewählt; das ergibt nach Gl. (21) $\gamma = 0,5$.
- d) Schließlich waren die Konstanten c_1 , c_2 und die analytische Form für $u(z)$ zu bestimmen. Wie in J. Piest (1964) festgestellt, muß man, um dem Auftreten eines asymptotischen Grenzzustandes Rechnung zu tragen, bestimmte Abweichungen von den Kurven $H_{1/3}$ nach H. Walden (1955/56) in Kauf nehmen. Im Be-

reich kleiner und mittlerer Zeitwerte t sind die Kurven jedoch so gut belegt, daß dies nicht vertretbar ist. Für große t müssen die Kurven jedoch in eine Horizontale übergehen, und zwar in quantitativer Übereinstimmung mit Gl. (20). Der t -Bereich, für den die Waldenschen Kurven unverändert übernommen wurden, sei hier vorübergehend mit "Anfachungsbereich", der daran anschließende mit "Übergangsbereich" bezeichnet. Eine Ausgleichsrechnung für den Anfachungsbereich ergab, daß hier $H_{1/3}$ proportional zu $U^{9/4} \cdot z^{1/3}$ ist. Als Proportionalitätsfaktor ergab sich der Wert $5,90 \cdot 10^{-3}$. Diese Daten sowie zusätzliche Überlegungen hinsichtlich der oben erwähnten Zahlenwerte t_g und des Kurvenverlaufs $H_{1/3}$ im Übergangsbereich führten schließlich zu der Formel:

$$u(z) = (1 + c_3 z^5)^{1/75} - 1 \quad (22)$$

Der Zahlenwert c_3 findet sich in Gl. (16). -

Mit dieser Formel ist der Kurvenverlauf für $T_{1/3}$ bereits qualitativ festgelegt. Aus der Grundform Gl. (18) ergibt sich, daß für die ausgereifte Windsee $T_{1/3}$ direkt proportional zu U ist. Eine Ausgleichsrechnung unter Berücksichtigung von Gl. (22) ergab für den Proportionalitätsfaktor den Wert 0,272. W.J. Pierson jr., G. Neumann u. R.W. James (1953) fanden die Zahl 0,285; der von uns benutzte Faktor ist also um 5% kleiner. - Aus den zuvor genannten Zahlenwerten wurden schließlich die beiden Koeffizienten c_1, c_2 in Gl. (18) berechnet (vgl. Gl. (16)).

Nach Festlegung der Formeln Gl. (16) wurden mit Hilfe der Gln. (13), (14) die Größen $H_{1/3}, T_{1/3}$ berechnet. Es ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$H_{1/3} = 2.024 \cdot 10^{-3} U^{2.25} (1 + 1.072 \cdot 10^{-7} (\frac{U^2}{t})^5)^{-1/15} \text{ (m)} \quad (23)$$

$$T_{1/3} = 0.272 \cdot U \left(1 + 1.072 \cdot 10^{-7} \left(\frac{U^2}{t} \right)^5 \right)^{-1/30} \quad (\text{sec}) \quad (24)$$

Die erhaltenen Werte wurden mit den empirischen Unterlagen verglichen. Abb. 1 zeigt für ausgewählte Windgeschwindigkeiten Kurven $H_{1/3}$ für andauerbegrenzte Windsee als Funktion von t , und zwar

- die Kurven nach H. Walden (1955/56),
- die Kurven, die sich aus der Spektralformel in J. Piest (1964) mit Hilfe von Gl. (13) ergaben und
- die hier erhaltenen Kurven.

Man erkennt die gute Übereinstimmung zwischen den letzten beiden Kurvenscharen. Die Horizontalen sind die Werte für ausgereifte Windsee nach Gl. (20).

Abb. 2 zeigt in entsprechender Weise Kurven $T_{1/3}$ und zwar

- die Kurven nach H. Walden (1958), und
- die hier erhaltenen Kurven

Die Horizontalen sind die hier berechneten Werte für ausgereifte Windsee. Die Übereinstimmung zwischen den beiden Kurvenscharen ist im Übergangsbereich zufriedenstellend. Für sehr kleine Zeiten ($t < 4$ Stunden) sind die aus der Spektralformel Gl. (16) berechneten Werte meist erheblich größer als die Waldenschen Daten. Dies ist auf die oben beschriebene Tatsache zurückzuführen, daß das hier zugrunde gelegte lineare Modell nicht vollständig an die Waldenschen Daten angepaßt werden kann.

5. Die Bestimmung des Scheinreibungskoeffizienten

In Abschnitt 1 wurde erwähnt, daß der Seegang im Schelfmeer energieärmer ist als unter vergleichbaren Bedingungen im Ozean. Die Differenz wird auf Dissipationswirkungen zurückgeführt. Wir benutzen nun diesen Sachverhalt, um auf der Basis des in Abschn. 3 entwickelten Modells den Koeffizienten der Scheinzähigkeit zu bestimmen.

Die hier angewendete Methode setzt ein Schelfmeer mit ebenem Boden voraus. Für konstante Wassertiefe gelten hinsichtlich der linken Seite von Gl. (1) die Bemerkungen am Anfang des Abschnittes 4.2; für die rechte Seite muß jedoch die vollständige Funktion f eingesetzt werden:

$$\frac{dE}{dt} = f_1 + f_2 \quad (25)$$

Die Wellenbahnen im Meer konstanter Tiefe sind bekannt; es sind wie in der Tiefsee gerade Linien. Gl. (25) muß auf jeder Wellenbahn erfüllt sein. Damit ergibt sich die Möglichkeit, die Seegangsintensität auf den einzelnen Bahnen zu berechnen. Statt der partiellen Differentialgleichung Gl. (1) ist dann eine gewöhnliche Differentialgleichung zu lösen.

Man wählt einen Punkt im Schelfmeer, an dem die Wellenhöhe beobachtet wird. Die spektrale Intensität wird auf allen durch diesen Punkt verlaufenden Bahnen berechnet, auf denen bei der herrschenden Wetterlage Seegang angefacht werden kann. Man beginnt die Berechnung unter Annahme eines willkürlichen Wertes der Scheinzähigkeit ν . Aus der spektralen Intensität am Beobachtungspunkt wird die Wellenhöhe berechnet und mit der Beobachtung verglichen. Ggf. wird die Rechnung mit einem geeignet geänderten Wert ν wiederholt. Auf diese Weise erhält man ein Iterationsverfahren, mit dessen Hilfe man die Scheinzähigkeit

empirisch bestimmen kann.

Als Beobachtungspunkte wurden Feuerschiffstationen in Nord- und Ostsee gewählt. Die Bedingung konstanter Wassertiefe ist in praxi nicht realisierbar; die Stationen wurden aber so ausgewählt, daß wenigstens in einer Richtung die Wassertiefe bis zur gegenüberliegenden Küste annähernd konstant ist. Sodann wurden solche Wetterlagen ausgewählt, bei denen der Wind konstant aus eben dieser Richtung wehte. Auf diese Weise wurde erreicht, daß zumindest die Bahn derjenigen Wellenkomponenten, denen die größte Intensitätsdichte zukommt, über annähernd konstante Wassertiefe verläuft. Der Autor ist sich der Tatsache bewußt, daß dies Verfahren insofern unzureichend ist, als Tiefenänderungen senkrecht zur Windrichtung eine refraktionsbedingte Energiekonvergenz verursachen können, die mit dieser Methode nicht zu berücksichtigen ist. Bei einer kritischen Überprüfung der Rechenergebnisse müssen diese Fehlermöglichkeiten bedacht sein.

Für die Auswahl geeigneter Wetterlagen wurde weiter die Bedingung aufgestellt, daß der Wind mit konstanter Stärke eine genügend lange Zeit anhalten muß, so daß sich ein stationärer, durch die Küstenbegrenzung bedingter Zustand der Windsee einstellt. Die dazu erforderlichen Wirkungszeiten wurden mit Hilfe der in Abschn. 4 beschriebenen Formeln berechnet. Die Zeitspannen wachsen mit den durch den Küstenverlauf gegebenen Wirkungsstrecken und sind in der westlichen Ostsee im allgemeinen wesentlich kleiner als in der Nordsee. Die Unsicherheit der Seegangsbeobachtungen zwingt dazu, für einen bestimmten Beobachtungspunkt eine große Zahl von Wettersituationen mit gleicher Windrichtung und -stärke zusammenzufassen und einen Mittelwert der beobachteten Wellenhöhe zu bilden. Dieser Wert wurde dann als empirische Unterlage verwendet. Eine solche Zusammenfassung ist nur möglich, wenn die Windwirkzeiten in die Rechnung nicht eingehen.

Aus den Gln. (4), (25) ergibt sich für die Rechnung die folgende Differenzengleichung:

$$\frac{E_{n+1} - E_n}{\Delta x} = \frac{E_{n+1} - E_n}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{v} (f_1 + f_2) \quad (26)$$

Jede Wellenbahn wurde zunächst in Bereiche konstanter Wassertiefe unterteilt. In jedem dieser "Tiefenbereiche" haben die Energiegeschwindigkeit v und die Dissipationsfunktion f_2 einen anderen Wert. Für jeden dieser Bereiche wurde zunächst eine Grenzintensität E_g aus der folgenden Bedingungsgleichung berechnet:

$$f_1(E_g, T, U, \alpha) + f_2(E_g, T, h) = 0 \quad (27)$$

E_g ist die Intensitätsdichte ausgereifter Windsee im Schelfmeer mit konstanter Wassertiefe h . E_g wurde als Maß für die Wahl der Maschenweite Δx des Differenzenverfahrens benutzt. Im allgemeinen ist es unzweckmäßig, die Maschenweite eines solchen Verfahrens konstant zu wählen. Eine größere Genauigkeit wird dann erreicht, wenn die Maschenweite bei starker Änderung der zu berechnenden Funktion pro Einheit ihres Argumentes klein, bei geringer Änderung dagegen groß gewählt wird. Die Tatsache, daß wir hier eine gewöhnliche Differentialgleichung lösen müssen, bietet den Vorteil, die Maschenweite zu variieren. Das Maß ist dabei also die Änderung ΔE der gesuchten Funktion; ΔE wurde ihrerseits zu E_g in bezug gesetzt. Im einzelnen haben wir folgende Festlegung getroffen:

$$\begin{aligned} E < 0.95 E_g: & \quad \Delta E \equiv |E_{n+1} - E_n| = 0.05 E_g \\ E > 1.05 E_g: & \quad \Delta E = 0.05 E \\ 0.95 E_g \leq E \leq 1.05 E_g: & \quad E_{n+1} = E_g \end{aligned} \quad (28)$$

Die letzte der drei Bedingungen Gl. (28) soll dabei Oszillationen im asymptotischen Bereich $E \approx E_g$ verhindern.

Der Verlauf der Funktion E wird nacheinander für die einzelnen Tiefenbereiche berechnet; an den Grenzen der Bereiche wird die Funktion stetig angeschlossen. Die Anfangsbedingung für den ersten Tiefenbereich ist $E = 0$. Da für $E = 0$ die Funktion f_1 nach Gl. (17) nicht definiert ist, bedarf dieser Fall besonderer Beachtung. Da dann auch $f_2 = 0$ ist, benutzten wir zur Berechnung statt f_1 direkt das Integral Gl. (16) der Energietransportgleichung. Gl. (16).

Die Berechnung wurde auf 11 Geraden im Winkelabstand von 10° bis zu 50° beiderseits der Windrichtung, und für T -Werte im Abstand von 1 sec bis zur längsten Periode T_g ausgereifter Windsee durchgeführt. T_g ist wie üblich dadurch definiert, daß das Integral über das Spektrum ausgereifter Windsee von 0 bis T_g 95% der gesamten Intensität ausgereifter Windsee beträgt. Zur Berechnung von $H_{1/3}$ und $T_{1/3}$ wurden die Integrale in den Gln. (13), (14) in einfacher Weise durch Summen ersetzt.

Beobachtungspunkte waren in der Nordsee die Feuerschiffspositionen P8, P12 und Elbe 1 in der Deutschen Bucht, in der westlichen Ostsee die Positionen der Feuerschiffe Kiel und Fehmarn Belt. In der Nordsee wurden Wetterlagen mit der Windrichtung West ausgewählt; es ergaben sich Windstreichlängen bis etwa 300 sm. In der Ostsee ergaben sich bei Windrichtungen aus West, Nord und Ost Streichlängen bis 40 sm. Die Windgeschwindigkeiten bei den ausgewählten Wetterlagen betragen in der Nordsee 20-28 kn, in der Ostsee bis 40 kn. Insgesamt wurden etwa 1000 Seegangsbeobachtungen verwertet.

Zusätzlich zu der auf Seite 29 beschriebenen Iterationsrechnung wurde für jede der ausgewählten Positionen und Windgeschwindig-

keiten die Wellenhöhe $H_{1/3}$ für $v = 0$ berechnet. Diese Höhe ergibt sich aus der Energiebilanz für Tiefwasser unter der Annahme, daß im Schelfmeer eine zusätzliche, vom Meeresboden induzierte Dissipation nicht auftritt. Abb. 3 zeigt das Ergebnis für die Ostsee-, Abb. 4 für die Nordsee-Positionen. Teil a jeder Abbildung zeigt die für $v = 0$ berechneten Wellenhöhen im untersuchten Windstärkebereich, Teil b die Größe ΔH , das ist die Differenz zwischen der beobachteten und der für $v = 0$ berechneten Wellenhöhe.

Wie aus Abb. 3b zu ersehen, sind in der Ostsee Reibungseffekte mit der hier verwendeten Methode nicht nachweisbar. Die ΔH -Werte sind im Mittel sogar > 0 . Da eine Energiekonvergenz durch Refraktion nach Lage der Beobachtungspositionen in der Ostsee nicht anzunehmen ist, weist das Ergebnis auf bestimmte Unsicherheiten in der Energiebilanzfunktion hin. Das überraschende Versagen der Methode für die westliche Ostsee erklärt sich vermutlich aus den geringen Windstreichlängen. Der aufgeworfene Seegang ist aus diesem Grunde sehr kurz, und die Auswirkung der Dissipationskräfte auf die Wellenhöhe ist bei Wassertiefen von vielfach mehr als 20 m unter den gegebenen Umständen nicht feststellbar.

In Abb. 4b sind für die Feuerschiffe P8, P12 die ΔH -Werte überwiegend negativ, für Elbe 1 dagegen deutlich positiv. Die Ergebnisse für die letztgenannte Position werden aufgrund der Bodentopographie in der Umgebung auf Refraktionseffekte zurückgeführt; die Beobachtungen können daher für die Bestimmung der Scheinzähigkeit nicht ausgewertet werden. - Die für die Positionen P8 und P12 berechneten v -Werte streuen außerordentlich stark. Dies ist dadurch zu erklären, daß die Reibungskräfte sehr klein sind und daher bei der Rechnung eine große Variation des Parameters v nur eine sehr kleine der berechneten Wellenhöhe erzeugt. Wegen der starken Streuung erscheint es unrealistisch, einen Zahlenwert v berechnen zu wollen; nur die Größenordnung kann bestimmt werden. Es ergab sich $v = 10^3 \cdot v_{\text{mol}} = 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ sec}^{-1}$.

Nachdem v bestimmt ist, kann das in diesem Abschnitt skizzierte Berechnungsverfahren direkt zur Seegangsbestimmung verwendet werden, sofern zwei Bedingungen erfüllt sind:

- a) Die Bestimmung soll nicht für ein ausgedehntes Meeresgebiet, sondern nur für einen Punkt erfolgen.
- b) Die Bestimmung soll für Tiefsee oder für ein Meer mit annähernd ebenem Boden erfolgen, so daß man als Wellenbahnen gerade Linien ansetzen darf.

Im allgemeinen wird jedoch das Windfeld raumzeitlich nicht konstant und daher der Seegang nicht stationär sein, so daß sich die Berechnung gegenüber der hier durchgeführten komplizierter gestaltet.

6. Die Energietransportgleichung als Vorhersagegleichung für Schelfmeere mit nicht-ebenem Boden

Die vorangegangenen Abschnitte liefern eine vollständige Beschreibung der Bilanzfunktion f , so daß nunmehr die Gl. (1) in voller Allgemeinheit zur Seegangsbestimmung angewendet werden kann. Wir spezialisieren uns hier auf ein strömungsfreies Meer, dessen Tiefe jedoch räumlich variieren darf. Die Anwendung der Gl. (1) auf diesen Spezialfall wurde in einer früheren Arbeit des Verfassers durchgeführt (vergl. J. Piest (1965), Gl. (17)). Wir wählen hier eine andere Schreibweise. Außerdem bezeichnen wir entsprechend der meteorologischen Windskala mit α die Richtung, aus der die Welle kommt, gerechnet von der positiven y -Achse cum sole.

$$E_t - E_x v \sin(\alpha) - E_y v \cos(\alpha) + E_a A [h_x \cos(\alpha) - h_y \sin(\alpha)] - \quad (29)$$

$$- EB[h_x \sin(\alpha) + h_y \cos(\alpha)] = f$$

$$A = \frac{\kappa \omega}{kh + 0.5 \operatorname{sh}(2kh)}$$

$$B = \kappa \omega \frac{1.5 \operatorname{sh}(2kh) + kh (2 - \operatorname{ch}(2kh))}{\operatorname{sh}(2kh)(kh + 0.5 \operatorname{sh}(2kh))}$$

Indizes x, y, α, t bedeuten partielle Ableitungen nach den betreffenden Variablen. Gl. (29) hat 5 unabhängige Variable T, x, y, α, t , von denen die erste nur als Parameter, die übrigen jedoch in Differentialquotienten auftreten. Für die numerische Rechnung werden die Differentialquotienten durch Differenzenquotienten ersetzt; dabei werden hinsichtlich t der vordere, hinsichtlich der übrigen Variablen zentrale Quotienten gewählt. Den 5 Variablen werden Indizes i, r, s, l, n zugeordnet. Man erhält das folgende Formelsystem:

$$\begin{aligned} E_{irsl, n+1} &= \quad (30) \\ &= E_{irsl, n} \left[1 + \Delta t [B_{irs} (\Delta_x h \sin(\alpha_l) - \Delta_y h \cos(\alpha_l)) + f_{1irsl, n} - \right. \\ &\quad \left. - f_{2irs}] \right] + \Delta t \left[\Delta_x E v_{irs} \sin(\alpha_l) + \Delta_y E v_{irs} \cos(\alpha_l) + \right. \\ &\quad \left. + \Delta_a E [- \Delta_x h \cos(\alpha_l) + \Delta_y h \sin(\alpha_l)] \right] \end{aligned}$$

$$\Delta_x E = \frac{1}{2\Delta x} (E_{i, r+1, sln} - E_{i, r-1, sln})$$

$$\Delta_y E = \frac{1}{2\Delta y} (E_{ir, s+1, ln} - E_{ir, s-1, ln})$$

$$\Delta_a E = \frac{1}{2\Delta \alpha} (E_{irs, l+1, n} - E_{irs, l-1, n})$$

$$\Delta_x h = \frac{1}{2\Delta x} (h_{r+1, s} - h_{r-1, s})$$

$$\Delta_y h = \frac{1}{2\Delta y} (h_{r, s+1} - h_{r, s-1})$$

An den Rändern des durchzurechnenden $xy\alpha$ t -Bereiches ersetzt man die zentralen Differenzenquotienten durch vordere bzw. hintere. Es ist schwierig, hinsichtlich der Randbedingungen eine allgemeine Aussage zu treffen. In der Regel wird der durchzurechnende Bereich ein Zylindergebiet sein, dessen Achse in t -Richtung weist. Dann wird im allgemeinen für $t = 0$ die Randbedingung $E = 0$ gelten. Am xy -Rand können in Abhängigkeit von α verschiedene Situationen auftreten, je nachdem es sich um den Anfangs- oder Endpunkt einer Wellenbahn (Charakteristik) handelt. Am Bahnanfang wird normalerweise $E = 0$ gelten; es können aber Fälle auftreten, wo am Rand z.B. aus einer vorausgegangenen Rechnung ein Spektrum vorgegeben ist. Am Ende der Bahn darf keine Randbedingung vorgegeben werden; der Randwert ist durch die Rechnung bestimmt. Die Reihenfolge, in der die Intensitätswerte an den einzelnen Gitterpunkten berechnet werden, bestimmt sich allgemein aus der Form des durchzurechnenden Gebietes. Im Fall der genannten Zylinderform wird man schichtweise in Richtung wachsender t -Werte rechnen. Die Rechnung muß nacheinander für alle gewählten T -Werte durchgeführt werden. Der Fall $E = 0$ muß besonders behandelt werden; vgl. dazu Abschn. 5.

Hinsichtlich der Wahl der Maschenweiten des Rechengitters ist darauf zu achten, daß die Charakteristikengleichung erfüllt ist; vgl. L. Collatz (1955). Danach ergibt sich für die hier durchzuführende Differenzenrechnung die folgende Bedingung:

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{\Delta x}{v_{irs}}, \frac{\Delta y}{v_{irs}}, \frac{\Delta \alpha}{A_{irs} \sqrt{(\Delta_x h)^2 + (\Delta_y h)^2}} \right) \quad (31)$$

Diese Formel ist bereits vereinfacht, indem die Abhängigkeit von α eliminiert worden ist.

Die Anwendung der Gl. (29) mit Hilfe des mehrdimensionalen Differenzenverfahrens bedeutet gegenüber dem in Abschn. 5 beschriebenen

Verfahren einen erheblich vergrößerten Rechenaufwand. Man wird dies Verfahren immer dann anwenden, wenn entweder eine Seegangsbestimmung für ein ausgedehntes Seegebiet durchzuführen ist, oder wenn es sich um ein Schelfmeer mit nicht-ebenem Boden handelt, so daß der Verlauf der Wellenbahnen nicht bekannt ist. Der Verfasser hat sich ausführlich mit dem bisher üblichen Verfahren befaßt, zunächst die Wellenbahnen zu berechnen, und dann auf jeder dieser Bahnen die Gl. (25) anzuwenden; diese Methode bringt jedoch eine Reihe schwerwiegender Nachteile mit sich, die das hier empfohlene Differenzenverfahren umgeht; vgl. J. Piest (1965).

Im Gegensatz zum eindimensionalen Differenzenverfahren (vgl. Abschn. 5) treten bei mehrdimensionalen Rechnungen Schwierigkeiten auf, wenn die Maschenweite variabel sein soll. Andererseits ist die Beschränkung auf konstante Maschenweiten unbefriedigend. Häufig werden Teile des Meeresbeckens mit sehr unregelmäßigem Bodenprofil ein engmaschiges Gitternetz erfordern, damit die Rechenergebnisse genügend genau ausfallen; in anderen Gebieten wird man eine größere Maschenweite wählen wollen, um den Rechenaufwand zu begrenzen. In solchen Fällen muß man versuchen, den fünfdimensionalen Rechenbereich in Teilbereiche mit unterschiedlichen Maschenweiten zu zergliedern und die einzelnen Teile durch Interpolation anzuschließen.

7. Anwendung auf ein einfach gestaltetes Modellmeer

Zur erfolgreichen Anwendung eines Differenzenverfahrens bedarf es erheblicher praktischer Erfahrung. Es erscheint daher zweckmäßig, das Formelsystem Gl. (30) zunächst durch Anwendung auf konstruierte, einfach gestaltete Modellmeere zu erproben. Über eine solche Rechnung wird hier berichtet.

Wir wählen ein abgeschlossenes rechteckiges Meeresbecken. Der Wind soll konstant in Richtung des einen Beckenrandes wehen

(x-Koordinate); die Windgeschwindigkeit sei $U = 30$ kn. Der Beckenboden soll eine senkrecht zur Windrichtung geneigte Ebene sein. Durch diese Festlegungen ergeben sich in Gl. (30) folgende Vereinfachungen: Es ist $\Delta_x h = 0$, $\Delta_y h = \text{const}$; A , B , v , f_2 sind nicht mehr vom Index r abhängig. Es ist $U = \text{const}$, d.h. f_1 ($\vartheta > \pi/3$) ist nur noch von den Indizes i , l abhängig. Entsprechend verändert sich Gl. (29).

Zur Bestimmung der Maschenweiten unter Beachtung von Gl. (31) ist es zweckmäßig, eine Darstellung von v und A in Abhängigkeit der Variablen T , h zu besitzen. Wir führten eine Berechnung für die Bereiche 0 bis 32 sec und 0 bis 100 m durch. Die Abb. 5, 6 sind graphische Darstellungen der Ergebnisse. Die Abzisse gibt h in Metern, die Ordinate v in kn bzw. A in kn m^{-1} an. Parameter der Kurvenscharen ist die Wellenperiode T in sec. Die gestrichelte Kurve in Abb. 5 markiert die Maxima der Einzelkurven der Schar.

Wir legen fest: Länge des Beckens 300 sm, Breite 200 sm; $h(y=0) = 10$ m, $h(y=200) = 30$ m, d.h. $\Delta_y h = 0.1 \text{ m sm}^{-1}$. Abb. 7 zeigt das Modellmeer mit dem xy -Koordinatensystem und die Wassertiefe in Abhängigkeit von der Koordinate y . - Für $U = 30$ kn ist $T_g = 13$ sec; wir haben also die Maxima der Größen v , A aus folgendem Bereich zu suchen:

$$\begin{aligned} 10 &\leq h \leq 30 \text{ m,} \\ 0 &\leq T \leq 13 \text{ sec} \end{aligned}$$

Man erhält aus Abbn. 5, 6 die Werte 23.1 kn und 0.781 kn m^{-1} . Danach sind die folgenden Maschenweiten mit Gl. (31) vereinbar: $\Delta x = \Delta y = 25$ sm, $\Delta \alpha = \pi/6 \sim 30^\circ$, $\Delta t = 1$ Std. Schließlich wählen wir $\Delta T = 1$ sec.

Der Laufbereich der Indizes i , r , s , l , n , der die Anzahl der

Gitterpunkte in den einzelnen Dimensionen bestimmt, sei:

$$i = 1, \dots, 13$$

$$r = 1, \dots, 12$$

$$s = 1, \dots, 8$$

$$l = 1, \dots, 12$$

$$n = 1, \dots, 8$$

Der Laufbereich des Parameters i ist durch T_g festgelegt, die Bereiche für r, s durch die Abmessungen des Beckens, der Bereich für l dadurch, daß α alle Werte von 0 bis 2π äquidistant durchlaufen muß. Lediglich für n konnte der Bereich unabhängig von den übrigen Festlegungen gewählt werden.

Abb. 8-11 zeigen die Rechenergebnisse für den Zeitpunkt $t = 9$ Std. Abb. 8 a-f gibt die Spektren an den 6 in Abb. 7 markierten Punkten des Meeresbeckens. Die spektrale Intensitätsdichte ist für die 3 Laufrichtungen $240^\circ, 270^\circ, 300^\circ$ in Abhängigkeit von der Wellenperiode dargestellt. Bei der hier vorgegebenen Windrichtung ist die Gesamtenergie des Seegangs im wesentlichen auf diese drei Richtungen verteilt. Markante Variationen der Spektralkurven findet man in erster Linie bei Variation der y -Koordinate. Man erkennt im einzelnen:

- a) Die Spektralintensität nimmt mit der Wassertiefe ab; dies ist ein Effekt der zunehmenden Dissipationskräfte.
- b) Für $y=25$ sm übertrifft die Intensität für $\alpha = 300^\circ$ diejenige für $\alpha = 240^\circ$; für $y=175$ sm ist das Gegenteil der Fall. Die Aussage gilt für den gesamten Periodenbereich mit Ausnahme extrem kurzer Wellen. Der Unterschied erklärt sich dadurch, daß für die vom jeweiligen Beckenrand ablaufende Seegangskomponente die Windstreichlänge kürzer ist als für die unter gleichem ϑ auf den Rand zulaufende Welle.

c) Für $y=100$ sm übertrifft für mittlere und große Perioden die Intensität bei $\alpha = 300^\circ$ diejenige bei $\alpha = 240^\circ$, obwohl in diesem Falle die Windstreichlängen aus 300° und 240° gleich lang sind. Dies ist ein kombinierter Effekt von unterschiedlicher Wassertiefe und Refraktion. Die Neigung des Beckenbodens bedingt, daß die aus 240° anlaufende Komponente auf ihrem Wege stärkerer Dissipation ausgesetzt war. Durch Refraktion werden die Wellen in Richtung auf flacheres Wasser abgelenkt. Die Komponente $\alpha = 300^\circ$ ist also unter relativ spitzerem Winkel zur Windrichtung gelaufen und hatte daher verglichen mit $\alpha = 240^\circ$ eine größere Energiezuwachsrate. - Sowohl Dissipations- als auch Refraktionseffekte wachsen mit der Periode.

In x-Richtung ergibt sich von $x=75$ sm auf $x=275$ sm nur für relativ tiefes Wasser ($y=175$ sm) noch ein geringer Anstieg der spektralen Intensität.

Abb. 9 zeigt Werte der kennzeichnenden Wellenhöhe für $t=9$ Std. an allen Gitterpunkten des Meeresbeckens. In die Darstellung wurden Isolinien der Wellenhöhe eingetragen. - Man erkennt zunächst, daß stellenweise Schwankungen von Punkt zu Punkt auftreten, die offensichtlich unrealistisch und durch das Differenzenverfahren bedingt sind. Beim Zeichnen der Isolinien wurden diese Schwankungen nicht berücksichtigt. Werte auf dem Rand des Rechenbereiches sind bei Differenzenverfahren stets mit Unsicherheiten behaftet und daher kritisch zu verwenden.

Mit Ausnahme eines relativ schmalen Bereiches am linken (vorderen) Beckenrand ist die Wellenhöhe in x-Richtung konstant. Ein Vergleich mit den Rechenergebnissen für $t < 9$ Std. zeigt, daß sie in diesem Bereich auch zeitlich nicht mehr anwächst. Es handelt sich also um unter den vorgegebenen Bedingungen ausgereifte Windsee. Die gestrichelte Linie in Abb. 9 grenzt diesen stationären Bereich nach der 95%-Definition ab. Die Windstreichlängen, die zum

Erreichen des stationären Endzustandes erforderlich sind, schwanken zwischen 20 und 75 sm; sie wachsen mit der Wassertiefe. Im stationären Bereich liegt die größte Wellenhöhe mit 1,85 m bei $y=170$ sm; sie ist also gegen die Mitte ($y=100$ sm) weit in den Bereich größerer Wassertiefe verschoben. Auch im stationären Bereich ist die Veränderlichkeit von $H_{1/3}$ in y -Richtung unregelmäßigen, durch die große Maschenweite bedingten Schwankungen unterworfen, die jedoch mit Ausnahme die Randzone 5 cm nicht überschreiten.

Die zum Erreichen des stationären Zustandes erforderlichen Wirkzeiten und Streichlängen sowie die stationären Wellenhöhen sind bemerkenswert klein. In G. Neumann, W.J. Pierson jr. und R.W. James (1953) werden für $U=30$ kn und unbegrenztes tiefes Meer die Werte 23 Std., 280 sm angegeben. Mit der hier bestimmten Energiebilanzfunktion sind entsprechende Werte für den offenen Ozean bisher nicht berechnet worden; sie liegen aber ohne Zweifel im gleichen Größenbereich. Die kennzeichnende Wellenhöhe für die unbegrenzte Tiefsee beträgt 4,2 m. Die wesentlich kleineren Werte, die in der vorgelegten Modellrechnung erhalten wurden, veranschaulichen die große Bedeutung der Dissipationserscheinungen für die praktische Seegangsvorhersage, sofern es sich um Schelfmeerseegang handelt. Nicht unerwähnt bleiben darf, daß darüber hinaus seitliche Begrenzungen des Meeres von erheblichem Einfluß auf die Seegangsentwicklung sein können.

Abb. 10 zeigt die berechneten kennzeichnenden Wellenperioden. Die Perioden nehmen im wesentlichen mit der Wassertiefe zu und erreichen ihr Maximum mit 5,5 sec am seitlichen Beckenrand $y=200$ sm. Der entsprechende Wert für Tiefsee beträgt 8,2 sec. Eine Erklärung für das Periodenminimum im Bereich $y=40$ sm und den schwachen Anstieg in Richtung auf $y=0$ konnte bisher nicht gefunden werden.

Zusätzlich wurde versucht, eine mittlere Laufrichtung des See-

gangs zu definieren:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{m_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \alpha E dt d\alpha \quad (32)$$

Abb. 11 zeigt für $t=9$ Std. die Differenzen $\bar{\alpha} - 270^\circ$. Es zeigt sich, daß Schwankungen von Punkt zu Punkt, die durch das Differenzenverfahren bedingt sind, sich hier besonders kritisch auswirken. Wegen der starken Streuung wurde auf das Einzeichnen der Isolinien verzichtet. Die Grenze zwischen positiven und negativen Werten ist von der Mittellinie ($y=100$ sm) in Richtung tieferen Wassers, etwa bis $y=160$ sm verschoben. Es handelt sich dabei um die kombinierte Dissipations- Refraktionswirkung, die oben anhand der Spektralverteilungen besprochen wurde.

8. Zusammenfassung und Schlußbemerkung

Das hier vorgelegte Seegangsbestimmungsverfahren wurde aus der Energietransportgleichung für Oberflächenwellen entwickelt. Es ist als halbempirisch zu bezeichnen. Der Energietransport gehorcht theoretisch abgeleiteten physikalischen Gesetzen. In die Bestimmung der Energiebilanzfunktion gehen die Hypothesen ein, daß die nichtlinearen Wechselwirkungen zu vernachlässigen und die Energiedissipation durch Einführung der Scheinzähigkeit zu beschreiben sei. Die Tiefwasser-Energiebilanz und die Scheinzähigkeit wurden empirisch bestimmt. Das vorgeschlagene mehrdimensionale Differenzenverfahren vermeidet die Schwierigkeiten bei der Berechnung der Wellenbahnen im Meer mit nicht-ebenem Boden. Dieser Vorteil wird erkaufte durch einen erheblich vermehrten Rechenaufwand, der aber mit Hilfe moderner Rechenmaschinen zu bewältigen ist.

Der Gegenstand des hier vorgelegten Berichtes ist das Ergebnis

mehrfähriger Forschungen, die aus Mitteln des Herrn Bundesministers der Verteidigung finanziert und von der Seegangsforschungsgruppe des Deutschen Wetterdienstes, Seewetteramt Hamburg, durchgeführt wurden. Mit dem Projektleiter, Herrn Dr. Walden, hatte der Verfasser zahlreiche Diskussionen, die für die Entwicklung des Verfahrens äußerst anregend und wertvoll waren. Die Aufbereitung der umfangreichen empirischen Unterlagen für die Bestimmung der Scheinzähigkeit führte Herr H.-J. Rubach aus. Die teilweise komplizierten Rechenprogramme bearbeitete Fräulein R. Bremer.

Die Rechnungen wurden auf dem Rechner TR⁴ des Instituts für angewandte Mathematik der Universität Hamburg durchgeführt. Der Verfasser ist der Institutsleitung sehr dankbar dafür, daß ihm diese Untersuchung durch das Einräumen erheblicher Rechenzeit möglich gemacht wurde.

Literaturverzeichnis

- Biesel, F., 1949: Calcul de l'amortissement d'une houle dans un liquide visqueux de profondeur finie. La Houille Blanche 4, 630.
- Bretschneider, C.L., u. Reid, R.O., 1954: Modification of wave height due to bottom friction, percolation, and refraction. Beach Erosion Board, Techn. Mem. No. 45.
- Collatz, L., 1960: The numerical treatment of differential equations. In: Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Springer Verlag Berlin-Göttingen-Heidelberg.
- Gelci, R. Cazalé, H. und Vassal, J., 1957: Prêvision de la houle - la méthode des densité spectro-angulaires. Bull. d'Inf. du Comité Centr. d'Oc. et d'Etude des Côtes, IX, 8.
- Longuet-Higgins, M.S., 1952: On the statistical distribution of the heights of the sea waves. J. of Mar.Res., Vol. 11, No. 3.
- Pierson, W.J. jr., Neumann, G. u. James, R.W., 1953: Practical methods for observing and forecasting ocean waves. Hydrogr. Off. U.S. Navy Publ. No. 603.
- Pierson, W.J., jr., 1955: Wind generated gravity waves. Adv. in Geophys., Vol. 2, Ed. H.E. Landsberg, Acad. Press., N.Y.
- Pierson, W.J., jr., and Moskowitz, L., 1964: A proposed spektral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii. J. Geophys. Res. Bd. 69, Nr. 24.
- Piest, J., 1964: Die Bestimmung des Tiefwasserseegangs aus seinen skalar-spektralen Komponenten bei bekannten Windverhältnissen. Dt. Wetterdienst, Seewetteramt, Hamburg, Einz. Veröff. Nr. 43.
- Piest, J., 1965: Seegangsbestimmung und Seegangsrefraktion in einem Meer mit nicht-ebenem Boden - eine theoretische Untersuchung. Deutsche Hydrogr. Zeitschr. Bd. 18, H. 6.

- Piest, J., 1966: Zur linearen Theorie schwerebedingter Oberflächenwellen in einem zähen Medium begrenzter Tiefe. Deutsche Hydrogr. Zeitschr. Bd. 19, H. 2.
- Synge, J.L., 1962: Water waves and hydrons, Science, 138, 13.
- Walden, H., 1955/56 : Ein neues Diagramm zur Berechnung des Seegangs aus den Windverhältnissen. Ann. d. Met., Bd. 7, H. 3/4.
- Walden, H., 1958: Die winderzeugten Meereswellen, Teil I. Beobachtungen des Seegangs und Ermittlung der Windsee aus den Windverhältnissen. Deutscher Wetterdienst, Seewetteramt, Einzelveröff. Nr. 18.
- Wooding, R.A., 1955: An approximate joint probability distribution for amplitude and frequency in random noise, New Zealand, J. of Sc. and Techn., Section B, Vol. 36, No. 6.

Verzeichnis der Abbildungen

- Abb. 1 Kennzeichnende Wellenhöhe andauerbegrenzter Windsee im tiefen Meer.
- Abb. 2 Kennzeichnende Wellenperiode andauerbegrenzter Windsee im tiefen Meer.
- Abb. 3 Wellenhöhe stationärer Windsee in der westlichen Ostsee.
a) Berechnete Wellenhöhe für dissipationsfreien Seegang
b) Differenz der beobachteten zu der unter a) angegebenen berechneten Wellenhöhe.
- Abb. 4 Wellenhöhe stationärer Windsee in der Nordsee.
a) Berechnete Wellenhöhe für dissipationsfreien Seegang
b) Differenz der beobachteten zu der unter a) angegebenen berechneten Wellenhöhe.
- Abb. 5 Gruppengeschwindigkeit v als Funktion der Wassertiefe h .
- Abb. 6 Koeffizient A in Gleichung (29) als Funktion der Wassertiefe h .
- Abb. 7 Form und Abmessungen des Meeresbeckens im xy -Koordinatensystem. Wassertiefe h als Funktion von y .
- Abb. 8 Spektrum des Seegangs an den 6 in Abb. 7 markierten Punkten des Meeresbeckens zum Zeitpunkt $t = 9$ Std.
- Abb. 9 Kennzeichnende Wellenhöhe $H_{1/3}$ an den Gitterpunkten des Meeresbeckens zum Zeitpunkt $t = 9$ Std.
- Abb. 10 Kennzeichnende Wellenperiode $T_{1/3}$ an den Gitterpunkten des Meeresbeckens zum Zeitpunkt $t = 9$ Std.
- Abb. 11 Mittlerer Laufwinkel der Windsee als Differenz zu 270° an den Gitterpunkten des Meeresbeckens zum Zeitpunkt $t = 9$ Std.

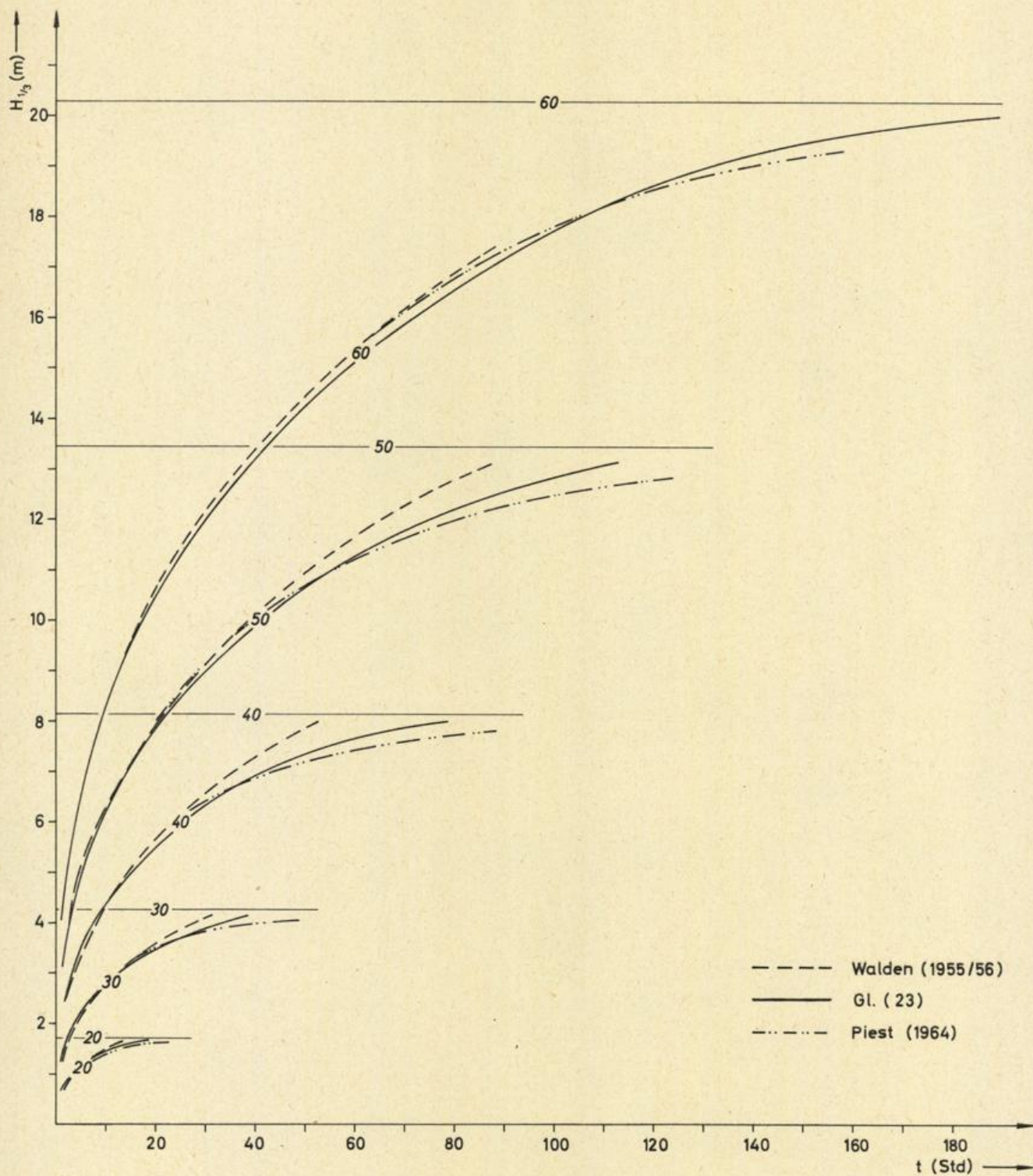


Abb. 1 Kennzeichnende Wellenhöhe andauerbegrenzter Windsee im tiefen Meer. Horizontale Geraden: Wellenhöhe ausgereifter Windsee. Scharparameter: Windgeschwindigkeit U (kn).

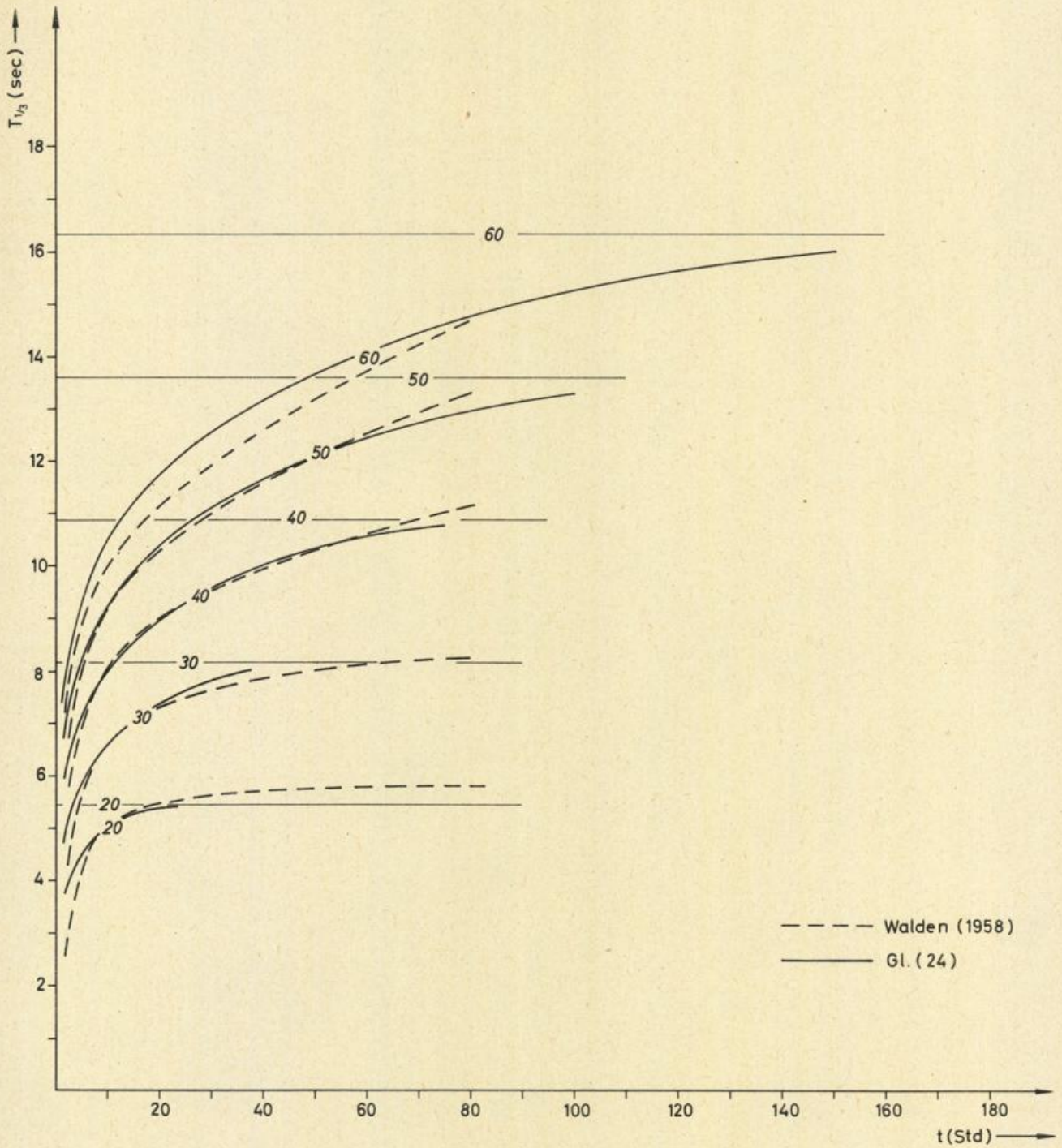


Abb. 2 Kennzeichnende Wellenperiode andauerbegrenzter Windsee im tiefen Meer. Horizontale Geraden: Periode ausgereifter Windsee. Scharparameter: Windgeschwindigkeit U (kn).

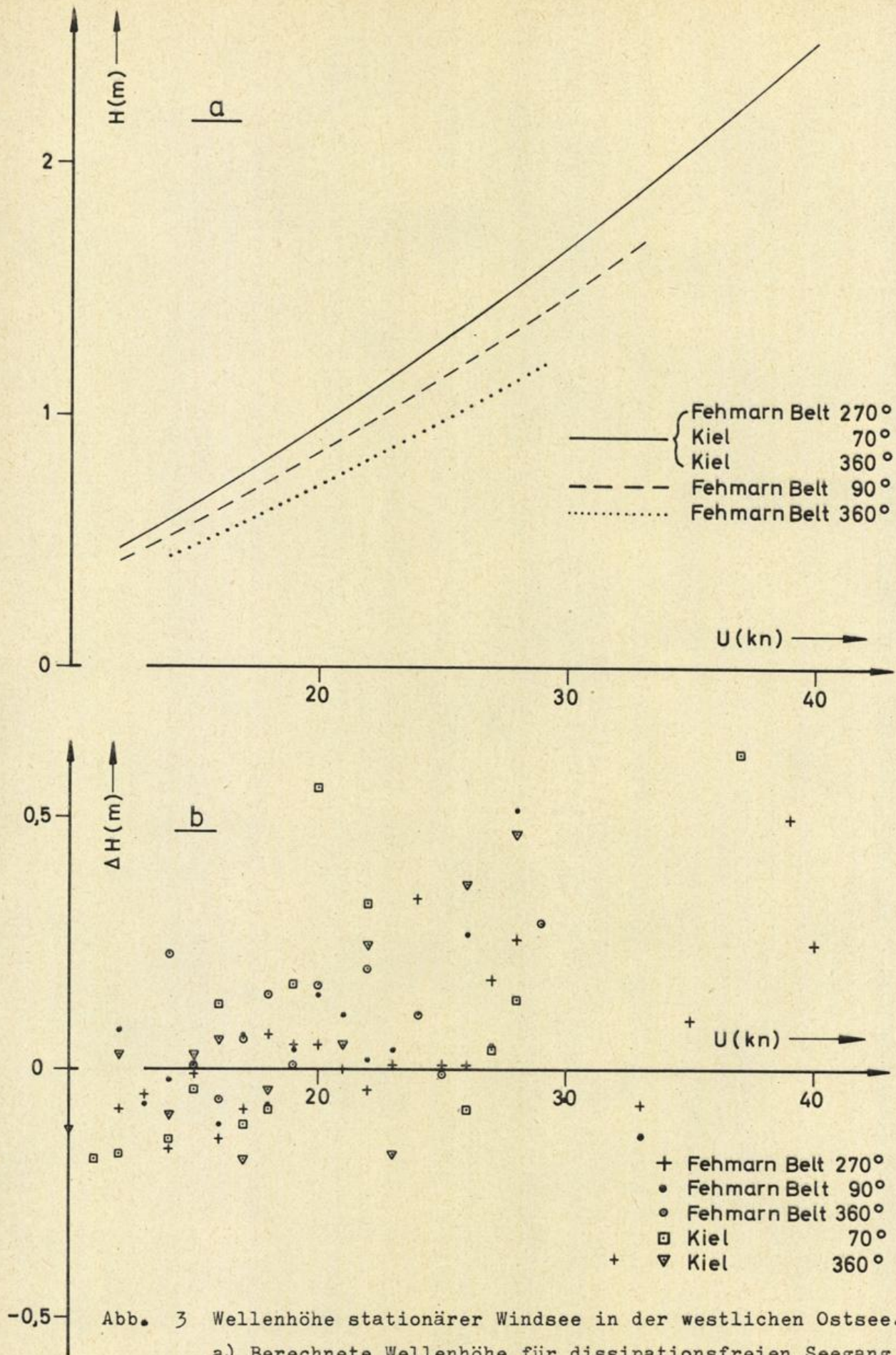


Abb. 3 Wellenhöhe stationärer Windsee in der westlichen Ostsee.

a) Berechnete Wellenhöhe für dissipationsfreien Seegang

b) Differenz der beobachteten zu der unter a) angegebenen berechneten Wellenhöhe.

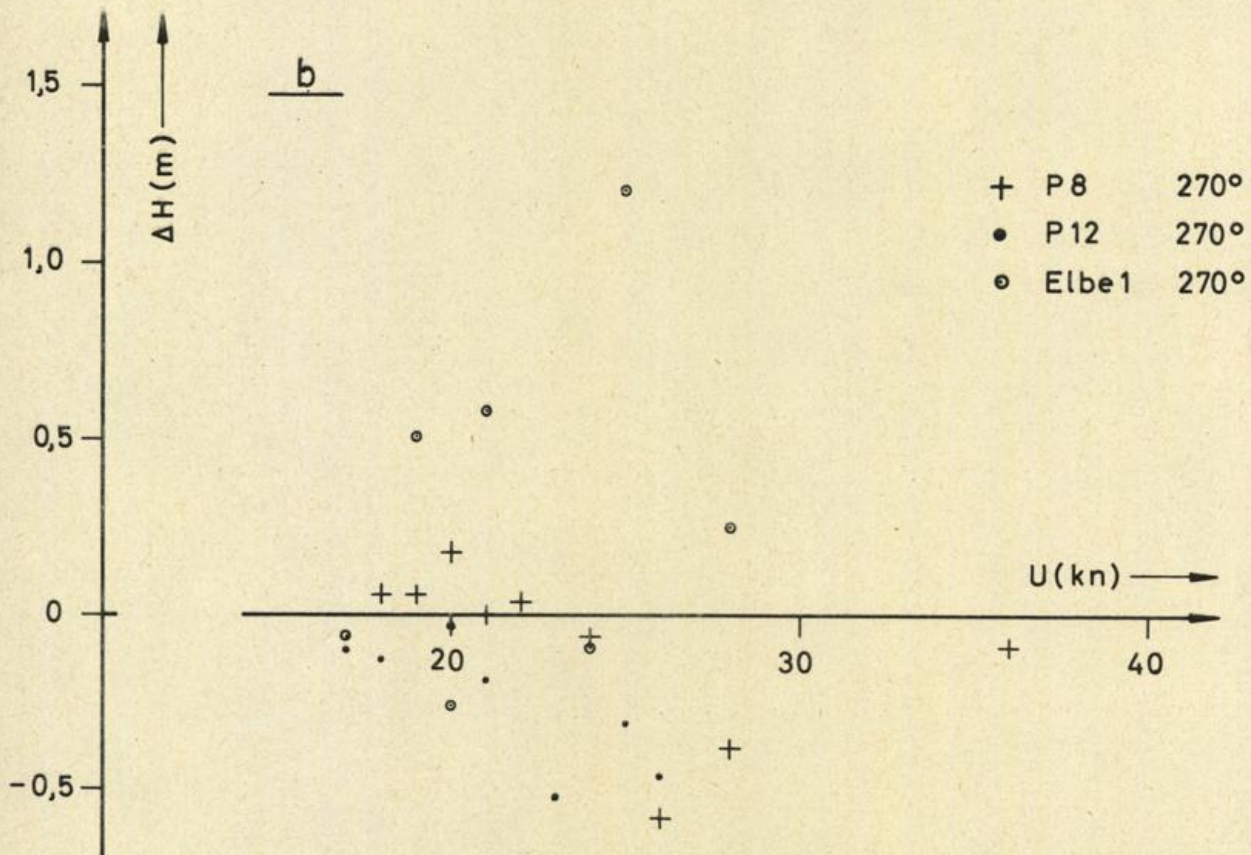
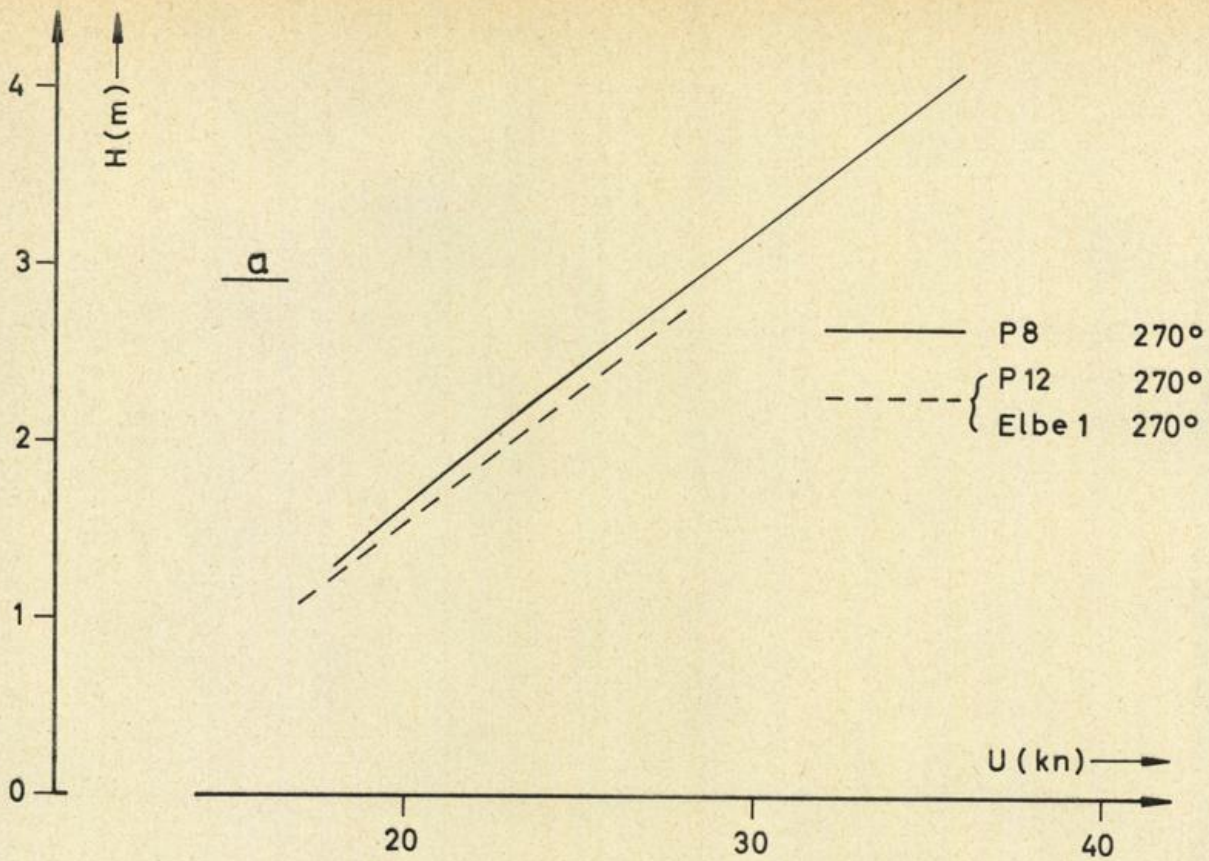


Abb. 4 Wellenhöhe stationärer Windsee in der Nordsee.
 a) Berechnete Wellenhöhe für dissipationsfreien Seegang
 b) Differenz der beobachteten zu der unter a) angegebenen berechneten Wellenhöhe.

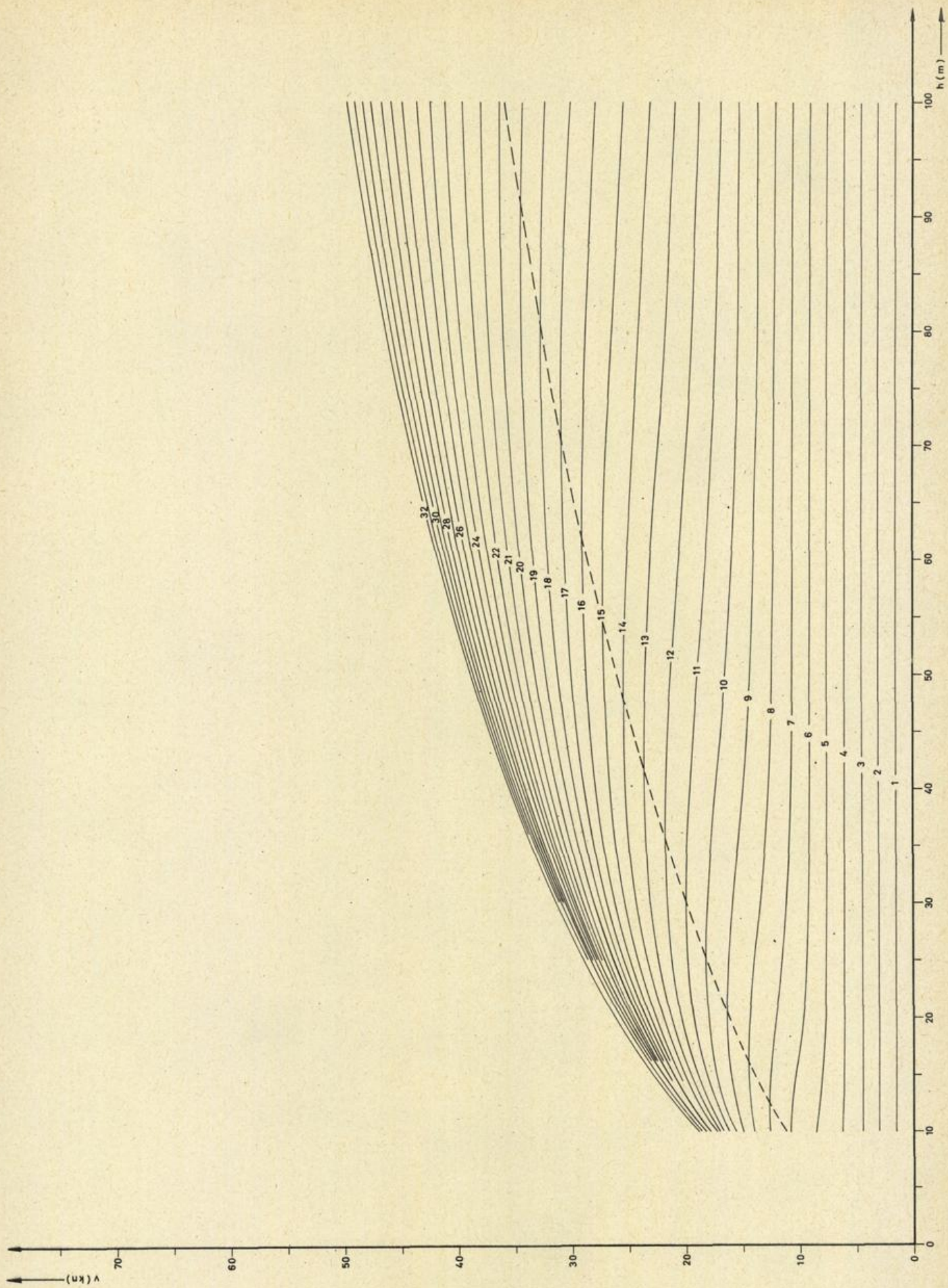


Abb. 5 Gruppengeschwindigkeit v als Funktion der Wassertiefe h .
 Scharparameter: Wellenperiode T (sec). Gestrichelte
 Kurve: Ort der Maxima der Scherkurven.

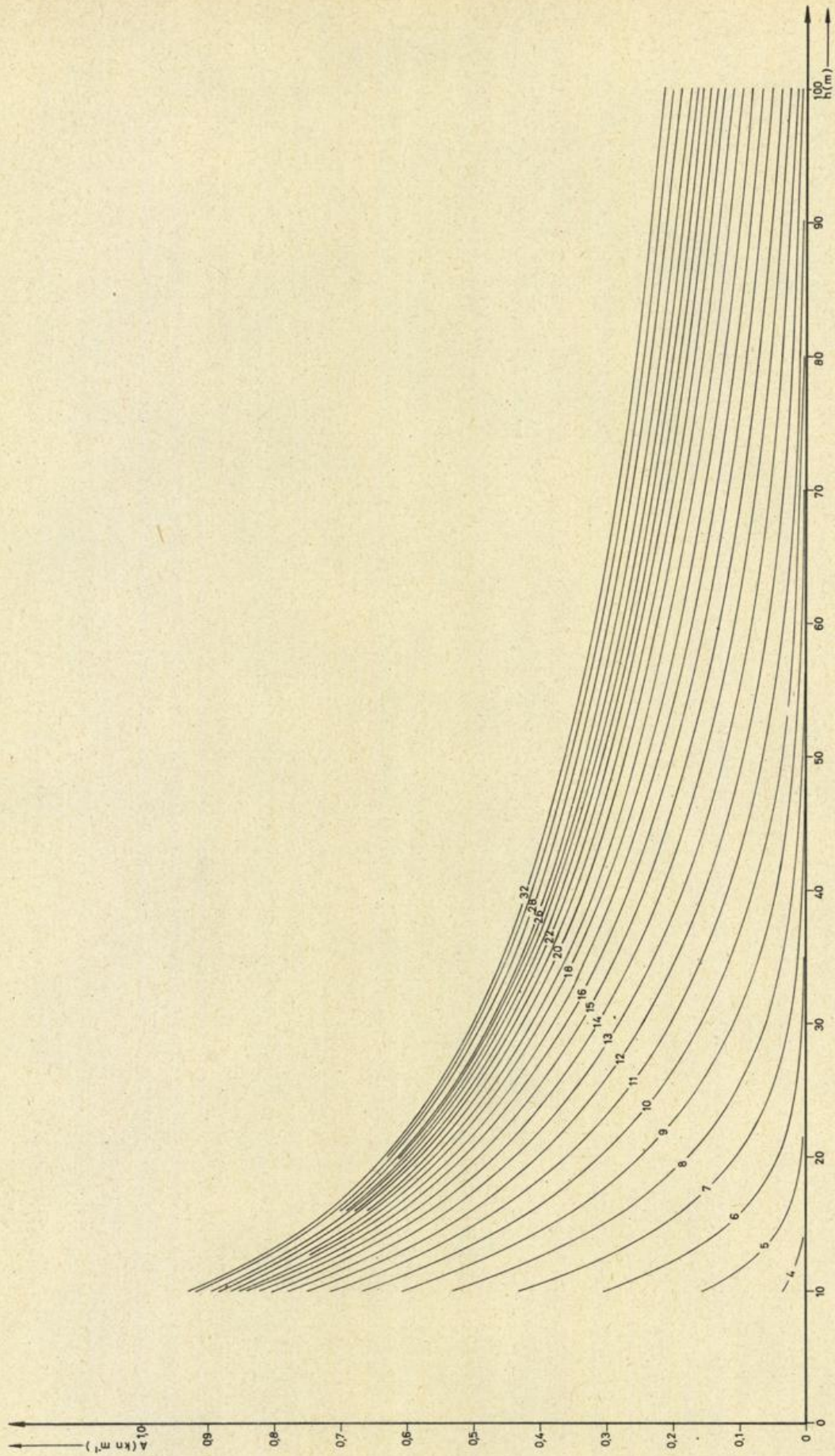


Abb. 6 Koeffizient A in Gleichung (29) als Funktion der Wassertiefe h . Scharparameter: Wellenperiode T (sec).

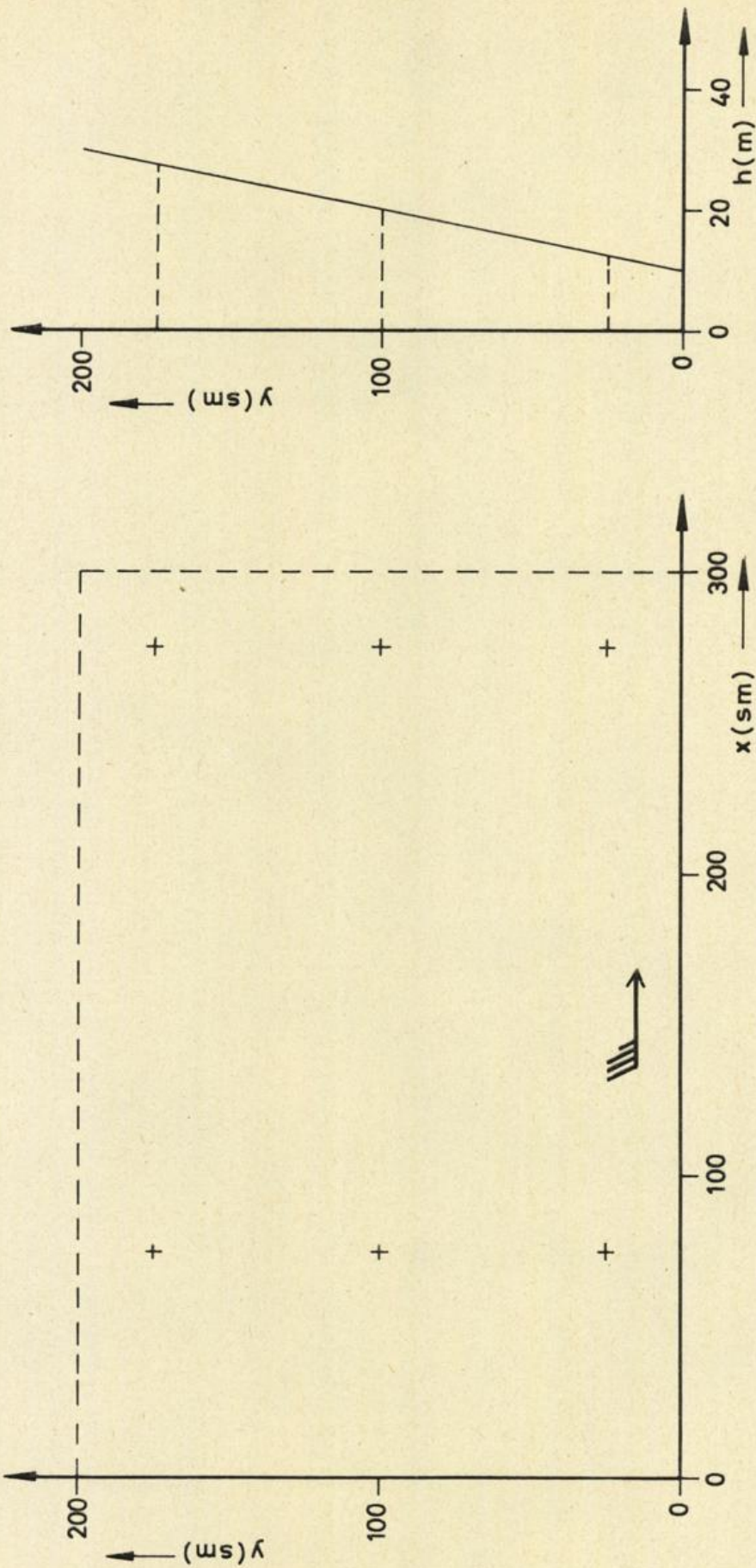


Abb. 7 Form und Abmessungen des Meeresbeckens im xy -Koordinatensystem. Wassertiefe h als Funktion von y .

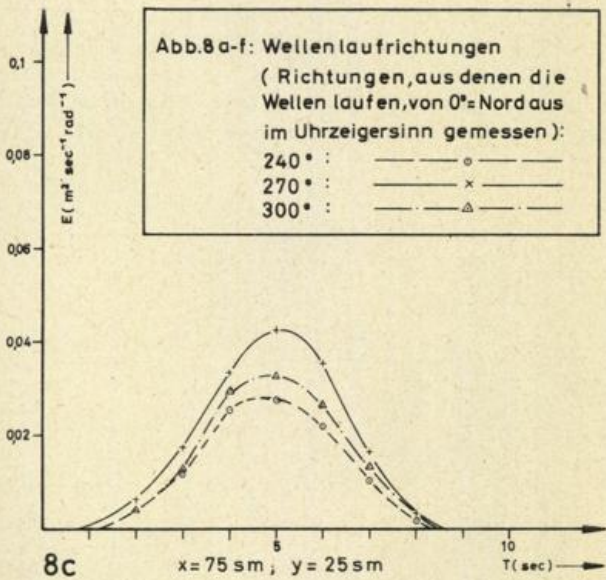
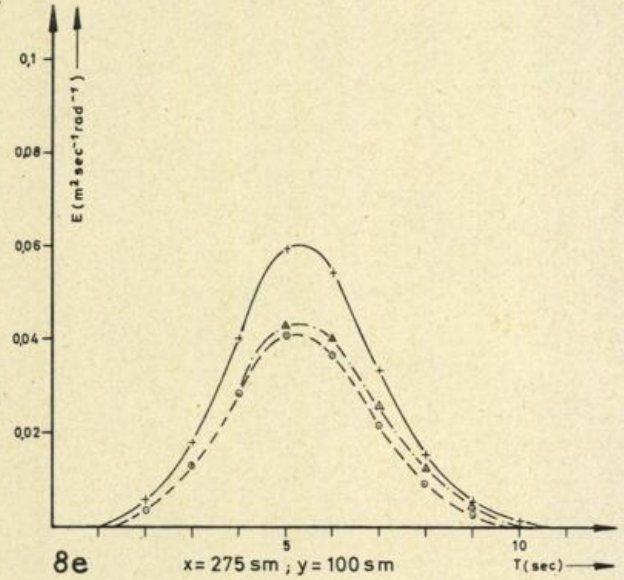
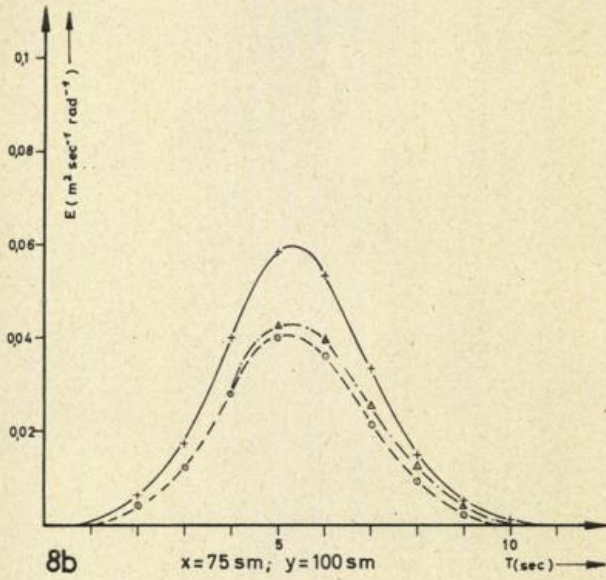
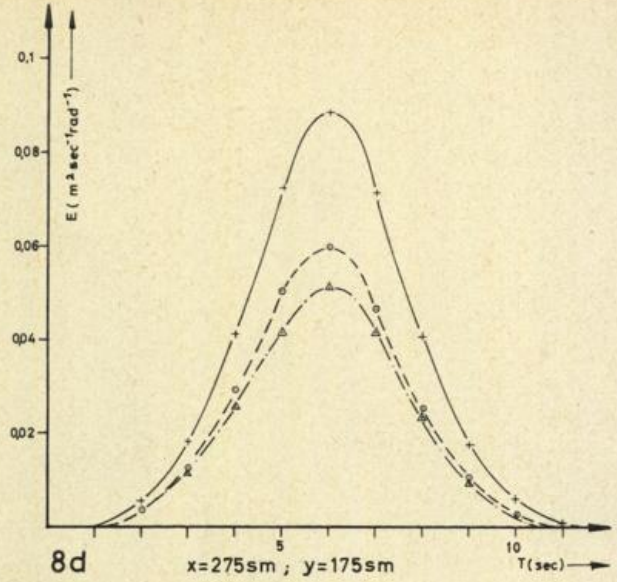
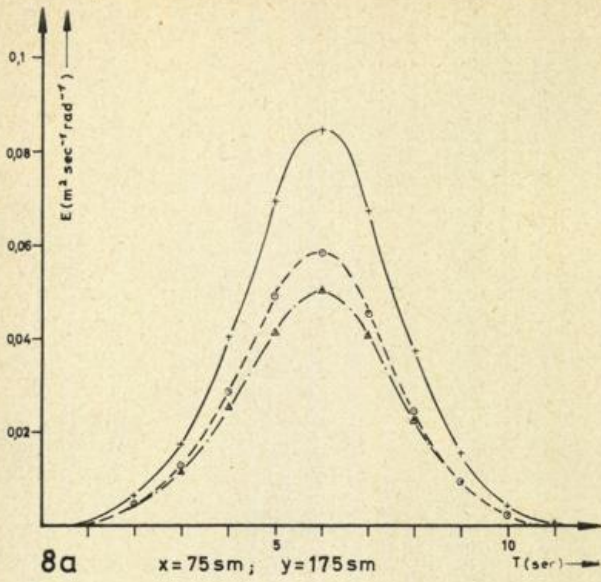


Abb.8 a-f: Wellenlaufrichtungen
 (Richtungen, aus denen die
 Wellen laufen, von 0°=Nord aus
 im Uhrzeigersinn gemessen):
 240° : ———○—————
 270° : ———×—————
 300° : ———△—————

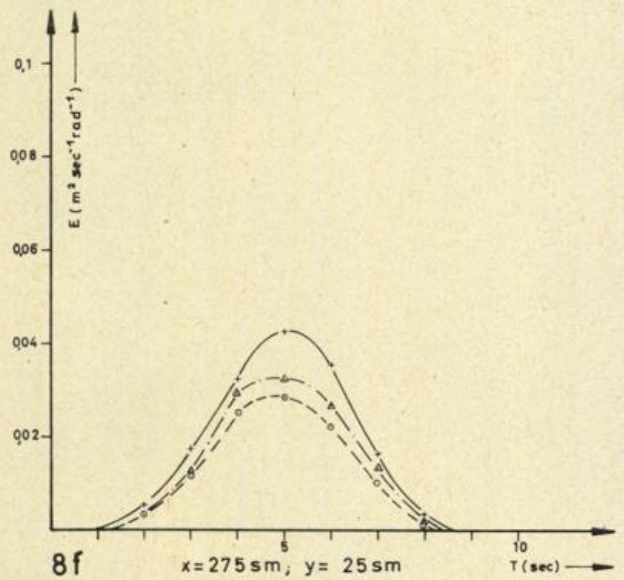


Abb. 8 Spektrum des Seegangs an den 6 in Abb. 7 markierten Punkten des Meeresbeckens zum Zeitpunkt $t = 9 \text{ Std.}$

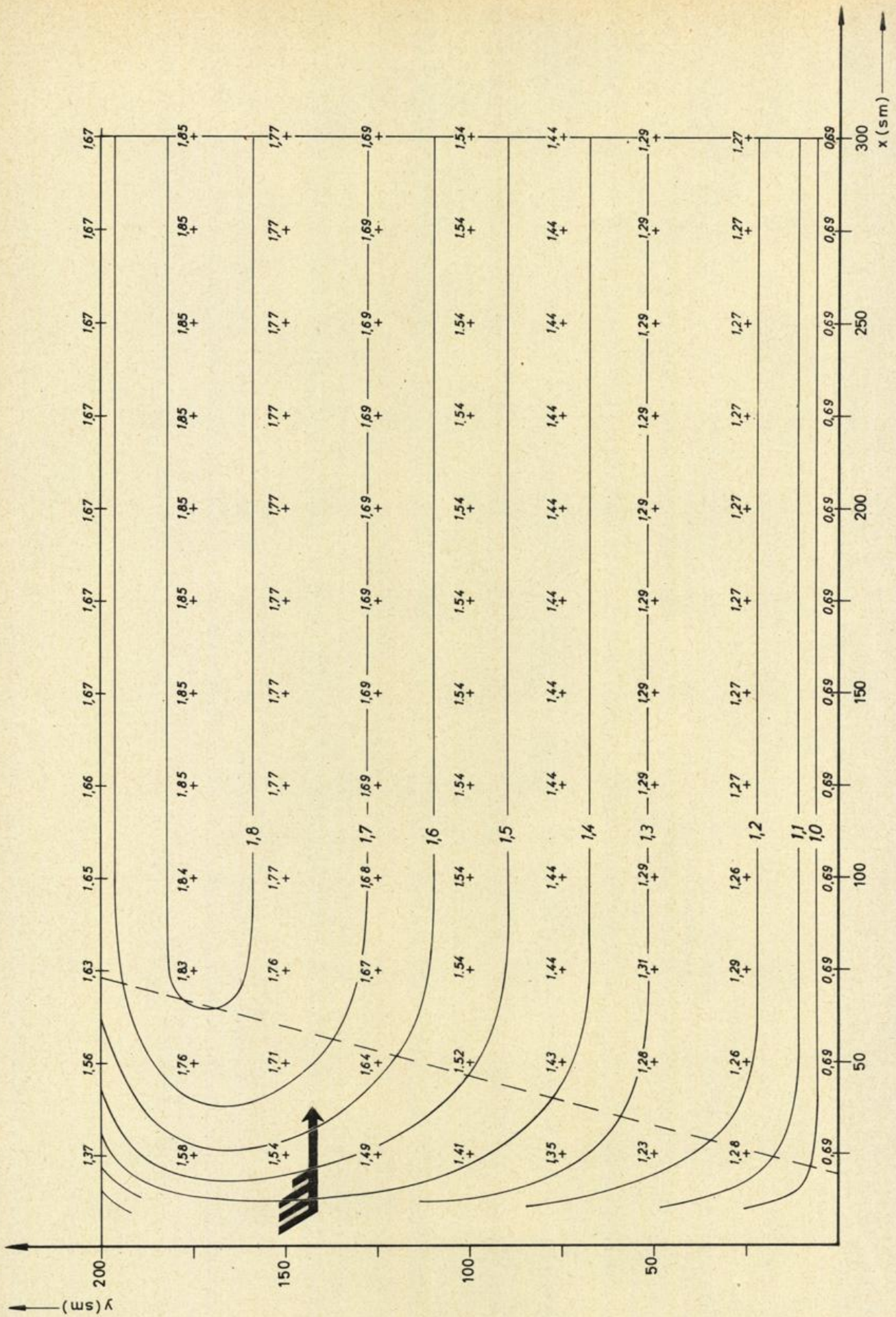


Abb. 9 Kennzeichnende Wellenhöhe $H_{1/3}$ an den Gitterpunkten des Meeresbeckens zum Zeitpunkt $t = 9$ Std. Isolinien der Wellenhöhe. Gestrichelte Kurve: Linker Rand des Bereiches ausgereifter Windsee.

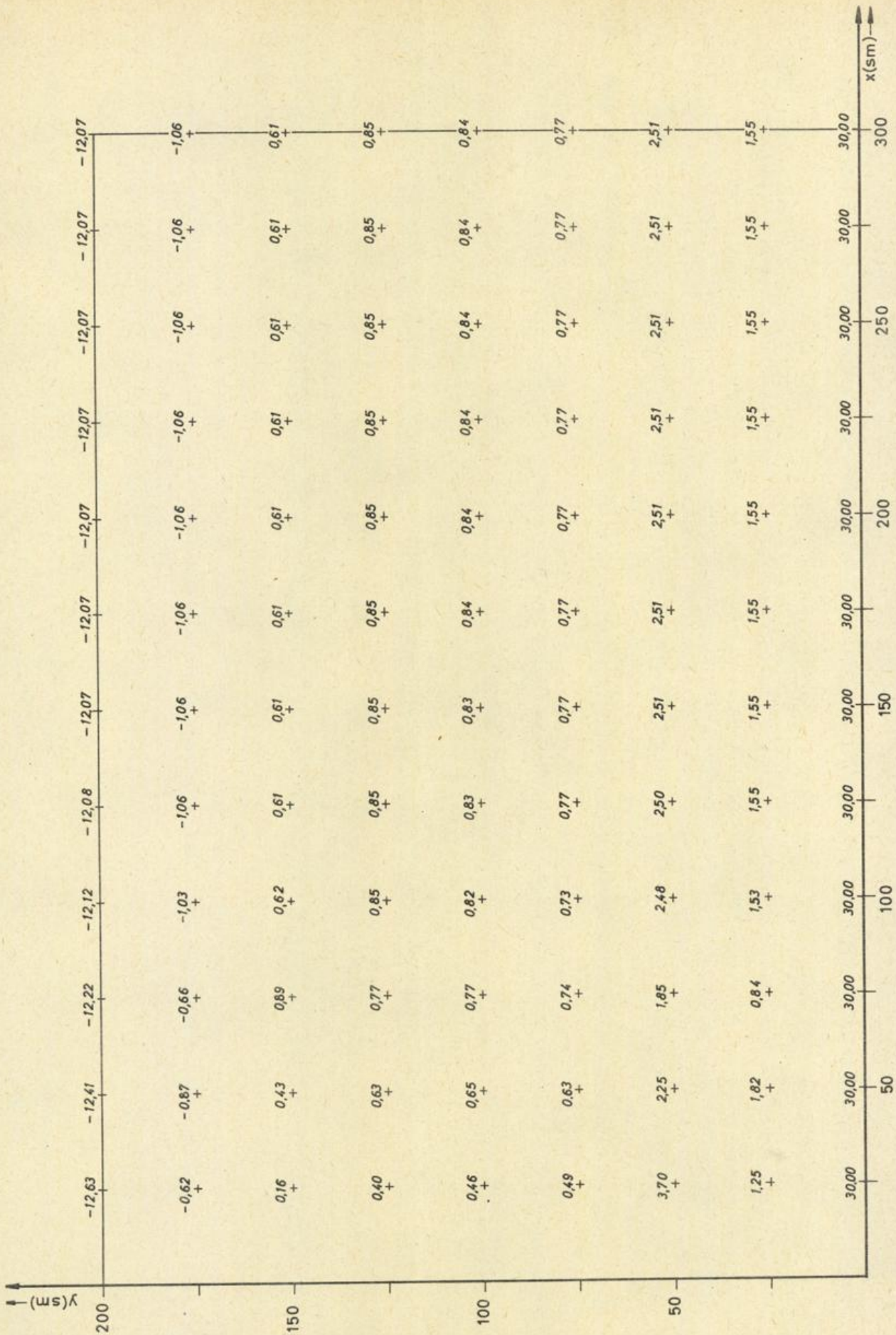
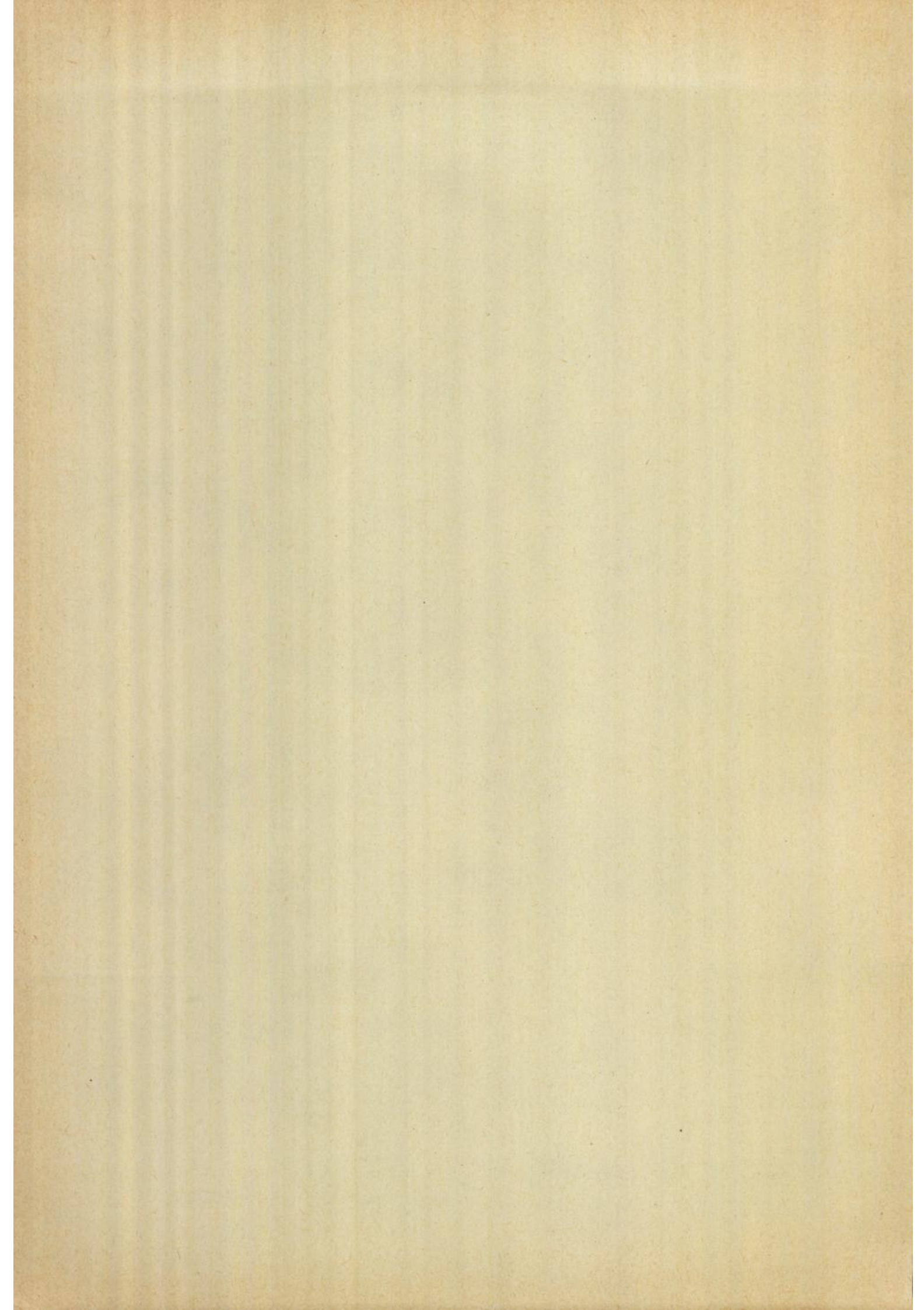


Abb. 11 Mittlerer Laufwinkel der Windsee als Differenz zu 270° an den Gitterpunkten des Meeresbeckens zu Zeitpunkt $t = 9$ Std.



- Nr. 35 (1962) Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1958
- Nr. 36 (1962) Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1959
- Nr. 37 (1963) Klimatologie des Mittelmeeres. Teil 2: Temperatur, Bewölkung, Niederschlag, Nebel (H. Markgraf)
- Nr. 38 (1963) Zur Klimatologie des Nordatlantischen Ozeans. Teil 1: Text (C. Pflugbeil)
- Nr. 39 (1963) Zur Klimatologie des Nordatlantischen Ozeans. Teil 2: Tabellen (C. Pflugbeil und E. Steinborn)
- Nr. 40 (1963) Zur Klimatologie des Nordatlantischen Ozeans. Teil 3: Abbildungen (C. Pflugbeil und E. Steinborn)
- Nr. 41 (1964) Die Eigenschaften der Meereswellen im Nordatlantischen Ozean (H. Walden)
- Nr. 42 (1964) Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1960
- Nr. 43 (1964) Die Bestimmung des Tiefwasserseegangs aus seinen skalar-spektralen Komponenten bei bekannten Windverhältnissen (J. Piest)
- Nr. 44 (1964) Die Kälte der Winter im norddeutschen Raum; Teil 1: Herstellung homogener Reihen der Kältesummen (H. Müller-Annem)
- Nr. 45 (1965) Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1961
- Nr. 46 (1965) Gleichzeitige Seegangsmessungen in der Deutschen Bucht mit dem „Seegangbeschleunigungsmesser mit photographischer Registrierung“ und ihre Auswertung zum Studium des Seegangs beim Einlaufen in das Wattenmeer (H. Walden, A. Lang u. J. Piest)
- Nr. 47 (1965) Die Windgeschwindigkeits-Äquivalente der Beaufortgrade nach Beobachtungen deutscher Bordwetterwarten (H. Walden)
- Nr. 48 (1965) Die Kälte der Winter im norddeutschen Raum. Teil 2: Herstellung langjähriger Reihen der Zahl der Wintertage. Ableitung einer Winter- und Kältezah (H. Müller-Annem)
- Nr. 49 (1965) Darstellung ausgewählter täglicher Höhenwinde in den Tropen zwischen 10° und 80° Westlänge (W. Rudloff)
- Nr. 50 (1965) Aerologische Monatskarten der Tropen für das Internationale Geophysikalische Jahr 1957—1958. Teil 1: 300 mb und 300/500 mb (W. Rudloff, O. Höflich u. G. Heise)
- Nr. 51 (1965) Aerologische Monatskarten der Tropen für das Internationale Geophysikalische Jahr 1957—1958. Teil 2: 200 mb und 200/300 mb (W. Rudloff, O. Höflich u. G. Heise)
- Nr. 52 (1966) Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1962
- Nr. 53 (1966) Die Entwicklung von Seegang-Meßbojen mit kreiselstabilisierten Meßwertaufnehmern für Beschleunigung und Bojenlage (A. Lang)
- Nr. 54 (1966) Die Windverhältnisse bei Feuerschiffs-Station ELBE 1. Teil 1: Die Häufigkeiten (J. Richter)
- Nr. 55 (1966) Zum Tagesgang tropischer Höhenwinde (W. Rudloff)
- Nr. 56 (1966) Der Seegang in ausgewählten Gebieten des tropischen und subtropischen Atlantischen Ozeans (H. Walden)
- Nr. 57 (1967) Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1963
- Nr. 58 (1967) Meteorologische Beobachtungen mit Düsenflugzeugen über dem tropischen Atlantik (W. Rudloff u. O. Höflich)
- Nr. 59 (1967) Zum Küstenklima von Peru (Rolf Doberitz)
- Nr. 60 (1967) Meteorologische Beobachtungen von deutschen Feuerschiffen der Nord- und Ostsee (Bundesrepublik) 1964
- Nr. 61 (1968) Grundlage einer numerischen Seegangsvorhersage für Schelfmeere (J. Piest)

