

4699

La Hire

Sur la hauteur de l'atmosphère
1713.

Felix L. Dames
* Buchhandlung *
Berlin W.
Tauben-Strasse 47

[Handwritten mark]

4699

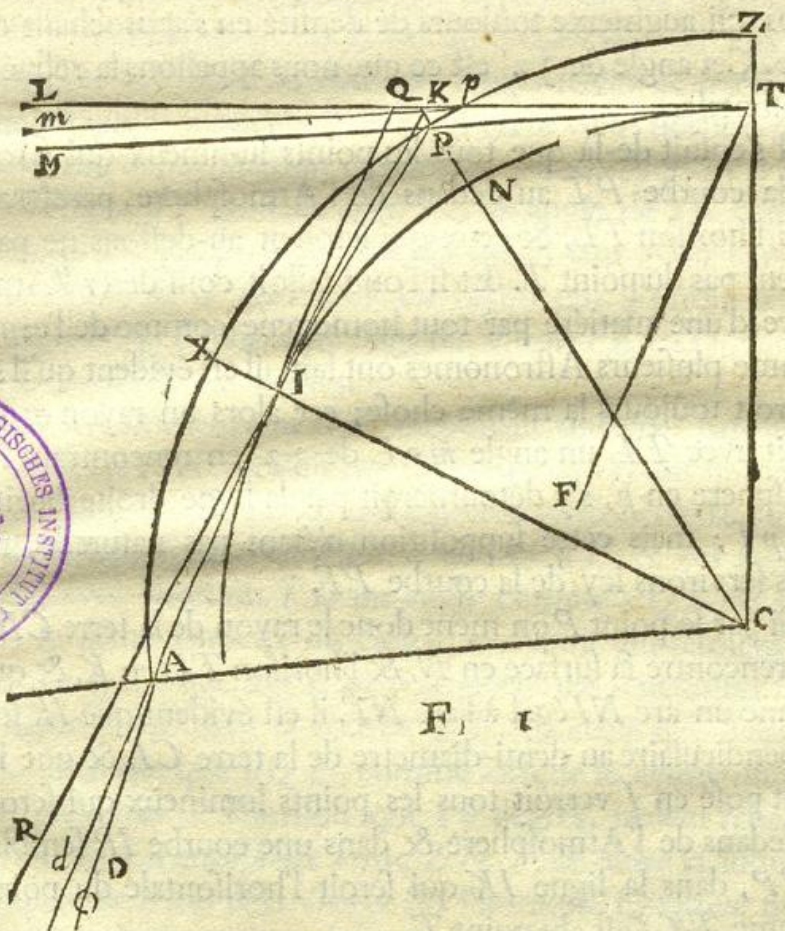
SUR LA HAUTEUR DE L'ATMOSPHERE.

Par M. DE LA HIRE.

SOIT le Cercle *TNI* l'un des grands Cercles de la Terre dont le centre est *C*, & que la rencontre du plan de ce Cercle avec la superficie de l'Atmosphère que je suppose spherique, soit le Cercle *ZPA* dont le centre est aussi en *C*.

25 Février 1713.

Fig. I.



F. I

L'horison sensible d'un point *T* de la superficie de la Terre



54 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
soit TL , lequel sera perpendiculaire à la ligne verticale ZTC
de ce même point T .

Nous connoissons par les observations, qu'un rayon de lumière qui vient d'un astre, & qui fait avec l'horison TL par-dessous un angle de $32'$ comme PM , après avoir traversé l'Atmosphère, vient à l'œil en T où il paroît dans l'horison TL , & ce rayon doit décrire dans l'Atmosphère une Courbe dont j'ai expliqué la nature à l'Académie, laquelle sera touchée au point T par l'horison LT . Car le rayon MP rencontrant obliquement la superficie de l'Atmosphère en P , s'approche vers la perpendiculaire CP en s'avancant vers T & tournant sa concavité vers la terre, à cause que l'Atmosphère est un corps qui augmente toujours de densité en s'approchant de la terre. Cet angle de $32'$ est ce que nous appellons la réfraction horizontale.

Il s'en suit de-là que tous les points lumineux qui seroient sur la courbe PT au dedans de l'Atmosphère, paroîtroient dans l'horison TL , & ceux qui seroient au-dessous ne paroîtroient pas du point T . Et si l'on vouloit considérer l'Atmosphère d'une matière par tout homogène comme de l'eau, & comme plusieurs Astronomes ont fait, il est évident qu'il s'en suivroit toujours la même chose; car alors un rayon mp qui feroit avec TL un angle mpL de $32'$ en rencontrant l'Atmosphère en p , s'y détourneroit par la ligne droite horizontale pT ; mais cette supposition n'étant pas naturelle, nous nous servirons icy de la courbe PT .

Si par le point P on mène donc le rayon de la terre $CNPK$ qui rencontre sa surface en N , & l'horison TL en K , & qu'on prenne un arc NI égal à l'arc NT , il est évident que IK seroit perpendiculaire au demi-diamètre de la terre CI , & que l'œil étant posé en I verroit tous les points lumineux qui seroient au dedans de l'Atmosphère & dans une courbe IP semblable à TP , dans la ligne IK qui seroit l'horizontale du point I , comme TK l'est du point T .

Mais de plus si l'on imagine encore au de-là de l'une autre

courbe IA au dedans de l'Atmosphere, & qui soit égale & semblable à IP ou à TP , il s'ensuit qu'un rayon de lumière comme DA qui rencontreroit l'Atmosphere en A & qui feroit avec KI prolongée un angle de $32'$, traverseroit l'Atmosphere par la courbe AI en touchant la circonférence du cercle de la terre TNI en I , & poursuivroit son chemin par l'autre courbe IP , & sortiroit de l'Atmosphere en P , en faisant avec IK un angle de $32'$.

Voyons maintenant l'effet des rayons du Soleil dans l'Atmosphere.

Tous les Astronomes demeurent d'accord que lorsque le centre du Soleil est au-dessous de l'horison de 18 degrés, on voit le commencement ou la fin du crépuscule, & ceux qui ont observé le crépuscule dans un temps serein & froid, remarquent que sa lumière est assés distincte vers l'horison pour en faire une détermination exacte; & par conséquent si l'on mène la ligne TF qui fasse avec TL un angle de 18 degrés, cette ligne TF tendra au centre du Soleil sans avoir égard à la réfraction; & si DA étoit un rayon qui vînt du centre du Soleil, & qu'il rencontrât sans réfraction TL en Q , l'angle DQL seroit de 18 degrés.

Mais le commencement du crépuscule qui peut paroître à l'œil placé en T , est produit par les premiers rayons qui viennent du bord du Soleil, & qui peuvent rencontrer la superficie de l'Atmosphere en P sur la courbe TP , & ces rayons feroient avec l'horison TL un angle comme dQL de 18° moins le demi-diametre du Soleil; car ceux qui feroient un angle plus grand que dQL ne pourroient pas rencontrer l'arc de l'Atmosphere dans la courbe TP , & ceux qui feroient l'angle moindre que dQL , comme lorsque le centre du Soleil est plus près de l'horison que 18 degrés, iroient rencontrer l'arc de l'Atmosphere entre Z & P , & alors la lumière du crépuscule seroit déjà élevée sur l'horison. Quoique nous considérons ici les rayons du bord du Soleil pour la formation du crépuscule, cela n'empêche pas que l'on n'ait déterminé

son commencement lorsque le centre du Soleil est encore à 18 degrés au-dessous de l'horison.

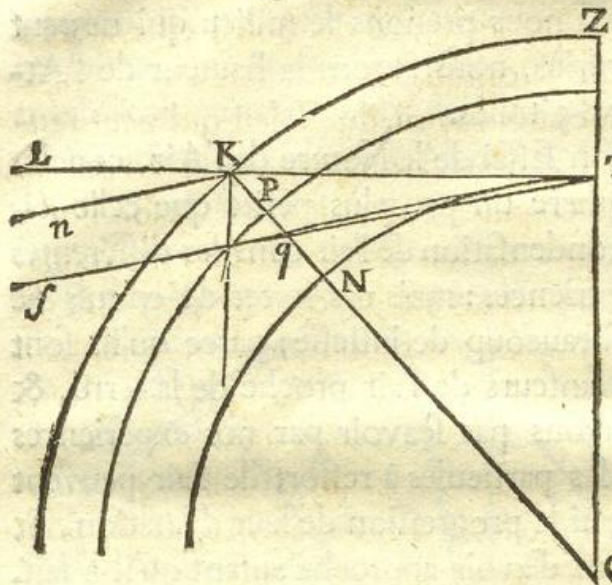
Mais si dQ est le premier rayon du Soleil qui peut rencontrer l'Atmosphère en P pour faire appercevoir à l'œil en T le commencement du crépuscule, il doit venir de son limbe supérieur, lequel est éloigné de son centre dans les moyennes distances de 16'; c'est pourquoi l'angle de 18° doit être diminué de ces 16'; & comme nous venons de démontrer qu'il doit être encore diminué de 32' qui est la réfraction horizontale, il faudra donc ôter à 18° les deux angles de 16' & de 32' pour avoir l'angle de 17° 12' qui est celui que nous considérons seulement ici & dont nous avons besoin pour notre dessein.

Supposons donc pour éviter la confusion des lignes, que le rayon dA qui rencontre l'Atmosphère en A où il entre; étant prolongé jusqu'à TL en Q , fait l'angle dQL de 18 degrés moins 16', mais qu'en rencontrant l'Atmosphère en A , il s'y détourne & va toucher la superficie de la terre en I , & qu'ensuite il poursuit son chemin par la ligne courbe IP semblable à IA , laquelle est aussi semblable à TP , & si par le point I on mène la touchante RIK à l'arc de la terre TI , laquelle rencontre TL en K , on aura l'angle IKL de 17° 12', qui doit être égal à l'angle TCI ou ACK , & CK divisera cet angle en deux également; donc l'angle TCK ou ICK sera de 8 degrés 36' qui est la moitié de 17° 12', lorsque les premiers rayons du Soleil rencontreront la superficie de l'Atmosphère en P qui est le point où l'on commence à voir le crépuscule du point T posé sur la superficie de la terre.

Fig. II.

Maintenant si l'on suppose que l'arc de l'Atmosphère passe en K , il faudroit que le rayon comme IK qui feroit avec LK un angle de 32', se rompît dans l'Atmosphère par la ligne droite KT pour aller en T , ce qui ne peut pas être, comme nous avons dit, à cause de l'inégale densité de l'Atmosphère: donc nécessairement l'Atmosphère passe au-dessous de K vers N .

Mais



Mais si par le point *T* on mene une ligne *Tqs* qui fasse avec *LT* l'angle *KTs* de $32'$, je dis que l'Atmosphere ne peut pas passer en *q*, car alors il faudroit que la courbure du rayon *sq* se fit au-dessus de *sqT* pour aller en *T* où elle doit toucher *KT*, à cause que cette cour-

bûre doit avoir sa concavité tournée vers la terre, & ce rayon rompu *qT* étant courbe, s'écarteroit du rayon direct *sq* en s'éloignant de la perpendiculaire *Cq* menée à la superficie de l'Atmosphere, au lieu qu'il doit s'en approcher; elle passera donc au-dessus de *q* vers *K*.

Voyons maintenant par le moyen des angles donnés & par la grandeur du rayon ou demi-diametre de la terre, lequel est connu, quelles sont les grandeurs des lignes *NK* & *Nq*.

Nous avons dans le triangle *CTK* rectangle en *T*, l'angle *TCK* de $8^{\circ} 36'$, donc son complement *CKT* sera de $81^{\circ} 24'$, & nous connoissons le demi-diametre de la terre *CT* de 3269297 toises, nous trouverons donc *CK* de 3306520 toises, desquelles ôtant *CN* ou *CT*, il restera *NK* de 37223 toises.

De même dans le triangle *CTq* nous avons l'angle *TCq* connu comme ci-dessus de $8^{\circ} 36'$; mais l'angle *CqT* est moindre qu'un droit de $36'$, puisque *KTq* est posé de $36'$, donc *CTq* sera de $89^{\circ} 24'$, & enfin l'angle *CTq* sera de $82^{\circ} 0'$, & *CT* est la même que dans l'autre; nous trouverons donc *Cq* de 3301244 toises, dont ôtant la valeur de *CN*, il restera pour *Nq* 31947 toises.

Il s'ensuit donc de ceci que la hauteur de l'Atmosphere est plus petite que 37223 toises & plus grande que *Nq* qui

Mem. 1713.

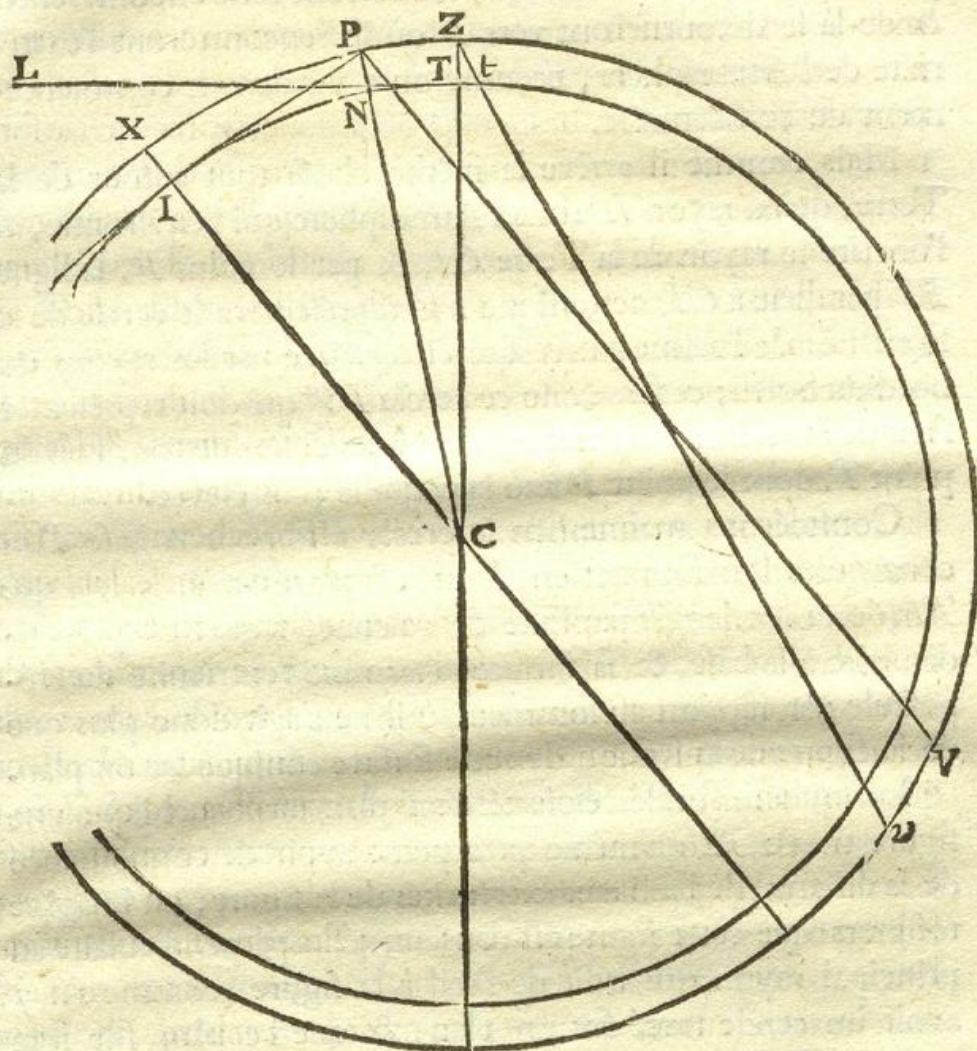
est 31947 toises, & si nous prenons le milieu qui ne peut pas être éloigné de la vérité, nous aurons la hauteur de l'Atmosphère *NP* de 34585 toises.

M. Mariotte dans son Essai de la Nature de l'Air, conclut la hauteur de l'Atmosphère un peu plus petite que celle-ci, par son principe de la condensation de l'air dans ses différentes hauteurs & sur des expériences : mais ces sortes de calculs ne peuvent jamais avoir beaucoup de justesse, parce qu'ils sont déduits de quelques pesanteurs de l'air proche de la terre, & de plus, nous ne pouvons pas sçavoir par nos expériences jusqu'à quelle hauteur les particules à ressort de l'air peuvent se dilater dans l'éther, ni la progression de leur dilatation, & c'est beaucoup seulement d'avoir approché autant qu'il a fait.

Kepler dans son Epitome Astronomique, détermine la hauteur de l'Atmosphère par les crépuscules suivant l'idée des Anciens, qui ne considéroient que des rayons directs qui rencontroient l'Atmosphère, après avoir touché la terre, sans avoir égard à la réfraction, & il la trouve par un calcul qu'il fait de 10 mille germaniques, qui valent chacun environ 3800 de nos toises, & la hauteur de l'Atmosphère seroit donc de 38000 toises qui est plus que nous ne l'avons trouvée, & beaucoup plus qu'il ne croyoit, car il n'estimoit sa juste hauteur que d'un demi-mille germanique & un peu plus, ce qui seroit à peu près 2000 toises. Il y a grande apparence qu'une différence si considérable lui a fait chercher le moyen d'expliquer le crépuscule, en y employant des réflexions au dedans de l'Atmosphère qu'il adjoute à la réfraction, & par une matière qu'il imagine autour du Soleil & qui en est éclairée, & il insiste fort sur cette pensée, car il rapporte plusieurs raisons pour la soutenir, dont une des principales est la figure courbe du crépuscule qu'on observe dans les nuits froides & sereines; il adjoute que cette figure apparente est un segment de cercle qui se termine à l'horizon, mais je vais démontrer que ce n'est point une portion de cercle, mais une hyperbole qui est un peu altérée par la réfraction, & qu'il n'est pas nécessaire pour expliquer cette figure courbe du crépuscule, de recourir à

une matière qui environne le Soleil, & que ce n'est que l'Atmosphere qui la doit produire, car une semblable matière troubleroit beaucoup les phénomènes célestes.

Soit comme ci devant la ligne verticale CT qui passant par Fig. 3.



un point T de la surface de la terre, rencontre la surface de l'Atmosphere ZX au point Z , & que TL soit l'horison du point T qui est perpendiculaire à la verticale CT , & que la superficie de l'Atmosphere ZX soit éclairée en P par les rayons du limbe du Soleil qui est encore sous l'horison, & comme nous posons ce point P élevé sur l'horison TL , il paroîtra une partie de l'arc du crépuscule au-dessus de l'horison. Si l'on

mene donc le rayon de la Terre CP qui rencontre sa superficie en N , & qu'on prenne l'arc NI de $8^{\circ} 36'$, on aura le point I sur la circonférence de la Terre où les rayons du limbe supérieur du Soleil, après s'être rompus dans l'Atmosphère en y entrant & dans leur chemin, toucheront cette circonférence, & de-là se détourneront vers P où ils rencontreront l'extrémité de l'Atmosphère, comme on a vû dans le commencement de ce Memoire.

Mais comme il arrive la même chose tout autour de la Terre, qu'au rayon IP dans l'Atmosphère qui l'environne, si l'on tire le rayon de la Terre CI , & par le point P , la ligne PV parallèle à CI , cette ligne PV représentera le cercle de la superficie de l'Atmosphère qui est éclairée par les rayons du bord du Soleil; ce sera donc ce cercle PV qui doit représenter l'arc de l'extrémité du crépuscule vû au-dessus de l'horizon du point T , dont le point P sera la partie la plus élevée.

Considérons maintenant le cercle PV pour la base d'un cône qui a son sommet en T où est placé l'œil, le triangle TPV sera le triangle par l'axe de ce cône, lequel est perpendiculaire à sa base, & sa surface détermine l'extrémité du crépuscule par rapport au sommet T ; il ne s'agit donc plus que de la figure de la section de cette surface conique sur un plan.

Lorsqu'on est assés éloigné d'un plan sur lequel il y a une figure tracée, & qu'on ne peut point avoir de connoissance de la distance de l'œil aux extrémités de la figure, on imagine toujours que cette figure est dans un plan perpendiculaire au principal rayon qui iroit de l'œil à la figure, comme s'il y avoit un cercle tracé sur un plan, & que ce plan fût fort incliné à l'œil qui regarderoit le cercle; & d'ailleurs le plan n'étant point visible, & ce cercle étant fort éloigné de l'œil, on jugera toujours que la figure est Elliptique, car on la juge dans un plan perpendiculaire aux rayons menés de l'œil à la figure.

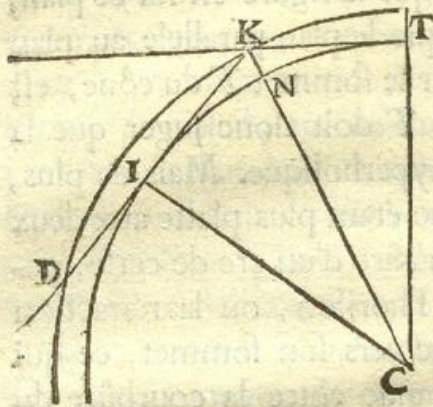
Il en est ici de même de la section du cône TPV dont il n'y peut avoir qu'une petite partie au-dessus de l'horizon TL ; & comme on estime que le crépuscule est dans un plan vertical perpendiculaire à la ligne horizontale TL , & au triangle

par l'axe du cône, on doit juger que la figure est sur ce plan, & que c'est une hyperbole, puisque le plan parallèle au plan où est la section, & qui passe par le sommet T du cône, est au dedans. L'œil étant placé en T doit donc juger que la figure de l'arc du crépuscule est hyperbolique. Mais de plus, la courbûre d'un arc hyperbolique étant plus platte aux deux côtés de son sommet, que la courbûre d'un arc de cercle, paroîtra encore plus applatie vers l'horison, où la réfraction élèvera cet arc beaucoup plus que vers son sommet, ce qui fera encore la différence plus grande entre la courbûre du crépuscule & un arc de cercle.

On voit par cette explication qu'à mesure que la partie supérieure de l'arc du crépuscule s'élève vers le Zenith Z , ce qui se fait en fort peu de temps, puisqu'elle doit parcourir un quart du cercle pendant que le Soleil s'élève seulement vers l'horison de $8^{\circ} 36'$, comme du point I vers N dans la première Figure, c'est-à-dire, depuis le commencement de l'apparition du crépuscule, & alors la partie de l'horison qui est occupée par le crépuscule est plus grande qu'un demi-cercle, puisqu'elle doit être déterminée par le petit cercle Zv qui fera avec CZ un angle égal à CPV qui coupe l'horison en t au de-là de T où la lumière empêche l'œil qui est dans ce point T , de discerner le terme de l'arc du crépuscule qui s'évanouit fort promptement à l'œil par les rayons qui y viennent de tout le corps du Soleil.

Il me reste encore à expliquer comment Kepler a trouvé la hauteur de l'Atmosphère par les crépuscules de 10 mille germaniques suivant les Anciens, sans avoir égard à la réfraction.

Soit la surface de la terre IT , son centre C & l'horison TK du point de sa superficie T , si l'on prend l'arc TI de la circonférence de 18 degrés, & qu'on mène la touchante DI jusqu'à l'horison TK en K , on aura le point K où l'on doit commencer à voir le crépuscule du point T , car le point K doit être celui où les rayons du Soleil rencontrent l'Atmosphère. Il s'ensuit donc que si l'on tire CK qui doit couper en deux également en N l'arc TI , l'angle TCl ou ICK sera



de 9 degrés & le triangle ICK sera rectangle en I , & posant le rayon de la terre CI de 904 mille germaniques, il trouve CK de 914 mille, dont ôtant CN de 904 il lui reste NK de 10 mille pour la hauteur de l'Atmosphère.

Il ajoute que cette démonstration néglige toutes les cau-

ses horsmis le Soleil comme la réfraction, la réflexion des rayons au dedans de l'Atmosphère, & la matière éthérée qu'il imagine autour du Soleil : voici comme il raisonne de ces causes sans y appliquer aucun calcul, pour en tirer la hauteur de l'Atmosphère d'un demi-mille & un peu plus qu'il estime être sa juste valeur.

Il dit que la matière de l'Atmosphère est homogène, & que sa surface est aussi bien terminée que celle de l'Océan : il est certain que la réfraction des rayons du Soleil en entrant dans l'Atmosphère, doit être considérée comme j'ai fait ; mais il ajoute que ceux de ces rayons qui ne rencontrent pas la terre, & qui en poursuivant leur chemin au dedans de l'Atmosphère, rencontrent sa surface en sortant comme ils y étoient entrés, hormis quelques-uns qui se réfléchissent au dedans vers la terre, & qui ne produisent qu'une lumière très-foible, & ces derniers qui sont réfléchis en rencontrant encore la surface de l'Atmosphère, en sortent aussi, hormis quelques-uns, qui se réfléchissant encore au dedans de l'Atmosphère, vont rencontrer sa surface en un endroit qui pourra être vû de la terre, ce qui produit en cet endroit l'apparence du crépuscule. Il est facile à juger que ce peu de rayons qui toucheroient l'Atmosphère après plusieurs réflexions, & qui seroient presque tous sortis de l'Atmosphère, comme il le dit lui-même, ne pourroient pas faire d'impression sur la vûë, & principalement ne rencontrant que la surface de l'air qui est un corps fort rare quoiqu'il le suppose homogène comme l'eau.

Il s'étend ensuite assés au long pour prouver par des calculs qu'il fait, la nécessité de la matière qu'il a imaginée autour du Soleil, qui doit produire la courbure du crépuscule, mais tout cela ne sert de rien & est entièrement inutile pour ce phénomène, comme je l'ai démontré cy-devant.

J'ai déjà expliqué pourquoi on ne peut pas distinguer exactement le terme du crépuscule lorsqu'il est assés élevé sur l'horison ; & même quand il est encore vers l'horison, il arrive fort souvent qu'on ne peut pas non-plus le voir bien terminé ; car si les premiers rayons du Soleil qui le forment comme *dI* dans la première Figure, passent par des nuages ou des vapeurs épaisées qui soient sur la surface de la terre vers *I*, ils en seront détournés d'un côté & d'autre, & ne feront pas en *P* une lumière assés forte pour y voir distinctement le terme du crépuscule, & c'est ce qui arrive pour l'ordinaire. Car vers le matin où le Soleil commençant à éclairer successivement la surface de la terre, y élève beaucoup de vapeurs, & vers le soir celles qui s'étoient élevées pendant le jour, y retombent par l'absence du Soleil qui les abandonne ; ce ne sera pas la même chose si l'air est bien froid & sans nuages, c'est aussi ce temps-là seulement où le crépuscule est bien terminé dans son commencement ou dans sa fin. Il faut encore adjoûter à cela que vers le commencement du crépuscule l'œil qui est en *T* voit les particules de l'air qui sont éclairées fort proche les unes des autres, ce qui cause une apparence de lumière bien plus vive que lorsqu'il est élevé sur l'horison, où l'on ne voit plus ces mêmes particules éclairées, que fort séparées, qui ne peuvent pas frapper l'œil assés fortement pour distinguer le terme du crépuscule, & bien moins lorsque ces particules éclairées sont vers le Zénith *Z*.

Enfin si l'on ne vouloit pas accorder que le commencement ou la fin du crépuscule parût lorsque le Soleil est encore sous l'horison de 18° , & que ce fût à 17° ou à 19° , il faudroit seulement augmenter ou diminuer la hauteur de l'Atmosphère telle que je viens de la trouver de 2000 toises environ pour chaque degré.

Je ne prétends pas non plus que la hauteur de l'Atmosphère que j'ai posée, doive être la même par toute la terre comme vers l'Équateur ou vers les poles, mais cela dépend des observations qu'on en pourroit faire dans ces pays-là ; & je suis même persuadé que dans les pays vers les Poles, la hauteur de l'Atmosphère est beaucoup plus grande que dans ceux-ci, où je la crois plus grande que vers l'Équateur ; mais vers les Poles les observations en pourront être très-bien déterminées à cause du grand froid & de la sérénité de l'air qui y régnent en hyver.

Voici une observation qui pourra servir à confirmer la hauteur de l'Atmosphère que je viens de déterminer. En 1676 il parut en quelques endroits d'Italie un Météore qui étoit aussi clair que la Lune dans son plein. M. Montanari Professeur à Bologne en fit des observations, & les ayant comparées avec celles qui avoient été faites en d'autres endroits, il détermina la hauteur de ce Météore de 15 lieues moyennes de France, ce qu'il fit imprimer dans un petit ouvrage qui avoit pour titre *Fiamma volante*.

On ne peut pas douter que tous ces feux ou météores ne soient formés par des exhalaisons sulphureuses qui sortent de la terre, & qui venant à s'enflammer, présentent beaucoup moins que la partie de l'air dont elles occupent la place, mais quelques légères qu'elles soient, elles ne laissent pas pour cela d'être plus pesantes que l'éther que nous considérons sans aucune pesanteur. C'est pourquoi elles doivent s'élever jusques sur la surface de l'Atmosphère où elles nagent tant qu'elles durent ; ainsi la hauteur de ces feux doit être la même que celle de l'Atmosphère, & par conséquent les 15 lieues de la hauteur observée de celui-ci, ce qui revient à 35000 toises, confirment ce que j'ai trouvé pour la hauteur de l'Atmosphère.

OBSERVATION