

**Herausgeber**

Deutscher Wetterdienst

**Hauptschriftleiter**

A. Hofmann

Theodor-Storm-Straße 35  
6380 Bad Homburg**Redaktionsausschuß**

F. Defant (Kiel)

H.-W. Georgii (Frankfurt)

K. H. Hinkelmann (Mainz)

H. Hinzpeter (Hamburg)

H. Reiser (Offenbach)

M. Schlegel (Offenbach)

H.-P. Schmitz (Neustadt/Weinstraße)

E. Süßenberger (Offenbach)

S. Uhlig (Traben-Trarbach)

F. Wippermann (Darmstadt)

**Titelbild:**Systematischer Fehler (in mbar) 24std.  
barokliner Bodenvorhersagen Winter 1975/76  
(1. 12. 75—29. 2. 76)

**promet** erscheint vierteljährlich im Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes — Zentralamt — Frankfurter Str. 135, 6050 Offenbach (Main). Bezugspreis DM 24,— pro Jahrgang, Einzelheft DM 6,50.

Für den Inhalt der Arbeiten sind die Autoren verantwortlich. Alle Rechte bleiben vorbehalten.

Druck: Schön & Wetzel GmbH, Offenbacher Landstraße 368, 6000 Frankfurt (Main).

Thema dieses Heftes

**Das Barokline Modell**

(Redaktion: H. REISER, Offenbach)

**Beiträge**

Seite

K. HINKELMANN		
<b>1</b>	Der Begriff „Baroklines Modell“	1
K. HINKELMANN		
<b>2</b>	Veranschaulichung der Zylo- und Antizyklognese	3
G. FISCHER		
<b>3</b>	Barokline und barotrope Instabilität	8
W. EDELMANN		
<b>4</b>	Zur numerischen Behandlung von Vorhersagemodellen	14
W. EDELMANN, H. REISER		
<b>5</b>	Das barokline Vorhersagemodell des Deutschen Wetterdienstes	22
<b>6</b>	Literatur	26
Blick nach Draußen		
	Operative Entwicklungshilfe im Rahmen der Vereinten Nationen	27
Problem- und Diskussionsecke		
	Australien schlägt eine weltweite Beobachtung der Dürren vor	30
Institute stellen sich vor		
	Der Lehrstuhl für Bioklimatologie der Universität Göttingen	31
Promotionen (Nachtrag zu Heft 1'76)		31
Wichtige Neuerscheinungen		31

# Das Barokline Modell

## 1 K. HINKELMANN, Mainz Der Begriff „Baroklines Modell“

Bereits in Beitrag 1 des Prometheftes 1'73 „Das barotrope Modell“ waren die Eigenschaften „barotrop“ und „baroklin“ erläutert worden; das „barokline Modell“ ist jedoch wegen der Vielzahl seiner Varianten bisher nie eindeutig definiert worden. Wir versuchen deshalb eine Beschreibung wenigstens seines physikalischen Gehalts durch Abgrenzung gegen andere uns geläufige Modelle. Dabei sei darauf hingewiesen, daß wir in diesem Zusammenhang unter einem *Modell ein abgeschlossenes prognostisches Gleichungssystem* verstehen wollen.

Bei Abgrenzung gegen das barotrope Modell — siehe Prometheft 1'73 — erinnern wir an dessen physikalische Einschränkungen:

- a) Es galt die Barotropiebedingung, wonach die Dichte und damit auch die Temperatur eine eindeutige Funktion des Druckes war, und wodurch eine Thermodynamik überflüssig wird:

$$\rho = \rho(p)$$

- b) Der horizontale Wind war von der Höhe unabhängig:

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v}_H = 0$$

- c) Es galt die statische Grundgleichung:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho$$

Mit diesen Bedingungen entstand ein räumlich zweidimensionales Modell, mit dem Vorhersagen im 500 mb-Niveau möglich werden.

Ein baroklines Modell in sehr allgemeiner Form läßt sich bereits formulieren, wenn wir die Forderungen a) und b) fallen lassen. Wir vermerken, daß die in baroklinen Modellen beibehaltene Gültigkeit der statischen Grundgleichung (c) vertikal laufende Schallwellen herausfiltert, was den numerischen Lösungsaufwand des baroklinen Modells in erträglichen Grenzen hält.

Eine sinnvolle Anwendung dieses *hydrostatischen baroklinen Modells* muß sich allerdings auf solche Prozesse beschränken, bei denen die charakteristische horizontale Länge der zu behandelnden Phänomene groß ist gegenüber ihrer vertikalen Länge.

Damit grenzt sich das barokline Modell ab von den zwangsläufig *nichthydrostatischen Konvektionsmodellen*, die mesoskalige Phänomene wie Konvektionszellen oder instabile Entwicklungen in der Grenzschicht simulieren sollen. Solche Konvektionsmodelle filtern den Schall (Lärm) entweder überhaupt nicht heraus oder benutzen als Filterbedingung bei flacher Konvektion das Verschwinden der Divergenz des Impulses pro Masseneinheit,  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ , oder bei hochreichender Konvektion des Impulses pro Volumeneinheit,  $\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$ , und benutzen darüber hinaus häufig die sogenannte Boussinesq-Approximation.

Die Annahme hydrostatischer Druckverhältnisse erlaubt in baroklinen Modellversionen die Einführung geeigneter Vertikalkoordinaten anstelle der Höhe  $z$ . So wird häufig der Druck  $p$  oder der reduzierte Druck  $p/p_0$  ( $p_0$  = Bodendruck) als Vertikalkoordinate benutzt, wodurch dann die Höhe  $z$  oder das Geopotential  $\Phi = gz$  zur abhängigen Variablen wird. Das entspricht der synoptischen Praxis, in der ja in eine Fläche konstanten Drucks Isohypsen oder Isopotentiale eingetragen werden (absolute Topographie).

Das so gegen barotrope Modelle und Konvektionsmodelle abgegrenzte barokline Modell ist physikalisch noch immer zu komplex und zu reichhaltig, als daß es in dieser Definition in die tägliche Vorhersagepraxis hätte Eingang finden können und als „das barokline Modell“ angesprochen werden könnte. Man bedenke, daß es theoretisch die gesamte Thermodynamik irreversibler Prozesse im molekularen und mikroturbulenten „Scale“ mitenthält. Eine Behandlung aller dieser Prozesse ist für eine Kurzfristvorhersage von 1 bis 2 Tagen weder möglich noch notwendig; die wetterdienstliche Praxis hat gezeigt, daß bereits physikalisch sehr einfache barokline Modelle beachtliche Vorhersageleistungen erbringen. *Wir streichen daher in Gedanken bzw. in den Gleichungen des allgemeinen baroklinen Systems diese irreversible Physik radikal heraus und bezeichnen den verbleibenden Rest als das barokline Modell, das in diesem Aufsatz als solches angesprochen wird.*

\*) In der Praxis benötigen auch barokline Modelle für Kurzfristvorhersagen mindestens eine Modellierung des Impulsaustausches mit dem Erdkörper, um Entwicklungsprozesse auch quantitativ zutreffend zu beschreiben.

Das barokline Modell wird damit praktisch zu einem Einkomponentensystem, bestehend aus dem idealen Gas der trockenen Luft, in dem die Zustandsänderungen adiabatisch oder auch reversibel verlaufen.

Das so reduzierte barokline Modell\*) verzichtet auf:

- a) alle Strahlungseffekte,
- b) den hydrologischen Zyklus,
- c) die irreversiblen molekularen und mikroturbulenten Flüsse,
- d) die kinetische turbulente Energie und ihre Erzeugung,
- e) jeglichen Austausch von Materie, Impuls und Energie mit dem Erdkörper.

Es bleibt in diesem baroklinen Modell die Entropie oder — wegen der Beschränkung auf eine Komponente i.e. trockene Luft — auch die *potentielle Temperatur konserviert*, was als reversibles oder *adiabatisches Verhalten* bezeichnet wird:

$$\frac{ds}{dt} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{d\theta}{dt} = 0$$

$$s = c_v \ln p - c_p \ln \varrho$$

$$\theta = \left( \frac{p}{p_N} \right)^{\frac{R}{c_p}} ; p_N = 1000 \text{ mb}$$

$R$ ,  $c_p$ ,  $c_v$  sind die Gaskonstante und die spezifischen Wärmen der trockenen Luft.

Aufgrund dieser Betrachtungen können wir nunmehr das *barokline Modell als ein hydrostatisches reversibles oder adiabatisches Einkomponentensystem* definieren. Wir grenzen damit das barokline Modell auch gegen sogenannte Zirkulationsmodelle ab, in denen gerade irreversible Effekte eine dominierende Rolle spielen.

Es sei hier nicht verschwiegen, daß auch als baroklin bezeichnete Modelle häufig irreversible Anteile enthalten; diese werden aber weniger aus physikalischen Gründen, sondern vorwiegend aus numerischen Gründen mitgeführt und dienen zur Glättung der Lösungsfelder.

Analytisch definieren wir das eben beschriebene barokline Modell in einem System mit  $p$  als Vertikalkoordinate:

$$\frac{d\mathbf{v}_H}{dt} + f\mathbf{k} \times \mathbf{v}_H = -\nabla p$$

horizontale Bewegungsgleichungen

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\frac{1}{\varrho}$$

statische Grundgleichung

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_H + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$$

Kontinuitätsgleichung

$$\frac{ds}{dt} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{d\theta}{dt} = 0$$

thermische Gleichung, welche Reversibilität oder adiabatisches Verhalten ausdrückt

$$p = \varrho RT$$

thermische Zustandsgleichung idealer Gase

[1.1]

mit:  $\mathbf{v}_H$  = Horizontalwind,  $f$  = Coriolisparameter,  $\Phi$  = Geopotential =  $gz$ ,  $\nabla$  = horizontaler Nablaoperator im  $p$ -System,  $\omega = \frac{dp}{dt}$  = vertikale Geschwindigkeit,  $s$  = Entropie,  $\theta$  = potentielle Temperatur.

Es interessiert, welche Vorgänge das so eingeschränkte barokline Modell zu simulieren vermag: das sind im wesentlichen die in den Wetterkarten beobachtbaren interdiurnen Veränderungen, also die *Verlagerung von Wellen der absoluten und relativen Topographien, die Entwicklung und das Absterben von Zyklonen und Antizyklonen, Fronten und Okklusionen mit den zugehörigen horizontalen und vertikalen Zirkulationen*.

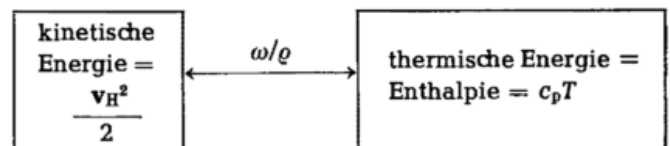
Das barokline Modell wird zu diesen beachtlichen Simulierungsleistungen dadurch befähigt, daß in ihm kinetische Energie in innere oder potentielle Energie umgewandelt wird und umgekehrt. Das barotrope Modell dagegen — zumindest nach Eliminierung der uninteressanten Oberflächenwellen — konserviert die kinetische Energie, so daß allenfalls die den einzelnen Wellenzyklen zuzuordnenden kinetischen Energien sich umwandeln können (barotrope Instabilität).

Aus den Modellgleichungen [1.1] lassen sich in bekannter Weise die zugehörigen Energiegleichungen ableiten

$$\left( \text{mit } \mathbf{K} = \frac{\mathbf{v}_H^2}{2} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial t} + \nabla \cdot \{(\mathbf{K} + \Phi)\mathbf{v}_H\} + \frac{\partial}{\partial p} \{(\mathbf{K} + \Phi)\omega\} &= -\frac{\omega}{\varrho} \\ \frac{\partial}{\partial t} (c_p T) + \nabla \cdot (c_p T \mathbf{v}_H) + \frac{\partial}{\partial p} (c_p T \omega) &= \frac{\omega}{\varrho} \end{aligned} \right\} [1.2]$$

Man erkennt aus ihnen unmittelbar, daß der Übergang zwischen kinetischer und thermischer Energie durch den Umwandlungsterm  $\omega/\varrho$  gesteuert wird:



Was das barokline Modell nicht zu leisten vermag, demonstrieren wir an einem Beispiel: Gehen wir von einer idealisierten, ganz unwahrscheinlichen Atmosphäre aus, die trocken, in Ruhe und isotherm sein soll, so wird sich dieser unwahrscheinliche Zustand durch das barokline Modell [1.1] überhaupt nicht verändern, während tatsächlich — z. B. durch Strahlung, Verdunstung usw. — eine Entwicklung zu einem meteorologisch wahrscheinlichen und uns gewohnten Zustand einsetzen wird: Stockwerksbau, Jet, Feuchteverteilung, Headley- und Ferrel-Zirkulationen.

Das heißt: *den atmosphärischen Hintergrund in Gestalt der allgemeinen Zirkulation, vor dem sich barokline interdiurne Änderungen abspielen, kann das barokline Modell selbst nicht simulieren. Dazu bedarf es des Einsatzes eines auch irreversible Effekte enthaltenden Zirkulationsmodelles.*

Genau wie das barotrope wird auch das barokline Modell in einer gefilterten Version benutzt, in der horizontal laufende Lärmwellen — interne Schwere- und Schallwellen — eliminiert sind. Die Filtertaktik besteht darin, den geostrophischen Wind überall dort einzuführen, wo er nicht in divergenter Form auftritt. Hierzu ist es zweck-

mäßig, aus den Bewegungsgleichungen die Vorticitygleichung zu bilden, in der die Vorticity und Divergenz des Windes explizit auftreten.

In einfachster Formulierung entsteht dadurch das *gefilterte barokline Modell*:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla (\zeta_g + f) &= -f_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_H = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad \text{Vorticitygleichung} \\
 \frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla \theta + \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} &= 0 \quad \text{oder unter Verwendung} \\
 &\quad \text{des Geopotentials } \Phi \\
 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial p} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial p} &= -\sigma_0 \omega \quad \text{thermische Gleichung}
 \end{aligned} \right\} \quad [1.3]$$

$$\text{mit } \mathbf{v}_g \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \mathbf{k} \times \frac{\nabla \Phi}{f_0} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \end{Bmatrix}; \text{ relative Vorticity } \zeta_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi$$

$f_0$  = konstant gehaltener Coriolisparameter,  $\sigma_0$  = die nicht von den Horizontalkoordinaten abhängig angenommene statische Stabilität =  $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial p} \ln \theta$ , horizontal gemittelt über das Integrationsgebiet.

es simuliert in dieser einfachen Form beispielsweise nicht die Okklusion —, ist dafür aber meteorologisch durchsichtiger. Da alle Lärmprozesse eliminiert sind, werden die zeitlichen Änderungen etwa mit dreistündigen Tendenzen vergleichbar, so daß sich mancher Prozeß durch dieses System leichter veranschaulichen läßt als durch das ungefilterte barokline Modell.

Das gefilterte barokline Modell ist physikalisch ärmer —

## 2 K. HINKELMANN, Mainz Veranschaulichung der Zylo- und Antizyklogense

Es soll versucht werden, wenigstens die Anfangsphase der Zylo- und Antizyklogense mit Hilfe der noch einigermaßen durchsichtigen Gleichungen des gefilterten Systems [1.3] qualitativ zu beschreiben. Dabei werden wir uns schon damit zufrieden geben, zu zeigen, daß im Zentrum der Zyklone bzw. der Antizyklone der Druck zu fallen bzw. zu steigen beginnt, womit der Entwicklungsprozeß eingeleitet wird.

Auf Rechnungen soll weitgehend verzichtet werden, und der anvisierte Prozeß soll unter sehr einfachen idealisierten Bedingungen ablaufen; diese sind jedoch nicht unrealistisch, sondern vielmehr typisch für den Entwicklungsprozeß.

### Die meteorologische Interpretation des gefilterten baroklinen Modells

Wir erläutern die meteorologischen Aussagen der gefilterten Version [1.3] des baroklinen Modells, die heute schon zum Handwerkszeug des Meteorologen gehören.

Unter der geostrophischen Vorticity

$$\zeta_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y}$$

verstehen wir entweder — analytisch — eine Angabe über die Krümmung einer Isogeopotentialfläche  $\Phi(xy)$

= const. im p-System, oder auch — kinetisch — die doppelte Winkelgeschwindigkeit, die ein Prüfkörper um seine senkrechte Achse erfahren würde, der in die horizontale geostrophische Strömung eingebracht wird. In zyklonalen Gebieten ist  $\zeta_g$  positiv, in antizyklonalen Gebieten negativ.

Der Coriolisparameter  $f = 2\Omega \sin \varphi$  ist dann die Vorticity des festen Erdkörpers, registriert von einem sich nicht mit der Erde mitdrehenden Beobachter. Wir setzen hier allgemein  $f = \text{constant}$  zur Vereinfachung.

Die Vorticity-Gleichung:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla (\zeta_g + f) &= \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla \zeta_g \\
 &= \frac{d_g}{dt} \zeta_g = -f_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_H = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}
 \end{aligned} \quad [2.1]$$

ist lediglich die vertikale Komponente des Drehimpulserhaltungssatzes. Sie sagt aus:

Die Vorticity (Winkelgeschwindigkeit) eines Luftindividuums nimmt zu, wenn es sich in einem Gebiet von Konvergenz  $\nabla \cdot \mathbf{v}_H < 0$  befindet; sie nimmt dagegen ab in einem Divergenzgebiet  $\nabla \cdot \mathbf{v}_H > 0$ . Umgekehrt können wir aus der Kenntnis der individuellen Änderung

der Vorticity  $\frac{d_g}{dt} \zeta_g$  auf die Existenz von Konvergenz oder Divergenz in der Atmosphäre schließen.

Integrieren wir die Vorticity-Gleichung [2.1] über die gesamte Vertikalsäule, d. h. über  $p$  von  $p = 0$  bis  $p = p_0 =$  Bodendruck und setzen, wie üblich,  $\omega$  an der Erdoberfläche Null, so gibt diese Integration wegen  $\frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$

$$\overline{\frac{d_g}{dt} (\zeta_g + f)} = \overline{\frac{d_g}{dt} \zeta_g} = 0 \quad \text{oder} \quad \text{unter Entwicklung nach Euler}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{\zeta_g} = - \overline{\mathbf{v}_g \cdot \nabla \zeta_g} \quad [2.2]$$

Hierin ist

$$\overline{(\quad)} = \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} (\quad) dp \quad \text{der vertikale Mittelwert von } (\quad) \text{ in der betrachteten Vertikalsäule.}$$

[2.2] ist eine prognostisch sehr nützliche Beziehung: Sie gestattet die zeitliche Änderung der vertikal gemittelten Vorticity allein aus dem Geopotential oder aus einem Satz von absoluten Topographien zu berechnen, da sowohl  $\mathbf{v}_g$  wie auch  $\zeta_g$  oder  $\nabla \zeta_g$  allein aus einem  $\Phi$ -Feld resultieren.

Die Kontinuitätsgleichung in [1.1] macht die wohlbekannte Aussage, daß sich in einem  $p$ -System die Luft analytisch wie eine inkompressible Flüssigkeit verhält. Das liegt daran, daß in einem hydrostatischen System die Luftmasse zwischen zwei festen  $p$ -Flächen zeitlich konstant ist, so daß eine horizontale Divergenz sofort durch eine vertikale Konvergenz, und umgekehrt, ausgeglichen wird.

Die Kontinuitätsgleichung erlaubt, die horizontale Winddivergenz aus einem  $\omega$ -Feld und umgekehrt das  $\omega$ -Feld aus der Winddivergenz zu berechnen. Es gilt:

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_H = - \frac{\partial \omega}{\partial p}; \quad \omega = - \int_0^p \nabla \cdot \mathbf{v}_H dp \quad [2.3]$$

Die thermische Gleichung in [1.3] läßt sich leichter interpretieren, wenn an Stelle der relativen Topographie  $\partial \Phi / \partial p$  die Temperatur  $T$  eingeführt wird. Aus statischer Grundgleichung und thermischer Zustandsgleichung folgt

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = - \frac{1}{\rho} = - \frac{RT}{p}.$$

Es entsteht die sogenannte Wärmegleichung:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla T = \frac{p}{R} \sigma_0 \omega. \quad [2.4]$$

Eine lokale Temperaturänderung  $\frac{\partial T}{\partial t}$  resultiert entweder aus einer Warm- oder Kaltluftadvektion  $\mathbf{v}_g \cdot \nabla T$  und aus Absinken (Erwärmung) oder Aufsteigen (Abkühlung). Dabei setzen wir voraus, daß die Atmosphäre stabil geschichtet ist,  $\sigma_0 > 0$ . Wir unterstellen sogar, daß  $\sigma_0$  von  $p$  und  $t$  nicht abhängen soll, um interne Widersprüche im quasigeostrophischen System [1.3] zu vermeiden.

### Die Ausgangssituation

Die meteorologischen Aussagen des ersten Abschnitts wenden wir nunmehr auf ein sehr einfaches, aber für eine Entwicklung typisches atmosphärisches Anfangsfeld an. Es sei so beschaffen: Zur Zeit  $t = 0$  existiere eine geostrophische Grundströmung  $\mathbf{v}_g$  bzw.  $U$ ; diese Grundströmung soll von den Horizontalkoordinaten  $x, y$  unabhängig sein, die Windgeschwindigkeit nehme ohne Richtungsänderung mit der Höhe linear in  $p$  zu. Die Windrichtung möge mit der  $x$ -Achse zusammenfallen, siehe Abb. 2.1.

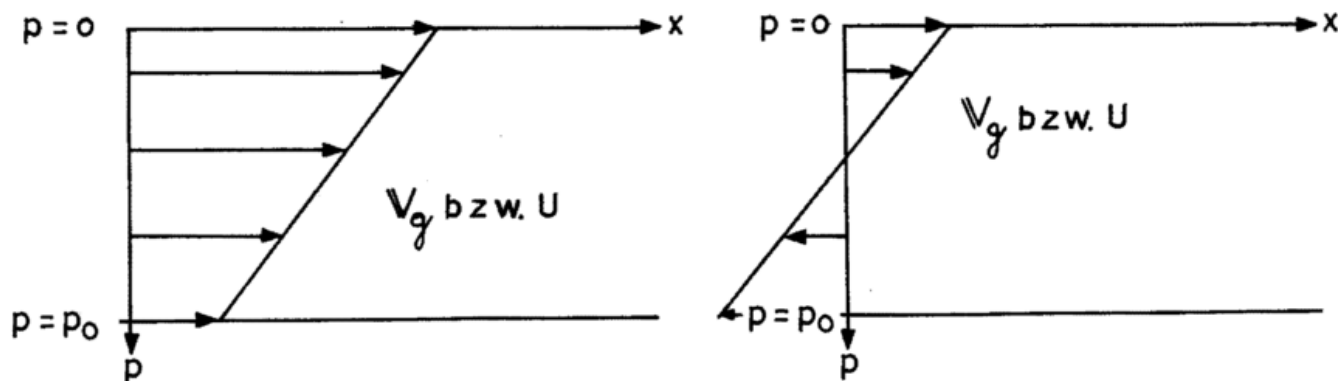


Abb. 2.1  
Geostrophisches Grundwindfeld, von  $x, y$  unabhängig.

Zur Vereinfachung der Beschreibung denken wir uns als Beobachter mit der mittleren Geschwindigkeit, d. h. mit der Geschwindigkeit in 500 mb, mitbewegt, so daß wir oberhalb 500 mb eine Westströmung, unterhalb 500 mb eine Ostströmung feststellen. Heben wir diese Beobachtermitbewegung wieder auf, so hat dies die Konsequenz, daß die gefundenen Felder mit der überlagerten Grund-

strömung in 500 mb an uns nach Osten vorbeiziehen. Im geostrophischen Gleichgewicht gehört zu diesem baroklinen Windfeld der Abb. 2.1 ein Temperaturfeld oder Feld der relativen Topographie, dessen Isothermen parallel zur  $x$ -Achse verlaufen, und dessen Gradient in der gesamten Atmosphäre nach Süden gerichtet ist, siehe Abb. 2.2.

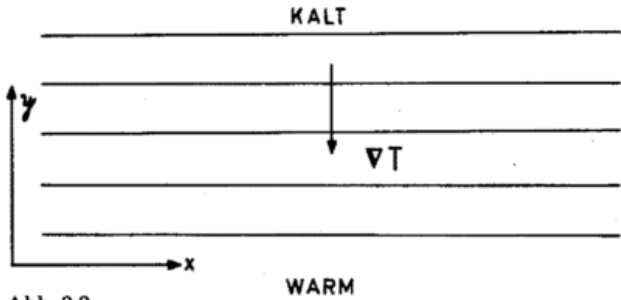


Abb. 2.2  
Das zum Grundwindfeld gehörige Temperaturfeld (Relative Topographie). Isothermen in einer beliebigen  $p$ -Fläche (gerade Linien).

In dieses Wind- und Temperaturgrundfeld denken wir uns nun ein Störfeld geringer Intensität eingebettet, das aus sich in der  $x$ -Richtung periodisch fortsetzenden Zyklen und Antizyklen bestehen soll. Die Störampplituden seien von der Höhe bzw. vom Druck  $p$  unabhängig (barotrope Störung); gleiches gilt dann auch für die zugehörigen geostrophisch ausbalancierten Windfelder der Störungen.

Wir zeichnen dieses Störfeld in einer beliebigen  $p$ -Fläche bzw. im Schnitt entlang der  $x$ -Achse:

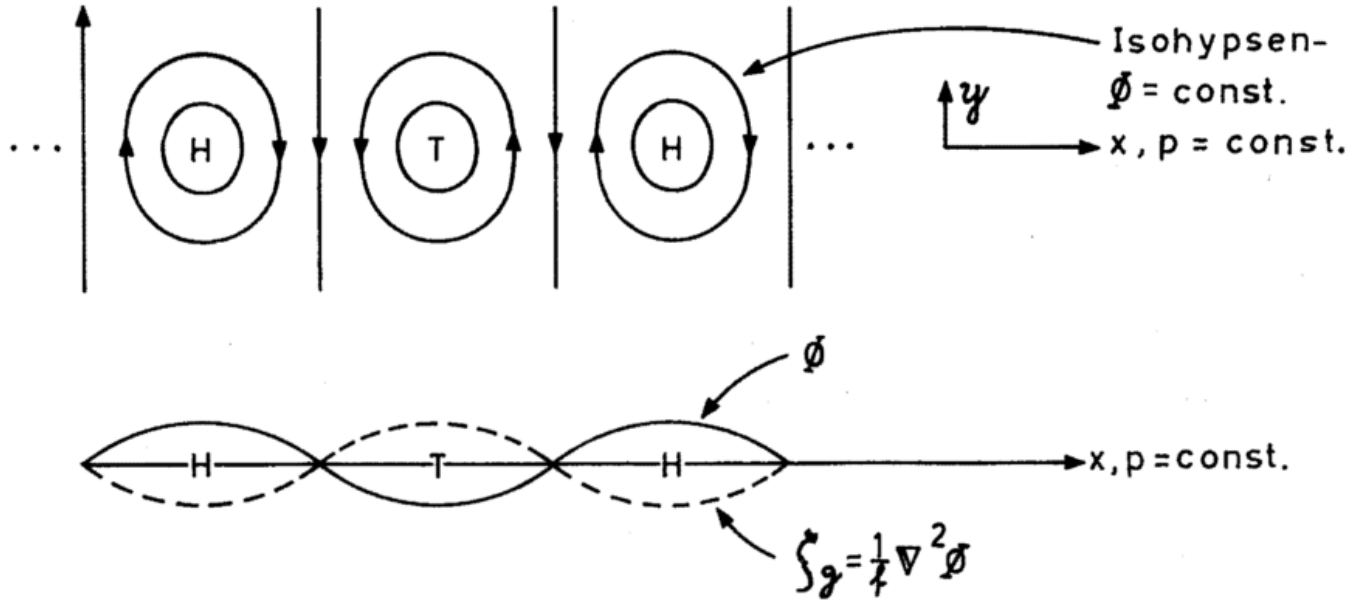


Abb. 2.3  
Das barotrope Störfeld, unabhängig von  $p$ , die Achsen der Tiefs und Hochs stehen daher senkrecht.

**Änderungen der Temperatur, der absoluten Topographien und der Lage der Achsen von Tiefs und Hochs**

Wir lassen zunächst wegen der Unkenntnis der Vertikalgeschwindigkeit  $\omega = dp/dt$  Temperaturänderungen infolge Absinkens oder Aufsteigens unberücksichtigt, d. h.  $\omega$  sei zunächst überall Null.

Dann zeigt ein Blick auf die Abb. 2.2 und 2.3 oder auf die Wärmeleichung [2.4]:

Auf der Vorderseite des Tiefs findet wegen der durch die Störung bewirkten geostrophischen Südströmung eine Erwärmung, auf der Rückseite des Tiefs wegen der dort angetroffenen Nordströmung eine Abkühlung statt und zwar durchweg durch die gesamte Atmosphäre, vgl. Abb. 2.4:

Das bedeutet, in einem  $x$ - $p$ -Schnitt wird auf der Vorderseite des Tiefs der vertikale Abstand der Isohypsen größer (relative Topographie nimmt zu), auf der Rückseite des Tiefs wird dieser vertikale Abstand dagegen kleiner (relative Topographie nimmt ab).

Wäre der Verlauf nur einer einzigen Isohypse, z. B. in 500 mb, bekannt, so könnten wir aus der Kenntnis der relativen Topographie die zeitliche Änderung oder das nach einiger Zeit entstandene Feld der absoluten Topo-

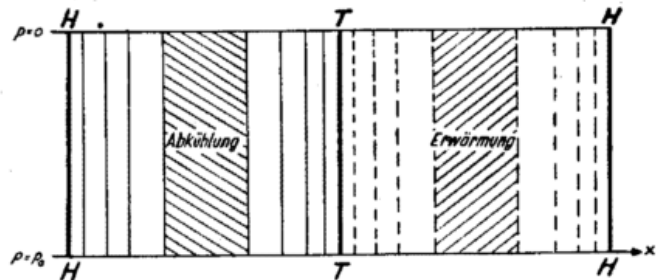


Abb. 2.4  
Abkühlungs- und Erwärmungsfelder im  $x$ - $p$ -Schnitt infolge von Temperatur-Advektionen des Strömungsfeldes. Vereinfachte Darstellung; tatsächlich wären nur die Änderungen der relativen Topographie  $\partial\Phi/\partial p$  höhenabhängig und die Temperaturänderungen dann proportional zu  $p$ .

graphie zeichnen. Gerade aber diese Kenntnis vermittelt uns die thermische Gleichung nicht, die nur die Veränderung der Temperatur oder der relativen Topographie ausspricht.

Diese Kenntnislücke füllt nun die über  $p$  gemittelte Vorticity-Gleichung [2.2] aus:

$$\frac{\partial \bar{\zeta}_g}{\partial t} = -\bar{\mathbf{v}}_g \cdot \nabla \bar{\zeta}_g = -U \frac{\partial \bar{\zeta}_g}{\partial x} \quad [2.5]$$

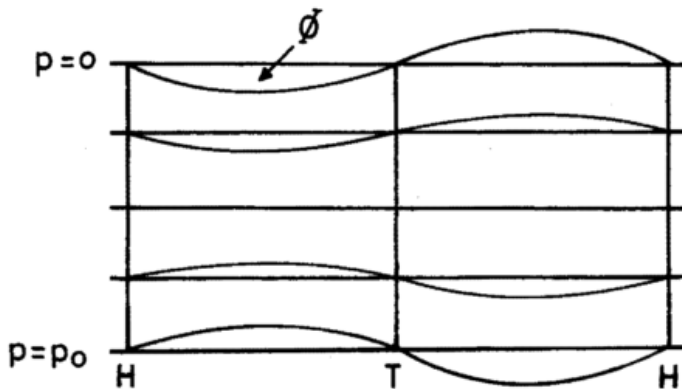


Abb. 2.5

Die zeitliche Veränderung der absoluten Topographie  $\partial\Phi/\partial t$  infolge advektiver Erwärmung in einem  $x$ - $p$ -Schnitt.

Wir betrachten zunächst die Vorticity  $\zeta_g$ , die nur im Störungsfeld nicht verschwindet. Da die Störung von  $p$  unabhängig ist (barotrope Störung), so muß auch  $\zeta_g$  bzw.  $\nabla^2\zeta_g$  bzw.  $\frac{\partial}{\partial x}\zeta_g$  unabhängig von  $p$  ausfallen. Für die Mittelung über  $p$  ist daher  $\frac{\partial\zeta_g}{\partial x}$  als Konstante zu behandeln.

Andererseits ist das transportierende Feld  $U$  in  $p$  eine lineare Funktion, vgl. Abb. 2.1 — rechtes Bild, so daß der Mittelwert verschwindet.

Wir entnehmen daher, daß die rechte Seite von [2.5] verschwindet und damit auch die linke Seite:  $\frac{\partial\zeta_g}{\partial t} = 0$ .

Die Temperaturänderung muß folglich so beschaffen sein, daß sie zu keiner Änderung der über  $p$  gemittelten Vorticity führt. Das läuft wegen des linearen Verlaufs von  $U$  darauf hinaus, daß in 500 mb die absolute Topographie unverändert bleibt, und daß sich vor dem Tief, also im Bereich der advektiven Erwärmung, die Isohypsen oberhalb 500 mb aufwölben und unterhalb 500 mb nach unten deformieren. Wir können in einem  $x$ ,  $p$ -Schnitt nunmehr die zeitliche Änderung der absoluten Topographie zeichnen, die in Einklang mit der Wärme-gleichung und der über  $p$  gemittelten Vorticity-Gleichung steht:

Bezogen auf das Tief entnehmen wir der Abb. 2.5: Im Kern oder Zentrum des Tiefs, d. h. entlang der Tiefdruckachse, werden weder Anstieg noch Fall beobachtet, d. h. der Kern des Tiefs ändert sich nicht; von einer Zyklogenese ist in diesem Stadium nichts zu erkennen. Ferner wird oberhalb von 500 mb ein Fallgebiet westlich des Tiefzentrums beobachtet, damit verlagert sich der Kern der Zyklone nach Westen. Unterhalb von 500 mb liegt ein Fallgebiet ostwärts des Tiefzentrums, der Kern der Zyklone verlagert sich deshalb nach Osten. Analoge Betrachtungen können für das Hochdruckzentrum angestellt werden. Als Resultat ergibt sich — rein synoptisch gesehen —, daß sich in den Tief- bzw. Hochdruckkernen keine Intensitätsveränderungen feststellen lassen, daß sich aber die vertikalen Achsen von Tief und Hoch entgegen der Windscherung neigen, siehe Abb. 2.6:

Eine Neigung der Achsen von Tiefs und Hochs, entgegen der Windscherung Abb. 2.1, ist unerläßliche Vorausset-

$\frac{\partial\Phi}{\partial t} < 0$	$\frac{\partial\Phi}{\partial t} > 0$
$\frac{\partial\Phi}{\partial t} > 0$	$\frac{\partial\Phi}{\partial t} < 0$

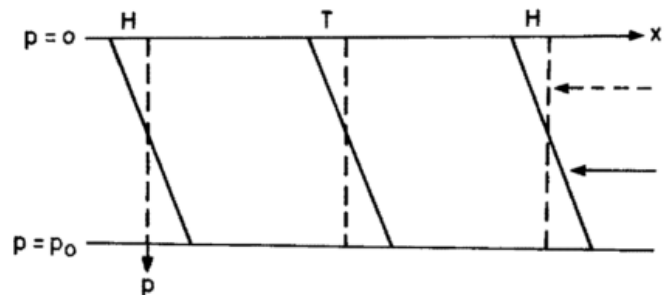


Abb. 2.6

Die Lage der Achsen von T und H in der Anfangssituation (gestrichelte Linie) und nach Auswirkung der advektiven Temperaturänderung (ausgezogene Linie)

zung für die Einleitung eines zyklogenetischen Entwicklungsprozesses. Ohne diese Achsenneigung würde ein Entwicklungsprozeß zum Paradoxen führen: Einerseits verlangt die Vertiefung eines Tiefs nach der Vorticitygleichung eine Konvergenz, hier entlang der senkrechten Trogachse, andererseits führt eine Konvergenz entlang der Trogachse wegen des Massenzuflusses unweigerlich zu Druckanstieg, am stärksten in Bodennähe. Dies steht zueinander im Widerspruch.

### Das Divergenzfeld und die ageostrophische Vertikalzirkulation

Nachdem wir uns approximativ eine Vorstellung über die Tendenz der absoluten Topographie  $\frac{\partial\Phi}{\partial t}$  verschafft haben, Abb. 2.3, können wir daraus auf die Tendenz der Vorticity schließen, denn es ist

$$\zeta_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2\Phi; \quad \frac{\partial\zeta_g}{\partial t} = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

Bei unseren sinusoidalen Feldern bewirkt die Anwendung des Laplace-Operators  $\nabla^2$  eine Umkehrung des Vorzeichens. Wir finden mit Blick auf Abb. 2.5 daher die folgende Verteilung von  $\frac{\partial\zeta_g}{\partial t}$  in einem  $x$ - $p$ -Schnitt vor

	H	T	H
$p = 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial t} < 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial t} > 0$	
	$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} > 0$	$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} < 0$	
	$\frac{\partial \Phi}{\partial t} > 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial t} < 0$	
$p = p_0$	$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} < 0$	$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} > 0$	

Abb. 2.7  
Das Feld der zeitlichen Änderung der Vorticity  $\partial \zeta_g / \partial t$  in einem  $x$ - $p$ -Schnitt.

Den advektiven Term in der Vorticity-Gleichung [2.1]:

$$\mathbf{v}_g \cdot \nabla (\zeta_g + f) = U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} \text{ in unserem Falle}$$

können wir uns allein aus dem Anfangsfeld von  $\Phi$  berechnen, wobei wir beachten, daß  $U$  eine lineare Funktion von  $p$  und von  $x, y$  unabhängig ist;  $\frac{\partial \zeta_g}{\partial x}$  ist von  $p$  unabhängig und — vgl. Abb. 2.3 — ostwärts des Tiefs negativ, westlich des Tiefs positiv.

Wir finden damit für  $U, \frac{\partial \zeta_g}{\partial x}, U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x}$  folgende Verteilung vor:

	H	T	H
$p = 0$	$U > 0 \quad \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} > 0$	$U > 0 \quad \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} < 0$	
	$U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} > 0$	$U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} < 0$	
	$U < 0 \quad \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} > 0$	$U < 0 \quad \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} < 0$	
$p = p_0$	$U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} < 0$	$U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} > 0$	

Abb. 2.8  
Verteilung der Felder  $U, \frac{\partial \zeta_g}{\partial x}$  und  $U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x}$  in einem  $x$ - $p$ -Schnitt.

Ein Blick auf die beiden Felder  $\frac{\partial \zeta_g}{\partial t}$  und  $U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x}$  in den Abb. 2.7 und 2.8 zeigt, daß diese beiden Terme überall in der Atmosphäre das gleiche Vorzeichen haben, so daß die Festlegung des Vorzeichens von  $\nabla \cdot \mathbf{v}_H$  nach der Vorticitygleichung keinerlei Schwierigkeiten bereitet.

Die Vorticity-Gleichung [2.1]:

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \nabla \zeta_g = \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} = -f_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_H$$

weist nun aus, daß  $\nabla \cdot \mathbf{v}_H$  gerade das umgekehrte Vorzeichen von  $\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + U \frac{\partial \zeta_g}{\partial x}$  besitzt, welcher Term ja in den Abb. 2.7 und 2.8 eingetragen ist. Wir können daher

ohne Schwierigkeit das Feld der Divergenz  $\nabla \cdot \mathbf{v}_H$  abschätzen und qualitativ zeichnen:

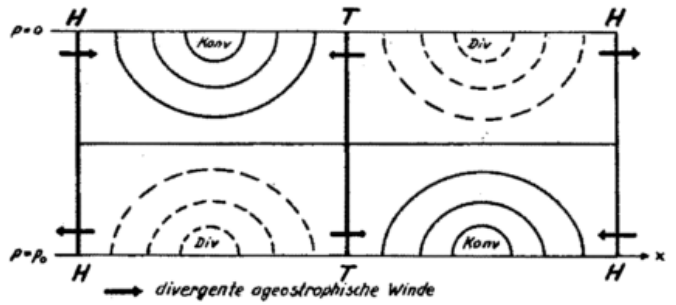


Abb. 2.9  
Die Verteilung des Divergenzfeldes  $\nabla \cdot \mathbf{v}_H$  in einem  $x$ - $p$ -Schnitt.

Die Beziehung [2.3] gibt aus  $\nabla \cdot \mathbf{v}_H$  sofort die Verteilung der Vertikalgeschwindigkeit  $\omega$ , die man aber unschwer auch visuell der Abb. 2.9 entnehmen kann.

Es entsteht die in der folgenden Abbildung festgehaltene ageostrophische Vertikalzirkulation:

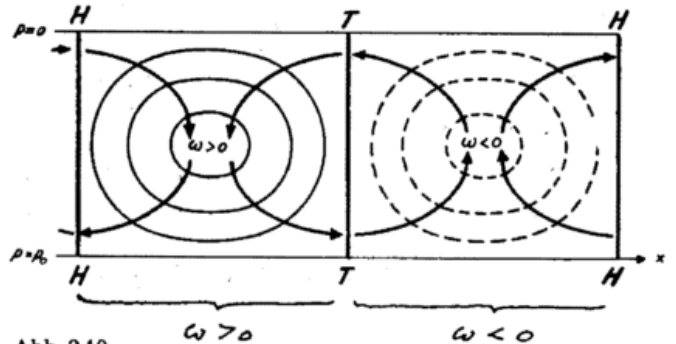


Abb. 2.10  
Die ageostrophische Zirkulation in einem  $x$ - $p$ -Schnitt, das  $\omega$ -Feld.

Vergleichen wir die Abb. 2.4 und 2.10, so finden wir, daß die Gebiete der advektiven Erwärmung bzw. Abkühlung genau zusammenfallen mit den Gebieten aufsteigender bzw. absinkender Luft. Wir finden hier die synoptische Faustregel wieder, wonach — großräumig gesehen —, advektive Erwärmung zu aufsteigender Luftbewegung und umgekehrt advektive Abkühlung zu Absinken führen.

Ein Blick auf die thermische Gleichung [2.4] weist aus, daß gerade dort, wo eine advektive Erwärmung einsetzt, Aufgleiten und damit eine konvektive Abkühlung beobachtet wird und umgekehrt advektive Abkühlung von konvektiver Erwärmung begleitet wird.

Eigentlich müßten wir jetzt nochmals mit unseren Überlegungen von vorn anfangen, da wir ja bei Abschätzung der Temperaturveränderung mangels Kenntnis des  $\omega$ -Feldes die Effekte des Absinkens oder Aufsteigens unberücksichtigt gelassen hatten.

Wir wollen und können aber unterstellen, daß die konvektive Temperaturänderung absolut kleiner ausfällt als die advektive Temperaturänderung, absolut genommen, so daß die bisher gewonnenen Ergebnisse qualitativ richtig bleiben.

### Einleitung der Zyko- und Antizyklognese

Zeichnen wir die infolge advektiver Temperaturänderungen geneigten vertikalen Achsen des Tiefs und des Hochs, Abb. 2.6, in das gefundene Divergenzfeld, Abb. 2.9, ein, so entsteht das folgende Bild:

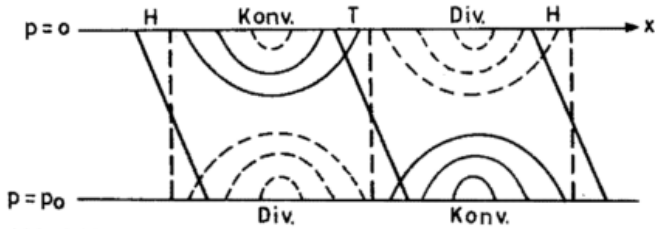


Abb. 2.11  
Lage der vertikalen T- und H-Achsen, relativ zu dem Divergenzfeld in einem x-p-Schnitt.

Der Abb. 2.11 lesen wir ab: Mit Ausnahme des divergenzfreien Niveaus in 500 mb verläuft nunmehr die T-Achse vollständig in einem Konvergenzgebiet, die H-Achse vollständig in einem Divergenzgebiet.

Da in den Zentren der Hoch- und Tiefdruckgebiete (Extremwerte) der Gradient von  $\zeta_g$  verschwinden muß, ( $\nabla\zeta_g = 0$ ), so schreibt sich entlang der Achsen von Tief und Hoch wegen des Wegfalls von  $v_g \cdot \nabla\zeta_g$  die Vorticitygleichung [2.1] in der Form  $\frac{\partial\zeta_g}{\partial t} = -f_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_H$ ; gültig entlang der T- und H-Achsen.

In den Zentren bestimmt also allein die Divergenz  $\nabla \cdot \mathbf{v}_H$  die Änderung der Vorticity  $\frac{\partial\zeta_g}{\partial t}$ .

Wegen  $\zeta_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi$  gilt in sinusoidalen Feldern, daß  $\frac{\partial\zeta_g}{\partial t}$  proportional zu  $-\frac{\partial\Phi}{\partial t}$  ist, so daß sich entlang der Achsen

obige Gleichung auch schreiben läßt

$\frac{\partial\Phi}{\partial t} \sim \nabla \cdot \mathbf{v}_H$ ; die Steiggebiete sind proportional der Divergenz, die Fallgebiete sind proportional der Konvergenz.

Damit ist gezeigt, mit Blick auf die Abb. 2.11, daß entlang der T-Achse ein Fallgebiet, entlang der H-Achse

ein Steiggebiet angetroffen wird. Das Tief wird sich also weiter vertiefen, das Hoch sich weiter verstärken. Damit ist die Einleitung des zyko- bzw. antizyklogenetischen Prozesses aus den meteorologischen Aussagen des gefilterten baroklinen Modells hergeleitet und das ursprünglich gesteckte Ziel erreicht.

Betrachtet man das Feld mit geneigten Achsen der Tiefs und Hochs jetzt als Anfangsfeld und wendet darauf nochmals die meteorologischen Aussagen des gefilterten baroklinen Modells an, so entsteht eine leicht veränderte Situation gegenüber der Abb. 2.11, die hier — ohne Verfolgung der einzelnen Schritte — wiedergegeben wird.

Man erkennt, daß ein divergenzfreies Niveau nicht mehr existiert wie in Abb. 2.11, wo die Nulllinie der Divergenz noch mit der 500 mb-Fläche zusammenfiel, und daß nun in der gesamten Atmosphäre — auch in 500 mb — die T-Achse vollständig im Konvergenzgebiet, die H-Achse völlig im Divergenzgebiet verläuft, woraus zu schließen ist, daß überall Zyklonogenese bzw. Antizyklonogenese zu beobachten ist.

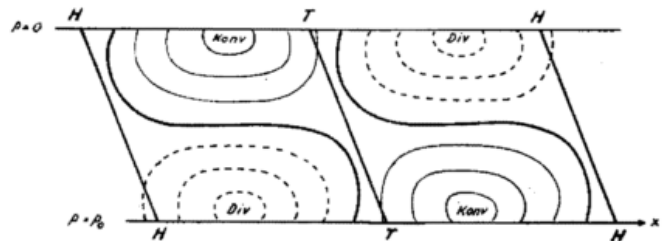


Abb. 2.12  
Lage der vertikalen T- und H-Achse, relativ zu dem Divergenzfeld in einem fortgeschrittenen Stadium.

Man sieht weiter in der Abb. 2.12, daß oberhalb des Bodentiefs resp. Bodenhochs in der Vertikalen überwiegend Massendivergenzen bzw. Massenkongruenzen beobachtet werden, so daß die Entwicklung der Bodentiefs und -Hochs jetzt auch vom Gesichtspunkt der Massenbilanzen begründet wird.

## 3 G. FISCHER, Hamburg Barokline und barotrope Instabilität

Stellt man einen Bleistift senkrecht auf seine Spitze, so genügen die immer und überall vorhandenen kleinen Anstöße, um ihn zum Umkippen zu bringen und damit seine Schwerpunktsenergie zu verringern. Der ursprüngliche Gleichgewichtszustand war also instabil. In der großräumigen atmosphärischen Dynamik wird die Frage nach dem Charakter eines Gleichgewichtszustandes in entsprechender Weise mittels mathematischer Modellvorstellungen beantwortet, die dem komplizierteren Problem angepaßt sind. Wenn wir im folgenden von Gleichgewichtszuständen sprechen, so denken wir an

Geschwindigkeits- und Massenfelder, die im geostrophischen Gleichgewicht stehen, wobei die Strömung zonal bzw. der Temperaturgradient meridional gerichtet ist. Die Prüfung der Instabilität kann in verschiedener Weise erfolgen. Bekannt ist die sogenannte *Partikelmethode*. Hier wird ein beliebiges Luftquantum angestoßen und seine Trajektorie verfolgt. Entfernt sich das Teilchen beschleunigt vom Ausgangspunkt, so ist der ursprüngliche Zustand instabil. Sollte in der Natur ein derartiger Zustand — durch äußere Einflüsse bedingt — auftreten, so sorgen turbulente Umlagerungen für die Wiederher-

stellung eines stabilen Gleichgewichts. Beispiele in dieser Richtung sind die *Schichtungs- und Trägheitsinstabilität*; die entsprechenden Theorien erklären, warum im allgemeinen die potentielle Temperatur mit der Höhe zunimmt bzw. warum die absolute Vorticity eine positive Größe ist.

Die Partikelmethode ist in vielen Fällen nicht anwendbar, da der physikalische Prozeß der Instabilität nicht auf beliebige Teilchen anspricht, sondern Größe und Form der Störungselemente eine ausschlaggebende Rolle spielen. Dann ist es auch nicht mehr mit einer gewöhnlichen Differentialgleichung wie bei der Partikelmethode getan. Vielmehr müssen partielle Differentialgleichungen gelöst werden. Diese Gleichungen beschreiben den zu untersuchenden Gleichgewichtszustand oder Grundzustand und ein überlagertes Störungsspektrum, welches man sich gewöhnlich aus sinusförmigen zonalen Wellen zusammengesetzt denkt. Die Amplituden dieser Wellen werden als so klein angenommen, daß sie keine Rückwirkung auf den Grundzustand ausüben. Diese Voraussetzung erlaubt, die zugrundeliegenden hydro- und thermodynamischen Gleichungen als lineares System zu behandeln und damit den Methoden der mathematischen Physik zugänglich zu machen. Die hierdurch gewonnenen Lösungen geben an, ob eine Tendenz zum Umkippen des Gleichgewichtszustandes vorhanden ist. Letzteres ist dann der Fall, wenn Störungen existieren, die exponentiell mit der Zeit anwachsen und dadurch dokumentieren, daß dem Grundzustand Energie entzogen wird. Die Frage ist also: *gibt es kleine Störungen, die anwachsen? Wenn ja, ist der Grundzustand instabil; wenn nein, ist er stabil.*

Da die Störungen mit meteorologischen Phänomenen wie der Zyklonogenese in Zusammenhang gebracht werden sollen, ist es verständlich, daß letztlich den Wellen mehr Aufmerksamkeit geschenkt wird als den dahinterstehenden Gleichgewichtszuständen. So ist es üblich, wenn auch etwas verwirrend, daß die Wellen selbst in instabile und stabile eingestuft werden, je nachdem ob ihre Amplituden zeitlich anwachsen oder nicht. Innerhalb der stabilen Wellen bezeichnet man als neutrale Wellen diejenigen, deren Amplituden zeitlich konstant bleiben. Instabile Wellen repräsentieren also die Instabilität des Gleichgewichtszustandes.

Der interessanteste Aspekt der zu behandelnden barotropen und baroklinen Instabilität besteht darin, daß nur Amplituden eines gewissen Wellenlängenbereichs — des instabilen Bereichs — anwachsen, und daß dieser Bereich im wesentlichen mit der Größenordnung der unsere Wetterkarten beherrschenden Zyklonen übereinstimmt. Es existieren also im allgemeinen stabile und instabile Wellen nebeneinander.

Es wurde erwähnt, daß die Instabilität mit einem Energieverlust des Grundzustands und einem entsprechenden Energiegewinn gewisser Störungen einhergeht. Dieser Tatbestand eröffnet eine weitere Möglichkeit, die Instabilität zu prüfen, indem man nämlich die zeitlichen Tendenzen der Energieumwandlungen zwischen Grundzustand und Störungen aus den vorgegebenen Gleichungen errechnet. Die Störungen sind dabei explicit als

Anfangsbedingung vorzuschreiben und ergeben sich nicht — wie im Fall der Eigenwertaufgabe — als charakteristische Lösung des Systems. Der Vorteil dieser „*Tendenzmethode*“ ist jedoch, daß sich Aussagen auch dann noch machen lassen, wenn die Eigenwertmethode versagt.

Die vorgehend kurz besprochenen Verfahren behandeln die physikalischen Gleichungen mit analytischen Methoden, die, wenn sie zum Erfolg führen, einen zusammenfassenden Einblick in die relevanten Parameter geben, welche die Instabilität steuern. Jedoch ist es vielfach schwierig, analytische Darstellungen zu gewinnen, z. B. wenn im Fall der Eigenwertmethode das System nicht separabel ist, d. h. die partiellen Differentialgleichungen sich nicht in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen aufspalten lassen. In diesem Fall helfen numerische Methoden weiter. Im Grunde genommen kann man sogar jede numerische Wettervorhersage als Prüfung der Instabilität eines Grundzustandes auffassen. Der Nachteil der numerischen Methoden ist jedoch, daß viele Rechnungen nötig sind, um den Einfluß der einzelnen Parameter herauszuschälen.

#### **Qualitative Kennzeichen barotroper Instabilität**

Viele Gesichtspunkte der barotropen Instabilität sind bereits im *Promet 1/73* enthalten, so daß hier nur die wesentlichen Merkmale angesprochen werden sollen.

Im barotropen Modell — hierbei wird die Atmosphäre als inkompressibles homogenes Medium angesehen — kann allein die barotrope Instabilität wirken und zur Intensivierung von Wellen führen. Ob sie wirkt, hängt von Bedingungen ab, welche die Form und Stärke des zonalen Grundstroms betreffen; seine absolute Vorticity muß irgendwo einen Extremwert aufweisen. Wenn diese Bedingung erfüllt ist, so wachsen Wellen an, deren Länge um einen bestimmten Faktor größer ist als die Breite des Grundstroms. Auf atmosphärische Verhältnisse übertragen, sollten hiervon die langen Wellen mit einer Wellenzahl  $n \leq 5$  profitieren ( $n$  bedeutet hier die Anzahl der Tröge oder Rücken auf einem Breitenkreis). Energetisch gesehen findet ein Übergang kinetischer Energie des Grundzustandes in kinetische Energie der Wellen statt.

Der Grundstrom wird häufig mit dem zonalen Mittelwert des Zonalwindes gleichgesetzt, um eine Verbindung der Parameter von Theorie und Natur zu gewinnen. Das auf diese Weise erhaltene Windprofil der mittleren Breiten erfüllt jedoch nicht die Bedingung barotroper Instabilität. Man kann aus theoretischen Überlegungen ableiten, daß in diesem Fall Energie von den Wellen in den Grundstrom fließt und letzteren dadurch verstärkt. Diesen Sachverhalt erkennt man auch daran, daß die Phasenlinien der synoptischen Wellen, sagen wir im 500 mb Niveau, vielfach in Richtung der allgemeinen Strömung ausgebeult sind; ein Zeichen dafür, daß der Strömung Westwindimpuls zugeführt wird. Hier finden wir auch die Begründung für den Tatbestand, daß die barotropen Vorhersagemodelle zur Zonalisierung neigen. Jedoch treffen diese Verhältnisse nur im Mittel zu; in Einzelfällen kann sehr wohl die barotrope Insta-

bilität bei Wellenbildungen in der Atmosphäre mitwirken; sie ist z. B. an der Formierung von blockierenden Wetterlagen, wobei hauptsächlich Wellen mit  $n = 2$  und  $n = 3$  aufgebaut werden, maßgeblich beteiligt.

Es sei darauf hingewiesen, daß eine bestimmte Welle nicht nur kinetische Energie vom Grundstrom, sondern auch von den übrigen Bereichen des Spektrums her erhalten kann. Dieser letztgenannte Prozeß wird jedoch nicht durch die barotrope Instabilität beschrieben.

### Qualitative Kennzeichen barokliner Instabilität

Die „klassische“ Zyklonogenese kann nicht auf barotrope Umordnungen zurückgeführt werden; sie beruht hauptsächlich auf thermodynamischen Kreisprozessen, die in der Theorie der baroklinen Instabilität ihren Niederschlag finden. Energetisch gesehen wird dabei die potentielle Energie der isobaren Temperaturverteilung in kinetische Energie der Störungen umgewandelt. Die Kreisprozesse äußern sich in aufsteigenden Luftbewegungen im Warmsektor der Zyklone und absteigenden Kaltluftmassen auf ihrer Rückseite. Wie bei jeder Wärmekraftmaschine wird hier Arbeit geleistet und in Bewegungsenergie des Systems überführt. Auf der anderen Seite findet ein Verbrauch von „Brennstoff“ statt, der sich, und das ist das Ziel, welches die Natur im Auge hat, in einem Abbau der isobaren — hauptsächlich meridionalen — Temperaturunterschiede manifestiert. Der Endzustand wäre barotrop — konstante Temperatur auf den Druckflächen —, wenn nicht fortwährend durch äußere differenzierte Wärmezufuhr der Energievorrat wieder aufgefüllt würde.

Unerläßliche Voraussetzung barokliner Instabilität ist also ein meridionaler Temperaturgradient des Grundfeldes und wegen der geostrophischen Gleichgewichtsbeziehung entsprechend eine vertikale Scherung des zonalen Grundstroms. Die Frage ist wiederum: Gibt es kleine Wellenstörungen, die anwachsen und somit dokumentieren, daß potentielle Energie des Gleichgewichtszustandes verbraucht wird? Hierauf gibt die Theorie Antwort. Sie setzt im allgemeinen voraus, daß der Grundstrom sich nicht in meridionaler Richtung ändert. Dadurch werden einmal von vornherein barotrope Umordnungen ausgeschaltet, zum anderen gelingt es nur unter dieser Voraussetzung (von wenigen Ausnahmen abgesehen), geschlossene analytische Lösungen mit Aussagekraft zu erhalten. Die Lösungen geben einmal den Größenordnungsbereich instabiler Wellen in Abhängigkeit von bestimmten Parametern an, zum anderen zeigen sie die vertikale Struktur der anwachsenden Störungen.

Die Resultate entsprechen recht gut den in der Atmosphäre bei zyklonogenetischen Vorgängen beobachteten Verhältnissen. Der instabile Bereich schlägt sich in der Natur im „Zyklonen-Scale“ nieder, an dem hauptsächlich die Wellenzahlen  $n = 6$  bis  $n = 10$  beteiligt sind. Zu bemerken ist ferner die Rückwärtsneigung der Trog- und Rückenachsen der instabilen Wellen, die sich gleichermaßen in den Beobachtungen wiederfindet. Diese Achsenneigung ist der Ausdruck für eine die Energieumwandlung besonders begünstigende Konstellation von aufsteigender Warmluft und absinkender Kaltluft.

### Theoretische Grundlagen barotroper und barokliner Instabilität

Das am einfachsten erscheinende Beispiel barokliner Instabilität ist die *Polarfronttheorie* von BJERKNES. Die Komplexität des Grundzustandes, verursacht u. a. durch die geneigte Frontfläche, erschwert jedoch die mathematische Behandlung ungemein, so daß mehr die Ergebnisse, denn die Theorie selbst meteorologisches Wissenschaft geworden sind.

Die modernen Ansätze gründen sich vorwiegend auf die mittels der quasigeostrophischen Approximation vereinfachte Vorticitygleichung [1.3] und den I. Hauptsatz unter Ausschluß von Reibung und diabatischen Effekten.

Linearisiert man diese Gleichungen nach der oben skizzierten Methode der kleinen Störungen und bezeichnet die den Grundzustand charakterisierenden Variablen durch  $(\bar{\quad})$ , so erhält man im „p-System“ unter Verwendung kartesischer Koordinaten

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \nabla^2 \Phi' + \left(\beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right) \frac{\partial \Phi'}{\partial x} - f_0^2 \frac{\partial \omega'}{\partial p} = 0 \quad [3.1]$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial \Phi'}{\partial p} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \frac{\partial \Phi'}{\partial x} + \bar{\sigma} \omega' = 0 \quad [3.2]$$

Die Störungsgrößen sind durch  $\Phi'$  (Geopotential einer Druckfläche) und  $\omega'$  (Vertikalgeschwindigkeit) repräsentiert. Die Koordinaten sind  $x$  (nach Osten),  $y$  (nach Norden) und  $p$  (nach unten). Als Parameter treten auf

$f_0$  : Coriolisparameter in der Breite  $\varphi_0$

$\beta$  : Meridionaler Gradient des Coriolisparameters

$$\bar{\sigma}(p) = \frac{R}{gp\bar{\rho}} \left\{ \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} - \left(\frac{d\bar{T}}{dz}\right)_{Ad} \right\} \quad \text{: Stabilität der vertikalen Schichten}$$

( $R$  = Gaskonstante,  $g$  Schwerkraft,  $\rho$  Dichte,  $\partial T/\partial z$  geometrischer Temperaturgradient,  $(d\bar{T}/dz)_{Ad}$  adiabatischer Temperaturgradient).

Der Grundzustand ist durch

$$\bar{u}(y, p) = - \frac{1}{f_0} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y}, \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} = \frac{1}{f_0} \frac{R}{P} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \quad [3.3]$$

definiert, wobei die Gestalt des Grundstroms  $\bar{u}$  zunächst noch beliebig ist.

Man kann  $\omega'$  aus [3.1] und [3.2] eliminieren und erhält dann eine Gleichung für die potentielle Vorticity

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\nabla^2 + \frac{\partial}{\partial p} \frac{f_0^2}{\bar{\sigma}} \frac{\partial}{\partial p}\right) \Phi' + \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \frac{\partial \Phi'}{\partial x} = 0 \quad [3.4]$$

wobei  $\bar{q}$  die potentielle Vorticity des Grundzustandes bedeutet:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( f - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial p} \frac{Rf_0}{\bar{\sigma} p} \bar{T} \right) = \beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial p} \frac{f_0^2}{\bar{\sigma}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \quad [3.5]$$

Die Gleichung [3.4] bietet sich als Ausgangspunkt für unsere weiteren Überlegungen an.

Um Lösungen zu erhalten, müssen noch Randbedingungen in  $y$  und  $p$  fixiert werden. Da wir die Verhältnisse der mittleren Breiten untersuchen wollen, nehmen wir

an, daß sich die Wellenbildung zwischen zwei undurchlässigen Breitenkreisen bei  $y = 0$  und  $y = B$  abspielt. Dann gilt

$$\Phi' = 0 \quad \text{für } y = 0 \quad \text{und } y = B. \quad [3.6]$$

Setzen wir ferner voraus, daß  $\omega'$  am Boden  $p = p_0$  und am Oberrand der Atmosphäre  $p = 0$  verschwindet, so folgt mit [3.2]

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial \Phi'}{\partial p} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \frac{\partial \Phi'}{\partial x} = 0 \quad \text{für } p = p_0 \text{ und } p = 0. \quad [3.7]$$

Da zonal wandernde Wellen die Lösung bestimmen sollen, bietet sich folgender Ansatz an

$$\Phi' = \hat{\Phi}(y, p) e^{ik(x - ct)} \quad [3.8]$$

Dabei gilt  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  (zonale) Wellenlänge,  $i = \sqrt{-1}$ ;  $c$  ist die Phasengeschwindigkeit, welche komplex sein kann:

$$c = c_r + ic_i \quad [3.9]$$

Ist  $c_i > 0$ , so erscheint in [3.8] ein Faktor  $\exp kc_i t$ , welcher ein zeitliches Amplitudenwachstum repräsentiert. In diesem Fall ist die Welle und damit der Zustand [3.3] instabil.  $kc_i = 1/\tau$  nennt man auch Wachstumsrate. Dabei bedeutet  $\tau$  die Zeitdauer zur Vergrößerung der Amplitude um den Faktor  $e$ .

Um einer Festlegung von  $c$  und  $\hat{\Phi}$  näherzukommen, setzen wir [3.8] in [3.4], [3.6] und [3.7] ein und erhalten

$$(\bar{u} - c) \left\{ \frac{\partial}{\partial p} \frac{f_0^2}{\bar{\sigma}} \frac{\partial}{\partial p} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right\} \hat{\Phi} + \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \hat{\Phi} = 0 \quad [3.10]$$

$$\hat{\Phi} = 0 \quad \text{für } y = 0, B \quad [3.11]$$

$$(\bar{u} - c) \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial p} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \hat{\Phi} = 0 \quad \text{für } p = p_0, 0 \quad [3.12]$$

Die obigen Gleichungen stellen ein Eigenwertproblem dar, in welchem bei vorgeschriebenen  $\bar{u}(y, p)$  solche Werte von  $k$  gesucht werden, für welche  $c_i > 0$  wird.

Das System [3.10], [3.11] und [3.12] ist direkt mit analytischen Methoden im allgemeinen nicht lösbar. Es müssen weitere Vereinfachungen durchgeführt werden, die das Problem spalten in reine barotrope und reine barokline Instabilität. Das geschieht durch folgende Voraussetzungen

- a)  $\bar{u} = \bar{u}(y)$ ,  $\partial \Phi' / \partial p = 0$ , rein barotrop
- b)  $\bar{u} = \bar{u}(p)$ ,  $\partial \Phi' / \partial y = 0$ , rein baroklin.

In einigen wichtigen Sonderfällen ist es jedoch möglich, mit der Integralmethode indirekt Auskunft darüber zu erhalten, wann  $c_i > 0$  werden kann. Man geht dabei folgendermaßen vor:

- 1) Multipliziere [3.10] mit dem konjugierten komplexen Wert  $\hat{\Phi}^*$
- 2) Dividiere durch  $(\bar{u} - c)$
- 3) Integriere\*) über den Raum und benutze dabei die Randbedingungen [3.11] und [3.12]
- 4) Trenne Real- und Imaginärteil.

Führt man diese Schritte durch, so lautet der Imaginärteil

$$ic_i \left\{ \int_0^B \left[ \frac{f_0^2}{\bar{\sigma}} \frac{|\hat{\Phi}|^2}{|\bar{u} - c|^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \right]_{p_0}^{p_0} dy + \int_0^{p_0} \int_0^B \frac{|\hat{\Phi}|^2}{|\bar{u} - c|^2} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} dy dp \right\} = 0 \quad [3.13]$$

Falls der Ausdruck in der geschweiften Klammer nicht verschwindet, muß  $c_i = 0$  sein, also Stabilität herrschen. Die Umkehrung des Satzes gibt eine notwendige Bedingung für Instabilität.

Brauchbare Aussagen sind möglich, wenn  $\partial \bar{u} / \partial p = 0$  für  $p = 0$  und  $p_0$  angenommen wird; dann verschwindet das erste Integral im Klammersausdruck. Dieser Fall eines „Internal Jets“ wurde von CHARNEY und STERN 1962 bearbeitet. Man sieht aus [3.13], daß dann die Behauptung gilt:

Instabilität kann nur auftreten, wenn  $\partial \bar{q} / \partial y$  sein Vorzeichen im Integrationsgebiet ändert.

Jedoch ist die Voraussetzung eines internen Jets nicht unbedingt den atmosphärischen Verhältnissen angepaßt.

Eine wertvolle Auskunft gibt [3.13], wenn allgemein  $\partial / \partial p = 0$  gesetzt, d. h. ein barotroper Zustand angenommen wird. Die dann folgende Beziehung

$$ic_i \int_0^B \frac{|\hat{\Phi}|^2}{|\bar{u} - c|^2} \left( \beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) dy = 0 \quad [3.14]$$

wurde im Prinzip bereits von RAYLEIGH 1913 hergeleitet und von KUO 1949 meteorologisch genutzt.

Wenn also  $c_i \neq 0$  ist, muß das Integral in [3.14] verschwinden. Das wiederum ist nur möglich, wenn  $\beta - \partial^2 \bar{u} / \partial y^2$  wenigstens einmal aber nicht überall im Bereich  $0 < y < B$ , sagen wir für  $y = y_c$ , sein Vorzeichen wechselt. Die notwendige Bedingung für barotrope Instabilität lautet also

$$\beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} = 0 \quad \text{für } y = y_c \quad [3.15]$$

Ein parabolisches Windprofil z. B. verhält sich demnach immer stabil.

### Resultate reiner barotroper Instabilität

Vernachlässigt man die  $p$ -Abhängigkeit in [3.10], [3.11] und [3.12], so folgen die „barotropen Gleichungen“

$$(\bar{u} - c) \left\{ \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right\} \hat{\Phi} + \left( \beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) \hat{\Phi} = 0 \quad [3.16]$$

$$\hat{\Phi} = 0 \quad \text{für } y = 0, B$$

Aufgrund der Aussage [3.15] ist die Zahl der zur Instabilität neigenden Grundzustände eingeschränkt. Ein Windprofil, welches die Instabilitätsbedingungen erfüllen kann und eine Struktur aufweist, wie sie in der Atmosphäre der mittleren Breiten in etwa angetroffen wird, ist folgendes

$$\bar{u} = \frac{U_m}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{B} y \right), \quad U_m = \text{const.} \quad [3.17]$$

\*) Für die Integration muß vereinfachend vorausgesetzt werden, daß  $\bar{\sigma}$  nicht von  $p$  abhängt.

Die Lösung von [3.16] unter Beachtung von [3.17] wurde von KUO 1948 angegeben. Instabile Wellen treten demnach auf, wenn die maximale Windgeschwindigkeit  $U_m$  größer als  $\beta B^2/2\pi^2$  wird; mit  $B = 4000$  km z. B. muß  $U_m > 12$  m/s sein. Wellen, für die  $\lambda/B \leq 2/\sqrt{3}$  ist, sind stabil, wobei im Bereich  $\lambda/B < 2/\sqrt{3}$  alle Wellen gedämpft sind ( $c_i = 0$ ); die Welle  $\lambda/B = 2/\sqrt{3}$  ist neutral ( $c_i = 0$ ), ihre Verlagerungsgeschwindigkeit ist  $c_r = \bar{u}(y_c)$ . Neutrale Wellen existieren ebenfalls für genügend großes  $\lambda/B$ . Die Intensität der barotropen Instabilität hängt im wesentlichen von der speziellen Form des Meridionalprofils ab — wobei [3.15] erfüllt sein muß. So sind im allgemeinen die Umwandlungsprozesse umso größer, je größer

$$\frac{1}{B} \int_0^B \bar{u}^2 dy - \left( \frac{1}{B} \int_0^B \bar{u} dy \right)^2$$

ist.

Der Parameter  $\beta$  wirkt einer Instabilität entgegen; er läßt sie erst bei einer bestimmten Stärke der Strömung wirksam werden, zum anderen werden die relativ langen Wellen durch  $\beta$  stabilisiert.

### Resultate reiner barokliner Instabilität

Die „baroklinen Gleichungen“ gewinnt man, wenn die  $y$ -Abhängigkeit vernachlässigt wird. Aus [3.10], [3.11] und [3.12] folgt dann

$$(\bar{u}-c) \left\{ \frac{\partial}{\partial p} \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} - k^2 \right\} \hat{\Phi} + \left( \beta - \frac{\partial}{\partial p} \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \right) \hat{\Phi} = 0 \quad [3.18]$$

$$(\bar{u}-c) \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial p} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \hat{\Phi} = 0 \quad \text{für } p = 0 \text{ und } p = p_0 \quad [3.19]$$

Relativ einfache Lösungen erhält man unter folgenden Voraussetzungen

- a)  $\sigma = \text{const}, \partial \bar{u} / \partial p = \text{const} = u_T / p_0, \beta = 0$ : Eady-Modell
- b)  $\sigma = 0, \partial \bar{u} / \partial p = \text{const} = u_T / p_0$ : Advektionsmodell

Die Lösung für Fall a) (Eady 1949) besagt, daß hinreichend lange Wellen anwachsen, genauer

$$c_i > 0 \quad \text{für} \quad \frac{\lambda f_0}{2\pi p_0 \sqrt{\sigma}} > 0.42 : \text{Eady-Modell} \quad [3.20]$$

Auf atmosphärische Verhältnisse übertragen ( $\sigma p_0^2 / f_0^2 \cong 2 \cdot 10^{12} \text{ m}^2$ ) sollten alle Wellen  $\lambda > 3500$  km instabil sein mit einem Maximum der Wachstumsrate bei 5500 km. Man erkennt an [3.20] den starken Einfluß der vertikalen Schichtung, gekennzeichnet durch  $\sigma$ , auf die barokline Instabilität. Je kleiner  $\sigma$  ist, umso kürzer wird die Wellenlänge, bei der das Amplitudenwachstum beginnt, umso kleiner wird auch die Wellenlänge maximaler Instabilität. Im Grenzfall  $\sigma \rightarrow 0$  werden alle Wellen instabil.

Der zuletzt genannte Fall läßt auch eine Lösung zu, wenn  $\beta \neq 0$  ist; man erhält das Advektionsmodell, welches von FJORTOFT 1950 und SUTCLIFFE 1951 bearbeitet wurde. Es impliziert eine indifferent geschichtete Atmosphäre, in der Temperaturänderungen nur durch horizontale Advektion erfolgen können. Die Voraussetzun-

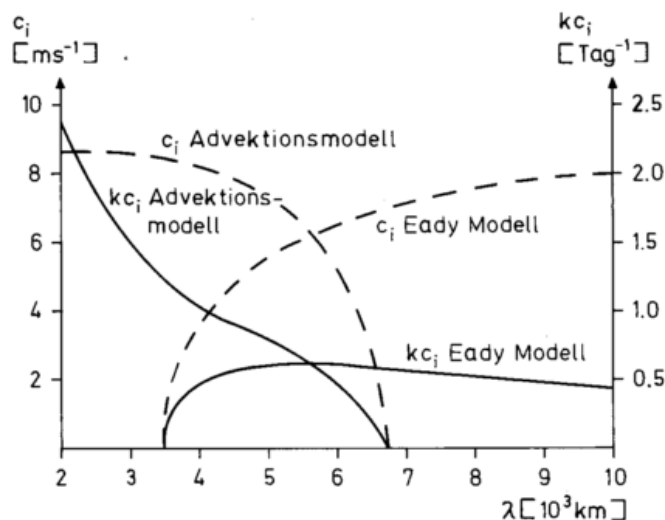


Abb. 3.1 Wachstumsrate  $kc_i$  und Imaginärteil der Phasengeschwindigkeit  $c_i$  als Funktion der Wellenlänge im Eady-Modell und im Advektionsmodell ( $u_T = 30 \text{ ms}^{-1}, \beta = 1.6 \cdot 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}, \frac{\sigma p_0^2}{f_0^2} = 2 \cdot 10^{12} \text{ m}^2$ )

gen sind also ähnlich denjenigen beim Sutcliff'schen Entwicklungsmodell. Die Lösung ergibt, im Gegensatz zum Eady-Modell, daß hinreichend kurze Wellen instabil sind, genauer

$$c_i > 0 \quad \text{für} \quad \frac{\lambda^2 \beta}{4\pi^2 u_T} < \frac{1}{\sqrt{3}} : \text{Advektionsmodell} \quad [3.21]$$

Auf atmosphärische Verhältnisse übertragen:

( $\beta = 1.6 \cdot 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}, u_T = 30 \text{ ms}^{-1}$ ) sind nach [3.21] Wellen  $\lambda > 7000$  km instabil. Wird  $\beta/u_T$  größer, verlagert sich der Beginn des instabilen Bereiches zu kürzeren Wellen hin. Für  $\beta/u_T \rightarrow \infty$  werden alle Wellen stabil. Die eben geschilderten Verhältnisse sind in Abb. 3.1 zu sehen; sie zeigt den Imaginärteil der Phasengeschwindigkeit  $c_i$  sowie die Wachstumsrate  $kc_i$  als Funktion der Wellenlänge, sowohl für das Eady- als auch für das Advektionsmodell, unter Zugrundelegung der erwähnten charakteristischen Größenordnungen von  $\sigma, \beta$  und  $u_T$ .

Weder ist nun in Wirklichkeit  $\beta = 0$ , wie im Eady-Modell, noch  $\sigma = 0$ , wie im Advektionsmodell. Der „Wahrheit“ sollte man durch eine gedankliche Überlagerung beider Modelle näherkommen. In der vollständigen Lösung werden die Schichtungsstabilität ( $\sigma > 0$ ) wie im Eady-Modell die kurzen Wellen und die Breitenabhängigkeit des Coriolisparameters ( $\beta > 0$ ) wie im Advektionsmodell die langen Wellen stabilisieren. Somit bliebe nur ein instabiler Bereich bei mittleren Wellenlängen bestehen, den beide Modelle überdecken — sagen wir von ca. 3500—7000 km in Abb. 3.1. Dieser Bereich wäre dann dem Zyklonen-Scale der Atmosphäre gleichzusetzen. Das ist auch im wesentlichen das Resultat eingehenderer Untersuchungen (siehe z. B. CHARNEY 1947, GREEN 1960) der reinen baroklinen Instabilität.

Der obige Befund wird auch durch das sogenannte Zweiparametermodell gestützt, welches die vertikalen Ableitungen in [3.1] und [3.2] durch Differenzenquotienten zwischen 250 mb und 750 mb ersetzt. Man erhält

dann Gleichungen für die relative Topographie 750/250 und die absolute Topographie 500 mb, die sich ohne größere Schwierigkeiten lösen lassen. Das entsprechende Stabilitätsdiagramm findet man in Abb. 3.2, wobei die für die Atmosphäre charakteristischen Größen zugrunde gelegt wurden. Danach erscheinen anwachsende Wellen von ca. 4000 km Länge, wenn der thermische Wind  $u_T = 4 (\bar{u}(250 \text{ mb}) - \bar{u}(750 \text{ mb}))$  eine bestimmte Stärke, in unserem Fall 16 m/s erreicht hat. Der exakte Wert beträgt  $u_T = \beta \sigma p_0^2 / 2f_0^2$ . Steigt  $u_T$  weiter an, so wird ein breiteres Band von Wellen instabil, wobei jedoch Wellenlängen kürzer als 3500 km — genau gilt  $\lambda f_0 / 2\pi p_0 \sqrt{\sigma} < 0.59$  (vergl. mit [3.20]) — immer stabil bleiben; auch hinreichend lange Wellen sind immer stabil. Je größer also die statische Stabilität ist, umso stärker muß der thermische Wind werden, damit überhaupt instabile Wellen auftreten; den gleichen Effekt besitzt  $\beta$ . Die statische Stabilität dämpft, wie im Eady-Modell auch, die relativ kurzen Wellen.

Ein weiteres Resultat ist, daß bei instabilen Wellen die Temperaturtröge (Tröge der relativen Topographie) gegenüber den Drucktrögen (Tröge der absoluten Topographie) nach Westen derart verschoben sind, daß Kaltluftzufuhr in die Drucktröge und Warmluftzufuhr in die Druckrücken erfolgt. Das ist ein Kennzeichen sich verstärkender Zykklonen, welches dem Synoptiker aus seiner täglichen Praxis her bekannt ist, und das sich auch in der vertikalen Achsenneigung der Drucktröge dokumentiert. Barokline Instabilität wird also hauptsächlich durch  $u_T$  und  $\sigma$  sowie  $\beta$  gesteuert.

### Resultate gemischter Instabilität

Das durch [3.10], [3.11] und [3.12] definierte vollständige System kann zwar nur mit Näherungsmethoden gelöst werden, jedoch sind auch hier einige qualitative Argumente möglich, die einen ungefähren Einblick in das Verhalten der Lösung geben. Beläßt man die relativ vernünftigen Annahmen  $\partial \bar{u} / \partial p = \text{const.}$  und  $\sigma = \text{const.}$ , so ist in [3.10]  $\partial \bar{q} / \partial y = \beta - \partial^2 \bar{u} / \partial y^2$ . Wenn wir  $\partial \bar{q} / \partial y$  als einen konstanten Parameter betrachten, so würde in den Beispielen des vorigen Abschnitts  $\partial \bar{q} / \partial y$  anstelle von  $\beta$  erscheinen. Beziehen wir die Resultate der baroklinen Instabilität auf die Jetachse einer westlichen Strömung, so ist dort  $-\partial^2 \bar{u} / \partial y^2 > 0$  und damit  $\partial \bar{q} / \partial y > \beta$ . Das laterale Westwindprofil wirkt also in Richtung eines vergrößerten  $\beta$  mit der Konsequenz für den Anteil der baroklinen Instabilität, daß relativ lange Wellen stabilisiert werden und das Maximum der Wachstumsrate zu kürzeren Wellen hinrückt.

Die barotrope Instabilität wird auf der anderen Seite nur wenig berührt, da sich hier zumindest  $\partial \bar{q} / \partial y$  nicht ändert; das gilt auch für die Bedingung [3.15].

Die oben gegebene Abschätzung wird durch eine Untersuchung von BROWN 1969 im wesentlichen bestätigt, der numerische Methoden zur Lösung des vollständigen Systems verwandte. Abb. 3.3 zeigt einige Ergebnisse, die mit dem lateralen Profil [3.17] ( $B = 2682 \text{ km}$ ) gewonnen wurden; die vertikale Windscherung  $\partial \bar{u} / \partial p$  wie auch der Stabilitätsparameter  $\sigma$  wurden den klimatologischen Werten der Atmosphäre angepaßt. In der Ab-

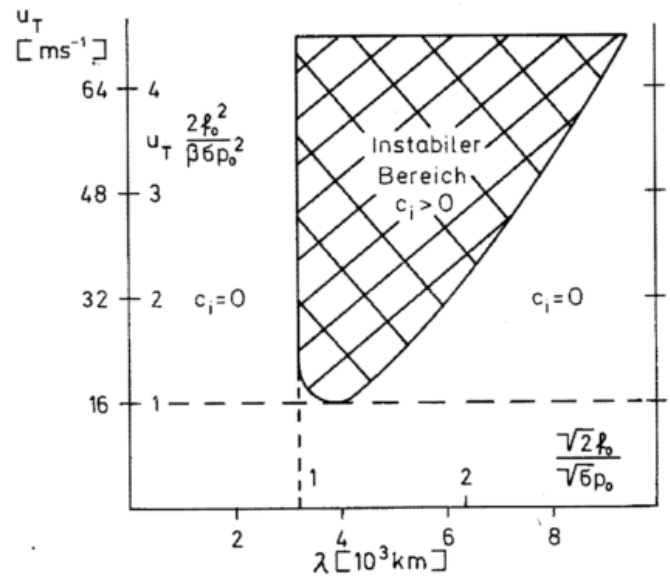


Abb. 3.2 Stabilitätsdiagramm für das rein barokline Zweiflächenmodell. Die dimensionsbehafteten Werte für  $\lambda$  und  $u_T$  setzen voraus:  $\beta = 1.6 \cdot 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ,  $\frac{\sigma p_0^2}{f_0^2} = 2 \cdot 10^{12} \text{ m}^2$

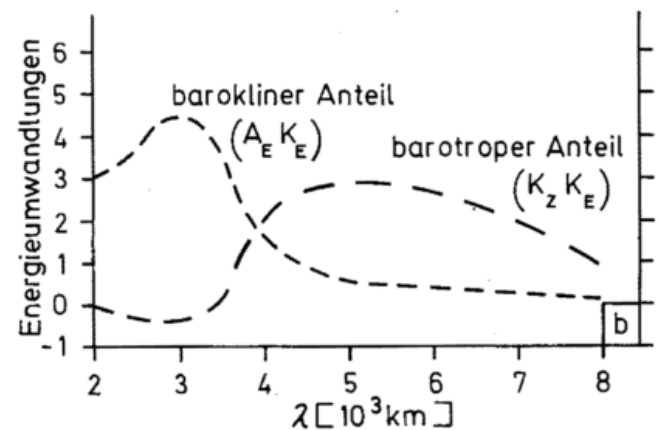
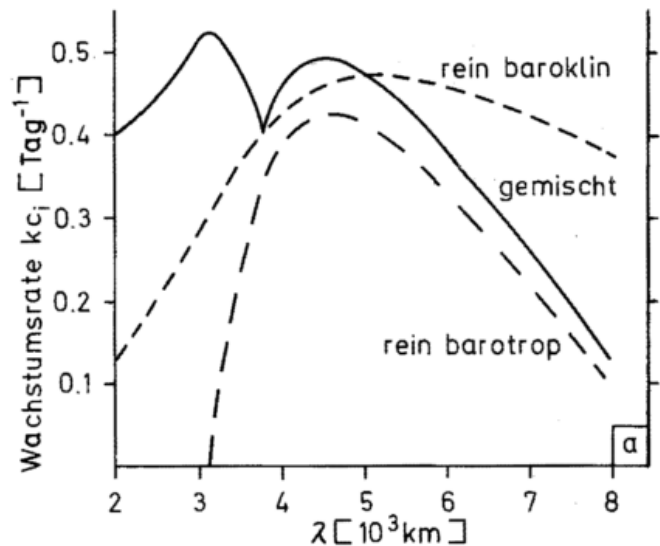


Abb. 3.3 Wachstumsrate  $kc_i$  (Abb. 3.3a) und Energieumwandlungen [ $10^{-9} \text{ K}_j \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ] (Abb. 3.3b) für ein Beispiel reiner und gemischter Instabilität (nach J. A. BRAUN 1969)

bildung sind die Wachstumsraten sowie die Energieumwandlung als Funktion der Wellenlänge aufgetragen. Hierbei bedeutet  $(A_E K_E)$  die Umwandlung potentieller in kinetische Störungsenergie (barokliner Anteil) und  $(K_Z K_E)$  die Umordnung von kinetischer Energie des Grundstroms in Störungsenergie (barotroper Anteil). Es gilt die aus [3.5] und [3.6] ableitbare Beziehung

$$\frac{\partial}{\partial t} [K_E] = (A_E K_E) + (K_Z K_E)$$

wobei  $(A_E K_E) = + \left[ \omega' \frac{\partial \Phi'}{\partial p} \right]$  die barokline Umwandlung

und  $(K_Z K_E) = + \frac{1}{f_0^2} \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{\partial \Phi'}{\partial x} \frac{\partial \Phi'}{\partial y} \right]$  die barotrope Umwandlung angeben.

Ferner existiert die Verknüpfung (nur für eine Einzelwelle der Wellenzahl  $k$ )

$$\frac{\partial}{\partial t} [K_E] = 2kc_i [K_E]$$

[ ] symbolisiert das Volumenintegral.

Aufgetragen sind in Abb. 3.3a die Wachstumsraten für reine barotrope Instabilität ( $\partial/\partial p = 0$ ), für reine barokline Instabilität ( $\partial/\partial y = 0$ ) und für das gemischte Problem ( $\partial/\partial p \neq 0$ ,  $\partial/\partial y \neq 0$ ). Bei letzterem erkennt man zwei Maxima bei  $\sim 3000$  km und  $\sim 4500$  km, die sich

der baroklinen bzw. barotropen Instabilität zuordnen lassen, wenn man, wie oben begründet, das Maximum der reinen baroklinen Instabilität nach kürzeren Wellenlängen hin verlagert, das der reinen barotropen Instabilität an seinem Ort beläßt. Daß diese Aussage richtig ist, sieht man an den Energieumwandlungen des gemischten Problems, die in Abb. 3.3b aufgetragen sind. Es ist interessant zu sehen, daß im Bereich starken baroklinen Wachstums ( $\lambda \sim 3000$  km) die Wellen gleichzeitig einen Teil ihrer gewonnenen Energie durch barotrope Umordnungen an den Grundstrom abgeben.

Wenn [3.19] nicht erfüllt ist, wie z. B. bei einem parabolischen lateralen Windprofil, tritt nur ein einziges, das allein durch barokline Umwandlungen bewirkte Maximum von  $kc_i$  auf. In diesem Fall wird, wie auch entsprechende Rechnungen von BROWN 1969 zeigen, dem Grundstrom im gesamten Bereich Wellenenergie durch barotrope Stabilität zugeführt, Wellenenergie, die letztlich den baroklinen Umsetzungen entstammt.

Diese Beispiele entsprechen in ungefähr den Vorgängen in der Atmosphäre. Die wandernden Frontalzyklonen wachsen durch „barokline Instabilität“ und bevorzugen dabei eine bestimmte Größenordnung (Zyklonenscale), einen Teil ihrer Energie geben sie durch „barotrope Stabilität“ in einem gewissen Spektralbereich an die allgemeine Westwindströmung (Grundstrom) ab, die dadurch gegen dissipative Prozesse aufrechterhalten wird.

## 4

W. EDELMANN, Offenbach

### Zur numerischen Behandlung von Vorhersagemodellen

Das im ersten Beitrag durch das Gleichungssystem [1.1] definierte barokline Modell ist einem nackten Rohbau vergleichbar, der erst durch vielerlei Ausbaurbeiten bewohnbar gemacht wird. In entsprechender Weise müssen auch die Gleichungen [1.1] noch aufbereitet und durch zusätzliche Vorschriften oder Festlegungen ergänzt werden, bevor ein in der täglichen Routine einsetzbares Vorhersagemodell entsteht. Auch dann unterliegen diese Modelle noch einer ständigen Weiterentwicklung, so daß es heute eine kaum noch überschaubare Menge barokliner Modelle gibt.

Diese unterscheiden sich nicht nur durch ihren physikalischen Gehalt, sondern auch durch eine verwirrende Vielfalt der numerischen Konkretisierungen; dabei ist die Auswahl der vorteilhaftesten Varianten unter betrieblichen Gesichtspunkten keineswegs einfach und oftmals umstritten.

Mit allgemeinen Anfangsbedingungen für die prognostischen Variablen (wie sie durch die tägliche Analyse repräsentiert werden) lassen sich die Differentialgleichungen eines Vorhersagemodells analytisch nicht lösen. Der einzige praktikable Weg, den zukünftigen Zustand der Atmosphäre zu berechnen, führt über numerische

Näherungsmethoden und den Einsatz elektronischer Rechenanlagen. Da bereits der Anfangszustand aus den lückenhaften, unregelmäßig verteilten und mit Meßfehlern behafteten Beobachtungen nur approximativ gewonnen werden kann, trägt jede daraus berechnete Vorhersage — auch bei einem vollkommenen Modell — schon den Keim zu fehlerhaften Entwicklungen in sich.

Das Wachstum dieses Keimes wird durch physikalische Mängel und durch Näherungsfehler bei der numerischen Integration der Modellgleichungen erheblich beschleunigt. Doch selbst mit unendlich genauen Methoden ließe es sich nicht auf Null herabdrücken, sondern nur bis zu einer nicht sehr scharf definierbaren Grenze, welche die grundsätzliche Vorhersagbarkeit der Atmosphäre angibt.

Jede Erhöhung der Genauigkeit numerischer Methoden ist mit einer enormen Steigerung des erforderlichen Rechenaufwandes verbunden; wir sind deshalb gezwungen, für ein in der Praxis einsetzbares Modell einen Kompromiß zwischen der wünschenswerten Genauigkeit einerseits und der Leistungsfähigkeit des verfügbaren Computers andererseits zu schließen, um akzeptable Integrationszeiten zu erhalten.

## Räumliche Darstellung

### Spektrale Methoden

Für die räumliche Darstellung einer meteorologischen Zustandsgröße  $\psi$  kommen zwei grundsätzlich verschiedene Wege in Frage: spektrale Methoden und Gittermethoden.

Der Einfachheit halber wollen wir im folgenden die vertikale Abhängigkeit von  $\psi$  vernachlässigen und uns auf die Darstellung der horizontalen Variabilität beschränken.

Die Grundlage der spektralen Methode sind sogenannte *orthogonale Funktionensysteme*, die sich für beliebig vorgegebene Gebiete angeben lassen. Im Fall der Erdkugel haben wir es mit den Kugelfunktionen, bei einem ebenen rechteckigen Gebiet mit den bekannten trigonometrischen Funktionen zu tun. Eine beliebige Funktion läßt sich innerhalb des Gebietes eindeutig durch eine unendliche Reihe solcher Orthogonalfunktionen darstellen. Wir beschränken uns der Einfachheit halber auf eine einzige Raumdimension, die  $x$ -Koordinate zwischen 0 und  $L$ . Dann erhalten wir  $\psi$  als Fourier-Reihe:

$$\psi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( a_n \sin \frac{n \cdot 2\pi x}{L} + b_n \cos \frac{n \cdot 2\pi x}{L} \right).$$

Die Funktion  $\psi$  wird also — genau wie ein Lichtstrahl im Prisma — in ein Spektrum verschiedener Wellen zerlegt. Hier handelt es sich um das Analogon zu einem Linienspektrum, in welchem die Wellenlängen  $L, \frac{L}{2}, \frac{L}{3}, \frac{L}{4}, \dots$  vertreten sind. Ihnen werden die Wellenzahlen  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  zugeordnet. Der Koeffizient  $b_0$  legt den Mittelwert von  $\psi$  fest; die Zahlen  $a_n, b_n$  mit  $n \neq 0$  bestimmen Amplitude und Phase der  $n$ -ten Partialwelle.

Führen wir den Fourier-Ansatz (natürlich entsprechend mehrdimensional und für jede Variable) in die Gleichungen des baroklinen Modells ein, so erhalten wir ein umfangreiches System gewöhnlicher Differentialgleichungen von der Form

$$\left. \begin{aligned} \partial a_n / \partial t &= F_n(a_m, b_m, \dots) \\ \partial b_n / \partial t &= G_n(a_m, b_m, \dots) \end{aligned} \right\} \text{ mit } n, m = 0, 1, 2, \dots, \infty, \quad [4.1]$$

aus dem die zeitliche Änderung der unendlich vielen Fourierkoeffizienten und somit der meteorologischen Variablen zu berechnen ist. Auf den rechten Seiten kommen keine räumlichen Ableitungen mehr vor, denn diese lassen sich durch die Orthogonalfunktionen selbst exakt ausdrücken. Das ist der große Vorteil der spektralen Methode; er bewirkt, daß ein quasi-linearer Wellenvorgang mit nahezu der richtigen Phasengeschwindigkeit verläuft.

Für die praktische Anwendung muß das Spektrum willkürlich bei einer bestimmten endlichen Wellenzahl  $N$  abgeschnitten werden:

$$\psi(x) \approx \sum_{n=0}^N \left( a_n \sin \frac{n \cdot 2\pi x}{L} + b_n \cos \frac{n \cdot 2\pi x}{L} \right).$$

Dieser Grenze entspricht eine Wellenlänge  $L/N$ , welche meist bei einigen hundert Kilometern angesetzt wird.

Alle Wellen, die kürzer als  $L/N$  sind, werden einfach ignoriert.

Ein empfindlicher Nachteil der spektralen Methode stammt aus der Nichtlinearität der Modellgleichungen.

Es kommen z. B. Produkte der Art  $\psi \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x}$  vor. Dafür sind

vielgliedrige Summen miteinander zu multiplizieren, wobei Produkte von allen möglichen Kombinationen aller Partialwellen auftreten. Deshalb sind Produkte spektral sehr aufwendig.

Bei der Herleitung von [4.1] sind Produkte von Partialwellen mittels der Additionstheoreme durch einfache Wellen auszudrücken, z. B.

$$\begin{aligned} & \sin \frac{n \cdot 2\pi x}{L} \cos \frac{m \cdot 2\pi x}{L} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sin \frac{(n-m) \cdot 2\pi x}{L} + \sin \frac{(n+m) \cdot 2\pi x}{L} \right\}. \end{aligned}$$

Bei der nichtlinearen Wechselwirkung zwischen den Wellenzahlen  $n$  und  $m$  entsteht eine Welle  $(n-m)$  und eine kürzere Welle  $(n+m)$ . Ist nun  $n+m > N$ , so muß diese Welle im spektralen Modell unterdrückt werden. Umgekehrt kann in der Atmosphäre durch Wechselwirkung solcher nicht mehr dargestellter sehr kurzer Wellen auch eine lange Welle entstehen; diese Effekte können in Modellen wegen ihrer begrenzten Auflösung grundsätzlich nicht berücksichtigt werden und sind ebenfalls ein wesentlicher Grund für die begrenzte Vorhersagbarkeit der Atmosphäre.

Um eine globale oder hemisphärische Wetterlage spektral mit genügender Auflösung darzustellen, ist eine sehr große Anzahl von Fourier-Koeffizienten notwendig. Anstelle einer direkten spektralen Produktbildung kann es wirtschaftlicher sein, die Koeffizienten durch Fourier-Synthese in Gitterfunktionen zu verwandeln, die Multiplikation im Gitter durchzuführen und zum Schluß die Spektraldarstellung des Produktes durch Fourier-Analyse herzustellen. Modelle, die so verfahren, nennt man „*semi-spektral*“. Übrigens ist die Behandlung physikalischer Prozesse wie Konvektion oder Kondensation, die nur in Teilgebieten bei Erfüllung bestimmter Kriterien stattfinden, ebenfalls sehr schwerfällig. Deshalb kann ein zwischenzeitlicher Übergang auf Gitterwerte unvermeidlich werden. Obwohl dafür mit der „fast Fourier transformation“ ein moderner, sehr ökonomischer Algorithmus zur Verfügung steht, haben es die spektralen Modelle trotz einiger unbestreitbarer Vorteile schwer, gegen die Mehrheit der üblichen Gittermodelle zu konkurrieren.

### Gittermethoden

Für die Gittermethoden wird das Kontinuum des Raumes durch ein Gitternetz approximiert. Der nahezu kugelförmigen Gestalt der Erde ist ein aus den geographischen Koordinaten  $\lambda, \varphi, r$  (Länge, Breite, Entfernung vom Mittelpunkt) gebildetes Netz am besten angemessen. Seine Gitterpunkte lassen sich definieren durch  $\{\lambda_0 + i \Delta \lambda; \varphi_0 + j \Delta \varphi; r_0 + k \Delta r\}$  mit ganzzahligen Indices  $i, j, k$ . In vielen Fällen kann man sich auch eines einfacheren

Netzes aus kartesischen Koordinaten  $x, y, z$  bedienen, dessen Gitterpunkte durch  $\{x_0 + i \Delta x; y_0 + j \Delta y; z_0 + k \Delta z\}$  gegeben sind.

Eine atmosphärische Zustandsgröße  $\psi$  wird nun nicht mehr als stetige Funktion des Raumes, sondern nur noch an den Gitterpunkten definiert und dann als Gitterfunktion  $\psi_{ijk}$  bezeichnet. Selbstverständlich kann man  $\psi$  an beliebigen Zwischenpunkten aus der Gitterfunktion interpolieren. Das Ergebnis ist jedoch nicht eindeutig; es hängt von der Wahl der Interpolationsvorschrift ab, besitzt nur eine gewisse Wahrscheinlichkeit und enthält keine neue Information.

Bei Benutzung von Gitternetzen muß man sich mit einem unvermeidbaren Mangel abfinden. Um ihn zu veranschaulichen, denken wir uns der Einfachheit halber ein eindimensionales Vorhersagegebiet in der  $x$ -Richtung. Es habe die Länge  $L$  und sei durch ein Gitter in  $2N$  Intervalle unterteilt. Die Gitterpunkte liegen an den Stellen

$$x_i = i \cdot \frac{L}{2N} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, 2N).$$

Die Wellen mit den Wellenzahlen  $n = 0, 1, 2, \dots, N$  lassen sich durch die Funktionswerte an diesen Punkten angenähert darstellen:

$$\sin\left(\frac{n \cdot 2\pi x_i}{L}\right) = \sin\left(\frac{n \cdot i\pi}{N}\right) \text{ mit } \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq L \\ i = 0, 1, 2, \dots, 2N \end{array} \right\}.$$

Diese Darstellung ist um so mangelhafter, je kürzer die Wellen sind. Für  $n > \frac{N}{2}$  ist sie nahezu wertlos, da eine ganze Wellenlänge durch weniger als 4 Punkte beschrieben wird. Durch nichtlineare Wechselwirkung entstehen sogar noch kürzere Wellen mit Wellenzahlen größer als  $N$ , z. B.  $2N - n$ . Aus der simplen Beziehung

$$\sin\left(\frac{(2N - n)i\pi}{N}\right) = -\sin\left(\frac{ni\pi}{N}\right)$$

folgt, daß diese sehr kurze Welle von einer längeren Welle mit der Wellenzahl  $n$  im Gitter nicht mehr zu unterscheiden ist (Abb. 4.1).

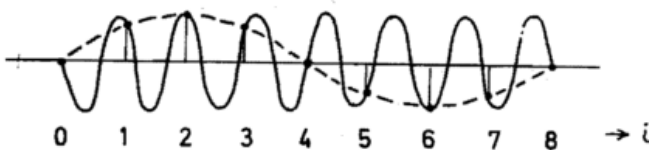


Abb. 4.1  
Der „aliasing error“ am Beispiel  $2 \cdot N = 8, n = 1$

Sie wirkt so, als ob sie eine längere Welle wäre. Dieses fehlerhafte Verhalten bei nichtlinearer Wechselwirkung wird als „aliasing error“ bezeichnet. Die „Energiekaskade“ — der Energietransfer zu kürzeren Wellen infolge nichtlinearer Wechselwirkungen — kann im Gitter deshalb nicht ungestört bis zu den molekularen Bereichen ablaufen. Bildlich gesprochen wird sie bei der Wellenzahl  $N$  auch nicht abgebrochen, wie bei den spektralen Methoden, sondern „reflektiert“. Ein „Stau“ der kinetischen Energie im kurzwelligen Bereich kann nu-

merisches Unheil anrichten, und das Rechenverfahren hat irgendetwas dafür zu sorgen, daß die kurzwellige Energie ausreichend abgeführt wird. Andernfalls kommt es zu unrealistischen Ergebnissen, eventuell sogar zu „nichtlinearer Instabilität“.

### Differenzgleichungen

Bei Gitterfunktionen müssen alle Differentialquotienten durch die endlich weit voneinander entfernten Gitterwerte angenähert werden. Bekanntlich ist der Differentialquotient  $\frac{\partial \psi}{\partial x}$  als Grenzwert eines Differenzenquotienten definiert:

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{x=x_i} = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0, \Delta x_2 \rightarrow 0} \frac{\psi(x_i + \Delta x_1) - \psi(x_i - \Delta x_2)}{\Delta x_1 + \Delta x_2}$$

mit  $\Delta x_1 + \Delta x_2 \neq 0$ .

Die numerische Näherung für die Gittermethoden besteht nun darin, daß der Grenzübergang nicht fertig ausgeführt, sondern bei der im Gitter kleinstmöglichen Entfernung abgebrochen wird. Man approximiert die Ableitung durch einen Differenzenquotienten:

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{x=x_i} \approx \frac{\psi(x_i + \Delta x_1) - \psi(x_i - \Delta x_2)}{\Delta x_1 + \Delta x_2}.$$

Damit nimmt man einen Fehler, den sogenannten *Verstümmelungsfehler* („truncation error“), in Kauf. Offensichtlich werden sehr lange Wellen kaum, kurze Wellen dagegen erheblich vom Verstümmelungsfehler betroffen. Man kann den Fehler beliebig klein halten, indem man nur die Maschenweite des Gitters hinreichend klein wählt; dann wachsen jedoch die Anzahl der Gitterpunkte und der notwendige Rechenaufwand enorm an.

In der Wahl von  $\Delta x_1, \Delta x_2$  ist man durch das Gitternetz festgelegt und hat wenig Freiheit. Für  $\Delta x_2 = 0$  erhält man den sogenannten vorderen, für  $\Delta x_1 = 0$  den hinteren Differenzenquotienten. Viel beliebter und verbreiteter ist der zentrierte Differenzenquotient mit  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$  wegen seiner größeren Symmetrie und eines geringeren Verstümmelungsfehlers.

Eine höhere Genauigkeit in der Annäherung des Differentialquotienten läßt sich durch Benutzung von mehr als nur 2 Gitterwerten erreichen. Die gesuchte Näherung setzt man in der Form

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{x=x_i} = \sum_{\alpha} g_{\alpha} \psi_{i+\alpha}$$

an, wobei über alle in Betracht gezogenen Punkte  $\alpha$  summiert wird. Die zunächst unbekanntenen Gewichtungsfaktoren  $g_{\alpha}$  bestimmt man durch Einsetzen der Taylor'schen Reihenentwicklungen

$$\psi_{i+\alpha} = \psi(x_i + \alpha \Delta x) = \left\{ \psi + \frac{\alpha \Delta x}{1!} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{(\alpha \Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{(\alpha \Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + \dots \right\}_{x=x_i}$$

in die rechte Seite. Aus einem Koeffizientenvergleich gewinnt man beliebig viele lineare Gleichungen für

die  $g_x$ . Wenn sie sich bis zum Glied  $\frac{\partial^n \psi}{\partial x^n}$  einschließlich erfüllen lassen, heißt die Näherung „von nter Ordnung genau“. So sind vorderer und hinterer Differenzenquotient nur von 1. Ordnung, der zentrierte dagegen von 2. Ordnung genau. Bei manchen Gitterversionen spielen halbzahlige Indices eine große Rolle. Für solche findet man z. B. eine Näherungsformel 4. Ordnung:

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{x=x_i} \approx \frac{1}{24\Delta x} \left( -\psi_{i+\frac{3}{2}} + 27\psi_{i+\frac{1}{2}} - 27\psi_{i-\frac{1}{2}} + \psi_{i-\frac{3}{2}} \right).$$

Häufig benötigt man auch einen Funktionswert  $\psi$  in der Mitte zwischen zwei Gitterpunkten. Der arithmetische Mittelwert ist von 2. Ordnung genau. Nach der gleichen Methode findet man eine Interpolationsformel 4. Ordnung:

$$\psi_i \approx \frac{1}{16} \left( -\psi_{i+\frac{3}{2}} + 9\psi_{i+\frac{1}{2}} + 9\psi_{i-\frac{1}{2}} - \psi_{i-\frac{3}{2}} \right).$$

Die meisten Modelle (auch das des Deutschen Wetterdienstes) begnügen sich mit der Genauigkeit 2. Ordnung. Theoretische Untersuchungen und Experimente zeigen, daß vor allem die Vorhersage mittellanger Wellen von der Benutzung der Formeln 4. Ordnung bei mäßig erhöhtem Rechenaufwand profitieren würde. Dagegen lohnt sich der Aufwand für die 6. Ordnung sicher nicht mehr; die kürzesten im Gitter aufgelösten Wellen werden selbst damit noch sehr schlecht vorhergesagt; sie lassen sich nur durch Verfeinerung der Maschenweite besser in den Griff bekommen.

### Zeitliche Extrapolation

#### Das Prinzip der Zeitschritte

Der Zustand der Atmosphäre sei für die Anfangszeit  $t=t_0$  bekannt; der Zustand zu einem späteren Zeitpunkt  $t_0+T$  soll berechnet werden. Die Differentialgleichungen des Modells von der Form

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = F\left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \dots\right), \dots \quad [4.2]$$

geben jedoch nur über die Steigung der Tangente des zeitlichen Verlaufs von  $\psi$  eine direkte Auskunft (Abb. 4.2). Es liegt nahe, den Verlauf durch ein Fortschreiten auf hinreichend kleinen Tangentenstücken anzunähern. Die Vorhersage über das große Intervall  $T$  wird in viele Einzelvorhersagen über jeweils einen kleinen Zeitschritt  $\Delta t$  zerlegt. Das Ergebnis der nten Einzelvorhersage,  $\psi^n$ , ist das Anfangsfeld für die  $(n+1)$ te Einzelvorhersage.

Für den Zeitschritt gibt es eine ziemlich scharfe obere Grenze. Offensichtlich muß  $\Delta t$  so klein sein, daß der annähernde Polygonzug den raschesten Schwingungen, die im System möglich sind, noch einigermaßen folgen kann. Anderenfalls wachsen die Schwingungsamplituden exponentiell an, was innerhalb kurzer Zeit zu einem numerischen Chaos führt.

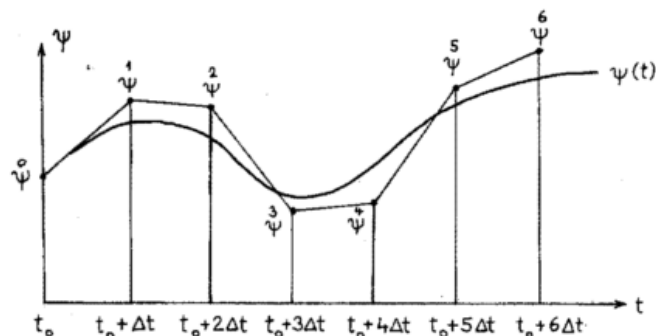


Abb. 4.2

Zur Annäherung des zeitlichen Ablaufs durch Zeitschritte

Das genaue Kriterium für den maximal möglichen Zeitschritt, benannt nach den Mathematikern COURANT, FRIEDRICHS und LEVY, hängt von der Physik des Modells und den benutzten Differenzenapproximationen ab. Deren Eigenschaften kann man sehr gut an den linearisierten Gleichungen des ungefilterten barotropen Modells (vgl. promet 1'73, S. 9) oder noch einfacher an einer linearen Advektionsgleichung studieren. Als Differentialgleichung lautet sie

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = - (v_0 \cos \alpha) \frac{\partial \psi}{\partial x} - (v_0 \sin \alpha) \frac{\partial \psi}{\partial y} = F(x, y) \quad [4.3]$$

und besitzt die Wellenlösungen

$$\psi(x, y, t) = Ae^{\frac{2\pi i}{L}(x \cos \beta + y \sin \beta - v_0 t \cos(\beta - \alpha))}$$

Die konstante Advektionsgeschwindigkeit  $v_0$  bildet den Winkel  $\alpha$ , die Normale zu den Wellenkämmen den Winkel  $\beta$  mit der x-Achse.

Den Verstümmelungsfehler der entsprechenden Differenzgleichungen erkennt man durch Vergleich mit der exakten Lösung. Dazu macht man für einen beliebigen Zeitschritt  $n$  den Wellenansatz

$$\psi^n = Ae^{\frac{2\pi i}{L}(x \cos \beta + y \sin \beta)} \quad [4.4a]$$

der eine formale Schrittweise

$$\psi^{n+1} = X \psi^n \quad [4.4b]$$

ermöglicht (für alle  $n$ ).

Nach mehr oder weniger umfangreicher, aber elementarer Rechnung erhält man aus den Differenzgleichungen eine algebraische Gleichung für den komplexen Faktor  $X$ , welche so viele Wurzeln hat, wie verschiedene Wellentypen möglich sind. Der Absolutbetrag  $|X|$  ist der Faktor, um den sich die Amplitude pro Zeitschritt ändert, und der Phasenwinkel  $\arg X$  gibt Auskunft über die Phasengeschwindigkeit der Welle  $c = -\frac{L}{2\pi \Delta t} \arg X$ .

Besonders interessant sind die Spezialfälle  $\alpha = \beta = 0^\circ$  und  $\alpha = \beta = 45^\circ$ . Zur Vereinfachung beschränken wir uns auf den ersten und nähern  $F$  durch einen zentrierten Differenzenquotienten an:

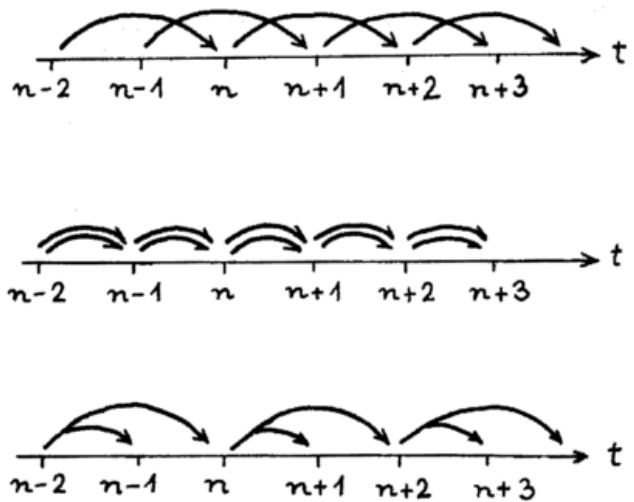
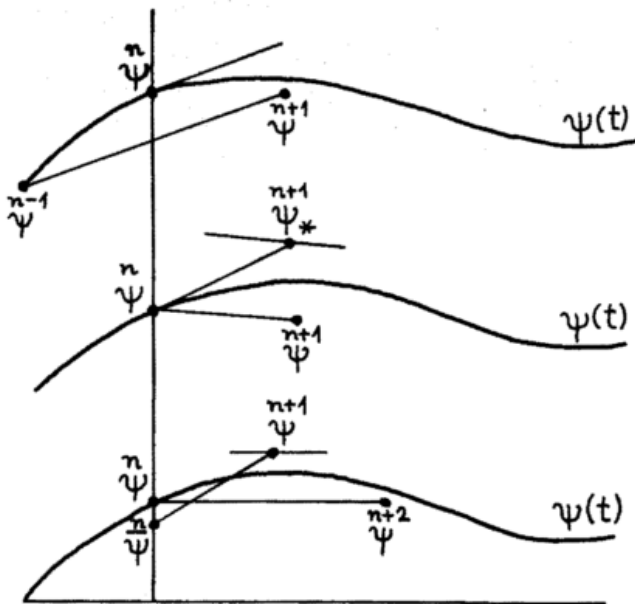


Abb. 4.3 Zeitliche Extrapolation durch das leap-frog-Schema (oben), Euler-Backward-Schema (Mitte), Lax-Wendroff-Schema (unten)

$$F = -v_0 \frac{\psi^n(x+\Delta x) - \psi^n(x-\Delta x)}{2\Delta x} = -\frac{iv_0}{\Delta x} \sin \frac{2\pi\Delta x}{L} \cdot \psi^n$$

Die einfachen Vorwärts-Zeitschritte nach EULER (vgl. Abb. 4.2)

$$\psi^{n+1} = \psi^n + F \cdot \Delta t$$

ergeben den komplexen Faktor

$$X = 1 - i\xi \text{ mit } \xi = \frac{v_0\Delta t}{\Delta x} \sin \frac{2\pi\Delta x}{L}, \text{ also } |X| \geq 1.$$

Damit zeigen die Wellen ein fehlerhaftes exponentielles Amplitudenwachstum, am stärksten für  $L = 4\Delta x$ . Nach einiger Zeit werden die Vorhersagen absolut unrealistisch; Vorwärts-Zeitschritte sind zusammen mit zentrierten horizontalen Differenzenquotienten praktisch unbrauchbar.

#### Zentrierte Zeitschritte

Zentrierte Zeitschritte (Abb. 4.3 oben), auch als „leap frog-Methode“ bezeichnet, werden vom DWD-Modell und vielen anderen Modellen benutzt:

$$\psi^{n+1} = \psi^{n-1} + F \cdot 2\Delta t. \quad [4.5]$$

Sie bedeuten ein Fortschreiten in Richtung der Tangente zum Zeitpunkt  $n$ . Der Startpunkt ist jedoch  $n-1$ ; dafür schreitet man um  $2\Delta t$  voran. Es wird eine Kurvensenne angenähert. Der Wellenansatz [4.4] liefert jetzt eine quadratische Gleichung für  $X$  mit den beiden Lösungen

$$X_{1,2} = \pm \sqrt{1 - \xi^2} - i\xi, \quad \xi = \frac{v_0\Delta t}{\Delta x} \sin \frac{2\pi\Delta x}{L}.$$

Man erkennt sofort, daß  $|X| = 1$  und damit die Amplitude aller Wellen fehlerfrei ist, sofern nur  $|\xi| \leq 1$  bleibt. Letzteres gilt für  $L = 4\Delta x$  und damit erst recht für alle

anderen Wellenlängen, wenn man  $\Delta t$  gemäß dem Kriterium von Courant-Friedrichs-Lewy wählt:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{v_0}.$$

Der maximal zulässige Zeitschritt ist um so kleiner, je kleiner die Maschenweite  $\Delta x$  und je höher die Advektionsgeschwindigkeit ist. Aus  $X_{1,2}$  erhalten wir durch leichte Umformung die Phasengeschwindigkeiten

$$c_1 = \frac{L}{2\pi\Delta t} \arcsin \xi \leq v_0, \quad c_2 = \frac{L}{2\Delta t} - c_1.$$

Nur in dem Grenzfall  $\Delta t = \Delta x/v_0$  (welcher bei variablem  $v_0$  praktisch nicht realisierbar ist) läuft die Welle mit der richtigen Geschwindigkeit  $c_1 = v_0$ . In allen anderen Fällen ist sie um so langsamer, je kürzer sie ist. Für die kürzeste Welle  $L = 2\Delta x$ , die den allergrößten Verstümmelungsfehler aufweist, wird  $c_1 = 0$ .

Die Phasengeschwindigkeit  $c_2$  kennzeichnet eine Welle, die pro Zeitschritt knapp eine halbe Wellenlänge wandert. Dieser Wellentyp besitzt keine physikalische Realität und wird als „numerischer Lärm“ bezeichnet. Seine Ursache ist die unsachgemäße Behandlung des Anfangswertproblems durch das leap frog-Verfahren: Zur Berechnung von  $\psi^{n+1}$  ist die Kenntnis von  $\psi^n$  physikalisch ausreichend, das numerische Verfahren verlangt aber zusätzlich die Kenntnis von  $\psi^{n-1}$ . Je schlechter  $\psi^n$  und  $\psi^{n-1}$  „zusammenpassen“, desto größer sind die Amplituden des numerischen Lärms. Im Laufe einer Vorhersage mit nichtlinearen Gleichungen kann sich  $\psi$  langsam in zwei divergierende Lösungsfamilien (zu geraden und ungeraden Zeitschritten) aufspalten, was in einer numerischen Katastrophe endet. Das kann nur durch eine künstliche Koppelung beider Lösungsfamilien vermieden

den werden, wofür verschiedene Methoden zur Verfügung stehen.

$$c = \frac{L}{2\pi\Delta t} \arctg \xi \leq v_0$$

#### Andere Methoden der zeitlichen Extrapolation

Wir betrachten hier nur zwei von den zahlreichen mehrstufigen Extrapolationsverfahren, die frei von numerischem Lärm sind. Das sogenannte „Euler-backward-Schema“ liefert (Abb. 4.3) zunächst ein vorläufiges  $\psi_*^{n+1}$  mit einem Vorwärts-Zeitschritt. Aus diesem wird mittels eines hinteren Differenzenquotienten ein korrigiertes, endgültiges  $\psi^{n+1}$  ausgerechnet:

$$\begin{aligned} \psi_*^{n+1} &= \psi^n + F^n \cdot \Delta t \\ \psi^{n+1} &= \psi_*^{n+1} + F_*^{n+1} \cdot \Delta t \end{aligned}$$

Der obige Wellensatz liefert

$$X = 1 - i\xi - \xi^2, \quad |X| = \sqrt{1 - \xi^2 + \xi^4}$$

Wenn das Kriterium  $\Delta t < \Delta x/v_0$  erfüllt ist, wird  $|X| < 1$ : Das Euler-backward-Schema dämpft die Amplituden. Am Beginn mangelhaft balancierter Modellvorhersagen wird dies als Vorteil empfunden. Die kürzeste Welle  $L = 2\Delta x$  bleibt leider ungedämpft. Weitere Nachteile sind geringere Rechengenauigkeit, doppelter Rechenaufwand und unerwünschte Dämpfung synoptisch relevanter Wellen nach längerer Zeit.

Das Lax-Wendroff-Verfahren kombiniert einen Vorwärts-Zeitschritt mit einem zentrierten Zeitschritt (Abb. 4.3 unten):

$$\begin{aligned} \psi^{n+1} &= \bar{\psi}^n + F^n \cdot \Delta t \\ \psi^{n+2} &= \psi^{n+1} + F^{n+1} \cdot 2\Delta t \end{aligned}$$

Numerische Stabilität des Verfahrens ist nur zu erreichen, wenn beim Vorwärtsschritt ein räumlich gemittelt  $\bar{\psi}^n$  benutzt wird. Die Rechnung ergibt

$$|X^2| = \sqrt{1 - 4\gamma^2(1 - \gamma^2) \sin^4 \left( \frac{2\pi\Delta x}{L} \right)} \quad \text{mit } \gamma = \frac{v_0\Delta t}{\Delta x}$$

Es gilt das gleiche Stabilitätskriterium  $\Delta t < \Delta x/v_0$ ; die Genauigkeit ist höher, der Aufwand geringer als beim Euler-backward-Verfahren.

Bei der impliziten Methode

$$\psi^{n+1} = \psi^n + \frac{1}{2} (F^n + F^{n+1}) \cdot \Delta t$$

steht die zu berechnende Größe  $\psi^{n+1}$  nicht nur auf der linken Seite, sondern auch noch rechts in  $F^{n+1}$ . Für die lineare Wellengleichung ist die Auflösung einfach

$$X = \frac{1 - i\xi}{1 + i\xi}, \quad |X| = 1.$$

Die Amplitude aller Wellen wird wie bei der leap-frog-Methode fehlerfrei berechnet und das sogar für beliebig große Zeitschritte! Die Phasengeschwindigkeit

bleibt für sehr große Zeitschritte allerdings weit hinter  $v_0$  zurück. Die Anwendung der impliziten Methode auf nichtlineare Gleichungen scheitert leider an nahezu unüberwindlichen praktischen Schwierigkeiten bei der Auflösung nach dem unbekanntem  $\psi^{n+1}$ .

Die semi-implizite Methode nimmt eine Aufspaltung der rechten Seiten der Modellgleichungen in  $F = F_1 + F_2$  vor:

$$\psi^{n+1} = \psi^{n-1} + \left\{ F_1^n + \frac{1}{2} (F_2^{n-1} + F_2^{n+1}) \right\} \cdot 2\Delta t$$

Alle unbequemen nichtlinearen Transportterme werden in  $F_1$  vereinigt und explizit behandelt. Dagegen werden Terme, welche die Schwerewellen kontrollieren (Druckgradient, Divergenz) in  $F_2$  zusammengefaßt und implizit angenähert. Daher wird der maximal mögliche Zeitschritt eines semi-impliziten Modells nicht mehr durch die sehr schnellen, aber synoptisch uninteressanten Schwerewellen bestimmt, sondern durch die viel geringere Advektionsgeschwindigkeit. Der Vorteil des großen Zeitschrittes geht durch den Aufwand bei der Auflösung nach  $\psi^{n+1}$  teilweise wieder verloren. Man erhält dieses nämlich erst durch Lösung einer elliptischen Differentialgleichung vom Helmholtz-Typ.

#### Vorhersagegebiet,

#### horizontale Koordinaten, Randbedingungen

Es hat sich gezeigt, daß für numerische Vorhersagen bis zu 4 oder 5 Tagen in unseren Breiten ein hemisphärisches Integrationsgebiet ausreicht; der direkte Einfluß aus den Tropen zonen macht sich erst bei längeren Vorhersageperioden bemerkbar.

Modelle für mittelfristige Vorhersagen oder zur Simulation der allgemeinen Zirkulation müssen daher die gesamte Erdoberfläche als Integrationsgebiet umfassen, wobei sich ein an den geographischen Koordinaten orientiertes Gitternetz anbietet. Wegen der Singularitäten an den Polen und der mit der Breite abnehmenden Maschenweite  $\Delta x = a \cos \varphi \cdot \Delta \lambda$  (für  $\Delta \lambda = \text{const}$ ,  $a = \text{Erdradius}$ ) treten dabei besondere Probleme auf.

Für das hier behandelte barokline Modell bildet in etwa der Äquator die Begrenzung des Integrationsgebietes. Auf dieser zeitlichen Berandung müssen künstliche Randbedingungen angenommen werden, welche eine ständige Fehlerquelle darstellen. Die einfachste Randbedingung ist eine undurchdringliche, glatte, senkrechte Wand. Auf ihr verschwindet die Normalkomponente des Windes, und alle anderen Variablen bleiben frei; Wellen, welche gegen die Wand laufen, werden von ihr reflektiert. — Viel mehr Problematik liegt in nichtreflektierenden, durchlässigen Randbedingungen. Flüsse von außen in das Gebiet hinein müssen während der ganzen Vorhersagezeit irgendwie vorgegeben werden. Dagegen müssen sich, zur Vermeidung innerer Widersprüche, Flüsse aus dem Gebiet heraus frei einstellen können.

Modelle mit einem ganz kleinen (feinmaschigen) Gebiet, z. B. Europa — Atlantik, gestatten Vorhersagen von höchstens ein bis zwei Tagen. Da starke Strömungen die Ränder überqueren, sind feste Wände als Randbedingungen ungeeignet. Es ist zweckmäßig, solche „limited area fine mesh models“ mit grobmaschigen, nahezu hemisphärischen Modellen zu koppeln („nested grids“).

Bei einem hemisphärischen Integrationsgebiet ist es vorteilhaft, die stereographische Projektion einzuführen (Abb. 4.4). Dabei wird die Erdoberfläche K vom Südpol S aus auf die Ebene E eines Breitenkreises  $\varphi_0$  (gewöhnlich  $60^\circ\text{N}$ ) projiziert. In dieser Ebene können dann bequeme kartesische Koordinaten und einfache quadratische Gitternetze benutzt werden. Nachbarpunkte P, Q auf der Kugel gehen in die Bildpunkte P', Q' auf der Ebene über. Ihre Entfernung ändert sich dabei um den nur von der geographischen Breite  $\varphi$  abhängigen Maßstabsfaktor m:

$$m = \frac{c}{a(1 + \sin\varphi)} = \frac{r}{a \cos\varphi} = \frac{r^2 + c^2}{2ac} \quad \text{mit} \quad [4.6]$$

$$c = a(1 + \sin\varphi_0), \quad (P'Q') = m(PQ).$$

Diese sogenannte stereographische Projektion ist winkeltreu. Alle Modellgleichungen sind von der Kugel K auf die stereographische Ebene E zu transformieren, wobei der variable Maßstab m eine wichtige Rolle bei der Transformation der Gradienten spielt. Für die Darstellung der horizontalen Windgeschwindigkeit gibt es formal verschiedene Möglichkeiten: Außer dem von der Kugel auf die Ebene übertragenen „wahren Wind“  $\mathbf{v}_K$  kann man die Geschwindigkeit des Bildpunktes, den „Bildwind“  $\mathbf{v}_E = m\mathbf{v}_K$  benutzen. Am einfachsten werden die Gleichungen, wenn man als Rechenhilfsgröße den sogenannten „reduzierten Bildwind“  $\mathbf{v}_R = \frac{1}{m}\mathbf{v}_K = \frac{1}{m^2}\mathbf{v}_E$  einführt.

#### Horizontale Gitterstrukturen

Am einfachsten ist es, sämtliche Variablen des Modells an denselben Gitterpunkten zu definieren. Es gibt jedoch zahlreiche kompliziertere Möglichkeiten. Wir erwähnen hier das *Arakawa-Gitter* (Abb. 4.5), für welches der horizontale Windvektor  $\mathbf{v}$  in der Mitte der Gitterquadrate, die Vertikalbewegung  $\omega$  und alle anderen Variablen  $\psi$  an den Gitterpunkten selbst definiert sind.

Komplizierter ist das vom DWD-Modell benutzte *Eliassen-Gitter* (Abb. 4.6), wo die Horizontalkomponenten  $u, v$  jeweils an verschiedenen Seitenmitten,  $\omega$  in den Quadratmitten und die übrigen Variablen  $\psi$  an den Gitterpunkten selbst definiert sind. Dies gilt nur für die geraden Zeitschritte; zu den ungeraden Zeitschritten sind alle Variablen um eine halbe Gitterdiagonale verschoben.

Den Nachteilen des Eliassengitters (umständliche Programmierung und doppelter Rechenaufwand, weil der Zeitschritt gegenüber anderen Gittern halbiert werden muß) steht ein großer Vorteil gegenüber: Zur Gradientenbildung werden nur unmittelbar benachbarte Gitterpunkte gebraucht; dies vermindert den Verstümmelungsfehler erheblich. Um dasselbe in anderen Gittern durch Verkleinerung der Maschenweite zu erreichen, müßte der Rechenaufwand wesentlich mehr als nur verdoppelt werden.

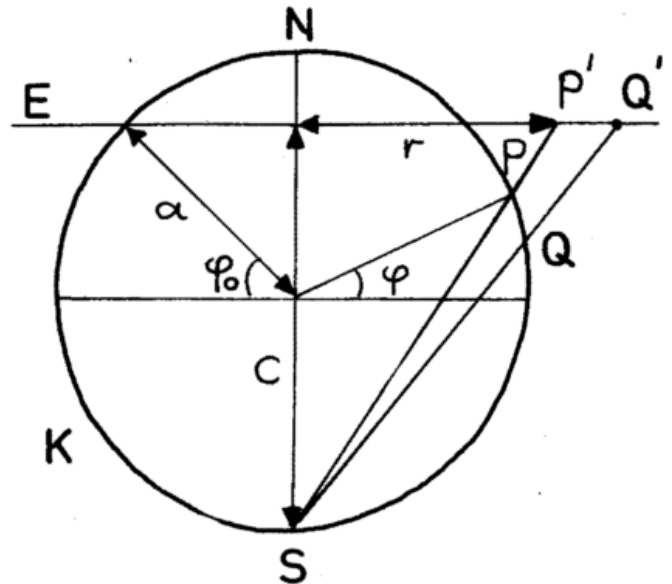


Abb. 4.4  
Zur stereographischen Projektion



Abb. 4.5  
Das Arakawa-Gitter

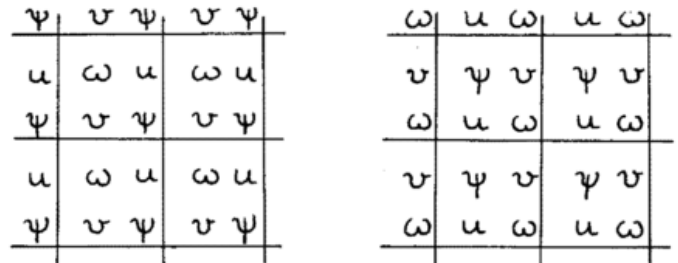


Abb. 4.6  
Das Eliassen-Gitter, links für gerade und rechts für ungerade Zeitschritte

Viel Spielraum gibt es bei der Approximation nichtlinearer Terme. Am einfachsten und für Kurzfristvorhersagen ausreichend ist die Advektionsform der Gleichungen

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\mathbf{v}_H \cdot \nabla \psi - \omega \frac{\partial \psi}{\partial p} + \dots$$

Für längerfristige Modellrechnungen muß man zur Erhaltung gewisser Integraleigenschaften der Atmosphäre mehr Sorgfalt aufwenden und geht deshalb gerne von der (als Differenzengleichung umständlicheren) Bilanzform aus:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\nabla \cdot (\psi \mathbf{v}_H) - \frac{\partial}{\partial p} (\psi \omega) + \dots$$

Die wegen der diskontinuierlichen Gitterstruktur oft notwendigen Mittelungen in der Differenzenform können auf vielfältige Weise mit den einzelnen Faktoren oder den fertigen Produkten ausgeführt werden. Durch geschickte Auswahl der Differenzenapproximationen läßt sich dabei sogar erreichen, daß auch Bilanzformen in Analogie zu [1.2] für die Energiegleichungen konsistent aufgestellt werden können. Solche Differenzenschemata werden als „energy-conserving“ bezeichnet. Das ist jedoch irreführend; denn für die zeitliche Änderung der kinetischen Energie entsteht kein brauchbares Differenzenanalogon, und die Erfahrung hat gezeigt, daß auch diese Schemata numerisch instabil werden können.

### Die vertikale Koordinate

Noch bedeutungsvoller für die numerische Behandlung barokliner Modelle ist ihre vertikale Struktur. Allen Modellen gemeinsam ist die Postulierung des hydrostatischen Gleichgewichts. Damit wird die Vertikalbewegung zu einer diagnostischen Variablen, welche mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung (und evtl. weiterer Modellgleichungen) berechnet werden muß. Je nach der benutzten Vertikalkoordinate ergeben sich verschiedene Prozeduren.

Es liegt nahe, die geometrische Höhe  $z$  als vertikale Koordinate zu benutzen. Aber gerade dies bringt einige empfindliche Nachteile: Die zeitabhängige Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}_H) - \frac{\partial}{\partial z} (\rho w)$$

ist nichtlinear, und die Berechnung der Vertikalgeschwindigkeit  $w = \frac{dz}{dt}$  aus der sogenannten „Richardson-Gleichung“:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( p \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial}{\partial z} (p \nabla \cdot \mathbf{v}_H) + \frac{c_v}{c_p} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \nabla \cdot \mathbf{v}_H - \frac{\partial \mathbf{v}_H}{\partial z} \cdot \nabla p \right)$$

wird besonders umständlich.

Für numerische Rechnungen muß die Atmosphäre nach oben hin künstlich durch einen festen Deckel in endlicher Höhe abgeschlossen werden. An der Untergrenze der Atmosphäre  $z = z_s(x, y)$  gilt die kinematische Grenzbedingung

$$w_s = \mathbf{v}_s \cdot \nabla z_s,$$

welche ausdrückt, daß der Erdboden für Luft undurchdringlich ist. Bei ebenem Erdboden  $z_s = \text{const}$  wird einfach  $w_s = 0$ ; dagegen gibt es bei höheren Gebirgen beträchtliche Schwierigkeiten. Dann liegen die untersten Modellflächen an einigen Gitterpunkten unter der Erde und die Variablen sind nicht mehr definiert. Die Bildung von Gradienten in der Nachbarschaft solcher Punkte muß mit großer Sorgfalt vorgenommen werden.

Wesentlich vorteilhafter ist es, den Luftdruck  $p$  als vertikale Koordinate einzuführen. Dann wird die Kontinuitätsgleichung zeitfrei und linear:

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} = -\nabla \cdot \mathbf{v}_H$$

Daraus ergibt sich die Vertikalbewegung  $\omega = \frac{dp}{dt}$  in einfachster Weise. Aus dem nichtlinearen Druckgradienten-Term  $-\frac{1}{\rho} \nabla p$  entsteht im  $p$ -System der lineare Geopotentialgradient  $-\nabla \Phi$  auf einer Isobarenfläche, und die Bilanzform der Modellgleichungen wird von der unbequemen Dichte  $\rho$  befreit. Oben endet die Atmosphäre an der Fläche  $p = 0$  mit der Randbedingung  $\omega_0 = 0$ . Nur die Behandlung der Untergrenze der Atmosphäre  $p = p_s(x, y, t)$  ist ungünstiger als im  $z$ -System, weil jetzt einzelne Gitterpunkte der tieferen Modellflächen bei Druckfall im Erdboden untertauchen und bei Druckanstieg wieder auftauchen können (Abb. 4.7). Für Kurzfristmodelle kann man dieses Hindernis durch eine ein-

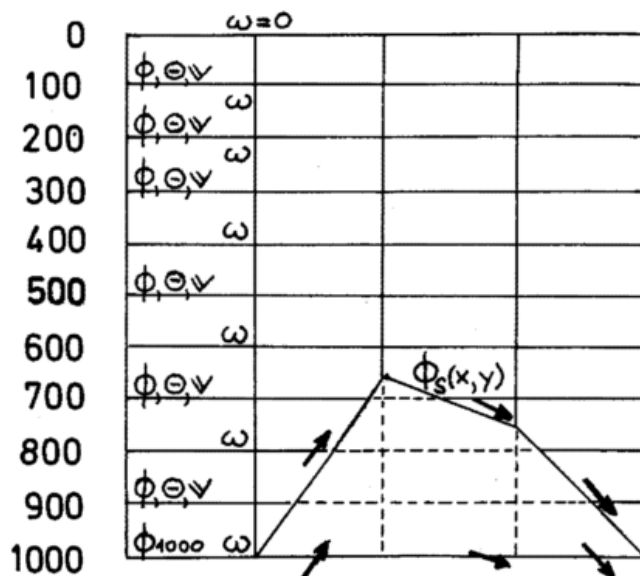


Abb. 4.7  
Vertikalstruktur im  $p$ -System  
(DWD-Modell, Version 1974)

fache, aber gewagte Annahme aus dem Weg räumen: Das Modell führt nichtexistente Luftmassen unter den Bergmassiven bis hinab zur 1000 mb-Fläche mit. Diese imaginären Luftmassen tauchen aus dem tieferen Untergrund auf oder verschwinden wieder in ihm mit derjenigen Vertikalgeschwindigkeit, welche die kinematische Randbedingung am Berghang erzwingen würde. Die exakte Randbedingung wird also verfälscht in

$$w_{1000} = \mathbf{v}_{1000} \cdot \nabla z_s.$$

Entwickelt man  $w = \frac{dz}{dt}$  und führt das Geopotential  $\Phi = gz$  ein, so erhält man als behelfsmäßige untere Randbedingung eine Gleichung für  $\Phi_{1000}$ , welche sich praktisch bewährt hat:

$$\frac{\partial \Phi_{1000}}{\partial t} = -\mathbf{v}_{1000} \cdot \nabla (\Phi_{1000} - \Phi_s) - \omega_{1000} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_{1000}.$$

Mit der Größe  $\sigma = \frac{p}{p_s}$  als Vertikalkoordinate (Abb. 4.8) läßt sich die untere Randbedingung korrekter und einfacher behandeln. Hier bedeutet  $p_s(x, y, t)$  den unred-

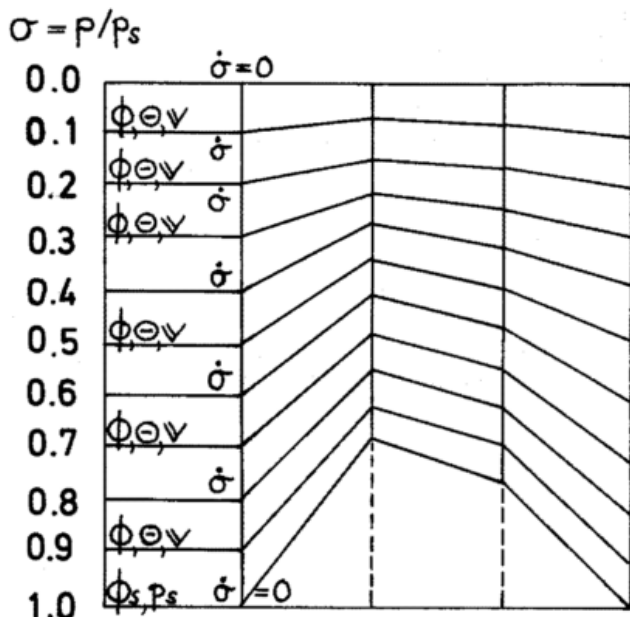


Abb. 4.8  
Vertikalstruktur im  $\sigma$ -System  
(DWD-Modell, Version 1969)

zierten Luftdruck am Modell-Erdboden. Dieser fällt also mit der Fläche  $\sigma = 1$  zusammen. Seine Undurchdringlichkeit ist gleichbedeutend mit der sehr einfachen Randbedingung

$$\dot{\sigma} \Big|_{\sigma=1} = 0.$$

Leider hat dieses dem Gebirge so ideal angepaßte Koordinatensystem einige Nachteile. So wird die Kontinuitätsgleichung wieder komplizierter:

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = -\nabla \cdot (p_s \mathbf{v}) - \frac{\partial}{\partial \sigma} (p_s \dot{\sigma}).$$

## 5

W. EDELMANN und H. REISER, Offenbach

### Das barokline Vorhersagemodell des Deutschen Wetterdienstes

Im Deutschen Wetterdienst wird seit 1967 ein baroklines Vorhersagemodell eingesetzt, das im wesentlichen auf dem hydrostatischen Gleichungssystem [1.1] beruht. Dieses Modell war seinerzeit im sogenannten  $\sigma$ -System als 5-Schichtenmodell entworfen worden (d. h. die Atmosphäre wird vertikal in 5 Schichten unterteilt und jeder Schicht  $k$  werden prognostische Variable  $\mathbf{v}_k, \theta_k(x, y, t)$  zugeordnet, die zusammengenommen die vertikale Variabilität von  $\mathbf{v}, \theta(x, y, p, t)$  approximieren). Inzwischen wurde eine Reihe von Änderungen vorgenommen, wobei als wichtigste die Erweiterung auf ein 6-Schichtenmodell (Mai 69) und der Übergang auf ein  $p$ -System mit Berücksichtigung der Orographie (Januar 74) genannt seien (vgl. Abb. 4.7 und 4.8). Im folgen-

Durch Integration erhält man hieraus die Gleichungen für die Bodendrucktendenz und die Vertikalbewegung

$$\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt}:$$

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = -\int_0^1 \nabla \cdot (p_s \mathbf{v}) d\sigma$$

$$\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = \frac{1}{p_s} \left\{ -\nabla \cdot (p_s \mathbf{v}) + \int_0^1 \nabla \cdot (p_s \mathbf{v}) d\sigma \right\}.$$

Der Geopotentialgradient spaltet sich im  $\sigma$ -System in zwei Terme auf, wovon der eine nichtlinear ist:

$$\nabla \Phi \Big|_{p=\text{const}} = \nabla \Phi \Big|_{\sigma=\text{const}} - \frac{\sigma}{p_s} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \nabla p_s.$$

Dies ist eine neue Quelle von Verstümmelungsfehlern, zumal sich die Gestalt der Gebirge auf den Flächen  $\sigma = \text{const}$  bis hoch in die Stratosphäre hinein abbildet. Bemerkenswert sind daher neuere Versuche, die untere Hälfte der Atmosphäre in einem modifizierten  $\sigma$ -System, die obere Hälfte im  $p$ -System zu modellieren.

Da die Anfangsanalysen im  $p$ -System vorliegen, müssen sie zunächst ins  $\sigma$ -System transformiert werden; die fertigen Vorhersagen sind wieder ins  $p$ -System umzurechnen. Dabei entstehen unvermeidliche Interpolationsfehler, die bei grober Schichteneinteilung besonders im Tropausenbereich ziemlich groß werden.

Eine in den USA benutzte Version führt die Tropopause als materielle Fläche in das Modell ein; Troposphäre und Stratosphäre werden hier durch separate  $\sigma$ -Systeme dargestellt. Der Wert einer solchen Modellierung ist wegen der unsicheren Analyse der Tropopause, ihrer Variabilität und eventuellen Mehrdeutigkeit umstritten.

den wird der augenblickliche Stand der im täglichen Vorhersagedienst eingesetzten Modellversion beschrieben.

#### Modellstruktur

Das 6-Schichtenmodell ist für eine Vorhersageperiode von mindestens 48 Stunden ausgelegt und benötigt ein quasihemisphärisches Integrationsgebiet. Deshalb wird zweckmäßigerweise die stereographische Projektion ( $\varphi_0 = 60^\circ \text{N}$ ) verwendet und der reduzierte Bildwind  $\mathbf{v}_R$  (vgl. Beitrag 4) eingeführt; das Subskript R wird im folgenden weggelassen. In den so transformierten Modellgleichungen

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \mathbf{v}_H}{\partial t} + m^2 \mathbf{v}_H \cdot \nabla \mathbf{v}_H + \omega \frac{\partial \mathbf{v}_H}{\partial p} \\
& + \frac{v_H^2}{2} \nabla(m^2) + f \mathbf{k} \times \mathbf{v}_H + \nabla \Phi + \mathbf{F} = 0 \\
& \frac{\partial \theta}{\partial t} + m^2 \mathbf{v}_H \cdot \nabla \theta + \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} + G = 0 \\
& m^2 \nabla \cdot \mathbf{v}_H + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0, \quad (\omega = 0 \text{ für } p = 0) \\
& \frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p}, \quad T = \theta \left( \frac{p}{p_{1000}} \right)^K, \quad K = 0.286 \\
& \frac{\partial \Phi_{1000}}{\partial t} + m^2 \mathbf{v}_{1000} \cdot \nabla (\Phi_{1000} - \Phi_s) \\
& + \omega_{1000} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_{1000} = 0
\end{aligned} \tag{5.1}$$

bezeichnen die Terme  $\mathbf{F}$  und  $G$  noch zu erklärende irreversible Anteile.

Die vertikale Anordnung der Modellvariablen ist in Abb. 4.7 wiedergegeben, während die horizontale Variabilität durch ein quadratisches Gitternetz mit einer Maschenweite von 381 km in der stereographischen Ebene erfaßt wird. Das achteckige Vorhersagegebiet ist symmetrisch zum Nordpol angeordnet und wird nach Süden durch feste Wände abgeschlossen.

Die [5.1] entsprechenden Differenzengleichungen benutzen das Eliassen-Gitter (Abb. 4.6) und zentrierte Zeitschritte („leap-frog“-Verfahren).

In den Ecken des Integrationsgebietes ist der Maßstabsfaktor  $m$  am größten; folglich entspricht der in der Projektionsebene konstanten Maschenweite  $\Delta x$  hier auch der kleinste tatsächliche Abstand auf der Kugeloberfläche. Deshalb verlangen gerade diese Gebiete einen

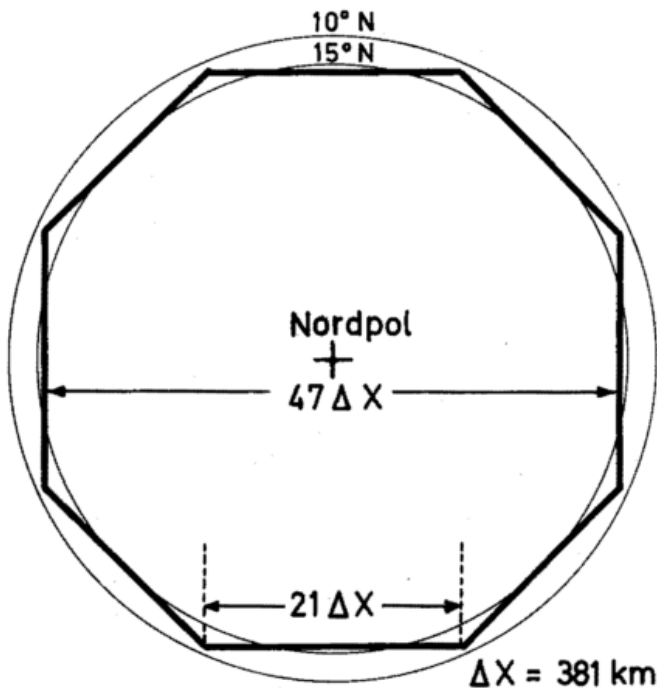


Abb. 5.1  
Das Integrationsgebiet in der stereographischen Ebene

besonders kleinen Zeitschritt, obwohl die Vorhersage dort wegen der Nähe der künstlichen Wand praktisch wertlos bleibt. Die Vorhersage in unseren Breiten erleidet jedoch keinen Schaden, wenn man das Anwachsen von  $m$  mit  $r^2$  (siehe [4.6]) südlich von etwa 25° N künstlich verhindert. Auf diese Weise konnte im DWD-Modell ein um 15% größerer Zeitschritt verwendet werden.

### Die Irreversiblen Terme

Das DWD-Modell (Version 1974) ist noch sehr sparsam in der Berücksichtigung irreversibler Prozesse. Alles, was mit Feuchte und Strahlung zu tun hat, fehlt vollkommen. Turbulente Vorgänge in der freien Atmosphäre und die planetarische Grenzschicht sind im Hinblick auf einen möglichst geringen Verbrauch von Rechenzeit extrem einfach modelliert.

Zunächst ist die turbulente Vermischung der Luft in der freien Atmosphäre zu erwähnen. Sie ist als eine horizontale Diffusion mit einem über Gebirgen vergrößerten, aber sonst konstanten Koeffizienten  $A$  in den Bewegungsgleichungen und der thermodynamischen Gleichung angesetzt worden:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \dots + A \nabla^2 \psi \quad \text{mit } \psi = (u, v, \theta)$$

Die rechte Seite wird im Eliassen-Gitter numerisch angenähert durch

$$\begin{aligned}
& A \nabla^2 \psi_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \approx \\
& \frac{A}{\frac{1}{2} \Delta x^2} \left\{ \psi_{i+1, j+1} + \psi_{i, j+1} + \psi_{i+1, j} + \psi_{i, j} - 4\psi_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \right\}
\end{aligned}$$

Dieser Ansatz dient weniger einer realistischen Darstellung turbulenter Vermischung; er ist vielmehr als eine Art „Notbremse“ gedacht, welche die nichtlineare Instabilität und den numerischen Lärm unterdrücken soll. Mit  $A = 0$  würde das DWD-Modell schon nach zwei bis drei Tagen Vorhersagezeit numerisches Chaos produzieren.

Um die Wirkung der trockenen Konvektion zu simulieren, wird zu jedem Zeitpunkt und an jedem Gitterpunkt geprüft, ob die potentielle Temperatur nach oben abnimmt. In diesem Fall ist die Schichtung trocken-labil; das Modell erwärmt dann die obere Fläche und kühlt die untere Fläche entsprechend gerade so weit ab, daß eine indifferente Schichtung entsteht.

In der planetarischen Grenzschicht wird die Bewegung der Atmosphäre durch Reibung am rauhen Erdboden abgebremst. Das Modell vereinfacht diesen in Wirklichkeit hochkomplizierten Prozeß durch Annahme einer Reibungskraft, welche in der untersten Modellfläche (900 mb) und entgegengesetzt zu  $\mathbf{v}_{900}$  wirkt. Eine Kombination des linearen Ansatzes nach Guldberg-Mohn und des quadratischen Ansatzes der sogenannten „bulk equations“ hat sich praktisch bewährt:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_{900}}{\partial t} = \dots - (\lambda + \mu C_D | \mathbf{v}_{900} | ) \mathbf{v}_{900}^{n-1}$$

Die unterschiedliche Rauigkeit der Erdoberfläche wird durch einen ortsabhängigen Reibungskoeffizienten  $C_D$  berücksichtigt. Über Ozeanen ist  $C_D$  kleiner als über Flachland, und über Gebirgen ist es am größten. Leider besitzen wir nur sehr ungenaue Kenntnis über den Reibungskoeffizienten. Ganz ohne Bodenreibung würde das Modell jedoch unrealistisch starke Tief- und Hochdruckgebiete entwickeln.

In der planetarischen Grenzschicht findet ein Austausch fühlbarer Wärme zwischen der Atmosphäre und dem (festen oder flüssigen) Erdboden statt. Um das näherungsweise berücksichtigen zu können, enthält das Modell die Temperatur eines idealisierten Erdbodens als zusätzlichen Parameter. Der Wärmefluß wird proportional zur potentiellen Temperaturdifferenz  $\Delta\theta = \theta_{900} - \theta_s$  zwischen unterster Modellfläche und Erdboden angesetzt. Er setzt sich aus zwei Anteilen zusammen:

$$\frac{\partial \theta_{900}}{\partial t} = \dots - (\alpha + \mu C_D |v_{900}|) \Delta\theta^{n-1}$$

Ein konvektiver Anteil  $-\alpha\Delta\theta$  wirkt nur bei labiler Schichtung  $\Delta\theta < 0$ , ein zu  $|v_{900}|$  proportionaler turbulenter Anteil dagegen in jedem Fall. Der Ozean wird als ein unendlich großer Wärmespeicher angesehen, dessen Temperatur für die Dauer der Vorhersage konstant bleibt. Dagegen wird dem festen Modell-Erdboden eine endliche Wärmekapazität zugeschrieben, die derjenigen einer Luftsäule von 100 mb Dicke entspricht. Damit nähern sich die potentiellen Temperaturen des Erdbodens und der jeweils darüber streichenden Luft stets einander an.

### Initialisierung

Ungefilterte Modelle verlangen als Anfangsbedingung außer dem Geopotential- bzw. Druckfeld auch die Vorgabe des horizontalen Windfeldes, das normalerweise nicht durch direkte Analyse gewonnen wird. Druck- und Windfeld befinden sich in der Atmosphäre in einem gewissen Gleichgewichtszustand, den auch die als Anfangsbedingung für die numerische Integration vorzugebenden Felder möglichst gut repräsentieren müssen (vgl. hierzu Beitrag 5, promet 1'73).

Mathematisch läßt sich diese Gleichgewichtsbedingung in praktikabler Form nicht streng formulieren; die geostrophische Windbeziehung bzw. die sog. Balancegleichung ([4.7] in promet 1'73) und ihre Erweiterungen sind lediglich Näherungslösungen.

Während bei barotropen Modellen ein divergenzfreies Anfangswindfeld aus der Balancegleichung für praktische Belange völlig ausreicht, erzeugt bei baroklinen Modellen ein solches Anfangswindfeld doch erhebliche Schwerewellen, die für die Vorhersage uninteressant sind und sich störend auswirken können. Diese Schwerewellen können entweder durch Berücksichtigung geeigneter divergenter Anteile im Anfangswindfeld oder durch gezielte Dämpfungsmaßnahmen in den ersten Stunden der Vorhersagerechnung reduziert werden.

In der Praxis werden sehr unterschiedliche Methoden angewendet; der Deutsche Wetterdienst bevorzugt eine dynamische Adaptation durch selektive Dämpfung, da diese nicht nur einigermaßen ökonomisch, sondern auch sehr flexibel und modellunabhängig gehandhabt werden kann; sie erlaubt insbesondere eine zwanglose Berücksichtigung des orographischen Einflusses.

Dabei wird zunächst aus dem analysierten Geopotentialfeld  $\Phi_k(x, y, t_0)$  mit Hilfe der divergenzfreien Balancegleichung in allen Schichten ein Anfangswindfeld  $v_k(x, y, t_0)$  berechnet und damit eine Integration über 6 Stunden durchgeführt. Eine anschließende zeitliche Mittelung über alle prognostischen Variablen

$$\frac{1}{6h} \int_{t_0}^{t_0+6h} \psi(t) dt = \bar{\psi}(t_0 + 3h)$$

erzeugt einen besser adaptierten Zustand, in dem die Anfangsamplituden für Wellen mit einer Schwingungsdauer von  $6/n$  Std. ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) vollständig und bei benachbarten Perioden weitgehend eliminiert sind. Integriert man mit  $\bar{\psi}(t_0 + 3h)$  als Anfangsbedingung über weitere 4 Stunden bis  $t_0 + 7h$  und wiederholt die zeitliche Mittelung

$$\frac{1}{4h} \int_{t_0+3h}^{t_0+7h} \bar{\psi}(t) dt = \bar{\bar{\psi}}(t_0 + 5h)$$

so erhält man in  $\bar{\bar{\Phi}}_k, \bar{\bar{v}}_k(x, y, t_0 + 5h)$  einen gut adaptierten Anfangszustand für die Prognoserechnung, in dem die Amplituden synoptisch relevanter längerperiodischer Vorgänge kaum modifiziert sind.

### Ergebnisse barokliner Vorhersagen

Die numerische Struktur des Modells entspricht in der Horizontalen der des barotropen DWD-Modells; deshalb sind die aus der geringen Gitterauflösung ( $\Delta x = 381$  km) herrührenden Vorhersagemängel auch bei baroklinen Prognosen anzutreffen. Die Ausführungen in Promet 1'73, Beitrag 7, Abschnitt 1, gelten entsprechend: Die Verlagerung — besonders der kleineren Störungen — erfolgt generell zu langsam. Dieser Effekt muß besonders bei zonaler Zirkulation beachtet werden.

Ferner wird wegen der großen Maschenweite häufig die barokline Entwicklung kleiner Wellen in Frontalzonen unterschätzt. Dagegen zeigt das barokline Modell bemerkenswert gute Leistungen bei der Vorhersage von Blockierungen sowie induzierten Zyklogenese an der Vorderseite von Hochdruckkeilen, die durch kräftige Warmluftadvektion aufgebaut werden. Gegenüber den barotropen Vorhersagen bringt das barokline Modell erhebliche Verbesserungen. Die folgende Tabelle gibt zum Vergleich Jahresmittelwerte (1975) der Korrelationskoeffizienten  $R$  und des mittleren quadratischen Fehlers  $Q$  (in gpm) der Geopotentialänderungen sowie des mittleren relativen geostrophischen Windfehlers  $C/A$  (vgl. dazu Promet 4'74, Beitrag 5). Alle Werte beziehen sich auf die 500-mb-Fläche und den FAX-Ausschnitt Atlantik — Europa; beim baroklinen Modell ist nur der „unkorrigierte“ Wert vergleichbar.

500 mb	BAROKLIN				BAROTROP	
	24 h	48 h	24 h	48 h	24 h	48 h
R	0.88	0.84	0.86	0.82	0.75	0.72
Q	29.7	50.0	32.2	54.5	41.3	65.0
C/A	0.33	0.48	0.34	0.50	0.41	0.58
	mit statistischer Korrektur		unkorrigiert			

Die Verbesserung von z. B. 0.11 in  $R_{24}$  kann allerdings nicht allein dem baroklinen Modell zugerechnet werden, sondern geht mit ca. 0.02 bis 0.03 auch auf die unterschiedlichen Ausgangsanalysen zurück. Für das barotrope Modell werden nämlich nur die bis 2 Std. 50 Min. nach Beobachtungstermin verfügbaren Meldungen herangezogen, während die baroklinen Vorhersagen auf Analysen basieren, die alle bis 4 Std. 20 Min. nach Termin eingelaufenen Meldungen berücksichtigen.

Beschränkt man die Verifikation auf das kleinere, besser belegte Gebiet Ostatlantik — Mitteleuropa, so erhält man Verbesserungen um 0.03 in  $R_{24}$ , um 3 gpm in  $Q_{24}$  und um 0.03 in  $C/A_{24}$ . Abb. 5.2 demonstriert die vertikale Variabilität der Vorhersagegüte anhand der Jahresmittelwerte 1975.

Bildet man den systematischen Fehler durch algebraische Addition der täglichen Fehlerkarten über ein Vierteljahr, so zeigt sich eine signifikante geographische Verteilung mit einem Jahresgang der Amplitude. Das Titelbild gibt den systematischen Fehler der Bodenvorhersage im letzten Winter. Generell wird über den Kontinenten der Luftdruck zu tief und über den Ozeanen zu hoch vorhergesagt; jedoch erzeugt die stark vereinfachte Behandlung der Orographie ( $p$ -System)

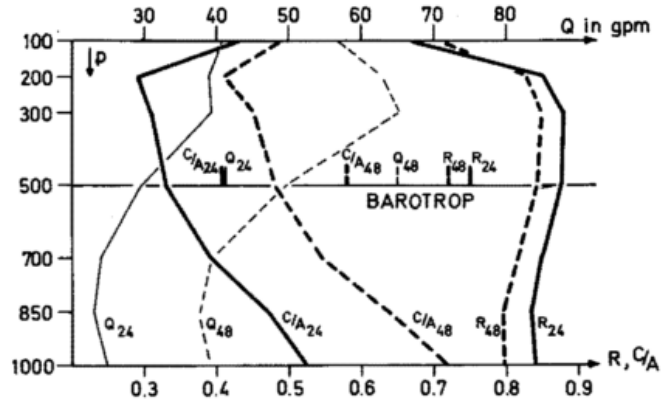


Abb. 5.2

Jahresmittel (1975) für den Korrelationskoeffizienten R, den quadratischen Fehler Q und den relativen Windfehler C/A (berechnet für FAX-Ausschnitt Atlantik-Europa)

über dem Himalaja, den Rocky Mountains und Grönland zu hohe Luftdruckwerte. Die Beständigkeit des systematischen Fehlers wird zu einer Korrektur der Vorhersagekarten ausgenutzt:

$$KORR_{\text{heute}} = 0.96 * KORR_{\text{gestern}} + 0.04 * FEHLER_{\text{heute}}$$

Abb. 5.3 zeigt die ständige Verbesserung der baroklinen Vorhersagen im Laufe der Jahre, aber auch die jahreszeitliche Variabilität der Vorhersagegüte anhand der monatlichen Mittelwerte des Korrelationskoeffizienten und des relativen Windfehlers für 24stündige Vorhersagen in 500 mb.

### Geplante Entwicklungen

Der DWD wird voraussichtlich im Herbst dieses Jahres ein neues EDV-System CYBER 76/173 installieren, des-

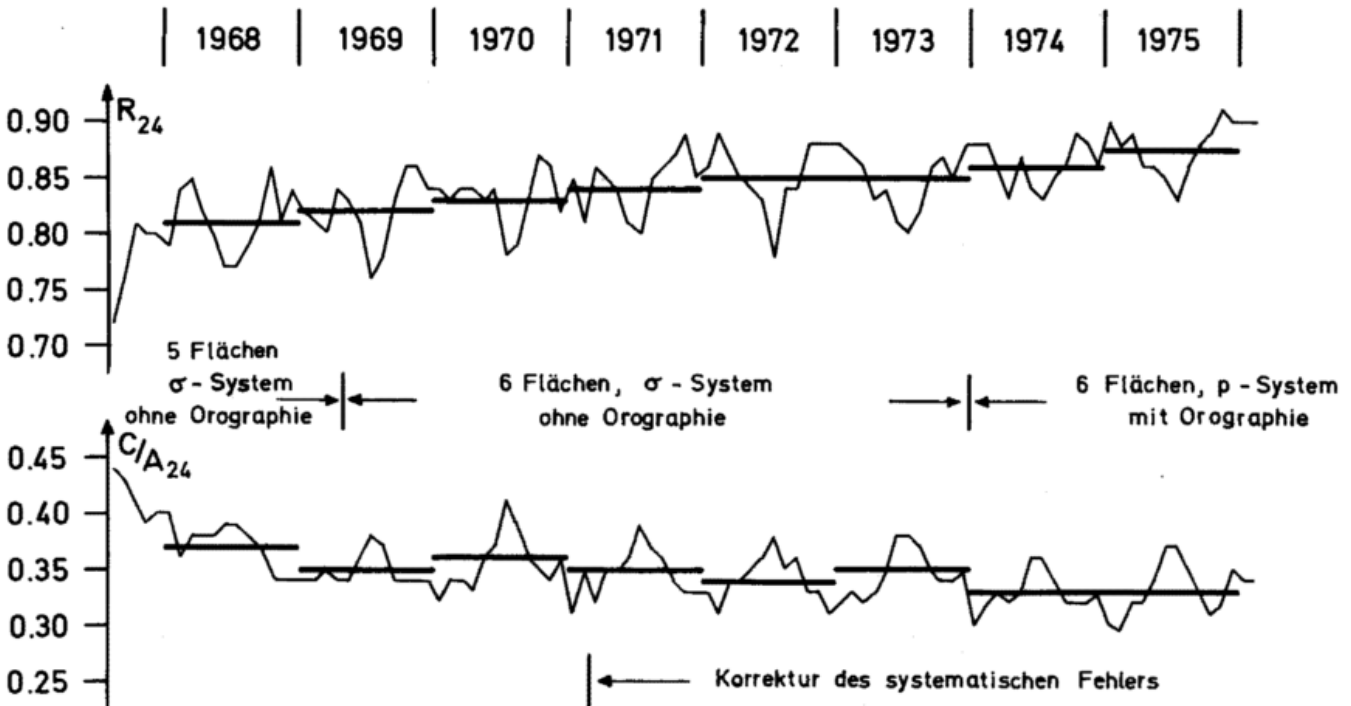


Abb. 5.3

Zeitlicher Verlauf des Korrelationskoeffizienten R und des relativen Windfehlers C/A für die 24std. Vorhersage in 500 mbar (FAX-Ausschnitt Atlantik-Europa)

sen Rechenleistung die vorhandene Anlage um mehr als das Zehnfache übertrifft und vor allem einer Verbesserung der baroklinen Vorhersagen zugute kommen soll. Es ist geplant, den zeitkritischen Betriebsdienst und damit auch die numerische Vorhersage bis Ende 1977 auf die neuen Anlagen überzuleiten; damit werden auch neue Versionen des baroklinen Modells zum Einsatz kommen.

Die Planung neuer Modelle für den Betriebsdienst geht davon aus, daß zunächst das  $p$ -System mit einer unteren Begrenzung bei  $p=1000$  mb beibehalten wird. Für später sind Versuche mit einer unteren Grenzfläche bei  $p = p_s(x, y)$  projektiert; ein solcher Ansatz berücksichtigt eine stationäre horizontale Variabilität des Bodendrucks aufgrund der Orographie und simuliert die Bodendruckänderungen durch entsprechende Geopotentialänderungen im Niveau  $p_s(x, y)$ . Eine Wiedereinführung des  $\sigma$ -Systems ist wegen seiner speziellen numerischen Schwierigkeiten über steilen Gebirgen zunächst nicht vorgesehen.

Die neuen Modelle sollen in ihrer physikalischen Ausbaustufe und in ihrer numerischen Struktur erheblich verbessert werden. Die Feuchte wird als zusätzliche

prognostische Variable eingeführt und die Feuchtkonvektion parametrisiert behandelt. Ferner wird die planetarische Grenzschicht in Anlehnung an die DEARDORFF'schen Vorschläge genauer modelliert und schließlich eine grobe Abschätzung der Strahlungsvorgänge einschließlich des Tagesgangs der Einstrahlung in den Modellen erfolgen.

Die Vertikaleinteilung soll 8 oder 9 Schichten umfassen; bezüglich der Horizontalauflösung und der seitlichen Randbedingungen sind zwei Modellversionen in Vorbereitung.

Für das quasihemisphärische Integrationsgebiet entsprechend Abb. 5.1 wird die Maschenweite auf  $\Delta x = 254$  km reduziert; es wird angestrebt, mit dieser Version die Vorhersageperiode von jetzt 2 auf 4 Tage zu erweitern.

Daneben soll in einem wesentlich kleineren Integrationsgebiet mit variablen Randbedingungen eine feinere Horizontalauflösung mit einer Maschenweite von ca. 150 km angewendet werden, um für die Vorhersageperiode bis zu 36 bzw. 48 Std. auch kleinräumigere Vorgänge im synoptischen Bereich besser prognostizieren zu können.

## 6 Literatur

### Lehrbücher

- HALTINER, G. J., "Numerical Weather Prediction". John Wiley & Sons, Inc., New York—London—Sydney—Toronto
- MONIN, A. S., "Weather Forecasting as a Problem in Physics." (1972) The MIT Press Cambridge, Mass. and London, England
- THOMPSON, P. D., "Numerical Weather Analysis and Prediction". (1961) The Macmillan Company, New York
- RICHTMYER, R. D. and K. W. MORTON, "Difference Methods for Initial-Value Problems" (1967) New York University, New York

### Original-Artikel

- BENWELL, G. R. R., A. J. GADD, J. F. KEERS, M. S. TIMPSON and P. W. WHITE, "The Bushby-Timpson 10-level Model on a Fine Mesh." Meteorological Office, Scientific Paper No. 32, London (1971)
- BROWN, J. A., "A numerical investigation of hydrodynamic instability and energy conversions in the quasi-geostrophic atmosphere: Part I, J. Atmos. Sci. 26, 352—365 (1969)
- BROWN, J. A., "A numerical investigation of hydrodynamic instability and energy conversions in the quasi-geostrophic atmosphere: Part II, J. Atmos. Sci. 26, 366—375 (1969)

- BUSHBY, F. H. and M. S. TIMPSON, "A 10-level Model and Frontal Rainfall." Quart. J. Roy. Meteor. Society 93, 1—17 (1967)
- CAHN, A., "An Investigation of the Free Oscillations of a Simple Current System." J. Meteor. 2, 113—119 (1945)
- CHARNEY, J. G., "The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current." J. Meteor. 4, 135—162 (1947)
- CHARNEY, J. G. and M. E. STERN, "On the stability of internal baroclinic jets in a rotating atmosphere." J. Atmos. Sci. 19, 159—172 (1962)
- EADY, E. T., "Long waves and cyclone waves." Tellus I, 33—52 (1949)
- EDELMANN, W., "On the Behaviour of Disturbances in a Baroclinic Channel." (1963)
- ELIASSEN, A., "The Quasi-State Equations of Motion with Pressure as Independent Variable." Geofys. Publikasjoner 17, no 13 (1949)
- FJORTOFT, R., "On the Changes in the Spectral Distribution of Kinetic Energy for Two-Dimensional, Nondivergent Flow." Tellus 5, 225—230 (1953)
- FJORTOFT, R., "Application of integral theorems in deriving criteria of stability for laminar flows and for the baroclinic circular vortex." Geofys. Publikasjoner, 17, 1—52 (1950)

- GRAMMELVEDT, A., "A Survey of Finite-Difference Schemes for the Primitive Equations for a Barotropic Fluid." M.W.R. Vol 97, 384—404 (1969)
- GREEN, J. S. A., "A problem in baroclinic stability." Roy. Meteor. Soc. 86, 237—251 (1960)
- HINKELMANN, K., „Der Mechanismus des Meteorologischen Lärms.“ Tellus 3, 205—296 (1951)
- HINKELMANN, K., „Ein Beitrag zur Theorie der Zyklonenentwicklung.“ Berichte des Deutschen Wetterdienstes Nr. 22 (1955)
- KUO, H.-L., "Dynamic instability of two-dimensional non-divergent flow in a barotropic atmosphere." J. Meteor. 6, 105—122 (1949)
- PHILLIPS, N. A., "An Example of Nonlinear Instability." In "The Atmosphere and the Sea in Motion" 509 pp (1959)
- PHILLIPS, N. A., "A Coordinate System Having some special Advantages for Numerical Forecasting." J. Meteor. 14, 184—185 (1975)
- PHILLIPS, N. A., "On the Problem of Initial Data for the Primitive Equations." Tellus 12, 121—126 (1960)
- PHILLIPS, N. A., "Energy Transformations and Meridional Circulations Associated with Simple Baroclinic Waves in a Two-Level Quasigeostrophic Model." Tellus 6, 273—286 (1954)
- ROSSBY, C. G. et al., "Relations Between Variations in the Intensity of the Zonal Circulation of the Atmosphere and the Displacements of the Semi-Permanent Centers of Action." J. Marine Res. 2, 38—55 (1939)
- SHUMAN, F. G. and J. B. HOVERMALE, "An Operational Six-Layer Primitive Equation Model." J. Appl. Meteor. 7, No 4 (1968)
- SUTCLIFFE, R. C., "The quasi-geostrophic advective wave in a baroclinic zonal current." Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 77, 226—234 (1951)

## Blick nach Draußen

### Operative Entwicklungshilfe im Rahmen der Vereinten Nationen

Ein wesentliches Element jeglicher Entwicklungshilfe ist bekanntlich die Entsendung erfahrener Experten, die den Entwicklungsländern das nötige „know-how“ vermitteln sollen. Der Experte ist dabei im Prinzip in beratender Eigenschaft (*advisory capacity*) tätig, d. h. er soll einheimischem Personal an Ort und Stelle Rat und praktische Anleitung erteilen.

Wenn jedoch in einem Land noch keine Einheimischen in dem betreffenden Fachgebiet soweit vorgebildet sind, daß sie von einem Experten sinnvoll angeleitet werden könnten, wenn andererseits bestimmte Aufgaben nicht so lange hinausgeschoben werden können, bis die Ausbildung einheimischen Personals genügend weit fortgeschritten ist, so kann aus dieser Lage das Bedürfnis nach Experten entstehen, die nicht nur beratend tätig sind, sondern gewisse praktische Aufgaben verantwortlich während einer Überbrückungszeit selbst durchführen (*operational capacity*).

Auf dem Gebiete der Meteorologie ergaben sich solche Situationen vorwiegend in bezug auf den Flugwetterdienst. So waren zum Beispiel die Flugverbindungen mancher Entwicklungsländer während der Kolonialzeit vor-

nehmlich auf die Verbindung mit der Kolonialmacht ausgerichtet, deren Personal auch die Bodendienste einschließlich des Flugwetterdienstes wahrnahm. Wenn ein solches, bis dahin abhängiges Land die Selbständigkeit erlangte, kehrte dieses Personal oft in sein Heimatland zurück. Auf der anderen Seite trat mit der Anbahnung neuer Handels- und politischer Beziehungen gleichzeitig eine Ausweitung des Luftverkehrs ein, die ohne Verzug eine Intensivierung aller Bodendienste erforderte. Selbst bei beschleunigter Ausbildung entsprechenden einheimischen Personals entstand dadurch zunächst ein Vakuum, welches auf die eine oder andere Art überbrückt werden mußte.

In Anbetracht ähnlicher Bedürfnisse, die auf verschiedenen Fach- und Verwaltungsgebieten auftraten, begann die Organisation der Vereinten Nationen, auf Initiative ihres damaligen Generalsekretärs DAG HAMMARSKJÖLD, Ende der 50er Jahre versuchsweise und zunächst in bescheidenem Umfang damit, einigen Entwicklungsländern auf deren ausdrücklichen Wunsch Experten zur Ausübung „*exekutiver, operativer und administrativer Aufgaben*“ verfügbar zu machen. Diese „*operative Entwicklungshilfe*“ im Rahmen der Verein-

ten Nationen, die Beteiligung der Weltorganisation für Meteorologie (WMO) daran, sowie die Mitwirkung deutscher Meteorologen sollen hier beschrieben werden.

Das neue Hilfsprogramm der Vereinten Nationen, welches unter dem Namen OPEX (Abkürzung für „*operational and executive*“) bekannt geworden ist, lief verhältnismäßig langsam an, da zunächst die Rechtsgrundlagen geklärt werden mußten. Obwohl die Arbeitsgebiete von damals 6 Sonderorganisationen (darunter das der WMO) mit einbezogen wurden, erfolgte die Durchführung der Projekte unter ausschließlicher Verantwortung der Vereinten Nationen. Letztere erkundeten die Bedürfnisse interessierter Länder auf den verschiedenen Fachgebieten, während die Rolle der Sonderorganisationen sich zunächst darauf beschränkte, auf Anforderung geeignete Experten namhaft zu machen.

Unter diesen Umständen ist es geradezu erstaunlich, daß unter den 68 OPEX-Posten, die 1962 durch die Vereinten Nationen besetzt waren, nicht weniger als acht in das Arbeitsgebiet der WMO fielen. Sie umfaßten Tätigkeiten vom Direktor eines Meteorologischen Dienstes bis zu aktiven Flugmeteorologen; zwei von ihnen wurden, wie weiter unten beschrieben, mit deutschen Meteorologen besetzt.

Es mag von Interesse sein, in welcher „Gesellschaft“ sich die ersten OPEX-Meteorologen befanden. Auf der Liste findet man, um nur ein paar Beispiele zu nennen, Posten wie Direktor des

Post- und Telegrafendienstes, Manager der nationalen Rundfunkgesellschaft, Bergwerksdirektor, Konservator der Forsten, hydrologischer Ingenieur, Fluglotse u. a., also eine erhebliche Bandbreite.

Ab 1964 wurde das OPEX-Programm für Posten reserviert, die vornehmlich auf dem Gebiete der öffentlichen Verwaltung in den Tätigkeitsbereich der Vereinten Nationen selbst fielen. Den Bedürfnissen auf den Gebieten der Sonderorganisationen wurde dadurch Rechnung getragen, daß das „*Expanded Programme of Technical Assistance*“, an dem die WMO seit 1951 teilnahm, später das „*United Nations Development Programme*“ (UNDP), für operative Posten freigegeben wurden, die hier die Bezeichnung OPAS (Abkürzung für „*operational assistance*“) erhielten. OPAS-Missionen auf dem Gebiete der Meteorologie gingen damit in die volle Verantwortung der WMO über.

Inzwischen traten unvorhergesehene Ereignisse ein, denen weder das OPEX- noch das OPAS-Programm gewachsen waren. Man wird sich der Entwicklung erinnern, als der Kongo (heute Zaïre) im Jahre 1960 selbständig geworden war und die technischen Dienste (einschließlich des Meteorologischen Dienstes) zusammenzubrechen drohten; mehr als 60 europäische Meteorologen und Geophysiker verließen damals das Land. Die Vereinten Nationen sprangen, in Zusammenarbeit mit den Sonderorganisationen, mit einer großzügigen Hilfsaktion ein (*United Nations Civilian Operations in the Congo*), die das Maß konventioneller technischer Hilfe weit überstieg. Dabei wurden seitens der WMO außer zwei Expertengruppen, denen die fachliche Beratung der kongolesischen Leitung des Dienstes und die beschleunigte Ausbildung kongolesischen Fachpersonals oblag, zeitweise bis zu 27 operative Flugmeteorologen eingesetzt, die den lebhaften Luftverkehr auf den verschiedenen Flughäfen des Landes meteorologisch betreuten, bis diese Aufgabe von einheimischem Personal übernommen werden konnte.

Eine andere „*holding operation*“ wurde durchgeführt, als Tanzania (1961), Uganda (1962) und Kenia (1963) die Selbständigkeit erlangten. Die drei Länder beschlossen, den bestehenden gemeinsamen Meteorologischen Dienst beizubehalten. Hier trat ein Vakuum an der Spitze ein, während die Erfordernisse des Flugwetterdienstes in diesem Falle durch verbleibendes europäisches sowie einheimisches Personal

befriedigt werden konnten. Die WMO überbrückte diese Schwierigkeit mit kombinierten OPEX- sowie OPAS-Mitteln durch 5 operative Experten, die zeitweise die Positionen des Direktors, der Leiter der drei Landesdienste und des Leiters der zentralen wissenschaftlichen Dienste einnahmen. Nachdem diese Posten von einheimischen Meteorologen übernommen waren, verblieben die vormals operativen Experten noch eine Zeitlang als Berater bei ihnen.

Natürlich standen Mittel für operative Hilfe nicht in beliebigem Umfang zur Verfügung. So wurde der von der Regierung gewünschte Einsatz von zeitweise 8 OPAS-Flugmeteorologen in Libyen dadurch ermöglicht, daß das Land für die meisten von ihnen nicht nur die Kosten der örtlichen Gehälter, sondern auch des WMO-Anteils übernahm.

In anderen Ländern waren operative Experten auf verschiedenen Arbeitsgebieten in kleineren Gruppen oder in Einzelmissionen tätig. Insgesamt haben bisher rund 25 Länder von der Möglichkeit operativer Hilfe auf dem Gebiete der Meteorologie Gebrauch gemacht.

Allgemein muß hierzu bemerkt werden, daß es niemals eine scharfe Abgrenzung zwischen beratender und operativer Expertentätigkeit gegeben hat. Viele Experten mit offiziell beratendem Status hatten in der Tat auch praktisch mit zuzugreifen, wie überhaupt die beste Anleitung einheimischen Personals oft darin besteht, daß der Experte die zu leistenden Aufgaben eine Zeitlang selbst durchführt. Dies gilt nicht nur für das weltweite Hilfsprogramm der WMO, sondern ebenso für die *bilaterale Entwicklungshilfe der Bundesrepublik Deutschland*, in deren Rahmen Meteorologen, Wetterberater, Wetterdiensttechniker und Wetterfernmeldespezialisten seit 1967 Missionen in Ländern wie Tunesien, Thailand, Birma und Peru durchführten. Ob ein UNDP-Experte in die eine oder die andere Kategorie eingestuft wird, hängt im wesentlichen von den Wünschen des Entwicklungslandes ab.

Administrativ bestehen jedoch klare Unterscheidungsmerkmale zwischen den beiden Gruppen. Der Experte mit „*advisory capacity*“ ist Bediensteter der Organisation, die ihn entsendet; er untersteht nicht der Regierung des Entwicklungslandes. Der Experte mit „*operational capacity*“ dagegen hat die Eigenschaft eines Zivilbediensteten des Entwicklungslandes „mit besonderem internationalen Status“. Er

schließt zwei Verträge ab; einen mit dem Entwicklungsland, welches ihm dasselbe Gehalt in Landeswährung zahlt, welches ein Einheimischer in der gleichen Position erhalten würde; einen zweiten Vertrag mit der entscheidenden Organisation, die ihm ein „*Stipendium*“ gewährt, welches der Differenz zwischen dem örtlichen Gehalt und einer angemessenen internationalen Vergütung entspricht.

Zum Unterschied vom beratenden erhält der operative Experte nicht das „*Laissez-passer*“ der Vereinten Nationen, sondern benutzt den Reisepaß seines Heimatlandes. Er wird in die Verwaltungsstruktur des Entwicklungslandes eingegliedert und wird dadurch gegebenenfalls Vorgesetzter einheimischen Personals oder anderer operativer Experten. In seinem Vertrag mit der Regierung ist jedoch festgelegt, daß letztere keinerlei Tätigkeit von ihm verlangen wird, die mit seinem besonderen internationalen Status oder mit den Zielen der Vereinten Nationen oder ihrer Sonderorganisationen nicht vereinbar ist. Grundsätzlich darf der Experte auch seiner Organisation nur mit Genehmigung der Regierung berichten; in dieser Beziehung hat sich jedoch im Laufe der Jahre ein Wandel angebahnt. Einige Regierungen haben erkannt, daß ein Experte, der nicht berichten darf, von seiner Organisation auch keine fachliche oder materielle Unterstützung seiner Tätigkeit erwarten kann, und haben daher im eigenen Interesse die Beschränkung der Berichterstattung aufgehoben. Eine operative Mission wird immer nur als vorübergehende Lösung angesehen und soll daher stets mit der Ausbildung eines oder mehrerer Einheimischer verbunden sein. In manchen Fällen führt der Experte den Einheimischen zunächst in seine Tätigkeit ein und bleibt dann unter Wechsel seines Status noch für eine weitere Übergangszeit als Berater an seiner Seite.

Im Durchschnitt der 60er Jahre hatten rund 20 Prozent aller WMO-Experten operativen Status, wobei die oben erwähnten größeren Einsätze zu Buche schlugen. In den 70er Jahren ist der Anteil der operativen Experten stark zurückgegangen, zweifellos ein Erfolg der intensiven Ausbildung einheimischen Personals. 1975 hatten noch acht Experten, das sind rund 6 Prozent, „*operational capacity*“.

Blickt man auf den ganzen Zeitraum seit 1960 zurück, so kann man die operativen Experten auf dem Gebiete der Meteorologie in drei Gruppen einteilen:

- a) Direktoren (Leiter) meteorologischer Dienste oder bestimmter Fachgebiete (in 12 Ländern);
- b) aktive Flugmeteorologen; diese Gruppe war aus den eingangs beschriebenen Gründen zahlenmäßig die weitaus stärkste;
- c) Experten mit verschiedenen Spezialaufgaben, z. B. Agrarmeteorologie, Betrieb eines elektronischen Laboratoriums, Wetterfernmeldedienst, Datenverarbeitung, hydrologische Tätigkeit, neuerdings auch Inhaber eines Universitätslehrstuhls für Meteorologie u. a.

Bevor auf den deutschen Anteil hieran eingegangen wird, sei kurz und ohne Anspruch auf Vollständigkeit eine Gruppe Deutscher erwähnt, die schon vor Schaffung der oben beschriebenen Programme eine operative Tätigkeit im Ausland ausgeübt haben, ohne daß man damals den Begriff der Entwicklungshilfe damit verbunden hätte.

Schon bald nach dem Kriege fanden einige Meteorologen, die keine Anstellung in den entstehenden deutschen Diensten erhalten konnten, aus eigener Initiative den Weg ins Ausland. So wurden deutsche Meteorologen in *Argentinien* und *Venezuela* tätig; ein Agrarmeteorologe arbeitete in *Brasilien* und *Kolumbien*; deutsche Flugmeteorologen gingen nach *Syrien* und dem *Sudan*.

Während die ersten rein auf sich selbst gestellt waren, erkannte die Bundesrepublik Deutschland bald die politische Bedeutung des Auslandseinsatzes und beurlaubte Meteorologen aus dem inzwischen entstandenen Deutschen Wetterdienst ins Ausland, z. B. zum Aufbau eines nationalen meteorologischen Dienstes in *El Salvador* in Zentralamerika oder zur Ausübung des Flugwetterdienstes und zur Entwicklung einer Wetterdienstorganisation im *Irak*, wo jeweils ein deutsches Team eingesetzt war.

Solche Auslandstätigkeit beschränkte sich übrigens nicht nur auf „Entwicklungsländer“. Als z. B. zu Beginn der kommerziellen Transatlantikflüge der Flugplatz *Shannon* eine kaum vorhergesehene Bedeutung als Absprunghafen auf europäischer Seite gewann, sah die irische Regierung zunächst keine andere Möglichkeit, als ein internationales Team erfahrener Flugmeteorologen zu rekrutieren, in dem auch mehrere Deutsche mitarbeiteten.

Es soll hier nicht auf die zum Teil schwierigen und keineswegs immer befriedigenden Arbeits- und Vertragsbedingungen eingegangen werden, unter denen diese Meteorologen damals

gearbeitet haben. Verglichen mit dieser ziemlich lebhaften, frühen Auslandstätigkeit jedoch mutet die spätere deutsche Beteiligung an den wohlfundierten operativen Programmen der Vereinten Nationen und der WMO, wenigstens ihrem Umfang nach, relativ bescheiden an.

Wie schon erwähnt, befanden sich unter den ersten OPEX-Experten in den Jahren 1962/63 zwei deutsche Meteorologen. Der eine war als Leiter der Flugwetterwarte *Khartum im Sudan* eingesetzt, an der ein aus verschiedenen Nationalitäten bestehendes Team von Flugmeteorologen arbeitete. Der andere war als technischer Direktor in *Togo* vornehmlich mit der Entwicklung eines agrarmeteorologischen Arbeitsprogramms befaßt.

Im OPAS-Programm der WMO war 1967/69 ein deutscher Flugmeteorologe zusammen mit zwei Kollegen anderer Nationalität in *Malawi* eingesetzt. Die bis dahin abhängige Flugwetterwarte auf dem internationalen Flughafen *Chileka* wurde dabei zum „Main Meteorological Office“ ausgebaut und einheimische Meteorologen und Fluglotsen im praktischen Dienst unterwiesen.

In den Jahren 1968 bis 1973 war ein deutscher Meteorologe nacheinander als Direktor der meteorologischen Dienste in *Trinidad und Tobago* bzw. in *Barbados* tätig, die aus dem früheren Westindischen meteorologischen Dienst hervorgegangen waren. In beiden Fällen war vorher je ein Angehöriger dieser Dienste, jedoch noch ohne meteorologisches Studium, als Direktor designiert worden. Während die Betreffenden mit Hilfe von Stipendien zum Universitätsstudium entsandt wurden, war der deutsche Meteorologe für Leitung, Ausbau und Betrieb der betreffenden Dienste eingesetzt, die vor allem für die Flugberatung und für Warnungen vor den karibischen Hurrikanen verantwortlich sind.

In dem seit 1966 unabhängigen Bergstaat *Lesotho* im südlichen Afrika waren zwar bereits seit Ende des vorigen Jahrhunderts Klimabeobachtungen durchgeführt worden, bis vor kurzem gab es dort jedoch noch keinen organisierten meteorologischen Dienst. 1974/76 war ein deutscher operativer Experte damit beauftragt, mit dem Aufbau eines Dienstes zu beginnen, der baldmöglichst die meteorologischen Bedürfnisse von Landwirtschaft, Wasserwirtschaft und Luftfahrt befriedigen kann. Zur Unterstützung war ein beigeordneter schwedischer „associate expert“ auf dem Flugplatz *Maseru* eingesetzt. Gleichzeitig wurde erstmalig einheimi-

ches Personal aller Grade zum Studium bzw. zur Ausbildung ins Ausland entsandt.

Die beschriebenen sechs Einsätze mit operativem Status stellen 14 Prozent aller 43 (beratenden und operativen) Missionen dar, die bisher auf meteorologischem Gebiet in den Entwicklungshilfeprogrammen der Vereinten Nationen bzw. der WMO von Deutschen durchgeführt worden sind. Von den fünf dafür eingesetzten Experten waren zwei aus dem Deutschen Wetterdienst, einer aus dem Geophysikalischen Beratungsdienst der Bundeswehr beurlaubt; einer war pensionierter Beamter des Deutschen Wetterdienstes und einer „freier“ Meteorologe.

In diesem Zusammenhang mag eine neuere Entscheidung der deutschen Bundesbehörden von Interesse sein. Wenn ein pensionierter Beamter noch eine solche operative Mission übernimmt, so wird bei der im Bundesbeamtengesetz vorgesehenen Kürzung seiner Pension zwar das oben erwähnte „Stipendium“, nicht aber das von dem Entwicklungsland gezahlte örtliche Gehalt in Rechnung gestellt.

Wie bei jeder Auslandstätigkeit sind auch hier der jeweiligen Aufgabe entsprechendes Fachwissen und praktische Erfahrungen, solide Sprachkenntnisse und gute Gesundheit notwendige Voraussetzungen; daß an die Anpassungsfähigkeit des Experten erhebliche Anforderungen gestellt werden, braucht wohl kaum hervorgehoben zu werden. Auf der anderen Seite bietet die operative Tätigkeit die Möglichkeit einer recht intensiven Hilfeleistung.

Auch unter den zukünftigen Expertenmissionen der WMO dürften sich aller Voraussicht nach von Zeit zu Zeit wieder operative Posten für erfahrene Meteorologen oder Wetterberater befinden, wenn auch die Nachfrage nicht mehr so groß ist wie in den 60er Jahren.

Ob jedoch mit beratendem oder operativem Status, ob im Programm der WMO oder in der Entwicklungshilfe der Bundesrepublik eingesetzt, immer wird man im Einsatzland aus der Tätigkeit und Hilfsbereitschaft des Experten unwillkürlich Rückschlüsse auf sein Heimatland ziehen; darin liegt für die Bundesrepublik die Bedeutung der Auslandstätigkeit von Deutschen. Dem Experten bietet eine Entwicklungshilfemission jeglicher Art die Möglichkeit, seine beruflichen Erfahrungen wesentlich zu erweitern sowie die Belange eines Entwicklungslandes und seiner Menschen besser verstehen zu lernen.

H. SEBASTIAN, Genf

## Problem- und Diskussionsecke

### Australien schlägt eine weltweite Beobachtung der Dürren vor

(Australian proposes world drought watch)

*Für viele Länder ist Dürre ein ständiges Problem, das den Bewohner humider Zonen nur am Rande berührt. In diesem Jahr, nach einem „Dürresommer“ in Mitteleuropa wird dagegen der folgende Beitrag aus einem semi-ariden Land auf mehr Verständnis stoßen als in normalen Jahren. Das Problem der Dürre ist plötzlich auch bei uns aktuell geworden.*

Eine weltweite Strategie zur Bekämpfung der Dürren wurde von dem Leiter des Meteorologischen Dienstes von Australien, Dr. William GIBBS, vorgeschlagen.

Er sagt, daß eine weltweite „Beobachtung der Dürrezeiten“ mit einem Beobachtungszentrum auf jedem Kontinent und die Berichterstattung an die Vereinten Nationen den Staaten eine bessere Chance für das Überstehen der Dürre geben könnte.

Dr. GIBBS sagt, die Erfahrungen in Australien hätten gezeigt, daß die Wirkungen von Dürren beträchtlich durch eine ausreichende Vorwarnung und mit wirksamen Transportmöglichkeiten zur Evakuierung der Bevölkerung, des Viehbestandes, der Ernte und des Viehfutters verringert werden können.

Die Australische Behörde für Meteorologie hat seit 1965 einen Dürre-Warndienst unterhalten, der das Defizit an Regenfällen abschätzt und die Farmer sowie die Regierungsbehörden warnt, wenn eine größere Dürre droht.

Die Auswirkungen der Dürre auf die Wirtschaft in Australien sind dadurch reduziert worden, daß zur Evakuierung des Viehbestandes aus Dürregebieten in von Dürren verschonte Zonen oder zum Zwecke der Verfrachtung des Futters in von der Dürre nicht heimgesuchte Gebiete die Möglichkeiten des Luft-, Straßen-, Schienen- und Seetransports genutzt wurden.

Dr. GIBBS erklärt, daß es evtl. möglich ist, Australiens Frühwarnsystem in der ganzen Welt anzuwenden, am besten mit einer Hauptstelle bei der UNO, um internationale Unterschiede der Währungen und des Transportsystems sowie verschiedene politische Vereinbarungen zu überwinden.

Dr. GIBBS' Vorschlag stammt aus einem Vortrag, den er vor der Weltorganisation für Meteorologie (WMO) im letzten Jahr hielt. In dieser Abhandlung unter dem Titel „Die Dürre und ihre

*Definition, ihre Beschreibung und ihre Wirkungen“* empfahl er, ein weltweites Dürre-Beobachtungsnetz einzurichten, das alle Kontinente miteinander verbindet und ein Koordinationszentrum entweder beim WMO-Sekretariat oder bei der UNO unterhält.

Dr. GIBBS ist der Meinung, daß solch ein Dürre-Beobachtungsnetz auch den Regierungen helfen würde, ein allgemeineres und schon lange bestehendes Problem zu bekämpfen: Wie können am besten die natürlichen Mittel der Welt — insbesondere ihr Wasservorrat — verwendet werden, um den Bedarf einer sich immer vergrößernden Bevölkerung zu decken.

„Australien ist eines der wenigen Länder, die hinsichtlich ihrer Versorgung mit Nahrungsmitteln autark sind, obwohl die Dürre noch immer unsere Wirtschaft ernsthaft beeinträchtigt“, erklärt Dr. GIBBS. „Aber andere Länder sind nicht so glücklich, und deren Nahrungsversorgung wird immer mehr von den Schwankungen des Wetters in den kommenden Jahren abhängen.“

Das Klima ist der Schlüssel für die Fähigkeit der Welt, ihre Bevölkerung zu ernähren. So bedeutet die normale natürliche Veränderlichkeit des Wetters, selbst wenn das Klima sich nicht verändert — und wir können nicht erkennen oder aussagen, daß dies zutrifft —, daß Dürren und Überschwemmungen unvermeidlich sind.

Infolge der sich gegen Ende des Jahrhunderts aus der Bevölkerungsexpansion ergebenden Zwänge werden diese Naturereignisse gefährliche Wirkungen haben, außer wenn es einen international koordinierten Plan gibt, um mit der Knappheit der Nahrungsmittel fertig zu werden.

Ein Weg, um dieser Art von Problem zu begegnen, besteht darin, eine variierbare und flexiblere Methode der landwirtschaftlichen Nutzung des Bodens zu übernehmen. In Australien

könnte z. B. das Land, das noch gerade bebaubar ist, während der guten Jahre bearbeitet werden, um den gesamten Ernteertrag zu erhöhen und in den schlechten Jahren un bebaut gelassen werden. Diese Methode der Landwirtschaft, die sich auf Dürren eingestellt hat, wurde in den Gebieten Afrikas mit niedrigen Regenfällen bei halb-nomadischen Völkergemeinschaften betrieben, bevor die sich durch die Bevölkerung ergebenden Zwänge zu einem mehr gesetzten Lebensstil führten.“

Dr. GIBBS meint, daß eine langfristige Wettervorhersage sehr wertvoll für die Planung der Nahrungsmittelproduktion der Welt sein würde, aber die Komplexität der Atmosphäre macht dies für die unmittelbare Zukunft praktisch unmöglich.

Er sagt: „Das Beste, was wir heute tun können, ist, das Wetter 3 oder 4 Tage im voraus vorherzusagen, obwohl wir zukünftige Ereignisse annähernd abschätzen können — wie z. B. die Gesamtmenge der Niederschläge des nächsten Jahres —, die auf Statistiken der Niederschläge beruht.“

Die Schätzungen der Niederschläge bilden den Kernpunkt des Dürre-Warndienstes. Wenn die Behörde für Meteorologie feststellt, daß die Gesamtniederschlagsmenge während 3 Monaten oder länger in einem besonderen Gebiet sich mit den niedrigsten 5—10% der beobachteten Regenfälle auf einem niedrigen Niveau bewegt, sagt man, daß eine ernste Niederschlags-Situation besteht. Wenn die gesamte Niederschlagsmenge auf unter 5% absinkt, stuft man die Dürre als sehr ernst ein.

Dr. GIBBS behauptet, daß die Dürre ein Angebots- und Nachfragephänomen ist und nicht so sehr nur ein Nichtvorhandensein von Wasser. Es ist wichtig für Farmer und für Regierungen zu wissen, welches Defizit an Niederschlägen vorliegt, so daß sie ihre Bedürfnisse anpassen, wenn dies möglich ist.

Die Behörde für Meteorologie hat seit 1965 in Australien Dürreberichte herausgegeben, indem sie Ziffern von 5 bis 10% verwendete, um Gebiete mit schweren und ernstlich bedrohenden Dürren kartographisch zu erfassen.

Dr. GIBBS hofft, daß die Erfahrungen in Australien für andere von der Dürre betroffenen Nationen von Nutzen sein werden.

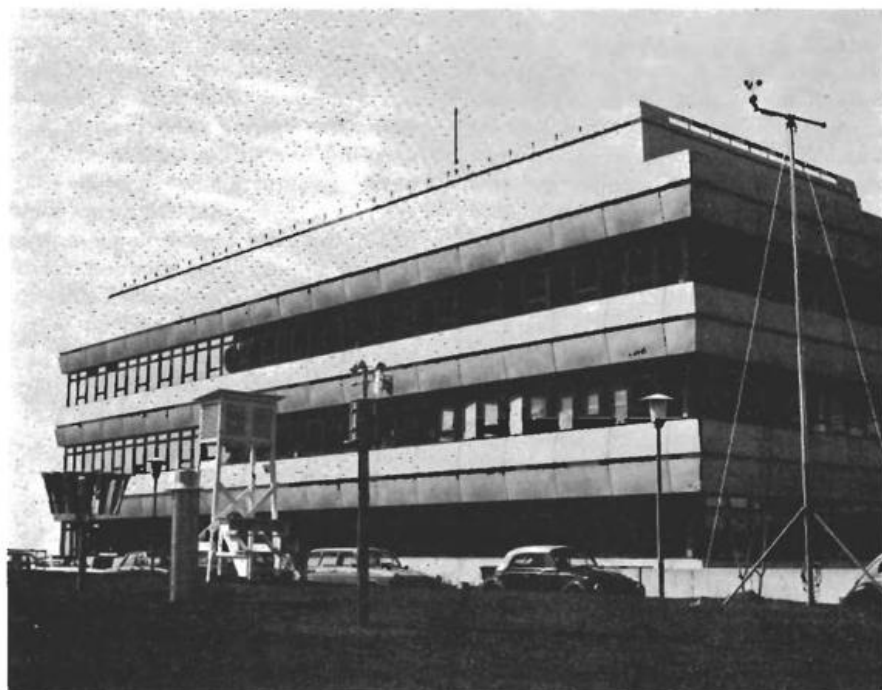
Geoff HISCOCK

Australian Information Service,  
Canberra, A.C.T.

(Übersetzung: Australian Embassy,  
Bonn)

## Institute stellen sich vor

### Der Lehrstuhl für Bioklimatologie der Universität Göttingen



In diesem Gebäude der „Neuen Universität“ ist im ersten Stock der Lehrstuhl für Bioklimatologie der Universität Göttingen untergebracht.

Wer Göttingen auf der Reise von Norden nach Süden oder umgekehrt, sei es auf der Autobahn oder mit dem Zug passiert, sieht im NE der Stadt am Abhang des Faßberges die hohen Betonbauten der „Neuen Universität“. Hierhin hat die alte, im Jahre 1737 gegründete, heute etwa 20 000 Studenten ausbildende Georg-August-Universität sich ausgedehnt, hier ist — mit freiem Blick vor allem nach Süden und Westen über das Leinetal hinweg — auch der „Lehrstuhl für Bioklimatologie“ untergebracht.

Dieser Lehrstuhl wurde im Jahre 1971 neu geschaffen und zum 1. September 1974 besetzt. Von der personellen Ausstattung her gesehen wohl der kleinste Meteorologie-Lehrstuhl in der Bundesrepublik (ein Professor: H. KRAUS; ein wissenschaftlicher Assistent: E. SCHALLER; ein technischer Angestellter und eine Sekretärin) vertritt er dies Fach in drei Fakultäten: in der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen, in der Forstlichen und in der Landwirtschaftlichen Fakultät.

#### Aufbau

Vor 2 Jahren begann der Aufbau des Lehrstuhls in sieben leeren Räumen mit Hilfe eines Fonds an Erstausrüstungs-

mitteln. Die Hilfe der Universitäts-Verwaltung und dem Fach naheliegender Institute war sehr erfreulich. Die Otto-Hahn-Bibliothek lieferte mit der Dauerleihgabe einiger Zeitschriften den Grundstock zu einer Bibliothek. Inzwischen wurde ein relativ zum Personalstand umfangreiches Lehrprogramm entfaltet, mit Forschungsarbeiten begonnen (teilweise mit Hilfe von Diplomanden), eine Plattform auf dem Dach des Gebäudes gebaut und instrumentiert und eine dem Praktikum dienende Beobachtungsstation auf einer Wiese vor dem Institutsgebäude eingerichtet.

#### Aufgaben

Die Verankerung in den drei genannten Fakultäten bestimmt im wesentlichen die Aufgaben des Lehrstuhls in Lehre und Forschung. In der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät ist die Meteorologie ein Fach der angewandten Physik und kann somit für die Diplom-Hauptprüfung in Physik als Fach der Diplomarbeit und als Prüfungsfach gewählt werden. Meteorologie steht auch zur Wahl als Prüfungsfach in der Diplom-Hauptprüfung in Geophysik. Eine eigene Meteorologen-Ausbildung (Diplom-Meteorologe) wird noch nicht angestrebt.

Alle ökologisch denkenden und arbeitenden Fächer bringen der Meteorologie ein großes Interesse entgegen, weil der Haushalt von Pflanzen und Beständen ohne Betrachtung der Wechselwirkung mit der Atmosphäre nicht sinnvoll beschrieben werden kann. Von daher muß auch der Name des Lehrstuhls verstanden werden. Die Biometeorologie befaßt sich mit der Wechselwirkung zwischen Atmosphäre und Organismen, wobei bei den Forstwissenschaftlern die Wechselwirkung mit dem Walde, bei den Landwirten die mit landwirtschaftlichen Kulturen und bei den Geobotanikern die mit den verschiedenartigen Ökosystemen (Landschaftseinheiten) im Vordergrund steht.

So ist die Meteorologie in der Forstlichen Fakultät ein Grundlagenfach (wie z. B. auch die Bodenkunde). Sie wird im Forstlichen Vorexamen geprüft. Die Landwirtschaftliche Fakultät hat die Meteorologie in ihrer Prüfungsordnung bisher nicht verankert. Sie erwartet vor allem die Beratung und Diskussion des meteorologischen Teilaspekts ökologischer Probleme.

#### Lehre

Die Lehre orientiert sich ganz an den dargestellten Aufgaben. So werden die Vorlesungen in der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät für Physiker und Geophysiker nach dem Vordiplom gehalten. Angeboten wird ein zweisemestriger Kurs (je zweistündig) „Einführung in die Meteorologie“, ein zweisemestriger Kurs „Physik der atmosphärischen Grenzschicht“, ferner (demnächst) Kurse über „Meteorologische Meßverfahren“ und „Atmosphärische Strahlung“. Der Stoff dieser Veranstaltungen wird in parallel laufenden Seminaren (auch je zweistündig) vertieft.

In der Forstlichen Fakultät sind es die Studierenden der ersten vier Semester, die „Meteorologie I“ und „Meteorologie II“ hören. Dabei wird Wert darauf gelegt, den zukünftigen Forstmeistern die naturwissenschaftliche Denkweise etwas nahe zu bringen. Ein einfaches „Praktikum“, das z. B. Anleitung zur Wetterbeobachtung, Umgang mit Instrumenten, Lesen von Wetterkarten enthält, kommt der praxisorientierten Denkweise dieser Studierenden entgegen. Für die Fortgeschrittenen wird die „Biometeorologie“ als Seminar oder Vorlesung angeboten. Die Studenten der Landwirtschaftlichen Fakultät nehmen an diesen Veranstaltungen vor allem dann teil, wenn ihre Arbeiten (z. B. Diplomarbeiten) sie in engere Berührung zur Meteorologie bringen.

## Forschung

Der Name des Lehrstuhls eröffnet von außen her eine Reihe von Wünschen über die Arbeitsrichtung. So wird ein Programm, das sich mit der Struktur der atmosphärischen Grenzschicht befassen soll, wohl allen am besten gerecht. Einmal sind dabei noch eine Reihe von physikalischen Problemen offen oder nur teilweise gelöst, andererseits läßt sich die Wechselwirkung Atmosphäre-Lebewesen ohne eine detaillierte Kenntnis der Grenzschichtprozesse nicht verstehen oder durch Modelle beschreiben. Es ist sicher zu früh, derzeit — d. h. bevor noch die experimentelle Ausrüstung des Lehrstuhls vollständig geliefert ist — viele Details eines Planes zu beschreiben. Geplant sind Experimente mit Struktursonden und die Messung der bodennahen Profile und Flüsse (als Background-Information) mit einer automatischen Datenerfassungsanlage. Der dabei verwendete Kleinrechner steht in Zeiten, in denen kein Experiment stattfindet, als Institutsrechner (z. B. für kleine Modelle) zur Verfügung. Alle Überlegungen sollen auch die Struktur der Strahlungsdivergenzen mit einbeziehen. Hier liegen bereits erste Modellrechnungen und Auswertungen von (früher gewonnenen) Meßdaten vor.

## Geschichtliches

Wenn auch der Lehrstuhl für Bioklimatologie noch keine Geschichte hat, so ist die Meteorologie in Göttingen doch schon lange vertreten. Hier wirkte seit 1904 LUDWIG PRANDTL, der 1925 zum ersten Direktor des neu gegründeten Kaiser-Wilhelm-Instituts für Strömungsforschung berufen wurde, und der dies Institut (nach dem Kriege Max-Planck-Institut für Strömungsforschung) bis Ende 1946 leitete. Unter PRANDTL's Mitarbeitern befanden sich stets solche, die an meteorologischen Problemen arbeiteten, so seit 1946 E. KLEINSCHMIDT. Dieser befaßte sich vor allem mit der Theorie der Zyklonenbildung und vertrat von 1954 bis zu seinem Tode (1971) auch die Lehre in der Meteorologie an der Universität Göttingen mit einem viersemestrigen Zyklus mit Vorlesungen über Allgemeine Meteorologie, Strahlung und Wärmehaushalt, Thermodynamik und Dynamische Meteorologie.

Auch das Institut für Geophysik stand der Meteorologie stets sehr nahe. Erinnerung sei an die Arbeiten von J. BARTELS und seines Nachfolgers M. SIEBERT über atmosphärische Gezeiten. Man sollte als Beispiel auch die Arbeiten von G. A. SUCKSTORFF erwähnen, der zu Beginn des 2. Weltkrieges fiel

und der, wie auch andere Kollegen aus dem Institut für Geophysik, Meteorologie an der Forstlichen Fakultät (damals Forstliche Hochschule in Hann.-Münden) las.

## Ausblick

Die Anwendung des meteorologischen Wissens und somit auch Forschung und Lehre in diesem Fachgebiet spielen in unserem Leben eine zunehmende Rolle. Das hat man anderswo (z. B. in den USA und in der UdSSR) vielleicht besser erkannt als bei uns. Das Beispiel der Universität Göttingen zeigt, daß deshalb die Meteorologie auch an solchen Universitäten sinnvoll vertreten werden kann, an denen keine spezielle Meteorologenausbildung betrieben wird.

H. KRAUS, Göttingen

## Nachtrag zu Heft 1' 76

### Promotionen

JAEGER, Lutz (Uni Freiburg)  
Globalbilanzen von Niederschlägen

WEISE, Herbert (Uni Freiburg)  
Entwicklung eines Dreikomponenten-Schall-Windmessers zur Ausmessung turbulenter Windfelder

## Wichtige Neuerscheinungen

- JONES, A. V.  
Aurora.  
Dordrecht/Holland; Boston/U.S.A.:  
D. Reidel 1974, XVI, 301 S.
- RILEY, D.; SPOLTON, L.  
World weather and climate.  
Cambridge: Cambridge Univ. Pr.  
1974. VII, 120 S.
- VILLENEUVE, G. O. et al.  
Glossaire de météorologie et de climatologie.  
Québec: Chronoma, Les Presses de l'Univ. Laval 1974. 560 S.
- DUFOUR, L.; VAN MIEGHEM, J.  
Thermodynamique de l'atmosphère.  
Uccle: Inst. Roy Météorol de Belgique  
1975. 278 S.
- BEER, T.  
Atmospheric waves.  
London: Adam Hilger 1975 (Reprint). XII, 300 S.
- ERIKSEN, W.  
Probleme der Stadt- und Gelände-  
klimatologie.  
Darmstadt: Wiss. Buchges. 1975.  
VII, 114 S., 1 Faltkt.
- FINGER, F. G.; MCINTURFF, R. M.  
Applications of satellite data to  
aeronautical meteorology.  
Geneva: World Meteor. Organiz.  
1975. X, 93 S. = WMO-No. 413 =  
Techn. Note No. 142.
- HAENSEL, Chr.  
Klimaänderungen — Erscheinungs-  
formen und Ursachen. Mit 22 Abb.  
Leipzig: B. G. Teubner Verl.-Ges.  
1975. 98 S.
- HEYER, E.  
Witterung und Klima. Eine allge-  
meine Klimatologie. 3., verb. Aufl.  
Leipzig: B. G. Teubner Verl.-Ges.  
1975. 460 S., 16 S., Bildtaf., 2 Faltbl.
- MASON, B. J.  
Clouds, rain and rainmaking. 2nd  
ed.  
Cambridge: Cambridge Univ. Pr.  
1975. VIII, 189 S.
- PEYINGHAUS, W.  
Berechnung der diabatischen Strah-  
lungsheizung der Atmosphäre für  
Winter und Sommer.  
Opladen: Westdeutscher Verl. 1975.  
III, 49 S.
- SCHEIDEGGER, A. E.  
Physical aspects of natural cata-  
strophes.  
Amsterdam, Oxford; New York:  
Elsevier 1975. XIII, 289 S.
- SIMMONS, D. M.  
Wind power.  
Park Ridge/N.J.; London/England:  
Noyes Data Corp. 1975. X, 300 S.
- VALKO, P.  
Sonnenbestrahlung von Gebäuden  
für verschiedene Bauformen und  
Fassadenrichtungen.  
Bern u. Stuttgart: Hallwag 1975. XII,  
61 S.
- ROGERS, R. R.  
A short course in cloud physics.  
Oxford: Pergamon 1976. XII, 227 S.

### **Anschriften der Autoren**

Dr. W. Edelmann

Deutscher Wetterdienst, Zentralamt  
Frankfurter Str. 135  
6050 Offenbach

Prof. Dr. G. Fischer

Meteorologisches Institut der Universität Hamburg  
Bundesstraße 55  
2000 Hamburg 13

Prof. Dr. K. Hinkelmann

Meteorologisches Institut der Universität Mainz  
Anselm-F.-von-Bentzel-Weg 12  
6500 Mainz

Prof. Dr. H. Reiser

Deutscher Wetterdienst, Zentralamt  
Frankfurter Str. 135  
6050 Offenbach

### **Bisher wurden folgende Themen in *promet* behandelt:**

Jg. 1, H. 1/2'71	Mikro- und Makroturbulenz
Jg. 2, H. 1'72	Numerische Vorhersage
2'72	Satellitenmeteorologie I
3'72	Satellitenmeteorologie II
4'72	Wolkenphysik
Jg. 3, H. 1'73	Das Barotrope Modell
2'73	Geschichte der meteorologischen Strahlungsforschung
3'73	Meßtechnik und Automation
4'73	Technoklimatologie
Jg. 4, H. 1'74	Die Grenzschicht der Atmosphäre
2'74	Medizinmeteorologie
3'74	Instrumente und Methoden
4'74	Vorhersageprüfung
Jg. 5, H. 1'75	Agrarmeteorologie heute
2'75	Die chemische Zusammensetzung der unteren Atmosphäre. I. Die Gase
3'75	Die chemische Zusammensetzung der unteren Atmosphäre II. Die Aerosole
4'75	GATE, Das tropische Experiment des Global Atmospheric Research Programme
Jg. 6, H. 1'76	GATE, Das tropische Experiment des Global Atmospheric Research Programme
2'76	Die Allgemeine Zirkulation der Atmosphäre

---

### **Manuskriptsendungen werden erbeten an**

Hauptschriftleitung „*promet*“  
Herrn Dipl.-Ing. A. Hofmann  
Theodor-Storm-Str. 35  
6380 Bad Homburg  
oder  
Deutscher Wetterdienst  
— Zentralamt —  
Frankfurter Straße 135  
6050 Offenbach (Main)