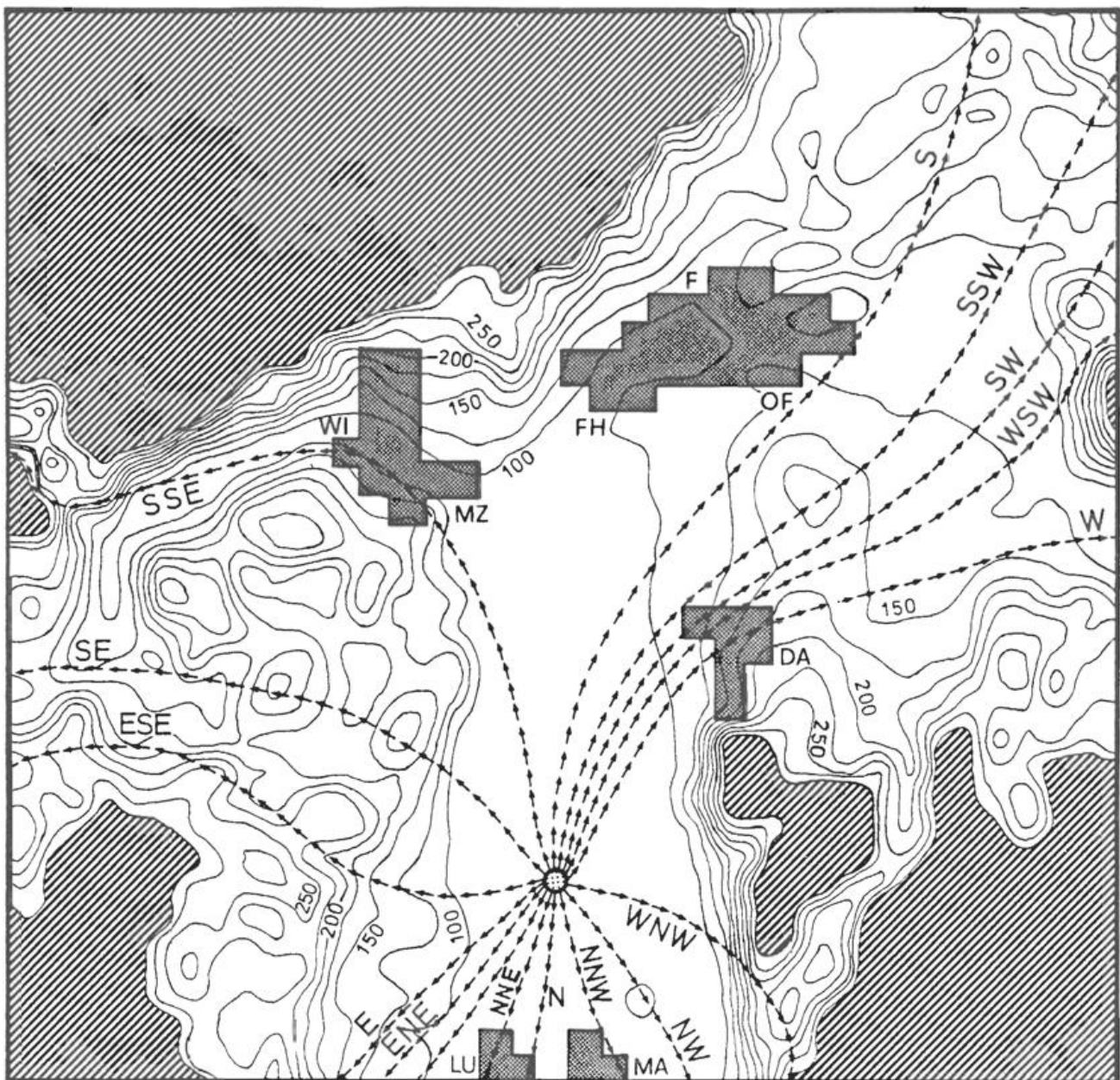


Transport und turbulente Diffusion von Luftbeimengungen



Herausgeber

Deutscher Wetterdienst

HauptschriftleiterM. Schlegel
Frankfurter Straße 135
6050 Offenbach am Main**Redaktionsausschuß**A. Baumgartner (München)
H. Fiedler (Karlsruhe)
H.-W. Georgii (Frankfurt)
H. Hinzpeter (Hamburg)
E. Lingelbach (Offenbach)
H. Reiser (Offenbach)
R. Simonis (Offenbach)
S. Uhlig (Traben-Trarbach)
F. Wippermann (Darmstadt)**Zum Titelbild**

Berechnete Trajektorien für 16 verschiedene Windrichtungen des großräumigen Windes unter einer starken Inversion über einem inhomogenen, durch Berge begrenzten Gelände (siehe Beitrag 10 von F. WIPPERMANN S. 40 ff.).

promet erscheint im Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes – Zentralamt – Frankfurter Straße 135, 6050 Offenbach am Main. Bezugspreis pro Jahrgang (4 Hefte) DM 32,-, Einzelheft DM 8,50.

Für den Inhalt der Arbeiten sind die Autoren verantwortlich. Alle Rechte bleiben vorbehalten.

Druck: Schön & Wetzel GmbH, Offenbacher Landstraße 368, 6000 Frankfurt (Main).

ISSN 0340-4552

Meteorologische Fortbildung

11. Jahrgang, Heft 2/3, 1981

Thema dieses Heftes.

Transport und turbulente Diffusion von Luftbeimengungen
(Fachliche Redaktion: H. FORTAK, Berlin)

Beiträge	Seite
Einführung	1
H. FORTAK	
1 Die klassische Ausbreitungsrechnung und ungelöste Probleme	1
H. WENGLE	
2 Numerische Berechnung der Ausbreitung hinter einer Punktquelle	3
K. GASIOROWSKI	
3 Einheitsbeschreibung der Diffusion und Transformation der Eulerschen in die Lagrangesche Korrelationsfunktion	8
H. REUTER	
4 Die Ausbreitung von Schadgasen bei Inversionswetterlagen	14
H. FORTAK	
5 Einbeziehung von Sedimentation und Konvektion in die Ausbreitungsrechnung	17
M. SCHATZMANN	
6 Neue Ansätze zur Schornsteinüberhöhungsrechnung	21
K. NESTER	
7 Numerische Simulation der Überlagerung von Kühlturmflüssen	26
H. WENGLE	
8 Transport und turbulente Diffusion im Einflußbereich eines Stadtgebietes	29
M. DUNST	
9 Über den Einfluß besonderer meteorologischer Bedingungen auf Ausbreitungsvorgänge in der PBL	34
F. WIPPERMANN	
10 Trajektorien unter einer starken Temperaturinversion in gebirgigem Gelände	40
G. TANGERMANN-DLUGI	
11 Modellrechnungen zur Schadstoffausbreitung in inhomogenem Gelände	44
J. PANKRATH	
12 Modellentwicklung beim weiträumigen Transport von Luftverunreinigungen	48
E. PLATE und A. LOHMEYER	
13 Anwendung des Windkanals bei Immissionsproblemen	54
Aus dem Deutschen Wetterdienst	
Stand der Wettervorhersage im DWD	59
Das interessante Satellitenbild	
Der Taifun „TIP“ und seine Zugbahn	60
Habilitationen, Promotionen und Diplom-Hauptprüfungen im Fach Meteorologie an den Universitäten der Bundesrepublik Deutschland und West-Berlin im Jahre 1980	61

Thema dieses Heftes

Transport und turbulente Diffusion von Luftbeimengungen

Einführung

Während der vergangenen Dekade hat die praktische Anwendung der Theorie des Transportes und der turbulenten Diffusion von Luftbeimengungen (kurz „Ausbreitungsrechnung“ genannt) im Zusammenhang mit dem wachsenden Umweltschutzbewußtsein von Öffentlichkeit und Behörden eine unerwartet hohe Bedeutung erlangt.

In der Bundesrepublik Deutschland begannen koordinierte Bemühungen auf dem Gebiet der Ausbreitungsrechnung im Jahre 1958 innerhalb der VDI-Kommission „Reinhaltung der Luft“. Die Arbeiten des Ausschusses „Ausbreitung und Niederschlag von Staub und Gasen“ führten im Juni 1963 zur Veröffentlichung der „VDI-Richtlinie 2289“, die wichtige Grundlagen für die „Technische Anleitung zur Reinhaltung der Luft“ vom September 1964 bereitstellte. Die Möglichkeit einer rechnerischen Ermittlung der SO_2 -Grundbelastung aus Emissionsdaten sowie die zugehörige meßtechnische Verifikation, durchgeführt am Beispiel der Stadt Bremen während der Jahre 1964/67, bildete die Grundlage der sog. „Raffinerierichtlinie“ vom Mai 1975.

Trotz sehr einfacher Modellvorstellungen und trotz wenig befriedigender Kenntnis über die Ausbreitungsparameter haben sich die erwähnten Richtlinien in der Praxis offensichtlich bewährt. Bemühungen um Verbesserungen auf Seiten der Modelle sowie auf Seiten der Modellparameter setzten jedoch im o. a. VDI-Ausschuß unmittelbar nach Verabschiedung der VDI-Richtlinie 2289 ab 1962 ein und werden seitdem in weiten wissenschaftlich-technischen Bereichen innerhalb der Bundesrepublik intensiv durchgeführt.

Für die Anwendung des bisher bewährten Modells einer biaxialen Normalverteilung der Konzentration in Querschnitten senkrecht zur Windrichtung (Gauss-Modell) werden Verbesserungen hinsichtlich des Zusammenhanges zwischen meteorologischen Ausbreitungsbedingungen und zugehörigen Ausbreitungsparametern angestrebt, bezüglich des thermischen Aufsteigens der Rauchfahne bemüht man sich noch um ein besseres Verständnis der Grundlagen, und man versucht, neben einer Berücksichtigung des Einflusses der thermischen Konvektion, derartig einfache Modelle auch für die Berechnung des Staubniederschlages zu verwenden. Dabei stehen heute einerseits extrem hohe Einzelquellen im Mittelpunkt des Interesses, andererseits aber auch ganze Industriekomplexe mit ihrer Vielzahl von identifizierbaren und diffusen Quellen. Das Ziel dieser Bemühungen liegt in einer Verbesserung der Simulation von Immissionsklimatologien, welche zunehmend für Genehmigungsverfahren Bedeutung gewonnen haben.

Zunehmend gewinnen jedoch Probleme an Bedeutung, die prinzipiell nicht mit Hilfe des erwähnten Modells, auch nicht in „verbesselter“ Form, gelöst werden können. Hier sei nur das Problem der kurzfristigen Emission (Störfall) genannt sowie das Problem der Ausbreitung über topographisch stark gegliedertem Untergrund, wobei es sich im letzteren Falle auch um Anordnungen von verschiedenen großen Gebäuden im Ausbreitungsraum handeln kann. Im Unterschied zur Behandlung einfacher Probleme, bei denen man von den Vorstellungen der Lagrangeschen (nicht-Fickschen) Diffusion ausgehen kann, handelt es sich hier um Modelle im Eulerschen Sinne, bei denen jedoch die verwendeten Ausbreitungsparameter in Beziehung zur Struktur der Grenzschicht und in Beziehung zur Lagrangeschen Struktur der Ausbreitung selbst gesetzt werden müssen. Hier liegen noch viele prinzipielle Probleme ungelöst vor.

Der seit 1958 bestehende VDI-Ausschuß, heute unter dem Namen „Transport und turbulente Diffusion“ wirkend, hat sich parallel zu den Aktivitäten an vielen Hochschulen, Forschungsinstituten und Behörden kontinuierlich diesen neu anfallenden Problemen gestellt. Sein seit dem Beginn bestehender Unterausschuß „Theorie der Ausbreitung – Grundlagen des Transportes und der turbulenten Diffusion“ veranstaltete im Dezember 1979 im Physikzentrum Bad Honnef ein von der Wilhelm Heinrich- und Else Heraeus-Stiftung gefördertes Seminar zwecks Vorstellung und Diskussion neuer Entdeckungen auf dem Gebiet „Numerische Modellrechnungen zur Ausbreitung von Luftbeimengungen“. Die Ergebnisse dieses Seminars sollen in diesem Heft der meteorologischen Öffentlichkeit zur Kenntnis gebracht werden.

1

H. FORTAK, Berlin

Die klassische Ausbreitungsrechnung und ihre Grenzen

Folgende Modellvorstellung liegt der klassischen Ausbreitungsrechnung zugrunde: Oberhalb der als eben angenommenen Erdoberfläche befindet sich in einer zur Windrichtung senkrechten vertikalen Querschnittsfläche eine stationäre zweidimensionale Schadstoffquelle. Diese setzt pro Flächeneinheit kontinuierlich eine Schadstoffmenge q [kg/s] frei. Die Schadstoffe sind chemisch stabil, werden somit nicht in der Atmosphäre umgewandelt. Mit der höhenkonstanten Windgeschwindigkeit U werden andere

Querschnittsflächen von Luv nach Lee transportiert. Diese nehmen beim Passieren der Quell-Querschnittsfläche jeweils die Schadstoffmenge q [kg/s]/ U [m/s] pro Flächeneinheit auf. Diese Schadstoffmenge verbleibt in der betreffenden Querschnittsfläche unabhängig von den Vorgängen in den benachbarten Querschnittsflächen und breitet sich dort gemäß den statistischen Gesetzen der turbulenten Diffusion aus. Ein mit der Querschnittsfläche mitbewegter Beobachter stellt dabei einen instationären Lagrangeschen

Ausbreitungsvorgang fest, während ein ruhender Beobachter, der alle Querschnittsflächen im Blick hat, einen stationären Eulerschen Ausbreitungsvorgang beobachtet. Nimmt man an, daß sich in der Höhe H über dem Erdboden eine singuläre Flächenquelle der Einheits-Quellstärke befindet und läßt man eine anisotrope Ausbreitung innerhalb der Querschnittsfläche zu, dann zeigen die einfachsten statistischen Betrachtungen, daß eine biaxiale (zweidimensionale) Normalverteilung (Gauss-Verteilung) der Form

$$\Psi(y, z, \tau) = \frac{\exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(\tau)}\right]}{\sqrt{2\pi}\sigma_y(\tau)} \frac{\exp\left[-\frac{(H-z)^2}{2\sigma_z^2(\tau)}\right]}{\sqrt{2\pi}\sigma_z(\tau)} \quad [1]$$

den Ausbreitungsvorgang um eine zur „Reisezeit“ $\tau = 0$ singuläre Einheitsquelle für alle späteren Reisezeiten $\tau > 0$ beschreibt.

Der Mittelwert der Verteilung liegt konstant im Punkt $y = 0$, $z = H$ der Querschnittsfläche, die Standardabweichungen (Streuungen) sind Funktionen der Reisezeit und steuern somit allein den turbulenten Diffusionsprozeß. Die Konzentration, hervorgerufen durch eine Quelle der o.a. Quellstärke, ist durch $S = q\Psi/U$ gegeben.

Es ist zu erwarten, daß die Standardabweichungen in Beziehung zur Struktur des turbulenten Feldes stehen müssen. Diese Struktur wird im gesamten Raum (x, y, z) als konstant angenommen. Hierauf geht die Ableitung von (1) aber nicht ein, sondern es wird nur festgestellt, daß die Standardabweichungen σ_y, σ_z über die sog. zweiten Momente implizit mit der gesuchten Verteilung selbst zusammenhängen.

Diese fatale Situation wird in der statistischen Theorie der turbulenten Diffusion durch die Herleitung von Zusammenhängen zwischen den Standardabweichungen und gewissen Eigenschaften des turbulenten Strömungsfeldes zu beheben versucht. Ein Beispiel (DAMMAN 1972) wäre

$$\sigma^2(\tau) = \tau^2 \overline{v^2} \int_0^\infty \frac{\sin^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)^2} S_N(\omega) d\omega \quad (2)$$

mit dem Erwartungswert $\overline{v^2}$ der (zweifachen) turbulenten kinetischen Energie sowie dem normierten Dichtespektrum $S_N(\omega)$ der Geschwindigkeitskomponente v . In Gleichung (2) ist alles unabhängig vom Ort innerhalb der Querschnittsfläche, lediglich eine Abhängigkeit von der Stabilität der vertikalen Schichtung läßt sich über $\overline{v^2}$ und $S_N(\omega)$ in die Standardabweichungen einführen.

Gleichung (1) gilt für die allseits unbegrenzte Querschnittsfläche. Will man am Erdboden den turbulenten Vertikaltransport unterbinden, dann gelangt man zur Randbedingung $\partial\Psi/\partial z = 0$ für $z = 0$ (Reflexionsrandbedingung), die sich leicht erfüllen läßt, wenn man zu (1) den gleichen Ausdruck, jedoch mit dem Argument $H+z$ des zweiten Faktors addiert (Spiegelungsmethode). Eine Randbedingung, die Absorption an der Erdoberfläche zulassen würde

$$-K_z(\tau) \frac{\partial S}{\partial z} = -v_d S : z = 0 \quad (3)$$

wobei $K_z(\tau)$ [m^2/s] der Lagrangesche Diffusionskoeffizient und v_d [m/s] die Ablagerungsgeschwindigkeit bedeuten, läßt sich schon nicht mehr durch einfache Spiegelungsverfahren erfüllen.

Hier, und in anderen Fällen, hilft die Feststellung weiter, daß (1), bzw. S eine Grundlösung der Lagrangeschen Diffusionsgleichung (Fokker-Planck-Gleichung)

$$\frac{\partial S}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\sigma_y^2(\tau)}{2} \right] \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\sigma_z^2(\tau)}{2} \right] \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \quad (4)$$

ist. Die Ableitungen nach der Reisezeit τ würde ein mitbewegter Beobachter feststellen können. Numerische Lösungen von (4) gestatten die Lösung von Problemen, die sehr komplexe Randbedingungen an der Erdoberfläche sowie an einer in der Höhe evtl. vorhandenen Sperrschicht (Inversion) beinhalten.

Oft schreibt man (4) unter Verwendung von $U = x/\tau$ in der gemischt Euler-Lagrangeschen Form

$$U \frac{\partial S}{\partial x} = K_y \left(\frac{x}{U}\right) \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + K_z \left(\frac{x}{U}\right) \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \quad (5)$$

unter Verwendung von Lagrangeschen Diffusionskoeffizienten $K(x/U) = U \frac{\partial}{\partial X} [\sigma^2(x/U)/2]$.

Man erkennt die Grenzen dieses Ausbreitungsmodells für die praktische Anwendung sehr leicht: Die vertikal inhomogene Struktur der planetarischen Grenzschicht muß durch vertikale Mittelwerte von Wind- und Turbulenzfeld modelliert werden, topographische Effekte lassen sich überhaupt nicht, Prozesse der chemischen Umwandlungen in der Atmosphäre sowie Absorption an der Erdoberfläche lassen sich verhältnismäßig schwer behandeln. Weiterhin muß die Windgeschwindigkeit U ausreichend groß sein, um die Vernachlässigung von Wechselwirkungen zwischen den wandernden Querschnittsflächen zu rechtfertigen. Außerdem benötigt man gute Theorien für die Berechnung des thermischen Aufsteigens heißer Abgase unter allen meteorologischen Bedingungen, um die „effektive“ Quellhöhe H festlegen zu können.

Die klassische Ausbreitungsrechnung beschränkt den einfachsten Weg, der denkbar ist: Die Verteilungsfunktion (1) wurde von vornherein als Modellgleichung zur Beschreibung der Ausbreitung in den wandernden Querschnittsflächen angesetzt, die gespiegelte Verteilung wurde dazuaddiert und die Standardabweichungen wurden bei definierter Quellhöhe (kalte Quellen) sowie unter Zugrundelegung einer geeignet definierten Transportgeschwindigkeit U am Erdboden gemessen. Dabei ergaben sich formal Darstellungen der Art

$$\sigma_y = F x^f; \sigma_z = G x^g \quad (6)$$

mit Parametern F, G, f, g , die von der meteorologischen Situation (Stabilitätsklasse) abhängen.

Für die praktische Anwendung (Richtlinien zur Berechnung von Schornsteinmindsthöhen) sind von besonderem Interesse die Entfernung der maximalen Bodenkonzentration auf der projizierten Rauchfahnenachse, d.h. x_{\max} sowie diese selbst, d.h. S_{\max} . Mit der Abkürzung $2\tau = (f+g)/g$ erhält man

$$x_{\max} = \left[\frac{H}{G\sqrt{2\tau}} \right]^{1/g}; S_{\max} = \frac{q}{\pi U} \frac{e^{-r}}{F G x_{\max}^{2\tau g}} \quad (7)$$

Verwendet man dagegen die vollständige Konzentrationsverteilung an der Erdoberfläche, d.h.

$$S(x, y, 0) = \frac{2q}{U} \frac{\exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)}\right]}{\sqrt{2\pi}\sigma_y(x)} \frac{\exp\left[-\frac{H^2}{2\sigma_z^2(x)}\right]}{\sqrt{2\pi}\sigma_z(x)},$$

die unter der Annahme der Reflexionsrandbedingung gilt,

H. WENGLER, München

2 Numerische Berechnung der Ausbreitung hinter einer Punktquelle

1 Einleitung

Zur Vorhersage der Ausbreitung einer Beimengung in einem dreidimensionalen und zeitabhängigen turbulenten Strömungsfeld muß eine Transportgleichung für den advektiven und turbulent-diffusiven Transport der mittleren Konzentration dieser Beimengung gelöst werden. Diese Transportgleichung, manchmal auch mit dem Namen „atmosphärische Diffusionsgleichung“ versehen, ist ein mathematisches Modell für den Ausbreitungsvorgang; sie besitzt nur für sehr weitgehende Vereinfachungen analytische Lösungen. So sind z.B. die bekannten Gaußschen Ausbreitungsmodelle analytische Lösungen des vereinfachten mathematischen Modells. Bei vielen praktischen Fragestellungen können solche Vereinfachungen (z.B. konstantes, stationäres Geschwindigkeitsfeld, konstanter turbulenter Transportkoeffizient) nicht mehr als dem Problem angemessen angesehen werden, und wir müssen die gesuchten Konzentrationsfelder numerisch berechnen.

Wenn wir eine partielle Differentialrechnung numerisch lösen wollen, müssen wir uns zuerst für ein „numerisches Lösungsverfahren“ entscheiden. Hierbei erleiden wir die Qual der Wahl, denn es gibt eine Vielzahl von ganz unterschiedlichen Methoden und es ist nahezu unmöglich, zu sagen, welche denn nun für das vorliegende Problem das beste, effizienteste, einfachste, genaueste, ... Verfahren ist. In der Regel trifft man eine bestimmte Wahl, weil man bereits Erfahrungen mit dieser Methode gesammelt hat (was bestimmt nicht das schlechteste Auswahlkriterium ist) oder es steht ein fertiges Programm zur Verfügung (was für dreidimensionale und zeitabhängige Probleme selten der Fall ist) oder man entscheidet sich für ein „klassisches“ Verfahren, d.h. ein Verfahren, über welches in der Literatur schon eine Menge Erfahrung vorliegt; dazu gehören z.B. die „Differenzenverfahren“. Alle numerischen Lösungsversuche haben jedoch ein und denselben Zweck: die kontinuierliche partielle Differentialgleichung (die für jeden beliebigen Zeitpunkt an jedem beliebigen Ort eine Lösung liefern würde, wenn wir sie analytisch lösen könnten) wird auf eine endliche Anzahl von Bestimmungsgleichungen reduziert (die für bestimmte diskrete Zeitpunkte an bestimmten diskreten Orten eine Näherungslösung liefern).

Eine Entscheidung für ein nicht-klassisches Verfahren ist immer riskant; man hat in der Regel an zwei Fronten zu kämpfen: auf der einen Seite gibt es Probleme mit dem „neuen“, noch relativ unerprobten Verfahren, auf der anderen Seite gibt es Probleme mit der eigentlichen, physikalisch oder praktisch orientierten Fragestellung. Zur Zeit sind die klassischen Differenzenverfahren immer noch als die Favo-

riten anzusehen — aber nicht auf allen Gebieten. So wurde z.B. von VILLADSEN und STEWART (1967) eine numerische Lösungsmethode mit dem Namen „orthogonale Kollokation“ wiederentdeckt, die schon 1937 von FRAZER, JONES und SKAN als brauchbare Methode zur numerischen Lösung von Differentialgleichungen vorgeschlagen wurde. Seit den späten 60er Jahren wird die „orthogonale Kollokation“ mit Erfolg angewendet und zwar fast ausschließlich im Bereich Chemie-Ingenieurwesen zur Lösung von Transportproblemen (vorwiegend diffuser Transport) und von Problemen im Zusammenhang mit chemischen Reaktoren (z.B. Verlauf nichtlinearer chemischer Reaktionen). Interessanterweise wurde Anfang der 70er Jahre im Bereich Strömungsphysik von ORSZAG (1971) eine numerische Lösungsmethode mit dem Namen „Pseudo-Spektralmethode“ (ebenfalls eine Kollokationsmethode) entwickelt und erfolgreich zur direkten numerischen Simulation von Turbulenz verwendet (vorwiegend nichtlinearer advektiver Transport). Es ergibt sich hieraus die neugierige Frage, ob „orthogonale Kollokation“ nicht auch ein effizientes numerisches Lösungsverfahren für Ausbreitungsrechnungen sein könnte und wie es gegebenenfalls auf das allgemeine Problem der dreidimensionalen und zeitabhängigen Ausbreitung hinter einer Punktquelle anzuwenden ist.

2 Dimensionslose Form der Transportgleichung

Die Ausbreitung einer Luftbeimengung hinter einer Punktquelle erfolgt einmal advektiv durch ein gegebenes mittleres Geschwindigkeitsfeld mit den drei Komponenten $u(x, y, z, t)$, $v(x, y, z, t)$ und $w(x, y, z, t)$ und zusätzlich durch die überlagerte Geschwindigkeitsschwankung, deren Wirkung häufig als turbulent-diffusiver Transport beschrieben wird und durch die drei turbulenten Transportkoeffizienten $K_{xx}(x, y, z, t)$, $K_{yy}(x, y, z, t)$ und $K_{zz}(x, y, z, t)$ charakterisiert sei. Die Transportgleichung für die mittlere Konzentration $c(x, y, z, t)$ der Beimengung besteht dann aus den Anteilen „lokale zeitliche Veränderung“ (I), „advektiver Transport“ (II) und „turbulent-diffusiver Transport“ (III):

Literatur

DAMMAN, J.: Die Verdunstung als Problem der turbulenten Diffusion in der Atmosphäre. Ber. Inst. f. Meteorol. u. Klim. d. TU Hannover, Nr. 8 (1972).

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} =$$

(I) ← (II) →

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (1)$$

← (III) →

Wir wollen noch annehmen, daß der turbulente Transport in Hauptströmungsrichtung (x) gegenüber dem advektiven Transport vernachlässigbar sei und $u(x, y, z, t)$ nur positive Werte annimmt. Bezüglich dieser x-Richtung erhalten wir dadurch ein sogenanntes parabolisches Problem, d.h. wir können die Lösung nicht nur in Zeitrichtung, sondern auch in x-Richtung durch einfaches Fortschreiten in positiver Richtung berechnen. Statt (1) lösen wir also (2):

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (2)$$

Das Ausbreitungsproblem ist jedoch erst dann mathematisch vollständig beschrieben, wenn die zugehörigen Anfangs- und Randbedingungen angegeben werden. Wir nehmen an, daß zum Zeitpunkt $t=0$ die Konzentration c überall gleich Null sei und die Punktquelle in der Position $(x_s = 0, y_s, z_s)$ beginnt, mit konstanter Rate S (g/s) zu emittieren. Am Erdboden ($z=0$) soll kein vertikaler Transport erfolgen, d.h. $K_{zz} \partial c / \partial z = 0$. In großer Höhe ($z=H$) und in y-Richtung weit entfernt von der „Rauchfahne“ ($y=0, y=y_{\max}$) soll die Konzentration bereits vernachlässigbar klein geworden sein. Mathematisch formuliert lauten diese Anfangs- und Randbedingungen:

$$\begin{aligned} t = 0: c(x, y, z, 0) &= 0 & (3) \\ z = 0: K_{zz} \frac{\partial c}{\partial z} &= 0 & y = 0: c(x, 0, z, t) = 0 \\ z = H: c(x, y, H, t) &= 0 & y = y_{\max}: c(x, y_{\max}, z, t) = 0 \\ x = 0: c(0, y, z, t) &= \frac{S}{u(0, y_s, z_s, t)} \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) \end{aligned}$$

Die letzte Randbedingung bei $x=0$ (Quellenbedingung) bedeutet, daß die Masse, die pro Zeiteinheit durch eine sehr kleine senkrechte Fläche hinter der Punktquelle transportiert wird, gleich der Emissionsrate der Quelle ist; $\delta(y - y_s)$ und $\delta(z - z_s)$ sind sogenannte Delta-Funktionen, die nur für $y = y_s$ bzw. $z = z_s$ den Wert 1 und sonst den Wert 0 besitzen. Aus dieser Bedingung läßt sich ein Konzentrationswert an der Position der Quelle berechnen, welcher der Emissionsrate S entspricht.

Die Transportgleichung (2) und die Anfangs- und Randbedingungen (3) enthalten dimensionsbehaftete Größen (z.B. c (g/m³), S (g/s), K_{zz} (m²/s)). Es ist häufig viel bequemer, dimensionslose Größen zu verwenden. Wir entscheiden uns für eine charakteristische Länge H des Problems, eine charakteristische Geschwindigkeit $u(H)$ des Problems und sind damit bereits auf eine charakteristische Zeit $H/u(H)$ des Problems festgelegt. Die sich ergebenden dimensionslosen Größen (mit Großbuchstaben bezeichnet) lauten damit:

$$\begin{aligned} X = x/H, Y = y/H, Z = z/H, T = tu(H)/H, U = u/u(H), \\ V = v/u(H), W = w/u(H), K2 = K_{yy}/u(H)H, K3 = \\ K_{zz}/u(H)H \text{ und } C = cu(H)H^2/S \end{aligned} \quad (4)$$

Die hier getroffene Wahl für charakteristische Länge und Geschwindigkeit (bzw. Zeit) hat den Vorteil, daß die Quellstärke nicht mehr in der dimensionslosen Formulierung auftaucht, die sich einfach durch Einsetzen von (4) in (2) und (3) ergibt:

$$\frac{\partial C}{\partial T} + U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} + W \frac{\partial C}{\partial Z} =$$

(5)

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left(K2 \frac{\partial C}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(K3 \frac{\partial C}{\partial Z} \right)$$

$$\begin{aligned} T = 0: C(X, Y, Z, 0) &= 0 \\ Z = 0: (K3 \cdot \partial C / \partial Z)(X, Y, 0, T) &= 0 \\ Z = 1: C(X, Y, 1, T) &= 0 \\ Y = 0: C(X, 0, Z, T) &= 0 & (6) \\ Y = Y_{\max}: C(X, Y_{\max}, Z, T) &= 0 \\ X = 0: C(0, Y, Z, T) &= \delta(Y - Y_s) \cdot \delta(Z - Z_s) / U(0, Y_s, \\ & \quad Z_s, T) \end{aligned}$$

Das Ausbreitungsproblem (5) und (6) soll nun mit dem numerischen Lösungsverfahren „orthogonale Kollokation“ gelöst werden. Im folgenden Abschnitt wird zuerst das Prinzip des Verfahrens und die grundsätzliche Vorgehensweise bei der Anwendung erklärt werden.

3 Das Prinzip der „orthogonalen Kollokation“

Wie bereits erwähnt, hat ein numerisches Lösungsverfahren zum Ziel, das kontinuierliche System (5) und (6) auf einen endlichen Satz von Bestimmungsgleichungen zu reduzieren. Bei Differenzenverfahren geschieht dies dadurch, daß an einem diskreten Punkt die partiellen Ableitungen durch die Variablenwerte an den benachbarten diskreten Punkten ausgedrückt werden. Bei den Kollokations-Verfahren geschieht dies dadurch, daß der Lösungsverlauf über einem bestimmten Bereich durch eine Entwicklung in ausgewählte Basisfunktionen angenähert wird. Das Verfahren gehört zur Klasse der „Methoden der gewichteten Residuen“, wie z.B. auch die allgemein bekannte „Finite-Element-Methode“.

Innerhalb der Klasse von „Methoden der gewichteten Residuen“ ergeben sich Unterschiede durch unterschiedliche Aussagen über die gewünschte Verteilung des sogenannten „Residuums“. Das Residuum R_N ist definiert als Differenz zwischen der kontinuierlichen und der diskreten Form der Gleichung, die numerisch gelöst werden soll:

$$R_N = \left(\begin{array}{c} \text{Differentialgl.} \\ \text{kontinuierlich} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Differentialgl.} \\ \text{diskret} \end{array} \right)$$

Das Residuum darf nicht verwechselt werden mit der sog. Distanzfunktion E (oder dem Fehler), die definiert ist als Differenz zwischen der exakten Lösung Y_{exakt} und der Näherungslösung Y_N der zu lösenden Gleichung:

$$E = Y_{\text{exakt}} - Y_N$$

Die exakte Lösung Y_{exakt} ist in der Regel nicht bekannt, so daß der Fehler E im allgemeinen nicht berechnet werden kann. Das Residuum R_N stellt ein Maß dar, wie genau die partielle Differentialgleichung durch das Näherungsverfahren in einem bestimmten Punkt erfüllt wird; dieses Residuum kann berechnet werden, indem die Näherungslösung in die zu lösende kontinuierliche Form der Differentialgleichung eingesetzt wird. Wäre die gefundene Lösung exakt, so wäre der „Restterm“ bei dieser Auswertung identisch Null; mit der Näherungslösung entspricht das, was übrig bleibt, dem Residuum.

Unterschiedliche Methoden ergeben sich nun durch unterschiedliche Wichtung des Residuum. Wir können z.B. verlangen, daß das Residuum im Mittel über den gesamten Lösungsbereich ein Minimum erreichen soll (Fehlerquadratmethode) oder daß das Residuum zu bestimmten ausgewählten Funktionen orthogonal sein soll (Momenten-Methode, Galerkin-Methode) oder daß das Residuum über bestimmte Teilgebiete integriert gleich Null sein soll (Teilgebieten-Methode). Kollokationsmethoden verlangen, daß das Residuum in bestimmten vorgegebenen Punkten ($X_i, i=1, N$), den sogenannten *Kollokationsstellen*, verschwinden soll, d.h., daß *dort* (und *nur dort*) die Differentialgleichung exakt erfüllt sein soll:

$$R_N(X_i) = 0 \quad (i = 1, N)$$

Eine Vielzahl von Kollokationsmethoden sind möglich, die sich im wesentlichen unterscheiden durch die Wahl

- der Basisfunktionen, mit denen die abhängigen Variablen entwickelt werden und
- der Kollokationsstellen, an denen die Differentialgleichung exakt gelöst werden soll, d.h. $R_N(X_i) = 0$ gefordert wird.

Wenn wir die gesuchte Lösung mithilfe von orthogonalen Polynomen ausdrücken und als Kollokationsstellen die Nullstellen von bestimmten orthogonalen Polynomen verwenden, sprechen wir von „orthogonaler Kollokation“. Werden die Entwicklungen in Basisfunktionen über den gesamten Bereich einer unabhängigen Variable (Koordinate) angesetzt, spricht man von „globaler Kollokation“; wird zuerst diese Koordinate in kleinere Unterbereiche (endliche Elemente, multiple elements, finite elements) eingeteilt und dann erst die Entwicklungen in Basisfunktionen (in jedem Unterbereich für sich) angesetzt, spricht man von „Kollokation auf endlichen Elementen“. Im englischen Sprachbereich werden hierfür auch die Bezeichnungen „multiple element approach“, „collocation on finite elements“ oder „global spline collocation“ verwendet.

Bei der Entwicklung der abhängigen Variablen haben wir die Wahl zwischen unterschiedlichen Basisfunktionen. Diese Entwicklungen sind grundsätzlich einander gleichwertig, z.B. können wir eine Funktion $f(x)$ wie folgt ausdrücken:

$$f(x) = \sum_{i=1}^N a_i x^i = \sum_{i=1}^N b_i P_i(x) = \sum_{i=1}^N f(x_i) l_i(x)$$

Beim ersten Beispiel verwenden wir eine Potenzreihe, beim zweiten eine Entwicklung in Polynome $P_i(x)$ (z.B. Fourierreihe). Ein Spezialfall des zweiten Beispiels ergibt einen Vorteil bei der numerischen Rechnung: verwenden wir nämlich Lagrange-Polynome $l_i(x)$ als Basisfunktionen, sind die Koeffizienten dieser Entwicklung genau die gesuchten Variablenwerte an den Kollokationsstellen. Die Auflösung

des Satzes von diskreten Gleichungen liefert damit direkt die gesuchten $f(x_i)$ und eine weitere numerische Auswertung der Entwicklung ist nicht nötig. Hätten wir z.B. eine Fourier-Entwicklung gewählt, würden wir als Lösung des diskreten Systems die Fourier-Koeffizienten b_i erhalten und müßten danach zusätzlich noch eine Fourier-Transformation durchführen, um $f(x_i)$ zu erhalten.

Zum Schluß müssen wir noch eine Wahl treffen, nämlich für die Lage der Kollokationsstellen. Die Konvergenzrate des numerischen Verfahrens nimmt zu, wenn nicht-äquidistante Kollokationsstellen verwendet werden. Die Erfahrung bestätigt außerdem, daß sich besonders hohe Genauigkeit ergibt, wenn als Kollokationsstellen die Nullstellen eines sogenannten Jacobi-Polynoms gewählt werden.

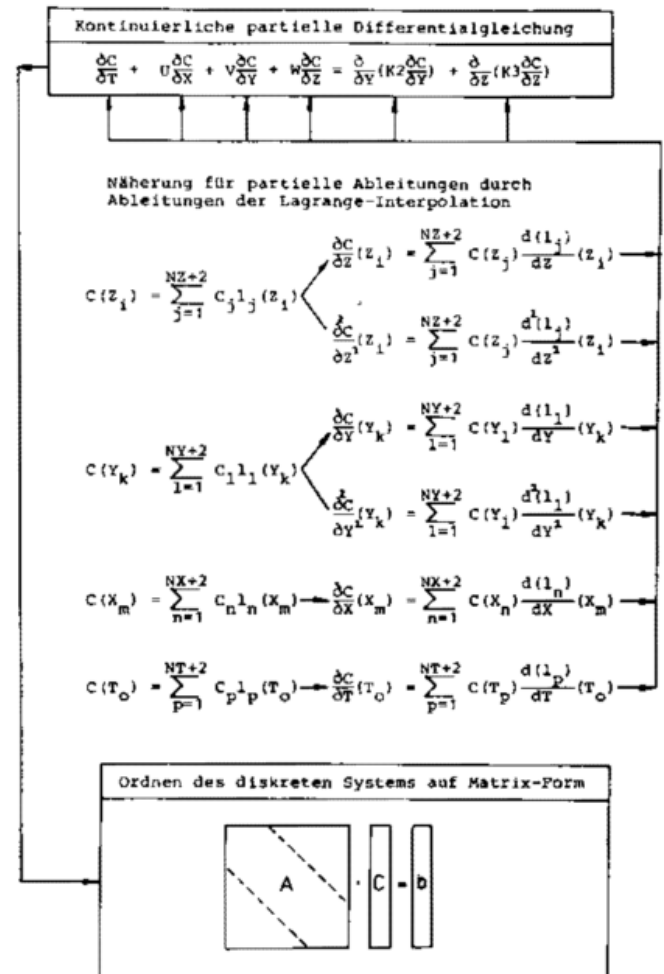


Abb. 1: Schematische Darstellung der numerischen Lösung einer partiellen Differentialgleichung (vierdimensional) mit „globaler orthogonaler Kollokation“.

Anhand des Schemas in Abbildung 1 soll nun die Anwendung von „globaler orthogonaler Kollokation“ erläutert werden. Die grundsätzliche Vorgehensweise ist folgendermaßen:

- Wahl der Basisfunktionen, mit denen die abhängigen Variablen (separat in jede Koordinatenrichtung) entwickelt werden. Wir entscheiden uns hier für die orthogonalen Lagrange-Polynome.

2. Wahl der Kollokationsstellen, an denen die Differentialgleichung exakt erfüllt werden soll. Wir entscheiden uns hier für die Nullstellen der orthogonalen Jacobi-Polynome, genauer gesagt der Legendre-Polynome (ein Spezialfall).
3. Die benötigten partiellen Ableitungen werden durch Term-für-Term-Differentiation der Entwicklungen in Basisfunktionen beschafft. Die Ableitungen dieser Basisfunktionen an den Kollokationsstellen können am Anfang des Rechenprogrammes ein für allemal berechnet werden, d.h. die Koeffizienten in den Entwicklungen der partiellen Ableitungen der Differentialgleichung sind bekannt.
4. Die Entwicklungen für die partiellen Ableitungen werden in die partielle Differentialgleichung und die Randbedingungen eingesetzt, und wir erhalten den gesuchten endlichen Satz von Bestimmungsgleichungen. Dieser Satz von (hier linearen) algebraischen Gleichungen wird schließlich noch auf die Form $A \cdot C = b$ gebracht und kann nun mit bekannten Lösungsverfahren, z.B. Gauß-elimination, aufgelöst werden.

Bei „orthogonaler Kollokation auf endlichen Elementen“ wird der gesamte Bereich der unabhängigen Variablen (X, Y, Z, T) zuerst in beliebig wählbare Unterbereiche $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ und ΔT eingeteilt (vgl. Abb. 2), und die unabhängigen Variablen so normiert, daß sie innerhalb eines beliebigen Unterbereiches $[\Delta X(ix), \Delta Y(iy), \Delta Z(iz), \Delta T(it)]$ nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen können. Der Vorteil dieser Einteilung in Unterbereiche ist, daß diese Unterelemente dort dichter gepackt werden können, wo für die Lösung steile Gradienten erwartet werden (z.B. in der Nähe der Punktquelle). Zusätzliche Bestimmungsgleichungen können dadurch beschafft werden, daß an den Unterbereichsgrenzen kontinuierliche erste Ableitungen der Lösung verlangt werden.

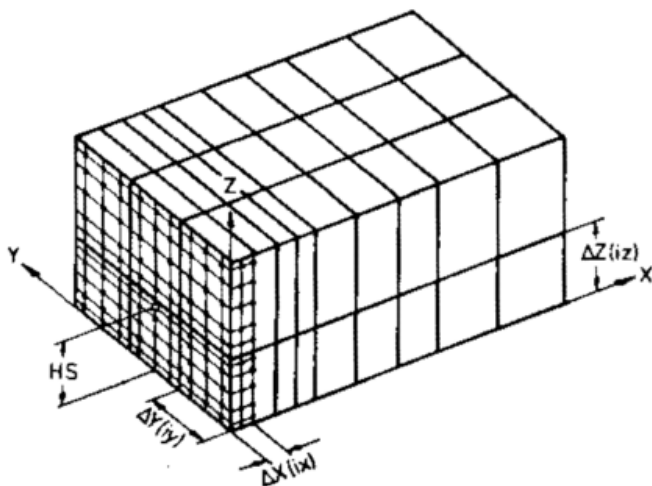


Abb. 2: Einteilung des Gesamtbereiches der unabhängigen Variablen (Koordinaten) in Unterbereiche.

Größe und Struktur der Matrix A des zu lösenden algebraischen Gleichungssystems $A \cdot C = b$ bestimmen entscheidend den Aufwand (Speicherplatz, Rechenzeit) eines numerischen Lösungsverfahrens. Am liebsten hätten wir eine Matrix mit tridiagonaler Struktur, siehe Abbildung 3a, bei der nur die Hauptdiagonale und die beiden Nebendiago-

nalen von Null verschiedene Elemente besitzen; dann läßt sich das Gleichungssystem sehr schnell auflösen. Differenzenverfahren niedriger Ordnung erreichen dieses Ziel. „Globale Kollokation“ ergibt immer eine voll besetzte Matrix (vgl. Abb. 3b). Das Beispiel in Abbildung 3b zeigt das Ergebnis für ein eindimensionales und zeitabhängiges Problem, bei dem sich die erste und letzte Zeile aus den Randbedingungen (bei $x = 0$ und 1) ergeben. Wird dasselbe Problem mit „orthogonaler Kollokation auf endlichen Elementen“ gelöst (z.B. vier Elemente), ergibt sich die blockdiagonale Struktur von Abbildung 3c. Die schraffierten Reihen zwischen den Blöcken ergeben sich aus der erwähnten zusätzlichen Forderung nach kontinuierlichen ersten Ableitungen an den Unterbereichsgrenzen. Die Größe der Blöcke ergibt sich aus der gewählten Anzahl N von inneren Kollokationsstellen innerhalb eines Unterbereiches; wir haben also eine Lagrange-Interpolation $(N+1)$ ten Grades verwendet. Ist das Problem mehrdimensional, werden der Blockstruktur von Abbildung 3c mehrere Teilstrukturen überlagert und es ergibt sich (leider!) eine Bandstruktur mit großer Bandbreite (jedoch spärlicher Besetzung); der Rechenaufwand zur direkten Auflösung dieses Gleichungssystems steigt mit der Bandbreite und der Größe der Matrix enorm an. Wird das Gleichungssystem jedoch iterativ mit der „Methode der alternierenden Richtungen“ (ADI-Verfahren, alternating direction implicit) gelöst, erhalten wir wieder für jeden Teilschritt (implizite Auflösung des Systems – nacheinander in jeder Koordinatenrichtung) die vorteilhafte blockdiagonale Struktur von Abbildung 3c.

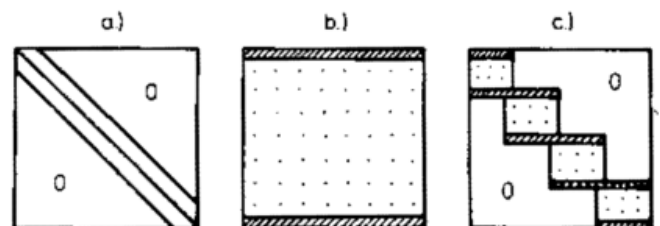


Abb. 3: Unterschiedliche Struktur der Koeffizientenmatrix des zu lösenden algebraischen Gleichungssystems
a) tridiagonal b) voll besetzt c) blockdiagonal

4 Numerische Lösung eines Test-Beispiels

Um das numerische Verfahren und das erstellte Rechen-Programm zu testen, soll ein Problem gelöst werden, das für den stationären Zustand eine analytische Lösung besitzt. Auf diese Weise können auch exakte Informationen über die Genauigkeit des Verfahrens beschafft werden.

Für eine kontinuierliche Punktquelle mit der Emissionsrate S bei $X = 0$ in der Höhe $Z_s = h/H$ gibt es für die Transportgleichung (2) für den stationären Zustand ($t \rightarrow \infty$) eine analytische Lösung, wenn folgende weitere vereinfachende Annahmen getroffen werden:

- 1) homogenes Geschwindigkeitsfeld mit $U = \text{const.}$ und $V = W = 0$,
- 2) konstante turbulente Transportkoeffizienten K_{zz} und K_{yy} .

Die vereinfachte dreidimensionale und zeitabhängige Transportgleichung lautet dann in dimensionsloser Form

$$\frac{\partial C}{\partial T} + U \frac{\partial C}{\partial X} = K_2 \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} + K_3 \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} \quad (7)$$

$$T = 0: C(X, Y, Z, 0) = 0 \quad (8)$$

$$Z = 0: K_3 \cdot \frac{\partial C}{\partial Z} = 0 \quad Y = 0: C(X, Y, Z, T) = 0$$

$$Y = Y_{\max}: C(X, Y, Z, T) = 0$$

$$Z = 1: C(X, Y, 1, T) = 0$$

$$X = 0: C(0, Y, Z, T) = \delta(Y - Y_s) \cdot \delta(Z - Z_s) / U(0_s, Y_s, Z_s)$$

Die zugehörige analytische Lösung für den stationären Zustand ($T \rightarrow \infty$) ist:

$$C(Z, Y, X) = \frac{1}{4\pi X (K_2 \cdot K_3)^{1/2}} e^{-\frac{UY^2}{4K_2 \cdot X}} \left[e^{-\frac{U(Z-Z_s)^2}{4K_3 \cdot X}} + e^{-\frac{U(Z+Z_s)^2}{4K_3 \cdot X}} \right] \quad (9)$$

Wir verwenden „orthogonale Kollokation auf endlichen Elementen“ und teilen deshalb zuerst den Gesamtbereich $H \cdot Y_{\max} \cdot Y_{\max} = 1250 \text{ m} \cdot 1500 \text{ m} \cdot 1500 \text{ m}$ in Unterbereiche ein. In Z-Richtung wählen wir $NEZ = 2$ und in Y-Richtung $NEY = 3$ Unterbereiche (s. Abb. 2). Die Quelle soll sich bei $(X_s, Y_s, HS) = (0 \text{ m}, 750 \text{ m}, 250 \text{ m})$ befinden und zwar in Z-Richtung im 1. Element genau am letzten inneren Kollokationspunkt (vgl. Abb. 2). Durch diese Wahl befindet sich die Quelle in einem Bereich mit dicht übereinander liegenden Kollokationspunkten (günstig für vertikale turbulent-diffusive Ausbreitung). In X-Richtung wird unmittelbar nach der Quelle eine feinere Unterteilung vorgenommen als in größerer Entfernung (vgl. Abb. 4a), um die dort zu erwartenden steilen Konzentrationsgradienten ausreichend genau zu berechnen. Zum Schluß wählen wir noch die Anzahl der inneren Kollokationsstellen in Z-, Y- und X-Richtung mit $NZ = NY = 3$ und $NX = 0$.

Der stationäre Zustand kann mit dem erstellten Programm direkt berechnet werden; Abbildungen 4a und 4b zeigen den Vergleich mit der analytischen Lösung (9) und zwar in Längs- und Querrichtung am Boden ($Z = 0$) und in Quellhöhe ($Z = HS$). Abbildung 4a zeigt noch den Effekt der Halbierung der Elemente in X-Richtung (folglich Erhöhung von $NEX = 10$ auf $NEX = 20$); die Ergebnisse verbessern sich erheblich. Die benötigte Rechenzeit für den Fall mit $NEX = 20$ betrug etwa 40 Sekunden auf einer Burroughs B 7800 (dies entspricht etwa 20 Sekunden auf einer CDC Cyber 175). Das algebraische Gleichungssystem wurde hierbei direkt gelöst (Gauß-Elimination mit Berücksichtigung der Bandstruktur der Gleichungsmatrix).

5 Diskussion

Durch Vergleich von numerisch berechneten Lösungen mit der analytischen Lösung des Test-Problems konnte nachgewiesen werden, daß die ersten und zweiten partiellen Ableitungen des Konzentrationsfeldes korrekt berechnet werden. Die erzielte Genauigkeit ist sehr zufriedenstellend, vor allem die der Verteilung der Bodenkonzentration.

Das Maximum dieser Bodenkonzentration (Beispiel mit $NEX = 20$ in Abb. 4) besitzt einen lokalen relativen Fehler = $[C(\text{numerisch}) - C(\text{analytisch})] / C(\text{analytisch})$ von weniger als 2 ‰. Viel größere Fehler sind zu finden im Bereich des steilen Abfalls der Konzentrationsverteilung in Quellhöhe unmittelbar hinter der Quelle, und wenn man will, kann man auch beliebig große lokale relative Fehler finden im Anstiegsbereich der Bodenkonzentration; nur sind diese für praktische Ausbreitungs-Vorhersagen gar nicht interessant. Es interessieren hauptsächlich die Größe und die örtliche Lage des Maximums der Konzentrationsverteilung am Boden, und diese Werte werden genau berechnet.

Die benötigte Rechenzeit für die direkte Berechnung des stationären Zustandes ist (bei vorliegendem Beispiel in Abb. 4) akzeptabel. Aufgrund der ungünstigen Struktur der

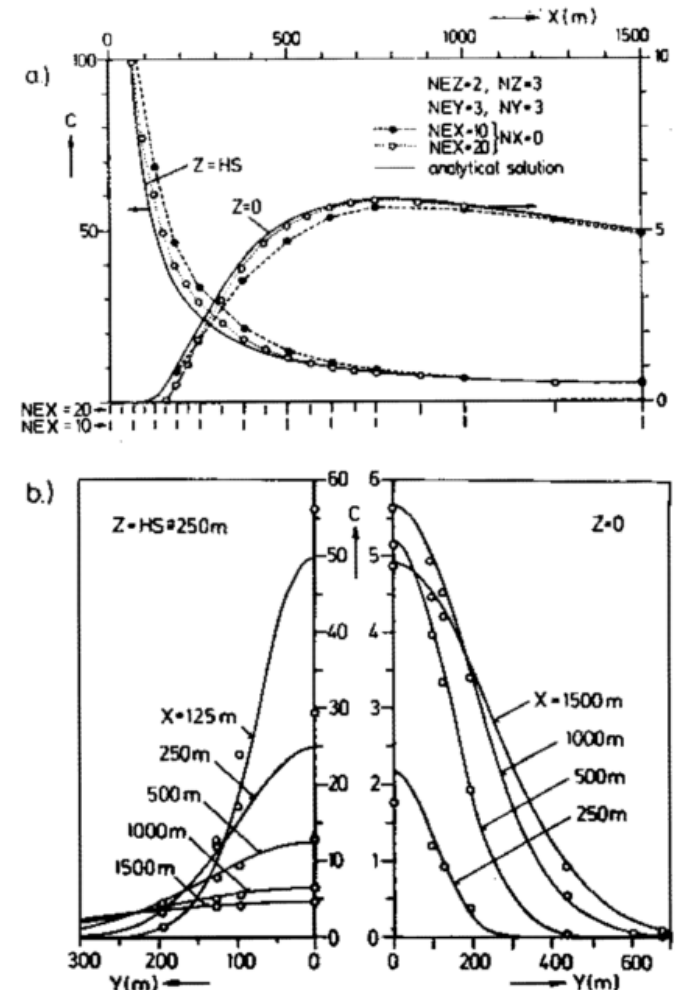


Abb. 4: Dreidimensionale, dimensionslose Konzentrationsverteilung $C=cu(H)H^2/S$ hinter einer Punktquelle ($HS = 250 \text{ m}$). Konzentrationsverteilungen am Boden ($Z = 0$) und in Quellhöhe ($Z = HS$) a) in Längsrichtung bei $Y = Y_s$ b) in Querrichtung bei $X = 125, 250, 500, 1000 \text{ m}$ ($NEX = 20$).

Koeffizientenmatrix des zu lösenden Gleichungssystems nimmt die Rechenzeit mit zunehmender Anzahl der Kollokationspunkte jedoch überproportional zu; z.B. wurden für ein Beispiel mit $NZ = 5$, $NY = 3$, $NX = 1$ bereits 200 Sekunden Rechenzeit benötigt. Für voll zeitabhängige und dreidimensionale Probleme können deshalb die Rechenzeiten enorm sein, denn die angegebenen Zeiten gelten dann ja pro Zeitschritt. Ein sehr ungünstiges Verhältnis von physikalischer Simulationszeit zu Rechenzeit ist dann die Folge davon. Es wäre deshalb wünschenswert, wenn die angegebenen Rechenzeiten um den Faktor 10 verbessert werden könnten. Erste Versuche mit einem ADI-Verfahren zur iterativen Lösung des algebraischen Gleichungssystems haben gezeigt, daß dieser Wunsch wahrscheinlich erfüllt werden kann.

Literatur

- FRAZER, R. A.; JONES, W. P.; SKAN, S. W.: Approximations to functions and to the solutions of differential equations. Great Britain Aero. Res. Conf., London, Repr. No. 1799. Repr.: in Great Britain Air Ministry Aero. Res. Comm. Tech. Rep. (1937) S. 516–549.
- ORSZAG, S. A.: Numerical solution of incompressible flows within simple boundaries. I. Galerkin (spectral) representations. Stud. in appl. Math. 4 (1971) S. 293–326.
- VILLADSEN, J. V.; STEWART, W. E.: Solution of boundary-value problems by orthogonal collocation. Chem. Engng. Sci. 22 (1967) S. 1483–1501.
- VILLADSEN, J. V.; MICHELSEN, M. L.: Solution of differential equation models by polynomial-approximation. Englewood Cliffs/N.J.: Prentice-Hall Inc. (1978).

K. GASIOROWSKI, Norderstedt

3

Einheitsbeschreibung der Diffusion und Transformation der Eulerschen in die Lagrangesche Korrelationsfunktion

Zusammenfassung

Es wird eine Lösung des Problems der Transformation der Eulerschen in die Lagrangesche Korrelationsfunktion entwickelt. Sie führt über ein für den Diffusionsvorgang repräsentatives Referenzpartikel, zu dessen Darstellung eine neuartige Beschreibung der Diffusion erfolgt, die auf das bekannte Taylor-Theorem führt. Diese neue Darstellung führt zu einer Einheitsbeschreibung für die molekulare und die turbulente Diffusion. Die Zusammenhänge und die Unterschiede der Fickschen Diffusion werden kurz angegeben.

1 Einleitung

Zur Berechnung der Ausbreitung gasförmiger Schadstoffe in der turbulent strömenden Atmosphäre wird heute weitgehend ein sogenanntes Gaußsches Modell verwendet, das eine potenzielle Zeit- bzw. Distanzabhängigkeit der Partikelstreuungen aufweist. Diese Form der Zeitabhängigkeit wurde von SUTTON (1932) entwickelt, wobei Basis seiner Überlegungen das von TAYLOR (1922) abgeleitete Theorem zur Beschreibung der Diffusion durch kontinuierliche Zerfallsbewegungen war.

Das Taylor-Theorem läßt aber vom Ergebnis her eher eine exponentielle Zeitabhängigkeit der Streuungen erwarten mit einer allmählichen Angleichung der Gesetzmäßigkeiten der turbulenten, Nicht-Fickschen Diffusion an die der molekularen, Fickschen Diffusion. Diese Zusammenhänge erscheinen eine Untersuchung wert, über deren wesentliche Ergebnisse im folgenden berichtet wird.

Das Taylor-Theorem führt aber auf die sogenannte Lagrangesche Korrelationsfunktion als ausschlaggebende Bestimmungsfunktion, die sich nur unvollkommen aus der Messung der Eulerschen Korrelationsfunktion herleiten läßt. Untersuchungen zu diesem Problem führten zu einer Lösung für die Transformation der Eulerschen in die Lagrangesche Korrelationsfunktion, über die abschließend kurz berichtet wird.

Dabei werden Grundkenntnisse der Diffusionstheorien vorausgesetzt, und es werden weitestgehend die in diesen Theorien verwendeten Abkürzungen und Symbole verwendet.

2 Ficksche Diffusion und das Taylor-Theorem

In der Theorie der Diffusion wird zwischen der Fickschen und der Nicht-Fickschen Diffusion unterschieden. Erstere gilt primär für Molekulardiffusion und ergibt sich aus der allgemeinen Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 \bar{s}}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \bar{s}}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 \bar{s}}{\partial z^2} \quad (1)$$

Aus ihr ergibt sich als Haupt- oder Quelllösung die bekannte dreidimensionale Normalverteilung der Konzentrationen

$$\bar{s}(x, y, z, t) = \frac{Q_0}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x(t) \sigma_y(t) \sigma_z(t)} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (2)$$

bei Freisetzung der zur Diffusion zu bringenden Masse Q_0 zum Zeitpunkt $t = 0$ im Koordinatenursprung, wenn homogen-diffuse Zufallsbewegungen im unendlichen Diffusionsraume Ursache der Diffusion sind. Für die Streuungen dieser Normalverteilungen gilt dabei

$$\sigma_i(t) = \sqrt{2D_i t}; \quad i = x, y, z \quad (3)$$

Die Änderung der Streuung mit der Zeit ist eine Geschwindigkeit. Sie kann bei realen Prozessen nur endlich sein und entspricht größenordnungsmäßig etwa der mittleren Geschwindigkeit der Partikeln der diffundierenden Masse. Zu Beginn des Diffusionsvorgangs errechnet sie sich aus Gl. (3) durch Differentiation zu

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{d}{dt} \sigma_i(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \sqrt{\frac{D_i}{2t}} = \infty! \quad (4)$$

Diese Lösung, für die Ficksche Diffusion zwingend, ist irreal, und das soll hier nur bedeuten, daß in diesem Anfangsbereich eines Diffusionsvorgangs die Fickschen Gesetze fehlerhafte Aussagen liefern. Dies ist der Grund dafür, daß die Fickschen Gesetze nur in den Ausnahmefällen im Bereich der turbulenten Diffusion angewendet werden können, wenn der Diffusionsprozeß zeitlich weit fortgeschritten ist, wie z.B. bei Problemen des „Long Range Transport of Air Pollution“ oder bei vielen Experimenten im Windkanal.

Im übrigen gilt der meist hauptsächlich interessierende Anfangsbereich der turbulenten Diffusion als „Nicht-Ficksch“. Für ihn wurden mehrere Theorien entwickelt, von denen hier nur zwei erwähnt seien: Die „K-Theorie“ und die „Statistische Theorie“. Erstere mündet in Gleichung (1) ein und ersetzt die Diffusionskonstanten D_i durch die Diffusionskoeffizienten K_j . Die statistische Theorie mündet in Gleichung (2) ein. Sie ersetzt die Diffusionskonstanten bzw. -koeffizienten durch die noch näher zu definierenden Diffusionsparameter $\sigma_i(t)$. In beiden Theorien wird übereinstimmend die analoge Zeitabhängigkeit der Streuung erreicht, wie sie in Gleichung (3) angegeben ist, dann wird Homogenität der diffusen Bewegungen im Diffusionsraum unterstellt.

Da dies gemäß den Ausführungen im Anschluß an Gleichung (3) nicht der Fall sein kann, darf es bei turbulenter Diffusion nur die Nicht-Ficksche Diffusion geben.

2.1 Das Taylor-Theorem

Speziell für den Anfangsbereich der turbulenten, Nicht-Fickschen Diffusion hat G. I. Taylor (1922) eine Beziehung entwickelt, die die Zeitabhängigkeit der Streuung korrekt beschreibt. Dabei geht er im Prinzip von folgendem Ansatz aus (hier nur eindimensional dargestellt):

$$\frac{d}{dt} \sigma_x^2(t) = \frac{d}{dt} \overline{[x']^2(t)}_N = 2 \overline{[x'(t) \frac{dx'}{dt}]_N} = \frac{2 \overline{[x'(t) u'(t)]_N}}{2 \overline{[x'(t) u'(t)]_N}} \quad (4)$$

Nach vielen Umformungen ergibt sich hieraus das sogenannte Taylor-Theorem

$$\sigma_x^2(t) = 2 \overline{[u']^2(t)}_T \int_0^t \int_0^\tau R_{u'}(\xi) d\xi d\tau \quad (5)$$

mit der Abkürzung für die Lagrangesche Korrelationsfunktion

$$R_{u'}(\xi) = \frac{\overline{[u'(\tau) \cdot u'(\tau + \xi)]_N}}{\overline{[u']^2(t)}_N} \quad (6)$$

Bei den Korrelationsprodukten im Dividendus von Gleichung (6) handelt es sich um Produkte von diffusen Geschwindigkeitskomponenten u' immer des gleichen Partikel, die um das Zeitintervall ξ auseinanderliegen, gemittelt über alle N an dem Diffusionsvorgang beteiligten Partikeln der freigesetzten Masse Q_0 .

2.2 Lagrangesche Korrelationsfunktion und time-scale

Die Lagrangesche Korrelationsfunktion fällt bei Zufallsprozessen vom Wert 1 bei $\xi = 0$ mit zunehmender Zeit ξ ge-

gen 0 konvergierend ab. Das Integral über $R_{u'}(\xi)$ konvergiert dabei gegen einen konstanten Wert, die Lagrangesche time-scale λ . Damit ergeben sich für den Anfangs- und für den Endverlauf der Streuungen gemäß Gleichung (5) Zeitabhängigkeiten, die für die Grenzfälle $\xi \rightarrow 0$ und $\xi \rightarrow \infty$ leicht definiert werden können. Zur Abkürzung sei hier ein sehr einfaches und sehr treffendes Beispiel zur Demonstration gewählt.

$$R_{u'}(\xi) = \exp -\frac{\xi}{\lambda}; \quad \xi = |\xi| \quad (7)$$

Für diese Form der Korrelationsfunktion ergibt sich zunächst

$$\int_0^\infty R_{u'}(\xi) d\xi = \lambda \quad (8)$$

Weiterhin ergibt sich gemäß Gleichung (5)

$$\sigma_x^2(t) = 2 \overline{[u']^2} \cdot \lambda^2 \left(\frac{t}{\lambda} + e^{-t/\lambda} - 1 \right) \quad (9)$$

und hieraus für die beiden Grenzfälle

$$\sigma_x^2(t) \approx \begin{cases} [u']^2 \cdot t^2, & \text{wenn } 0 \leq t < \lambda \\ 2[u']^2 \cdot t \cdot \lambda, & \text{wenn } \lambda < t \leq \infty \end{cases} \quad (10)$$

$$(11)$$

Diese beiden Grenzfälle ergeben sich in jedem Fall, d.h. unabhängig von der gewählten Form der Korrelationsfunktion. Die angenäherte Gleichsetzung wird für $t = 0$ und $t = \infty$ zur Gleichsetzung.

Auffällig ist die gute Übereinstimmung zwischen den Gleichungen (11) und (3). Sie läßt den Schluß zu, daß turbulente Diffusion bei ausreichend langer Diffusionszeit ($t \gg \lambda$) mit sehr guter Näherung als Ficksch behandelt werden kann. Mit dieser Feststellung wird es ermöglicht, durch Gleichsetzung von Gleichungen (3) und (11) die Lagrangesche time-scale für den Bereich der Molekulardiffusion zu ermitteln. Unterstellt man zusätzlich, daß die Geschwindigkeiten u' um ihren Mittelwert Null nicht nur symmetrisch, sondern auch normalverteilt auftreten, dann ergibt sich für λ :

$$\lambda = \frac{D}{[u']^2} = \frac{2}{\pi} \frac{D}{|u'|^2} \quad (12)$$

Die gute Übereinstimmung der Gleichungen (3) und (11) läßt in Verbindung mit der Feststellung, daß die Fickschen Gesetze den Anfangsbereich auch der Molekulardiffusion unzutreffend darstellen – vgl. Gleichung (4) –, einen Umkehrschluß zu: Die Fickschen Gesetze beschreiben einen idealisierten Diffusionsvorgang und stellen somit einen Grenzfall der realen Diffusion dar, die nur durch das Taylor-Theorem exakt beschrieben wird. Für die Richtigkeit dieses Umkehrschlusses sprechen – außer Gleichung (4) – die nachfolgenden Normierungen.

2.3 Normierung der Diffusion

Die Lagrangesche time-scale eignet sich dazu, alle zeitbehafteten Dimensionen durch Normierung zu neutralisieren. Der Vorteil ist, daß dann die Frage, wann eine Diffusionszeit „ausreichend lang“ ist, leichter beantwortet werden kann.

Zur Normierung des Streuungsquadrats eignen sich hervorragend die Mittelwerte der Geschwindigkeitsquadrate.

Mit diesen beiden Normierungen kann eine wertneutrale Darstellung der Zeitabhängigkeit der Streuung bei Diffusion erfolgen. Dabei wird wieder von der mit Gleichung (7) angegebenen Korrelationsfunktion ausgegangen. Damit läßt sich Gleichung (9) in normierte, mit * gekennzeichnete Werte umschreiben:

$$\sigma_x^2(t) = \frac{\sigma_x^2(t)}{[(u')] \cdot \lambda^2} = 2(\bar{t} + e^{-\bar{t}} - 1); \bar{t} = \frac{t}{\lambda} \quad (13)$$

Diese Gleichung (13) ist in Abbildung 1 dargestellt mit dem Zusammenhang zwischen der Fickschen und der Nicht-Fickschen Diffusion. Zusätzlich eingetragen sind die prozentualen Abweichungen, die sich für die Taylorsche Diffusion gegenüber der Fickschen bzw. gegenüber der Anfangsausbreitung nach Taylor ergeben.

Von besonderer Bedeutung ist hierbei der Zeitpunkt $\bar{t} = 1$. Dieser normierte Zeitpunkt liegt bei der Molekulardiffusion im Bereich von Nanosekunden, bei turbulenter Diffusion im Windtunnel im Bereich von Sekunden oder Sekundenbruchteilen, und in der Atmosphäre im Bereich von Minuten oder Stunden. Und das bedeutet, daß bei Fickscher Diffusion im allgemeinen nur der Endbereich und bei Nicht-Fickscher Diffusion meist nur der Anfangsbereich einer einheitlichen Diffusionsbeschreibung interessiert. Letztere kann nur durch das Taylor-Theorem beschrieben werden, während die Fickschen Gesetze, obwohl rein abstrakt, den realen Vorgang der molekularen oder turbulenten Diffusion in weiten Bereichen genau genug beschreiben.

3 Einheitsbeschreibung der Diffusion

Ein Blick zurück auf die Lagrangesche Korrelationsfunktion, Gleichung (6), fordert zu einem Gedankenexperiment heraus, die Ableitung von Taylors Theorem in einer vom Ansatz Gleichung (4) abweichenden Form zu versuchen.

Die Problematik der Lagrangeschen Korrelationsfunktion ergibt sich im wesentlichen daraus, daß sie eine Mittelung über die Bewegungsverläufe von allen N an der Diffusion beteiligten Partikeln verlangt. Und so wird im folgenden davon ausgegangen, daß ein einziges Partikel ausreichen könnte, einen beliebigen diffusen Prozeß eindeutig zu beschreiben, das Referenzpartikel.

3.1 Das Referenzpartikel

Als Partikel gilt hier grundsätzlich der Schwerpunkt einer Menge oder Masse von Partikeln, Molekülen oder Eigenschaften, die den homogen-diffusen Zufallsbewegungen in einem sehr ($\rightarrow \infty$) großen Ausbreitungsraum ausgesetzt ist. Als homogen gelten die Zufallsbewegungen dann, wenn die zeitlichen Mittelwerte der diffusen Partikelgeschwindigkeiten und deren Lagrangeschen Korrelationsfunktionen an allen Punkten des Diffusionsraums übereinstimmen.

Das Referenzpartikel ist ein Partikel im obigen Sinne. Seine Menge enthält ein Molekül, wenn die Molekulardiffusion beschrieben werden soll. Wird turbulente Diffusion betrachtet, dann handelt es sich beim Referenzpartikel um den Schwerpunkt einer beliebig groß zu wählenden Menge oder Masse in einem konstanten Volumen des Diffusionsraums.

Für das Referenzpartikel liegt eine zeitliche Bewegungsfolge fest. Ihr Verlauf ist unendlich-periodisch. Bei Ausschnittsbetrachtungen ist ihr Verlauf endlich-periodisch. Die Periodendauer wird als Referenzzeit T bezeichnet.

Das Referenzpartikel beschreibt mit seiner Bewegungsfolge den Diffusionsvorgang repräsentativ, d.h. es gibt kein Partikel, dessen Bewegungsfolge nicht durch das Referenzpartikel zu irgendeinem Zeitpunkt beschrieben wird. Umgekehrt werden alle Teilfolgen der Bewegungen der Referenzpartikel zu jedem Zeitpunkt von je einem der beteiligten Partikeln ausgeführt.

Die Periodizität ist erforderlich, um Bewegungen auszu-schließen, die das Spektrum der Diffusion verändern würden oder aber für das betrachtete Spektrum unzulässig sind.

3.2 Ableitung der Einheitsbeschreibung

Mit der Bewegungsbeschreibung für das Referenzpartikel sind die gleichzeitigen Bewegungsfolgen für sämtliche beteiligten N Partikeln über beliebige Diffusionszeiten $\nu = n \cdot \Delta t$ gegeben. Damit läßt sich der Partikelweg des k-ten Partikel beschreiben durch

$$x'_k(\nu) = \Delta t (u'_k + u'_{k+1} + \dots + u'_{k+n-1});$$

$$u'_j = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_j}^{t_j + \Delta t} u'(\tau) d\tau \quad (14)$$

Daraus ergibt sich das für die Ermittlung des Streuungsquadrats – bzw. korrekter: der statistischen Varianz – benötigte Abstandsquadrat

$$(x'_k)^2(\nu) = \sum_{i=k}^{k+n-1} (u'_i)^2 + 2 \left[\sum_{i=k}^{k+n-2} u'_i \cdot u'_{i+1} + \dots + u'_k \cdot u'_{k+n-1} \right] \quad (15)$$

Hieraus läßt sich die Varianz – hier trotzdem mit σ^2 abgekürzt – durch Mittelung über die N Partikeln, und das bedeutet über die Referenzzeit T des Referenzpartikel, errechnen. Das Ergebnis lautet:

$$\sigma_x^2(\nu) = 2 \Delta^2 t \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{l=1}^j \overline{[u'_l \cdot u'_{l+1-1}]_T} - \frac{j}{2} \overline{[(u'_l)^2]_T} \right\} \quad (16)$$

Wird nunmehr mit $\Delta t \rightarrow dt$ von der diskontinuierlichen Betrachtung zur kontinuierlichen übergegangen und außerdem mit $(u')^2$ erweitert, dann ergibt sich unmittelbar:

$$\sigma_x^2(\nu) = 2 \overline{[(u')^2(t)]_T} \int_0^\nu \int_0^\tau \frac{\overline{[u'(\tau) \cdot u'(\tau+\xi)]_T}}{\overline{[(u')^2(t)]_T}} d\xi d\tau \quad (17)$$

Dieses Ergebnis deckt sich weitgehend mit den Gleichungen (5) und (6) zum Taylor-Theorem. Die geringfügigen Abweichungen – unmittelbare Mittelung über T und Einführung einer zusätzlichen, klärenden Zeitvariablen – können übergangen werden. Es wird vorausgesetzt, daß trotz dieser Unterschiede der Integrand von Gleichung (17) eine Lagrangesche Korrelationsfunktion ist.

Mit dieser Voraussetzung und mit der Definition des Referenzpartikel zeigt sich, daß offensichtlich die Molekulardiffusion durch das Taylor-Theorem korrekt beschrieben wird. Dies bestätigt den Umkehrschluß am Schluß des Abschnitts 2.2.

Das Ergebnis ist, für den Sonderfall einer Korrelationsfunktion gemäß Gleichung (7), bereits in Abbildung 1 in normierter Form dargestellt.

Wichtig ist bei dieser Betrachtung noch ein Punkt, der in Abbildung 1 mit aufgeführt ist. Obwohl hier stets mit Streuungen gearbeitet wird, handelt es sich real um statistische Standardabweichungen. Die Normalverteilungen als Verteilungsfunktionen werden dennoch zweckmäßig beibehalten, da es kaum etwas besseres geben kann. Das Problem, für den realen Prozeß eine Randbegrenzung anzugeben, wird logisch gelöst. Sie ergibt sich theoretisch zu:

$$x_{Rd} = |\bar{u}'| \cdot t \text{ bzw. } y_{Rd} = |\bar{v}'| \cdot t; \quad z_{Rd} = |\bar{w}'| \cdot t \quad (18)$$

Ob sie bei der turbulenten Diffusion von praktischer Bedeutung ist, bedarf noch experimenteller Untersuchungen. Bei der Molekulardiffusion ist sie es sicherlich nicht.

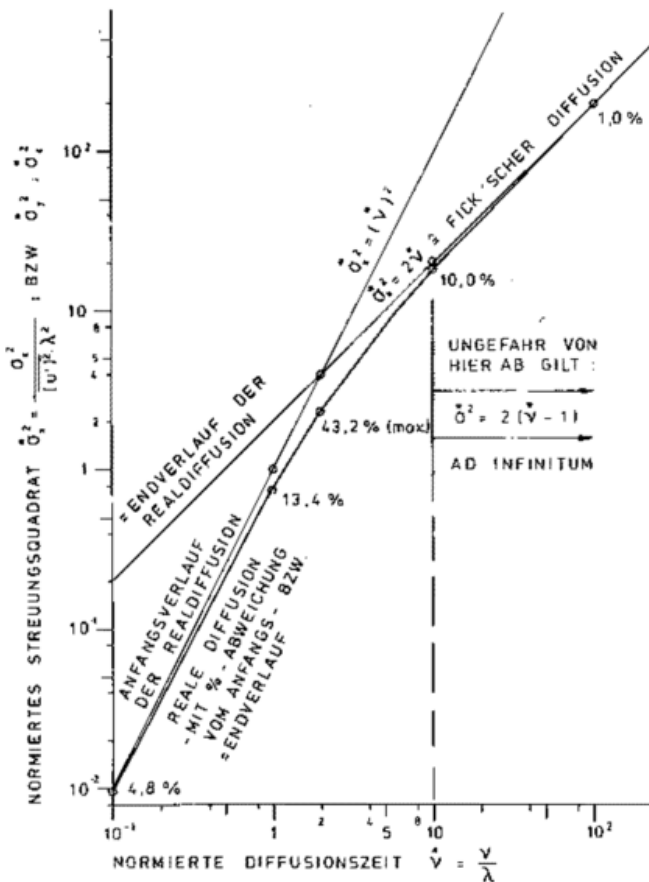


Abb. 1: σ^2 für reale und Ficksche Diffusion.

3.3 Zur turbulenten Diffusion

Zur Darstellung der Lagrangeschen Korrelationsfunktion $R_i(\xi)$ der turbulenten Diffusion kann natürlich auch die Bewegungsbeschreibung eines Referenzpartikel der Molekulardiffusion herangezogen werden, d.h. die für ein einzelnes Molekül. Sie ist nicht aussagekräftig, weil sie im Anfangsbereich fast spontan bis fast auf den Wert Null abfal-

len würde, um dann in dem hauptsächlich interessierenden Bereich mit Werten knapp über Null gegen Null zu konvergieren (s. Abb. 2).

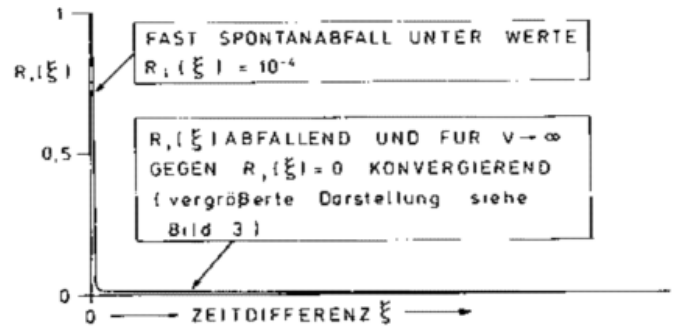


Abb. 2: Lagrangesche Korrelationsfunktion einschließlich Molekulardiffusion

Eine korrekte und gut auswertbare Darstellung von $R_i(\xi)$ könnte man erzielen, wenn man entweder den Koordinatenmaßstab ausreichend vergrößert oder aber die Funktion mit einem anderen, zweckmäßigeren Geschwindigkeitsquadrat normiert, das für die turbulente Diffusion aussagefähiger ist. Abbildung 3 demonstriert das Ergebnis mit der zuletzt genannten Möglichkeit. Die damit dargestellte Funktion ist keine Lagrangesche Korrelationsfunktion, da sie deren wesentliches Merkmal, für $\xi = 0$ bei $R_i(\xi) = 1$ zu beginnen, nicht erfüllt.

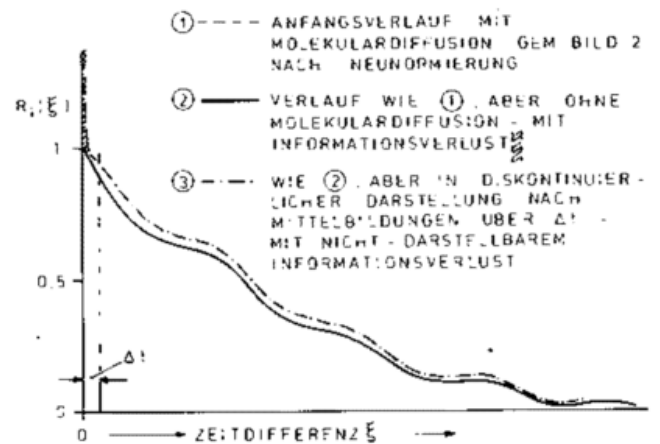


Abb. 3: Lagrangesche Korrelationsfunktion mit und ohne Molekulardiffusion.

Aushilfe bietet die Möglichkeit, vom Referenzpartikel der molekularen auf eins der turbulenten Diffusion überzugehen. Damit wird als Definitionsgröße für $R_i(\xi)$ anstelle des mittleren Quadrats der Geschwindigkeit eines einzelnen Partikel, das mittlere Quadrat der arithmetischen Mittelwerte der Geschwindigkeiten aller Partikel verwendet, die sich in einem bestimmten Volumen des Referenzpartikel (vgl. Abschn. 3.1) befinden. Dabei handelt es sich um

eine rein räumliche Mittelbildung. Die Informationen über die molekularen und turbulenten Bewegungen innerhalb des Mittelbildungsvolumens gehen unwiederbringlich verloren. Eine genaue Definition über die Größe und Form dieses Volumens kann nicht gegeben werden.

Diese Maßnahme resultiert darin, daß der Startpunkt der Korrelationsfunktion für $t = 0$ wieder auf 1 nominiert wird. Auch dies ist in Abbildung 3 dargestellt. Hinzu kommt ein Nebeneffekt, der verstärkt dann eintritt, wenn statt der Momentanwerte $u'(t)$ Mittelwerte u'_j über konstante Zeitintervalle Δt zwischen äquidistanten Zeitpunkten t_j verwendet werden. Dabei ergibt sich ein Punktdiagramm, dessen Werte oberhalb des Verlaufs der vorherigen Darstellung liegen, wenn für die Normierungsgröße für $R_i(\xi)$ die Quadrate der Geschwindigkeits-Mittelwerte u'_j verwendet werden. Auch dieses angehobene Punktdiagramm ist in Abbildung 3 mit dargestellt.

Alle diese Überlegungen setzen voraus, daß $R_i(\xi)$ bekannt ist. Dazu muß eine Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Geschwindigkeiten eines Referenzpartikel vorliegen. Dieser Bewegungsverlauf kann nicht unmittelbar ermittelt werden. Eine indirekte Bestimmungsmethode wird im folgenden Abschnitt dargestellt.

4 Bestimmung der Lagrangeschen Korrelationsfunktion

Zur Beschreibung der Zeitabhängigkeit der Partikelstreuung kommt der Lagrangeschen Korrelationsfunktion $R_i(\xi)$ erhebliche Bedeutung zu, wenn der Anfangsverlauf der Diffusion betrachtet werden muß. Wird nur der Endverlauf betrachtet, wie z.B. bei der Molekulardiffusion, dann erfolgt die Beschreibung durch die Fickschen Gesetze ausreichend genau.

Bei der turbulenten Diffusion ist der Anfangsverlauf meist von ausschlaggebendem Interesse. Dort kann $R_i(\xi)$ nur bestimmt werden, wenn die Zeitfolgen $F_i(\xi)$ der turbulenten Zusatzgeschwindigkeiten für das Referenzpartikel vorliegen. Dazu müßten die Geschwindigkeiten eines Partikel über einen sehr langen Zeitraum von einem mit dem Partikel mitdriftenden Meßgerät registriert werden, was unmöglich ist.

Nun kann man an einem festen Punkt im Raum die Zeitfolge $F_i(\eta)$ der turbulenten Zusatzgeschwindigkeiten eines turbulenten Transportvorgangs registrierend messen, z.B. in der turbulent mit der Transportgeschwindigkeit u am festen Koordinatenursprung als Meßpunkt vorbeiströmenden atmosphärischen Luftmasse. Aus $F_i(\eta)$ kann analog zur Bildung der Lagrangeschen Korrelationsfunktion $R_i(\xi)$ gemäß Gleichungen (6) bzw. (17) die Eulersche Korrelationsfunktion $R_i(\eta)$ gebildet werden.

4.1 Die Eulersche Korrelationsfunktion

Die Eulersche Korrelationsfunktion $R_i(\eta)$ lautet:

$$R_i(\eta) = \frac{\overline{[u'(t) \cdot u'(t+\eta)]_T}}{\overline{[u']^2(t)_T}} \quad (19)$$

Sie unterscheidet sich von der Lagrangeschen $R_i(\xi)$ dadurch, daß hier die Korrelationsprodukte im Zähler Produkte der Geschwindigkeiten von jeweils 2 Partikeln sind, die sich zu zwei um das Zeitintervall η auseinanderliegenden Zeitpunkten an zwei um $\bar{u} \cdot \eta$ auseinanderliegenden Punkten auf der x -Achse des Diffusionsraumes befinden. Dabei

ist \bar{u} die Transportgeschwindigkeit, mit der z.B. die turbulente Luftmasse am festen Meßpunkt in x -Richtung vorbeiströmend transportiert wird bzw., bei umgekehrter Betrachtung, jene Geschwindigkeit, mit der der Meßpunkt auf der x -Achse des Diffusionsraumes bewegt wird.

Man kann sich nun bei dieser Umkehrung der Betrachtung vorstellen, daß gleichzeitig mehrere Meßpunkte mit sehr unterschiedlichen Geschwindigkeiten im Bereich von $0 \leq \bar{u} \leq \infty$ einschließlich beider Grenzgesehwindigkeiten in einem homogenen Diffusionsraum auf den Weg gebracht werden. Jeder von ihnen registriert Meßwertefolgen, die bis auf einen Fall als Zeitfolgen $F_i(\eta)$ angegeben, und aus denen die $R_i(\eta)$ erzeugt werden können. Sie alle unterscheiden sich mehr oder weniger voneinander, obwohl sie doch alle das gleiche Turbulenzspektrum betreffen. Die Unterschiede sind durch die verschiedenen Transportgeschwindigkeiten bedingt.

Einer der Meßpunkte werde mit Lichtgeschwindigkeit c bewegt und ein zweiter mit $c/2$. Diese beiden erfassen über einen weiten Bereich praktisch die gleiche räumliche Folge turbulenter Bewegungen, die auch von dem Meßpunkt mit der Grenzgesehwindigkeit $\bar{u} = \infty$ registriert werden. Diese drei Registrierungen würden einheitliche Raumfolgen $F_i(x)$ (mit $i = u', v', w'$) ergeben, aus denen sich Raumkorrelationsfunktionen bilden ließen:

$$R_i(x) = \frac{\overline{[u'(0) \cdot u'(x)]_\infty}}{\overline{[u']^2(x)_\infty}} \quad (20)$$

Während diese für die drei „Sondermeßpunkte“ übereinstimmen, läßt sich für den Punkt mit $\bar{u} = \infty$ keine Eulersche Korrelationsfunktion aufstellen, da ein Zeitbezug fehlt. Für die beiden anderen Meßpunkte ergibt sich Übereinstimmung der $F_i(\eta)$, allerdings unterscheiden sich ihre Zeitachsen um den Faktor 2: Durch \bar{u} erfolgt eine Zeitraffung, die in diesem Bereich proportional der Meßgeschwindigkeit ist.

Im Bereich realistischer \bar{u} , etwa vergleichbar den zeitlich gemittelten Windgeschwindigkeiten, werden die registrierten Zeitfolgen $F_i(\eta)$ sehr stark voneinander abweichen. Zum einen, weil auch hier der Zeitraffereffekt bestehen bleibt, zum anderen, weil die turbulenten Bewegungen an einem festen Punkt der x -Achse fortgesetzt für zeitliche Veränderungen sorgen und daher Meßpunkte mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten nur in sehr eng begrenzten Bereichen annähernd übereinstimmende Zustände antreffen können.

Betrachten wir nun den Meßpunkt mit der Grenzgesehwindigkeit $\bar{u} = 0$. Er driftet z.B. bei atmosphärischen Messungen mit genau der Transportgeschwindigkeit \bar{u} der Luftmasse in der x - oder Transportrichtung des Raumes. In ihm werden ausschließlich die u', v' und w' in Abhängigkeit von der Diffusionszeit ermittelt. Gemessen werden in ihm die kontinuierlichen Zeitfolgen der turbulenten Zusatzgeschwindigkeiten von unmittelbar benachbarten Partikeln, die über kurze Zeitintervalle ($\Delta t \rightarrow dt$) in Richtung und Geschwindigkeit übereinstimmen. Es wird ein Bewegungsablauf registriert, der genau einem Partikel zugeschrieben werden kann, dem Referenzpartikel. Es gibt keinen Zeitraffereffekt und keine räumlichen Störungen. Für diese Grenzgesehwindigkeit $\bar{u} = 0$ besteht Übereinstimmung zwischen $F_i(\eta)$ und $F_i(\xi)$ und damit auch zwischen den Korrelationsfunktionen $R_i(\eta)$ und $R_i(\xi)$.

Alle in diesem (gedanklichen) Experiment erhaltenen Korrelationsfunktionen beschreiben in Verbindung mit dem einheitlichen $(\bar{u}')^2$ das Turbulenzspektrum genau. Sie müssen daher zu übereinstimmenden Ergebnissen führen und somit in die Lagrangesche Korrelationsfunktion transformiert werden können.

4.2 Lösung des Transformationsproblems

Bei realen Messungen für Eulersche Korrelationsfunktionen $R_i(\eta)$ werden an festen Meßpunkten Zeitreihen $F_i(\eta)$ bei einer zufällig vorhandenen Transportgeschwindigkeit \bar{u} ermittelt. Innerhalb sehr kurzer Zeitabschnitte $\Delta t \rightarrow dt$ werden Geschwindigkeiten über einen sehr kleinen, konstanten Raumabschnitt $\Delta x \rightarrow dx$ registriert, der Ausschnitt aus der Wegbeschreibung eines Referenzpartikels sein kann. Dieses wird allerdings einen anderen Zeitabschnitt $\Delta(\alpha t) \rightarrow d(\alpha t)$ benötigen, wobei α von der jeweiligen Geschwindigkeit $u'(t)$ und von \bar{u} abhängig, also variabel ist. Es ergibt sich die Beziehung

$$dx(t) = |u'(t)| \cdot d(\alpha t) = |\bar{u} + u'(t)| \cdot dt \quad (21)$$

Die Integration über die Zeit führt auf Gesamtwege für die Meßdauer T . Durch Division mit T werden Mittelwerte der Geschwindigkeit erhalten, die für das Referenzpartikel bekannt sind, und es ermöglichen, den Zeittransformationfaktor $\alpha(\bar{u}, u')$ neu zu definieren. Er lautet

$$\alpha(\bar{u}, u') = \frac{1}{|u'(t)|} \left\{ \bar{u} + \frac{1}{T} \int_0^T [|u'(t)| - \bar{u}]_{\text{positiv}} \cdot dt \right\} \quad (22)$$

Das Integral in Gleichung (22) berücksichtigt nur die – meist seltenen – positiven Werte der angegebenen Differenzen. Sie sind in Abbildung 4 durch starke Schraffur hervorgehoben. Abbildung 4 zeigt als schraffierte Flächen die relative Größe von α für 3 Fälle mit übereinstimmender Verteilung der Geschwindigkeiten $u'(t)$, aber mit unterschiedlichen \bar{u} . Der Sonderfall a) entspricht mit $\bar{u} = 0$ dem Fall des Referenzpartikel und bedeutet $\alpha = 1$.

Mit diesem Zeitkorrekturfaktor α können nun alle Korrelationsfunktionen gemäß Gleichungen (19) und (20) in Lagrangesche umgewandelt werden. Es gilt

$$R_i(\xi) = R_i(\alpha\eta) = R_i\left(\frac{x}{|u'|}\right) \quad (23)$$

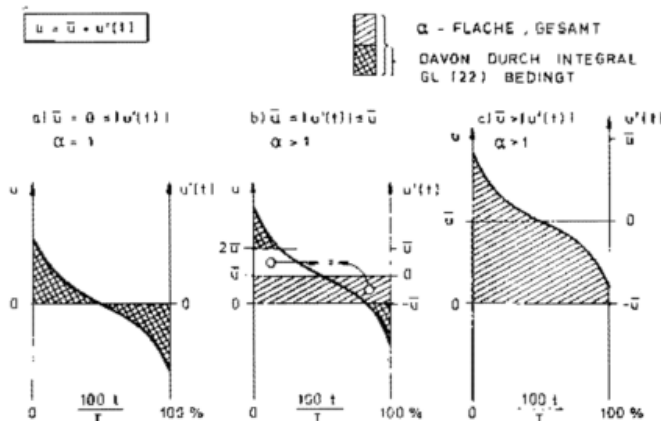


Abb. 4: Wegstrecken- bzw. α -Flächen in Abhängigkeit von der Häufigkeitsverteilung der $u'(t)$.

Eine Aussage über die Größe von α ist sicher von Interesse. Sie kann erfolgen, wenn eine Normalverteilung der $u'(t)$ um den Mittelwert 0 angenommen wird. Dann wird nach entsprechenden Umformungen schließlich:

$$\alpha(\bar{u}, u') = \frac{\bar{u}}{|u'|} \sqrt{\frac{2}{\pi (u')^2}} \int_0^{\bar{u}} \exp\left[-\frac{u}{2(u')^2}\right] du + \exp\left[-\frac{(\bar{u})^2}{2(u')^2}\right] \quad (24)$$

oder in Form einer unendlichen Reihe:

$$\alpha\left(\frac{\bar{u}}{|u'|}\right) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n! (2n-1)} \left(\frac{\bar{u}}{|u'|}\right)^n \quad (25)$$

Aus Gleichung (24) läßt sich erkennen, daß für sehr kleine Werte \bar{u} (≈ 0) $\alpha = 1$ wird. Für große Werte ergibt sich Proportionalität zwischen α und \bar{u} . Nach Gleichung (25) errechnete Werte für α in Abhängigkeit von $(\bar{u}/|u'|)$ sind in der abschließenden Tabelle angegeben.

Tab. 1: Zeit-Transformationsfaktor

$\bar{u}/ u' $	α	$\bar{u}/ u' $	α
0	1,000 00	2,5	2,521 59
0,5	1,078 54	3,0	3,006 95
1,0	1,302 44	4,0	4,000 48
1,5	1,641 55	5,0	5,000 02
2,0	2,058 84	> 5,0	= $\bar{u}/ u' $

5 Literatur

- SUTTON, O. G.: The theory of eddy diffusion in the atmosphere. Proc. Roy. Soc., London, Ser. A 135 (1932) S. 143–165.
- TAYLOR, G. I.: Diffusion by continuous movements. Proc. London Math. Soc. 20 (1922). S. 196.

Die Ausbreitung von Schadgasen bei Inversionswetterlagen

Die Ausbreitung von Schadgasen unterliegt den Gesetzmäßigkeiten der (turbulenten) Diffusion. Mathematisch läßt sich dieser Prozeß mittels der Diffusionsgleichung beschreiben. Im allgemeinen wird angenommen, daß die (mittlere) Grundströmung \vec{V} (u, v, w) (z.B. durch direkte Messungen) vorgegeben ist und daß die Diffusionskoeffizienten in den drei Koordinatenrichtungen K_x, K_y und K_z als Raumfunktionen bekannt sind. Wird die Konzentration des Schadstoffes mit s [mg m^{-3}] bezeichnet, so schreibt sich die Diffusionsgleichung für den Fall inhomogener und anisotroper Turbulenz zu:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial s}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial y} + w \frac{\partial s}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial s}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial s}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial s}{\partial z}) \quad (1)$$

Ohne die Allgemeinheit zu weitgehend einzuschränken, können noch folgende Annahmen getroffen werden:

1. Die Grundströmung sei überwiegend horizontal und in die Richtung der x-Achse orientiert.
2. Der Ausbreitungsprozeß sei stationär ($\frac{\partial s}{\partial t} = 0$).
3. Die Diffusion in Richtung der Grundströmung kann vernachlässigt werden. In diesem Fall geht (1) in

$$u \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial s}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial s}{\partial z}) \quad (1a)$$

über.

Sind u, K_y und K_z analytisch als Raumfunktionen vorgegeben, kann die Gleichung (1a) grundsätzlich unter Berücksichtigung der noch zu formulierenden Anfangs- und Randbedingungen integriert werden. Es ist jedoch vor allem in Hinblick auf die praktische Anwendung ratsam, weitere Vereinfachungen vorzunehmen. Bei dem vielfach verwendeten sogenannten Gauß-Modell werden noch folgende Voraussetzungen getroffen:

1. Die Grundströmung sei räumlich und zeitlich konstant ($u = \text{const.}$).
2. Die Diffusionskoeffizienten K_y und K_z seien nur Funktionen von x bzw. der Diffusionszeit $\tau = x/u$.

Dann schreibt sich (1a) zu:

$$u \frac{\partial s}{\partial x} = K_y(\tau) \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + K_z(\tau) \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} \quad (1b)$$

Diese Gleichung kann analytisch gelöst werden, wobei folgende Anfangsbedingungen zu berücksichtigen sind:

$$\begin{aligned} Z=0 \quad \frac{\partial s}{\partial z} &= 0 \\ \tau \rightarrow 0 \quad s &\rightarrow \frac{QS}{u} \delta(y) \delta(H_e - z) \\ Z=D \quad \frac{\partial s}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

wenn hier unter QS [mg s^{-1}] die Quellstärke des Schadstoffes, unter H_e die (effektive) Quellhöhe (gleich fester Schornsteinhöhe plus Überhöhung durch thermischen oder dynamischen Auftrieb) und unter D die Höhe der Sperrschicht (Inversion) zu verstehen ist.

Die Lösung ergibt sich nach Methoden der klassischen Physik zu:

$$s = \frac{QS}{2 D u \delta y \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2 \sigma_y^2}\right) \left[\Theta_3\left(\frac{H_e - z}{2 D}, \frac{\sigma_z^2}{2 D^2}\right) + \Theta_3\left(\frac{H_e + z}{2 D}, \frac{\sigma_z^2}{2 D^2}\right) \right] \quad (3)$$

mit

$$\Theta_3(v, w) = \frac{1}{\sqrt{\pi w}} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(v+i)^2}{w}\right] \quad (3a)$$

(Jacobis Thetafunktion 3-ter Ordnung)

wobei noch:

$$K_y = \frac{d}{d\tau} \frac{\sigma_y^2}{2} \quad K_z = \frac{d}{d\tau} \frac{\sigma_z^2}{2} \quad (3b)$$

gelten muß.

Für $D \rightarrow \infty$ ergibt sich für die Ausbreitung in einem nach oben unbegrenzten Halbraum aus (3) mit (3a):

$$s = \frac{QS}{2 u \pi \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2 \sigma_y^2}\right) \exp\left[-\frac{(H_e - z)^2}{2 \sigma_z^2}\right] + \exp\left[-\frac{(H_e + z)^2}{2 \sigma_z^2}\right] \quad (4)$$

Diese Lösung wird gewöhnlich als „Gauß-Modell“ bezeichnet.

Man kann sich leicht davon überzeugen, daß schon für $D \geq 2,5 H_e$ (4) eine gute Näherung für (3) darstellt. Die in (3) und (4) aufscheinenden Größen σ_y und σ_z lassen sich als Streuungsparameter (standard-deviation) deuten, da sie offenbar die in der y- und z-Richtung von der Translationsachse ($z = H_e$) nach einer Gaußschen Normalverteilung abfallenden Konzentrationen charakterisieren.

Die von uns postulierte Abhängigkeit der Größen K_y und K_z von der Diffusionszeit gilt natürlich auch für $\sigma_y(\tau)$ und $\sigma_z(\tau)$. Eine Rechtfertigung für diese Annahme kann auch auf Grund der statistischen Theorie der Turbulenz gefunden werden (mittels des sogenannten Taylorschen Theorems).

Eine Anwendung der Lösung (3) oder (4) in der Praxis setzt voraus, daß die analytische Gestalt der Funktionen $\sigma_y(\tau)$ und $\sigma_z(\tau)$ bekannt ist. Obwohl theoretische Überlegungen über Beziehungen zwischen den Diffusionskoeffizienten zu der im Turbulenzzeitintervall gemittelten Strömung mit Hilfe des Mischwegkonzeptes von PRANDTL oder mit Hilfe von statistischen Korrelationsfunktionen möglich sind, hat es sich als zweckmäßig erwiesen, empirische Untersuchungen zur Festlegung der Abhängigkeit der Streuungsparameter von der Diffusionszeit (oder der Entfernung zum Emitter) heranzuziehen. Im allgemeinen wird man eine Abhän-

gigkeit der Ausbreitungsbedingungen vom Windvektor und dem vertikalen Temperaturgradienten (bzw. Richardson-Zahl) annehmen können.

Wie immer bei solchen empirischen Bestimmungen zeigen verschiedene Experimente verschiedene Resultate. Daher finden sich in der Literatur auch recht unterschiedliche Vorschläge für die analytische Form der Streuungsfunktionen. Im allgemeinen wird dafür jedoch ein Potenzansatz gewählt in der Form

$$\sigma_z = A r^\alpha \text{ [m]} \quad \sigma_y = B r^\beta \text{ [m]} \quad (5)$$

wobei die Konstanten A und α sowie B und β auf Grund der bei Experimenten gemessenen Immissionskonzentration bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten und vertikaler Struktur der Atmosphäre bestimmbar sind. In der nachfolgenden Tabelle sind solche Zahlenwerte für die betreffenden Konstanten angegeben:

Stabilitätsklasse	A	α	B	β
3 (leicht instabil)	0,868	1,10	0,889	0,83
4 (neutral)	0,835	1,06	0,761	0,90
5 (leicht stabil)	0,795	0,94	0,699	0,64
6 (stark stabil)	0,799	0,50	0,566	0,74

Die in der Tabelle aufgenommenen Zahlenwerte werden derzeit im österreichischen Wetterdienst verwendet. Sie wurden auf Grund eines in der Literatur zu findenden umfangreichen Zahlenmaterials als Durchschnittswerte ermittelt. Selbstverständlich gelten aber die weiteren Überlegungen in analoger Weise auch für andere Zahlenangaben.

In den meisten Fällen werden die Berechnungen über die von einem Emittenten mit vorgegebener Emissionsstärke QS zu erwartenden Immissionskonzentrationen mit Hilfe des Gauß-Modelles nach (4) unter Verwendung von (5) und den Angaben der Tabelle durchgeführt. Vorher muß noch die Schornsteinüberhöhung zur Festlegung von H_e auf Grund entsprechender (meist empirischer) Formeln aus Angaben des thermischen und dynamischen Auftriebes beim Austritt aus dem festen Schornstein bestimmt werden. Die jeweils herrschende Wetterlage muß dann in eine der Stabilitätsklassen eingeordnet werden, was bei Vorliegen von meteorologischen Beobachtungen ohne weiteres möglich ist. Es wurden verschiedene Methoden über die Zuordnung von Wetterlagen zur Ausbreitungsklasse vorgeschlagen. Vergleiche der in konkreten Fällen gemessenen Immissionen eines betreffenden Emittenten mit den Rechnungen nach (4) (für $z=0$) haben weitgehende Übereinstimmung ergeben, so daß innerhalb gewisser Fehlergrenzen das Gauß-Modell als brauchbares Hilfsmittel zur Prognose zu erwartender Immissionen angesehen werden darf.

Allerdings gilt dies nur unter den folgenden Einschränkungen: Der Schadstoff erleidet auf seinem Transport keine Modifikation (z.B. Umwandlung von Schwefeldioxid in Sulfate) und wird an der Erdoberfläche nicht absorbiert. Man kann natürlich solchen Effekten dadurch Rechnung tragen, daß man eine geeignete Schwächungsfunktion etwa in Form eines exponentiellen Abfalles der Quellstärke ($QS e^{-\gamma t}$) ansetzt. Doch ist sicherlich wenig über diese Prozesse bekannt, so daß die Berechnung nach (4) als obere Grenze möglicher Immissionen anzusehen ist. Weiters ist

in der Formel (4) keine Sedimentation von Schadstoffen vorgesehen. Sie gilt daher nur für gasförmige Beimengungen oder für feste Partikel mit vernachlässigbarer Sinkgeschwindigkeit. Schließlich ist der Einfluß von (niedrigen) Sperrschichten (Inversionen) nicht berücksichtigt.

Bei Inversionswetterlagen ($D < 2,5 H_e$) tritt zunächst anstelle von (4) die Lösung (3) der Diffusionsgleichung. Aber dies allein genügt nicht. Die Sperrschicht wirkt nämlich nicht nur als Reflexionsfläche, sondern greift auch direkt in den Ausbreitungsprozeß ein. Dies kann man einsehen, wenn man bedenkt, daß die Diffusionskoeffizienten und damit auch die Streuungsparameter Funktionen der durch den turbulenten Austauschvorgang charakterisierten Mischungsweglänge sind. Da die Streuungsparameter nach unserem Ansatz (5) mit der Diffusionszeit exponentiell zunehmen, gelangen sie bei niedrigen Inversionen alsbald in die Größenordnung der Höhe dieser Sperrschicht und erleiden dadurch eine rein geometrische Reduzierung. Dadurch wird der Mischungsweg verkürzt, was zu einer Dämpfung des Austauschprozesses innerhalb der Inversionsschicht führen muß. Um diese Reduktion der Streuungsparameter analytisch beschreiben zu können, wollen wir folgende Annahmen treffen.

Die charakteristische Länge l , die eine Verkürzung (im räumlichen Mittel) erfährt, kann entweder direkt mit der Mischungsweglänge nach PRANDTL identifiziert werden oder aber auch als Betrag eines Streuungsvektors $\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} \approx \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2}$ verstanden werden. Wird weiters (wie schon früher) mit D die Dicke der Sperrschicht bezeichnet, so können zwei Fälle unterschieden werden:

- 1) Die charakteristische Länge sei kleiner oder gleich D (s. Abb. 1, links). In diesem Fall tritt für einen Punkt in der Entfernung s von der Sperrschicht nur solange eine Reduzierung der charakteristischen Länge ein, solange $0 \leq s \leq D$ ist (gilt für die obere und untere Begrenzungsfläche). Es gibt für jeden Wert von s einen Grenzwinkel δ_0 , bei dem l noch nicht reduziert wird, während für $\delta < \delta_0$ eine Reduzierung eintritt. Mithin gilt:

$$l = s \cdot \sec \delta_0 \quad (6)$$

$$l^* = s \cdot \sec \delta$$

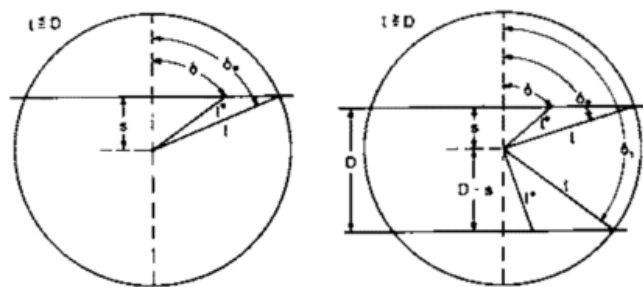


Abb. 1: Reduzierung der charakteristischen Länge l durch ein Sperrschicht der Dicke D für den Fall $l \leq D$ (links), für den Fall $l \geq D$ (rechts).

Um die mittlere charakteristische Länge zu erhalten, muß sowohl über den Raumwinkel $d\Omega = \sin \delta d\delta d\varphi$ (von 0 bis 4π) als auch über s (von 0 bis D) integriert werden. Nach Durchführung dieser Integrationsmittlung*) ergibt sich für:

$$\bar{l}^* = l \left(1 - \frac{1}{4D}\right) \text{ oder}$$

$$\bar{\sigma}^* = \sigma \left(1 - \frac{\sigma}{4D}\right) \quad (7)$$

- 2) Die charakteristische Länge sei größer oder gleich D (s. Abb. 1 rechts). Für einen Aufpunkt in der Entfernung s von der oberen Begrenzung bzw. $(D - s)$ von der unteren Begrenzung, tritt nun eine Reduzierung der charakteristischen Länge für alle Zenithwinkel δ zwischen 0 und δ_0 sowie zwischen δ_1 und π auf, so daß zusätzlich zu (6) noch

$$l = (D - s) \sec(\pi - \delta_1)$$

$$l^* = (D - s) \sec(\pi - \delta) \quad (6a)$$

gelten muß (Abb. 2).

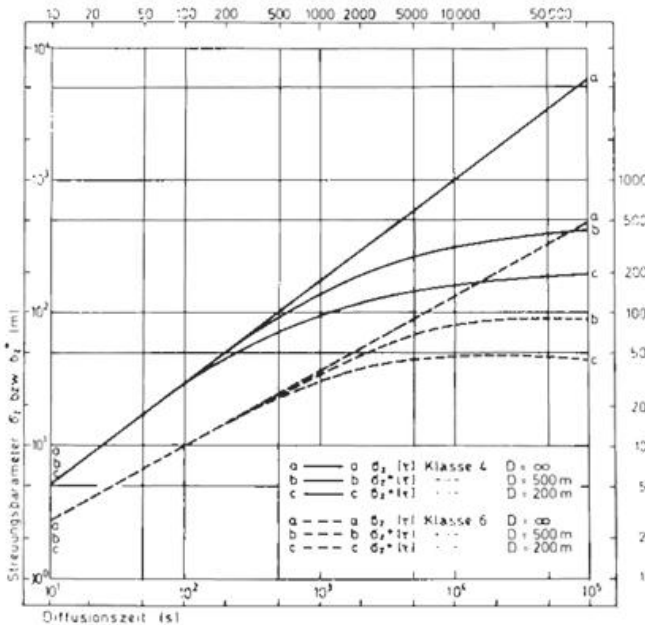


Abb. 2: Abhängigkeit der Streuungsparameter von der Diffusionszeit für zwei verschiedene Stabilitätsklassen im Fall keiner Inversion bzw. einer solchen in 200 m und 500 m Höhe.

Wird nun wieder die Integralmittlung über den Raumwinkel und über s durchgeführt, so ergibt sich

$$\bar{l}^* = D \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{D}\right) \text{ oder}$$

$$\bar{\sigma}^* = D \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \ln \frac{\sigma}{D}\right) \quad (7a)$$

*) Bezüglich der Ableitung der nachfolgenden Formeln muß auf REUTER (1979) verwiesen werden.

Man erkennt, daß für $l = D$ Formel (7) und (7a) denselben Wert liefern, nämlich:

$$\bar{l}^* = \frac{3}{4} l \text{ bzw. } \bar{\sigma}^* = \frac{3}{4} \sigma.$$

Das bedeutet, daß bereits bei der Erreichung einer Streuung von der Größenordnung der Schichtdicke eine Reduzierung auf 75 % des Betrages eintreten muß.

Für weitere Betrachtungen schreiben wir für die ursprünglichen Streuungsparameter wie bisher σ_y und σ_z , für die reduzierten σ_y^* bzw. σ_z^* . Es muß jetzt noch eine Zusatzannahme im Hinblick auf die in der Lösung (4) mit (5) vorhandene Anisotropie getroffen werden. Wir wollen postulieren, daß diese Anisotropie durch die Reduzierung der Streuungsparameter infolge des Einwirkens der Inversion nicht gestört wird, mithin $\sigma_y : \sigma_z = \sigma_y^* : \sigma_z^*$ bestehen soll.

Dies ist allerdings nicht selbstverständlich und es könnte diesbezüglich auch eine andere Annahme verfügt werden. In unserem Fall erhalten wir nunmehr unter Verwendung von (7) und (7a):

$$\sigma \leq D \quad \sigma_z^* = \sigma_z \left(1 - \frac{\sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2}}{4D}\right) \quad (8)$$

$$\sigma \geq D \quad \sigma_z^* = \frac{\sigma_z D \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2}}{D}\right)}{\sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2}} \quad (8a)$$

Um die durch eine Inversion bewirkte Reduzierung der Streuungsparameter zu veranschaulichen, ist in der Abbildung 2 σ_y und σ_z^* als Funktion der Diffusionszeit unter Verwendung der Formeln (8) und (8a) im doppellogarithmischen Maßstab für den Fall $D = \infty$ und $D = 500$ m bzw. $D = 200$ m und für zwei verschiedene Ausbreitungsklassen aufgetragen worden. Der Ansatz (5) ergibt in dieser Darstellung eine Gerade, deren Neigung von der Ausbreitungsklasse abhängt. Die zusätzlichen Bedingungen (8) und (8a) führen zu einer Krümmung und zwar von dem Zeitpunkt angefangen, zu dem die Größe σ_z sich dem Betrag der Sperrschichthöhe nähert. Man kann dies so deuten, daß die Inversion eine Stabilisierung des turbulenten Austauschprozesses verursacht (Übergang zu einer stabileren Ausbreitungsklasse). Dies hat zur Folge, daß der Konzentrationsabfall in der Vertikalen bezogen auf die Rauchfahnenachse ($z = H_c$) gegenüber der Situation, die lediglich der Reflexion, aber nicht der Reduzierung der Streuungsparameter Rechnung trägt (berechnet nach Formel (3)), wesentlich gebremst wird, mithin die Rauchfahne über eine wesentlich größere Distanz (oder Diffusionszeit) hinaus die Schadgase akkumuliert (s. Abb. 3).

Um noch den Einfluß dieses Effektes auf die Immission erkennen zu können, wurde in Abbildung 4 für einen Modellemittelpunkt mit $H_c = 100$ m effektiver Quellhöhe bei Ausbreitungsklasse 4 und einer Windgeschwindigkeit von 2 m s^{-1} die normierte Immissionskonzentration (s/QS) entlang der Translationsachse ($z = 0$, x-Achse) aufgetragen und zwar berechnet für $D = \infty$ nach Formel (4) und für $D = 200$ m nach Formel (3), d.h. ohne Streuungsverkürzung sowie nach Formel (3), aber mit zusätzlicher Berücksichtigung von (8) und (8a). Man erkennt deutlich den durch die Inversion bewirkten Effekt. Er besteht darin, daß im Nahbereich bis etwa 1000 m Entfernung von Emit-

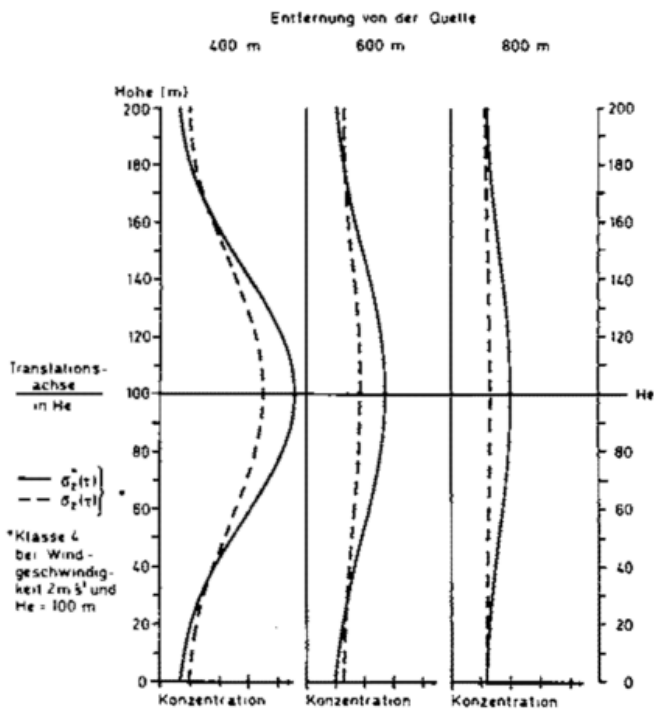


Abb. 3: Abfall der Konzentration des Schadgases relativ zur Translationsachse in der Vertikalen bei einer Inversionshöhe von $D = 200$ m berechnet nach Formel (3) mit und ohne Berücksichtigung von (8) und (8a).

tenten keine signifikante Änderung des Immissionsbetrages auftritt, daß aber weiter nach außen hin der Abfall wesentlich gebremst wird. Die Inversion bewirkt mithin eine Verlagerung höherer Immissionen in Gebiete, die weiter vom Emittenten entfernt sind, während sie im Nahbereich keine wesentliche Modifikation des Immissionsfeldes verursacht.

H. FORTAK, Berlin

5 Einbeziehung von Sedimentation und Konvektion in die Ausbreitungsberechnung

1 Einleitung

Nachdem durch die Einführung wirksamer Entstaubungsanlagen das in den 50er Jahren noch bestehende Problem der Ausbreitung von industriellen Stäuben gegenstandslos geworden war, rückt es seit einigen Jahren mit der Emission von Schwermetallstäuben wieder sehr in den Mittelpunkt des Interesses. Bei als bekannt angesehener Emission interessiert die akkumulierte Ablagerung der Stäube an der Erdoberfläche. Diese erhält man aus simulierten bodennahen Staubkonzentrationen, multipliziert mit der sog. Ablagerungsgeschwindigkeit v_d und integriert über vorgegebene Zeitintervalle. Hier liegt ein Anwendungsgebiet der Ausbreitungsrechnung vor, das die Simulation von Immissionsklimatologien erfordert.

Theorien zur Berechnung der Ausbreitung von sedimentierendem Staub liegen seit vielen Jahren vor. Solche, die sich konstanter Diffusionsparameter bedienen (einfache Ficksche Theorie, auch K-Theorie genannt, FORTAK 1957 (a) (b) (c), 1961), erlauben die Behandlung von Problemen mit sehr komplexen Rand- und Anfangsbedingungen selbst bei

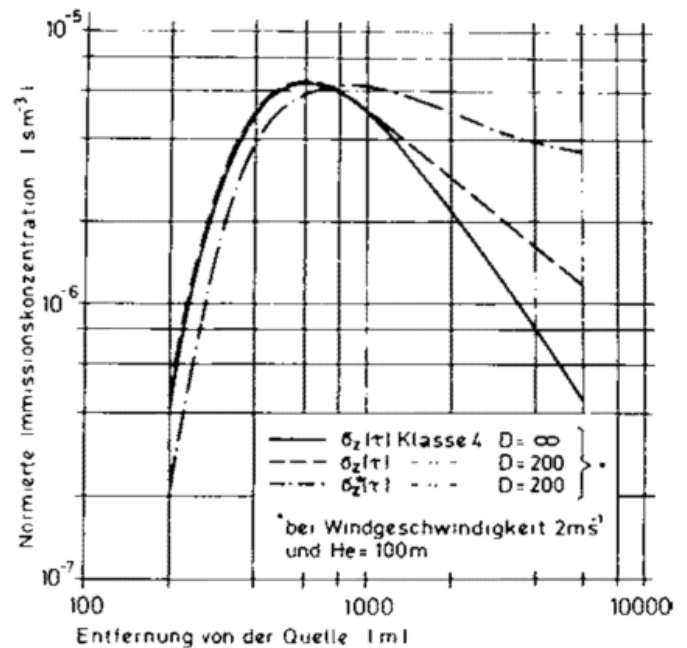


Abb. 4: Immissionskonzentrationen entlang der Translationsachse am Boden in Abhängigkeit von der Entfernung vom Emittenten ohne und unter Einfluß einer Inversion.

Literatur

REUTER, H.; KOLB, H.: The influence of low level inversions on the dispersion of atmospheric pollutants. Proc. of the Tenth ITM on Air Pollution Modeling and its Application, Rome 1979.

der Anwendung auf instationäre Verhältnisse. Verallgemeinerte K-Theorien mit höhenabhängigen Koeffizientenfunktionen, d.h. Windgeschwindigkeit und Diffusionskoeffizienten (KLUG und WIPPERMANN 1967), liefern realistischere Lösungen, allerdings mit höherem numerischen Aufwand.

Der Nachteil aller K-Theorien liegt allerdings darin, daß der Lagrangeschen Natur der Ausbreitung im Nahbereich von Punktquellen nicht Rechnung getragen werden kann. K-Theorien sind Ficksche Theorien, welche für Verhältnisse gelten, in denen sich die Luftbeimengungen, nachdem sie emittiert wurden, schon lange auf der Reise befinden. Dies ist bei großflächigen Quellen und somit unter Bedingungen weiterreichender Transporte unbedenklich vorauszusetzen, nicht aber für die Behandlung von Punktquellen.

Deshalb wurde versucht, die Lagrangesche (nicht Ficksche) Theorie der Ausbreitung, so wie sie im 1. Beitrag skizziert wurde, zur Beschreibung der Ausbreitung von Stäuben um Punktquellen in entsprechend modifizierter Form zu verwenden (FORTAK, 1964). Hierüber wird im folgenden zusammenfassend berichtet werden.

Zur Sedimentation physikalisch im umgekehrten Verhältnis stehend ist offensichtlich die statistische Wirkung des Einflusses der Konvektion, indem sie im Mittel eine „Sedimentation nach oben hin“ zu bewirken scheint. Die Anreicherung von Luftbeimengungen im Höhenbereich der Inversionen unter konvektiven Bedingungen darunter kann bei jedem Flug, der den Bereich der planetarischen Grenzschicht verläßt, beobachtet werden. Dieser „negative Sedimentationsprozeß“ durch Konvektion müßte sich ähnlich behandeln lassen wie derjenige der Sedimentation durch die Schwere. Die Bedeutung dieses Effektes für eine immissionsmäßige Entlastung der bodennahen Schichten ist sicherlich recht groß. Bedenkt man weiterhin, daß derartige Situationen selbst in unserer Klimaregion sehr häufig angetroffen werden, dann ergibt sich hieraus die Notwendigkeit, Immissionsklimatologien unter Berücksichtigung dieses Effektes zu simulieren. Wegen der engen mathematischen Verwandtschaft zur Sedimentation behandeln wir beide Effekte in diesem Beitrag zusammen.

2 Modellvorstellung zur Berücksichtigung des Einflusses der Sedimentation in der nicht-Fickschen (Lagrange-schen) Form der Ausbreitungsrechnung

Wir knüpfen an die Vorstellungen an, die im 1. Beitrag entwickelt wurden und sind sofort in der Lage, die Wirkung einer überlagerten Sinkgeschwindigkeit w sedimentierender Stäube auf den Ausbreitungsvorgang in mit der Windgeschwindigkeit U wandernden Querschnittsflächen zu berücksichtigen. Diese besteht darin, daß die Querschnittsfläche formal eine Sinkbewegung durchführt, wobei z.B. der Erwartungswert der Normalverteilung von Gleichung (1), 1. Beitrag, gemäß $z = H - w\tau$ in Abhängigkeit von der Reisezeit in immer niedrigeren Höhen angetroffen wird. Die biaxiale (zweidimensionale) Normalverteilung schreibt sich dadurch in Abwandlung von Gleichung (1), 1. Beitrag, als

$$\Psi = \frac{\exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(\tau)}\right]}{\sqrt{2\pi}\sigma_y(\tau)} \frac{\exp\left[-\frac{(H-w\tau-z)^2}{2\sigma_z^2(\tau)}\right]}{\sqrt{2\pi}\sigma_z(\tau)} \quad (1)$$

wobei man allerdings zu beachten hat, daß die Standardabweichungen σ_y , σ_z für Gase und Stäube verschiedenster Größenklassen unterschiedlich sein werden. Die Verteilung (1) gilt wieder für die allseitig unbegrenzte Querschnittsfläche. Die Konzentration, hervorgerufen durch eine singuläre Flächenquelle der Quellstärke q [kg/s]/ U [$\frac{m}{s}$] ist wieder durch $S = q\Psi/U$ gegeben.

Die Verteilung (1) trägt der physikalischen Existenz der Erdoberfläche nicht Rechnung. Dort werden Staubpartikel partiell festgehalten (wie auch bei Gasen durch Absorption gemäß Gl. (3), 1. Beitrag). In Verallgemeinerung der Randbedingung [Gl. (3), 1. Beitrag] muß nun noch der Sinkstrom wS hinzugefügt werden, was zur Randbedingung

$$-K_z(\tau) \frac{\partial S}{\partial z} - wS = -v_d S : z=0 \quad (2)$$

mit $K_z(\tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} [\sigma_z^2(\tau)/2]$ führt.

Der Staubniederschlag pro Zeiteinheit ist durch $N = v_d S$ gegeben und bei Kenntnis der Staubkonzentration S am Boden mit Hilfe der linken Seite von (2) berechenbar. Würde

man nichts über Randwertprobleme, dann wäre man geneigt, aus der Verteilung (1) mit dem Faktor q/U versehen) die linke Seite von (2) zur Berechnung des Staubniederschlags zu verwenden. Man erhielte

$$N = v_d S = \left[\frac{K_z(\tau)}{\sigma_z^2(\tau)} (H - w\tau) + w \right] S : z=0 \quad (3)$$

und somit eine von der Reisezeit τ abhängige Staubniederschlagsgeschwindigkeit $v_d(\tau)$. Diese wäre in einer Entfernung $x = HU/w$ (Reisezeit $\tau = H/w$) mit der Sinkgeschwindigkeit w identisch. Eine verstümmelte Form von (3) ist schon einmal mit Erfolg zur Berechnung des akkumulierten Staubniederschlags verwendet worden (FETT 1981). Diese entsteht, wenn mit $\sigma_z \sim \tau^B$ und kleinem w für (3) geschrieben wird $N \approx (gH/\tau)S$, jedoch zur Berechnung der Immissionsklimatologie stattdessen weiterhin vereinfacht $N \approx (H/\tau)S$ verwendet wird.

Wie im ersten Beitrag angedeutet, wird auch hier die Formulierung eines Randwertproblems angestrebt, welches im Rahmen der Modellvoraussetzungen die exakte Antwort auf die Frage nach dem Staubniederschlag geben kann (FORTAK 1964). Man stellt nämlich leicht fest, daß die Verteilung (1) (mit dem Faktor q/U) wieder Grundlösung einer Lagrange-schen Diffusionsgleichung ist, die zusammen mit Randbedingungen der Art (2) am Erdboden und ggf. in der Höhe einer nach oben hin den Austausch sperrenden Inversion zu lösen ist. Das Randwertproblem lautet:

$$\frac{\partial S}{\partial \tau} - w \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\sigma_y^2(\tau)}{2} \right] \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\sigma_z^2(\tau)}{2} \right] \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \quad (4)$$

$$-K_z(\tau) \frac{\partial S}{\partial z} - wS = -v_d S : z=0 \quad (2)$$

Analytische Lösungen, etwa mit Hilfe von Spiegelungsverfahren, konnten trotz langer Bemühungen bisher nicht gefunden werden. Der Grund hierfür liegt darin, daß in der Randbedingung (2) der Reisezeit-abhängige Faktor $K_z(\tau) = \partial/\partial \tau [\sigma_z^2(\tau)/2]$ auftritt. Die erste numerische Lösung des Randwertproblems (FORTAK 1964) zielte noch ganz in Richtung des Problems der Bestimmung von Schornsteinmindesthöhen und berechnete in Verallgemeinerung des Formelsatzes (7) im 1. Beitrag Diagramme für die Zusammenhänge von x_{max} und S_{max} für einen breiten Parametersatz von w und v_d , sowie für alle gängigen meteorologischen Bedingungen.

Abbildung 1 stellt zunächst die funktionellen Verläufe der Bodenkonzentration für verschiedene Kombinationen von w und v_d sowie für die Ausbreitungs-klassen nach TURNER in Verbindung mit einem erweiterten Brookhavenschen Parametersatz F, G, f, g dar. Vergleicht man die eingezeichneten Kurven in Relation zur gepunkteten ($w=0, v_d=0$, d.h. Ausbreitung von Gasen), dann stellt man fest, daß Absorption und/oder Sedimentation mit Ausnahme der instabilen Klassen 1 und 2 eine mit der Stabilität wachsende Bedeutung besitzen. Die zugrundegelegte effektive Quellhöhe von 300 m kann als Mittelwert bei normalen Kraftwerkschornsteinen angenommen werden.

Abbildung 2 stellt den Zusammenhang $x_{max}-S_{max}$ für den Fall neutraler Schichtung und einer Windgeschwindigkeit von 6 [m/s] in Anemometerhöhe für $w=0$ und $v_d=0, \dots, 10$ [cm/s] sowie für $w=10$ [cm/s] und denselben v_d -Bereich dar. Man erkennt die immissionserhöhende Wirkung

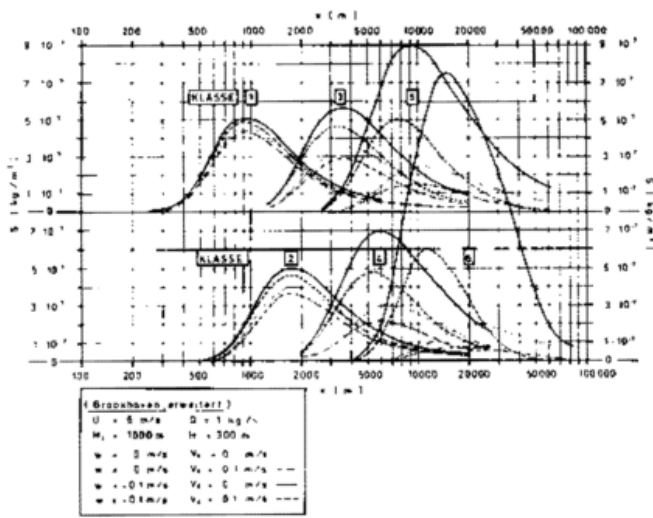


Abb. 1: Bodenkonzentrationen in Windrichtung auf der Rauchfahnenachse in Abhängigkeit von der Sinkgeschwindigkeit w der Staubpartikel und von der Ablagerungsgeschwindigkeit v_d für sechs Stabilitätsklassen mit (erweiterten) Brookhaven-Parametern.

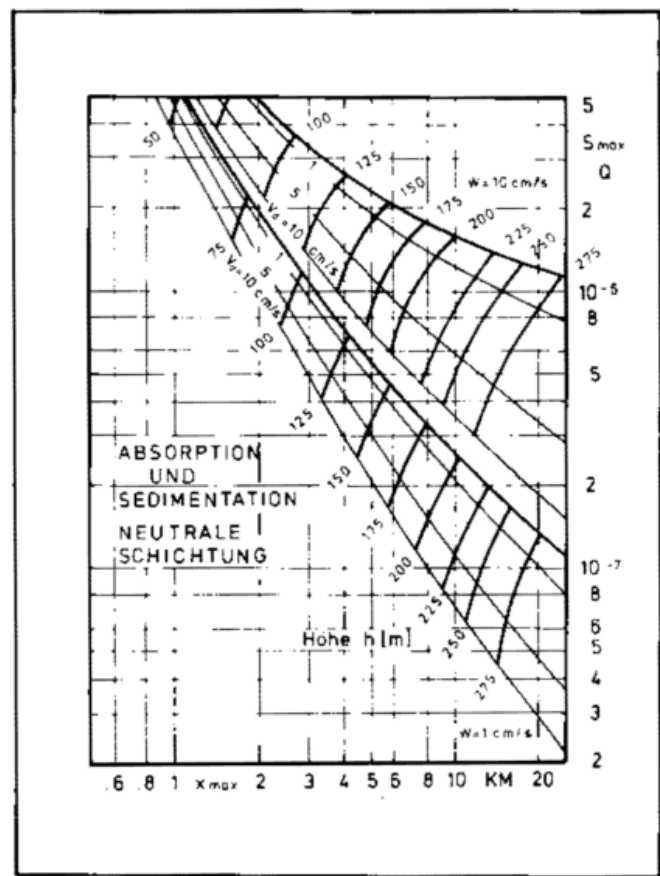


Abb. 2: Zusammenhang von x_{max} und S_{max} in Abhängigkeit von der Sinkgeschwindigkeit w und der Ablagerungsgeschwindigkeit v_d sowie der (effektiven) Schornsteinhöhe H . Neutrale Schichtung, Windgeschwindigkeit in Anemometerhöhe 6 [m/s].

der Sinkgeschwindigkeit w , das Näherrücken der Maxima an den Fußpunkt der Quelle und weiterhin die immissionsvermindernde Wirkung der Ablagerungsgeschwindigkeit v_d . Bemerkenswert ist auch, daß für stark sedimentierende Stäube die Exponenten in den Darstellungen für die Standardabweichungen [Gl. (6), 1. Beitrag] gemäß $f' = f(1-aw)$ und $g' = g(1-aw)$ versuchsweise modifiziert wurden. Wegen der Unsicherheit der Parameter F, G, f, g wurde jedoch bald auf derartige hypothetische Modifikationen verzichtet.

3 Modellvorstellung zur Berücksichtigung des Einflusses der Konvektion in der nicht-Fickschen (Lagrangeschen) Form der Ausbreitungsrechnung

Unter instabilen bis neutralen atmosphärischen Schichtungsbedingungen tritt bei entsprechender Einstrahlung und geeigneter physikalischer Beschaffenheit der Erdoberfläche thermische Konvektion in Erscheinung. Oft findet man aufsteigende Thermikzellen mit Durchmesser der Steiggebiete von 200 – 600 m und mit gegenseitigen Abständen von 600 – 2.000 m. Bei entsprechender Neigung derselben in einem überlagerten Scherwindfeld werden im Mittel Transporteigenschaften der Atmosphäre nach oben transportiert (GRIESSEIER und JACOBSEN, 1970, sowie die dort zitierte Literatur). Dies kann auch nicht ohne Einfluß auf den Ausbreitungsvorgang im Lee von Punktquellen bleiben; man beobachtet ja oft das vertikale Mäandern der Rauchfahnen bei instabiler Schichtung als Folge organisierter, thermisch bedingter Vertikalbewegungen. Eine Berücksichtigung dieses Falles mit Hilfe von Ausbreitungsparametern der instabilen Klassen ist nicht befriedigend und erklärt auch nicht den beobachteten Trend eines mittleren Vertikaltransportes von Luftbeimengungen in Richtung zur Inversion.

Hier soll im folgenden nur die einfachste, mehr heuristische Verallgemeinerung der klassischen Ausbreitungsrechnung auf diesen Fall dargestellt werden, ausführlichere Darstellungen und Begründungen werden gesondert veröffentlicht.

Von der Vorstellung eines in Windrichtung homogenen Feldes von Wind- und Turbulenzstruktur kann man infolge des Auftretens der aufsteigenden Thermikzellen nicht mehr sprechen. Jede wandernde Querschnittsfläche findet während ihrer Reisezeit τ fluktuierende Bedingungen vor. Man kann aber versuchen, durch Miteinbeziehung der beidseitigen Nachbarschaft eines wandernden Querschnitts und durch geeignete Mittelbildung wieder zu horizontal homogenen Feldern von Wind- und Turbulenzstruktur zu gelangen, wobei sich allerdings der Scale des Phänomens vergrößern wird.

Denkt man sich eine gleitende Mittelbildung im Lagrangeschen Sinne so, daß über das Zeitintervall $[\tau - \Delta\tau, \tau + \Delta\tau]$ beidseitig zur wandernden Querschnittsfläche gemittelt wird, dann erhält man mit $\alpha = \bar{\alpha} + \alpha'$ und $\bar{\alpha}' = 0$ aus (4) zunächst

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \tau} - w \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\sigma_y^2(\tau)}{2} \right] \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\sigma_z^2(\tau)}{2} \right] \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} \right)$$

Korrelationen der Art $\overline{\sigma_y^2(\tau) \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial y^2}}$ können sicherlich gegenüber derjenigen der z -Richtung vernachlässigt werden. Man erhält deshalb zunächst die Gleichung

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \tau} - w \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} =$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\sigma_y^2(\tau)}{2} \right] \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\sigma_z^2(\tau)}{2} \right] \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{K_z'(\tau)} \frac{\partial \bar{S}'}{\partial z} \right)$$

in welcher als zusätzlicher Term gegenüber der Ausgangsgleichung die vertikale Divergenz der Korrelation $\overline{K_z'(\tau)} \frac{\partial \bar{S}'}{\partial z}$ auftritt. Diese muß für den durch Thermik verursachten Vertikaltransport von Luftbeimengungen verantwortlich gemacht werden.

Mittelt man auch die Randbedingungen (2), dann erhält man

$$-\overline{K_z(\tau)} \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} - \overline{K_z' \frac{\partial \bar{S}'}{\partial z}} - w \bar{S} = v_d \bar{S} \quad : z = 0$$

Es gilt somit, die Korrelation $\overline{K_z'(\tau)} \frac{\partial \bar{S}'}{\partial z}$ geeignet zu parameterisieren. Wir wählen hier im Anschluß an GRIESSEIER und JACOBSEN (1970) und in Hinblick auf die Beobachtungstatsachen den Ansatz

$$-\overline{K_z' \frac{\partial \bar{S}'}{\partial z}} = W_c \bar{S} \geq 0 \quad (5)$$

und vermuten, daß trotz der vorausgesetzten Höhenunabhängigkeit aller sonstigen Parameterfunktionen dies für W_c nicht zutreffen wird. Jedenfalls wird $W_c = 0$ für $z = 0$ und $z = H_1$ zu fordern sein.

Als Randwertproblem ergibt sich somit

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \tau} - w \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} = \overline{K_y(\tau)} \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial y^2} + \overline{K_z(\tau)} \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial z} (W_c \bar{S}) \quad (6)$$

$$-\overline{K_z(\tau)} \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} - w \bar{S} = -v_d \bar{S} \quad : z = 0, H_1. \quad (2)$$

Bringt man den letzten Term der rechten Seite von Gleichung (6) nach Ausdifferenzieren teilweise auf die linke Seite, dann entsteht

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \tau} + (W_c - w) \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} = \overline{K_y(\tau)} \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial y^2} + \overline{K_z(\tau)} \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial z^2} - \frac{\partial W_c}{\partial z} \bar{S} \quad (7)$$

und man erkennt, daß die Relation zwischen Sedimentation und Konvektion den vertikalen Advektionsterm bestimmt und ferner, daß eine Höhenabhängigkeit von W_c sich je nach dem Vorzeichen von $\partial W_c / \partial z$ als Quelle bzw. als Senke bemerkbar macht.

Da man die y -Abhängigkeit der Lösung für \bar{S} im Rahmen der vorliegenden Theorie stets durch Abspaltung von

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_y(\tau)} \exp \left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(\tau)} \right]$$

beseitigen kann, verbleibt unter Verwendung von $\tau = x/U$ und mit $\bar{S}^*(z, \tau)$ bzw. $\bar{S}^*(z, x)$ das Randwertproblem

$$\frac{\partial}{\partial x} [\overline{U \bar{S}^*}] + \frac{\partial}{\partial z} [(W_c - w) \bar{S}^* - \overline{K_z(x/U)} \frac{\partial \bar{S}^*}{\partial z}] = 0$$

$$-w \bar{S}^* - \overline{K_z(x/U)} \frac{\partial \bar{S}^*}{\partial z} = -v_d \bar{S}^* \quad : z = 0, H_1$$

das unter Verwendung einer „Stromfunktion“ ψ für den Substanzstromvektor

$$\bar{S}^* \equiv \langle \overline{U \bar{S}^*}, (W_c - w) \bar{S}^* - \overline{K_z(x/U)} \frac{\partial \bar{S}^*}{\partial z} \rangle \quad (8)$$

gemäß

$$\bar{S}^* = -jx \nabla_z \psi, \quad \nabla_z \cdot \bar{S}^* = 0 \quad (\nabla_z \equiv \langle \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial z} \rangle)$$

mit den entsprechenden Randbedingungen gelöst wurde.

Die folgenden Abbildungen 3 und 4 zeigen das Ergebnis der Rechnungen für einige typische Fälle. In beiden Fällen wurde auf die Berücksichtigung des Einflusses von Sedimentation und Absorption verzichtet, um den Einfluß der Konvektion gesondert betrachten zu können. Betrachtet werden zwei Punktquellen in $H = 300$ m und $H = 700$ m unterhalb einer Inversion in $H_1 = 1.000$ m. $W_c = 0$ stellt den konvektionsfreien „Normalfall“ dar, $W_c = 23$ [cm/s] ist ein stark

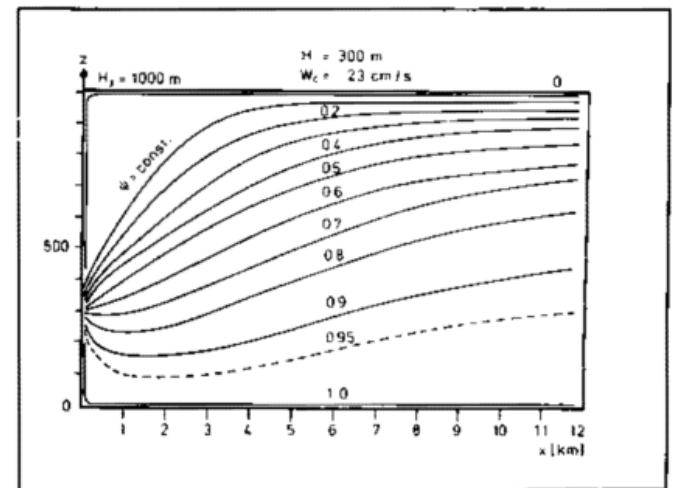
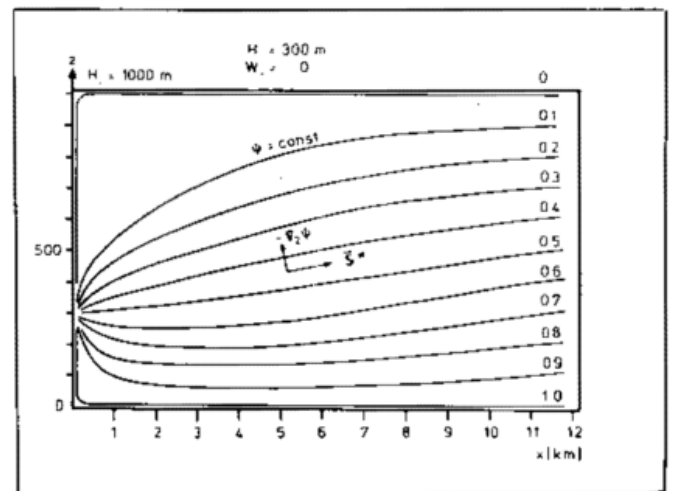


Abb. 3: Stromliniendarstellung $\psi = \text{const.}$ des totalen Staubtransportes durch Advektion und Diffusion. Effektive Höhe der Quelle $H = 300$ [m], Quellstärke 1 [$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}$], Windgeschwindigkeit in Anemometerhöhe 5 [m/s], neutrale Schichtung der Atmosphäre.

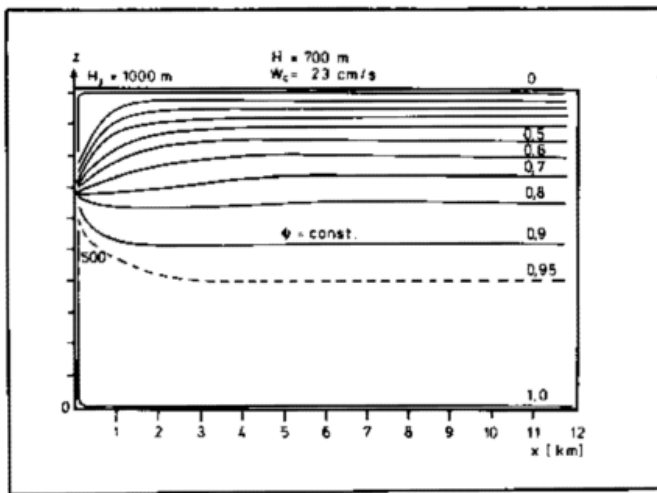
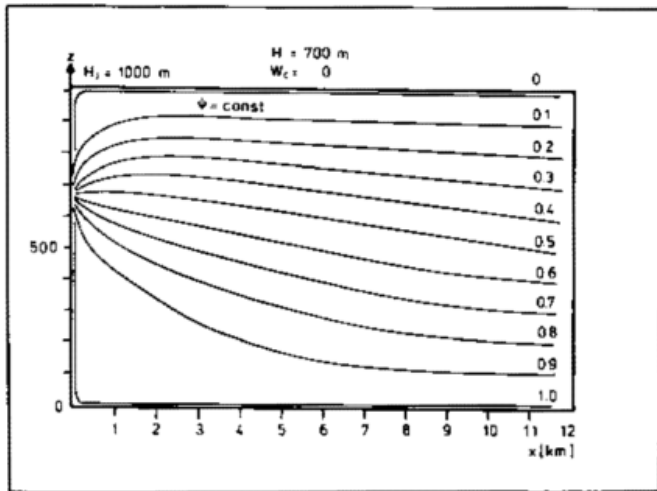


Abb. 4: Wie Abb. 3, jedoch $H = 700$ [m].

übertriebener Wert, in der Literatur schätzt man analoge Parameter auf 5–10 [cm/s]. Die Interpretation dieser Stromlinienbilder liegt dem Meteorologen nahe: Der totale Substanzstromvektor \vec{S}^* verhält sich formal wie der geostrophische Wind, d.h. er ist parallel zu den Isolinien $\psi = \text{const.}$ gerichtet und die Drängung der Isolinien liefert eine Aussage über die Stärke des Substanztransportes. Man erkennt, daß die Anreicherung von Luftverunreinigungen in

Höhe der Inversion als Folge der Konvektion wenigstens formal beschrieben wird. Verfügbar sind neben den Rechnungen, die den Abbildungen 3 und 4 zugrundeliegen, auch solche, die vertikale Konzentrationsprofile in jeder Quellentfernung zu berechnen gestatten, und die außerdem die Effekte von Sedimentation und Absorption mitberücksichtigen.

Literatur

- FETT, W.: Staubbiederschlag in der Umgebung einer kontinuierlichen Einzelquelle – Berechnung, Verteilung und Beziehung zur Staubkonzentration. In: WaBoLu-Bericht: Studien zur Luftthygiene. Berlin: Reimer Verlag (1981).
- FORTAK, H.: Zur allgemeinen Berechnung von Suspensionsverteilungen in turbulenten Strömungsfeldern. Gerl. Beitr. z. Geophys. 2 (1957) (a).
- FORTAK, H.: Staubtransporte über staubaktiver Erdoberfläche. Z. f. Meteorol. 2 (1957) (b).
- FORTAK, H.: Sinkstofftransport in geraden Kanälen als Randwertproblem. Acta Hydrophysica, 4 (1957) (c)
- FORTAK, H.: Zur quantitativen Beschreibung der Passatstaubfälle und verwandter Erscheinungen. Gerl. Beitr. z. Geophys. 66 (1957) (d).
- FORTAK, H.: Ausbreitung von Staub und Gasen um eine kontinuierliche Punktquelle in einer bezüglich Windgeschwindigkeit und Austausch geschichteten Atmosphäre. VDI-Forschungsheft 483 (1961).
- FORTAK, H.: Einbeziehung der Sinkgeschwindigkeit und partiellen Absorption am Erdboden in die Ausbreitungsrechnung, speziell im Falle nicht-Fickscher Diffusion. Veröff. Inst. Theoret. Meteorol. FU Berlin (1964).
- GRIESSEIER, H.; JACOBSEN, I.: Versuch der Einbeziehung konvektiver Prozesse in die Theorie der Ekman-Schicht. Arch. Meteorol. Geoph. Biokl., Ser. A, 19 (1970) S. 283 – 298.
- KLUG, W.; WIPPERMANN, F.: Numerische Integration einer Gleichung für die turbulente Diffusion in der Atmosphäre. Arch. Meteorol. Geoph. Biokl., Ser. A 16 1 (1967) S.

6

M. SCHATZMANN, Karlsruhe

Neue Ansätze zur Schornsteinüberhöhungsberechnung

1 Einleitung

Schornsteinabgase enthalten Schwefeldioxid, Stickoxide und eine Vielzahl sonstiger schädlicher Stoffe. Die technischen und wirtschaftlichen Möglichkeiten zur Abgasreinigung sind begrenzt. Umso wichtiger ist es daher, die im Abgas verbleibenden Schadstoffe durch geschickte Einleitung so in der Atmosphäre zu verteilen, daß die Bodenkonzentrationswerte auch bei ungünstiger Geländeform und kritischen Wetterlagen unterhalb der jeweiligen Toleranzwerte bleiben.

Bei größeren, meist über hohe Schornsteine vorgenommenen Abgaseinleitungen in die Atmosphäre ist es sinnvoll, das sich stromab von der Quelle einstellende Schadstoffgebiet in einen Nah- und Fernbereich zu unterteilen. Im Nahbereich der Einleitung steigt die Abgasfahne infolge ihrer Temperaturdifferenz zur Umgebungsluft zunächst bis zu einer bestimmten Höhe an, ehe sie dann (Fernbereich) durch die Einwirkung der atmosphärischen Turbulenz so verbreitert wird, daß ihr Unterrand schließlich den Erdboden erreicht. Die „Schornsteinüberhöhung“ genannte Steig-

höhe der Abgase (Abb. 1), die je nach Wetterlage ein Mehrfaches der tatsächlichen Schornsteinbauhöhe betragen kann, ist ein äußerst empfindlicher Eingangsparameter für Diffusionsrechnungen, mit deren Hilfe das Bodenkonzentrationsfeld im Fernbereich der Einleitung üblicherweise ermittelt wird. Für den Maximalwert der errechneten Bodenkonzentration ergibt sich beispielsweise, daß er umgekehrt proportional zum Quadrat der effektiven Quellhöhe ist ($C_{\max} \sim 1 / (z_{\text{sch}} + \Delta h)^2$).

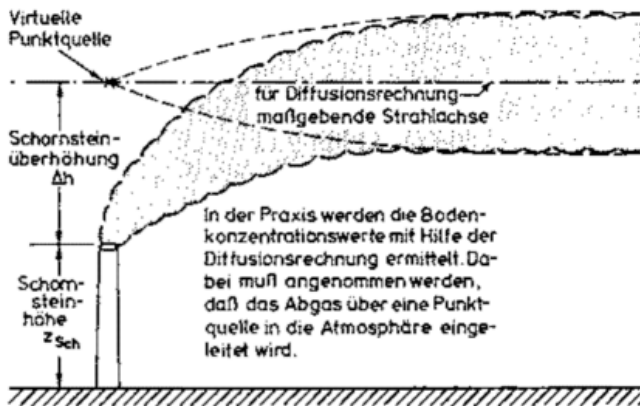


Abb. 1: Die „Schornsteinüberhöhung“ genannte Steighöhe der Abgase, die je nach Wetterlage ein Mehrfaches der Schornsteinbauhöhe betragen kann, hat maßgeblichen Einfluß auf die unterhalb der Einleitung auftretenden Bodenkonzentrationswerte der im Abgas enthaltenen Schadstoffe.

2 Schornsteinüberhöhungsformeln

Der gegenwärtige Stand der Überhöhungsrechnung ist grundsätzlich unbefriedigend. In der Vergangenheit wurde eine kaum noch zu überblickende Anzahl meist völlig empirischer Überhöhungsformeln entwickelt, deren Ergebnisse erheblich streuen. BRIGGS hat in einer 1975 durchgeführten Analyse der verschiedenen „plume rise formulas“ festgestellt, daß je nach Wahl der Formel Ergebnisse gewonnen werden, die sich um den Faktor 10 unterscheiden können. Ähnliche Schlußfolgerungen lassen sich aus der Arbeit von TRAMPF (1973) ziehen. Ursächlich für das schlechte Abschneiden der Überhöhungsformeln ist die Tatsache, daß mit ihrer Hilfe der Versuch unternommen wird, einen so komplexen physikalischen Vorgang wie die Nahfeldausbreitung heißer Schornsteinabgase in der Atmosphäre mit übersimplifizierten und daher nicht mehr adäquaten Mitteln zu beschreiben.

Nimmt man der Einfachheit halber horizontal homogene Verhältnisse in der Atmosphäre an, so muß davon ausgegangen werden, daß die lokale Überhöhung der Rauchgase mindestens von folgenden Einflußgrößen abhängt (Definitionen Abb. 2):

$$\Delta h = f(x, z_{\text{sch}}, D, g, u_j, z_{0i}, u_{\infty 0i}, m_i, T_{\infty 0i}, \left. \frac{dT_{\infty}}{dz} \right|_i, T_j, \Phi_{\infty 0i}, \left. \frac{d\Phi_{\infty}}{dz} \right|_i, \Phi_j, u'_{\infty j}, L_{\infty j}) \quad (1)$$

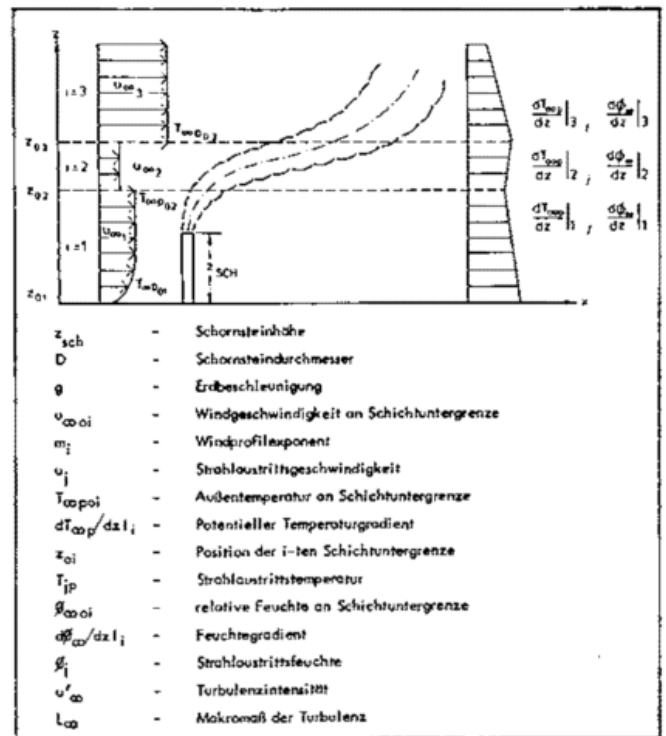


Abb. 2: Nahfeldausbreitung von Schornsteinabgasen in geschichteter Atmosphäre; Zusammenstellung der Einflußparameter.

Werden die mit Gleichung (1) zum Ausdruck gebrachten funktionalen Abhängigkeiten dimensionslos dargestellt, so verringert sich die Zahl der Parameter zwar um die Anzahl der in ihnen vorkommenden Grundgrößeneinheiten:

$$\frac{\Delta h}{D} = f_1 \left(\frac{x}{D}, \frac{z_{\text{sch}}}{D}, \frac{g \cdot D}{u_j^2}, \frac{z_{0i}}{D}, \frac{u_{\infty 0i}}{u_j}, m_i, \frac{D}{T_{\infty 0i}} \left. \frac{dT_{\infty}}{dz} \right|_i, \frac{T_j}{T_{\infty 0i}}, \frac{D}{\Phi_{\infty 0i}} \left. \frac{d\Phi_{\infty}}{dz} \right|_i, \frac{\Phi_j}{\Phi_{\infty 0i}}, \frac{u'_{\infty j}}{u_j}, \frac{L_{\infty j}}{D} \right) \quad (2)$$

Die Liste der dimensionslosen Variablen ist aber nach wie vor umfangreich und bleibt es auch dann, wenn die Analyse auf trockene Abgase in trockener Atmosphäre (Φ -Terme entfallen) beschränkt wird.

Der Vergleich von Gleichung (2) mit gängigen Überhöhungsformeln, hier z.B. mit der im neuen VDI-Entwurf 3784 vorgeschlagenen Briggschen Formel für Quellen mit $Q > 6$ MW Abwärmeemission bei labiler oder neutraler Schichtung

$$\Delta h_1(x) = a_1 \cdot Q^{1/3} \cdot x^{2/3} \cdot u^{-1} \text{ mit } x_{\max} = a_2 \cdot Q^{2/5} \quad (3)$$

macht deutlich, wie lückenhaft die physikalische Absicherung derartiger Formeln ist, was auch darin seinen Ausdruck findet, daß die Konstanten a_1 und a_2 dubiose Dimensionen haben müssen, damit Beziehung (3) dimensionshomogen werden kann.

Nun soll hier nicht unterstellt werden, daß die Produzenten von Schornsteinüberhöhungsformeln den Anspruch erheben würden, physikalische Gleichungen aufzustellen. Vielmehr geht es ihnen darum, vorhandene Datenkollektive mit leicht meßbaren Größen wie u_{∞} oder Q so zu korrelieren, daß die Abweichung zwischen jeweils errechnetem

und gemessenem Δh für den betrachteten Datensatz möglichst klein wird. Da bei dieser Vorgehensweise lediglich Meßdaten miteinander in Beziehung gesetzt werden, liegt es auf der Hand, daß solcherart gewonnene Überhöhungsformeln keine Allgemeingültigkeit besitzen und bestenfalls über jenen meist engen Parameterbereich angewendet werden dürfen, über den sich der bei der Herleitung verwendete Datensatz erstreckte. Extrapolation über die Grenzen dieses Parameterbereichs hinaus sind unzulässig und führen zu fehlerhaften Prognosen, insbesondere dann, wenn bei der Aufstellung der Formel nicht wenigstens die mit Hilfe der Dimensionsanalyse erzielbaren Erkenntnisse verwendet wurden.

3 Mathematische Modelle

Sucht man nach Abhilfe, so bietet sich wohl nur eine Alternative an: Es müssen Verfahren entwickelt werden, die physikalisch besser fundiert sind als die bisherigen Überhöhungsformeln, die also auf den Erhaltungssätzen der Strömungsmechanik für Masse, Impuls, Konzentration und Energie aufbauen. Hierbei handelt es sich um Differentialgleichungen, die nur in ganz bestimmten Sonderfällen einer analytischen Lösung zugeführt werden können (Abb. 3). Hinzu kommt das sogenannte Schließungsproblem. Da atmosphärische Ausbreitungsvorgänge grundsätzlich turbulent verlaufen, müssen die Feldgrößen in zeitlich gemittelte und fluktuierende Anteile aufgespalten werden. Dadurch entstehen in den Erhaltungsgleichungen zusätzliche Terme, die den Impuls- oder Stofftransport durch Turbulenzbewegung beschreiben und aus den übrigen in den Gleichungen auftauchenden Größen modelliert werden müssen. Durch Fortschritte in der Turbulenzforschung und die Entwicklung leistungsfähiger Datenverarbeitungsanlagen, mit deren Hilfe auch für komplizierte Differentialgleichungssysteme Näherungslösungen ermittelt werden können, lassen sich nun beide Schwierigkeiten beheben. In den letzten Jahren sind daher eine Vielzahl von Berechnungsverfahren, die sogenannten mathematischen Modelle, entwickelt worden. Sie haben inzwischen einen Stand erreicht, der es rechtfertigt, sie auch für so komplexe Probleme, wie sie hier zur Diskussion stehen, anzuwenden.

Mathematische Modelle zur Simulation von Ausbreitungsvorgängen im Nahbereich von Einleitungen lassen sich, je

nach der bei ihrer Herleitung gewählten Methode, zwei Kategorien zuordnen, den sogenannten Feld- oder den Integralmodellen. Bei den Feldmodellen werden die differentiellen Erhaltungsgleichungen mit Hilfe numerischer Methoden direkt gelöst. Feldmodelle sind daher potentiell in der Lage, für Ausbreitungsfälle jeglicher Art Lösungen zu liefern. Allerdings sind sie bezüglich Rechenzeit- und Speicherplatzbedarf wesentlich aufwendiger als die nachfolgend vorgestellten Integralmodelle. Da bei komplizierten Problemen für einen Testlauf die Rechenzeit unter voller Kapazitätsausnutzung auch großer Computer in der Größenordnung von Stunden liegen kann, schreiten die Entwicklungsarbeiten nur langsam voran. Hinzu kommt, daß Turbulenzmodelle benötigt werden, die den Zustand der Turbulenz in jedem Raumpunkt des Strömungsfeldes beschreiben. Insbesondere dann, wenn die Turbulenzproduktion nicht nur durch Scherung, sondern – wie bei heißen Rauchgasen der Fall – zusätzlich durch Auftriebseffekte erfolgt, sind die derzeit existierenden Turbulenzmodelle noch Verbesserungsbedürftig.

Bei den Integralmodellen werden die dreidimensionalen, partiellen Differentialgleichungen unter Zuhilfenahme von Symmetrie- und Ähnlichkeitsannahmen zunächst über zwei Raumrichtungen integriert und dadurch in einen Satz gewöhnlicher Differentialgleichungen überführt. Dasselbe gewöhnliche Differentialgleichungssystem kann für einfache Fälle auch durch Bilanzierung der Massen-, Impuls- und Energieflüsse an einem makroskopischen Kontrollvolumen gewonnen werden. Die numerische Lösung der Ergebnisdifferentialgleichungen ist vergleichsweise einfach. Die erforderliche Computerzeit verbleibt in der Größenordnung von Sekunden, der benötigte Speicherplatzbedarf ist gering (20 – 30 k). Die Strömungskonfiguration muß jedoch einfach genug sein, damit die die Trennung der Variablen ermöglichenden Symmetrie- und Ähnlichkeitsannahmen noch mit einiger Berechtigung angewendet werden können. Die Einsatzmöglichkeit der Integralverfahren ist daher – von Sonderfällen abgesehen – mehr oder weniger auf solche Strahlströmungen beschränkt, deren Entwicklung durch Wandinflüsse nicht oder nur geringfügig beeinträchtigt wird. Bei der Berechnung derartiger „tiefgetauchter Strahlen“, und Abgasfahnen aus hohen Schornsteinen gehören in diese Rubrik, sind Integralmodelle in punkto Wirtschaftlichkeit allerdings kaum zu schlagen. Das Schließungsproblem kann ebenfalls relativ einfach gelöst werden, und zwar durch Postulierung einer Einmischhypothese, die lediglich die Effekte der Turbulenz auf die Strahlentwicklung, nicht jedoch die räumliche Variation der turbulenten Zustandsgrößen selbst beschreibt.

4 Vorstellung eines Integralmodells

Nachfolgend wird ein mathematisches Modell vom Integraltyp vorgestellt, das im Sonderforschungsbereich 80 „Ausbreitungs- und Transportvorgänge in Strömungen“ an der Universität Karlsruhe für die Simulation von Strahlen in Luft- und Wasserströmungen entwickelt worden ist. Abbildung 4 zeigt seinen prinzipiellen Aufbau. Das Modell basiert auf den Grundgleichungen der Strömungsmechanik, die über Vektoroperationen in ein problemspezifisches Koordinatensystem transformiert und unter Verwendung der üblichen Ähnlichkeitsannahmen für die zeitlich gemittelten Feldgrößen in azimuthaler und radialer Richtung integriert werden. Der sich ergebende Satz gewöhnlicher Differential-

Die differentiellen Erhaltungsgleichungen für eine turbulente Strömung, ausgedrückt in allgemeiner Vektorschreibweise, sind:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0;$$

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \cdot \vec{v}^2 - \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v}) \right] = \nabla p + \rho \cdot \vec{g};$$

$$\frac{\partial (\rho c)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho c \vec{v}) + \rho c \nabla \cdot \vec{v} = 0;$$

$$\frac{\partial (\rho \bar{t})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{t} \vec{v}) + \rho \bar{t} \nabla \cdot \vec{v} = 0;$$

Annahmen: Molekularbewegung im Vergleich zur Turbulenzbewegung vernachlässigbar. Wärme breitet sich wie passiver Tracer aus. Außer der Schwerkraft wirken keine weiteren Massenkraft.

Abb. 3: Die Grundgleichungen der Strömungsmechanik stellen Sonderformen der allgemeinen Erhaltungsgesetze der Physik angewendet auf strömende Medien dar.

gleichungen wird numerisch gelöst. Die das Gleichungssystem schließende Einmischhypothese wird aus der Gleichung der kinetischen Energie der Hauptströmung abgeleitet. Bedingt durch die verwendeten Annahmen ist der Anwendungsbereich des Modells auf axialsymmetrische und kontinuierliche Einleitungen in näherungsweise unendlich ausgedehnte, rückströmungsfreie Grundströmungen beschränkt. Im Gegensatz zu anderen Berechnungsverfahren ist das Modell jedoch in der Lage, die Ausbreitung von Auftriebsstrahlen auch dann noch zu simulieren, wenn in der Grundströmung Temperatur- und Konzentrationsgradienten vorhanden und die Dichtedifferenzen zwischen Strahl- und Umgebungsfluid nicht mehr vernachlässigbar klein sind (Verzicht auf die Boussinesq-Approximation). Ferner wird der Einfluß der Grundturbulenz und eventuell vorhandener Inversionsschichten auf den Ausbreitungsprozeß mitberücksichtigt.

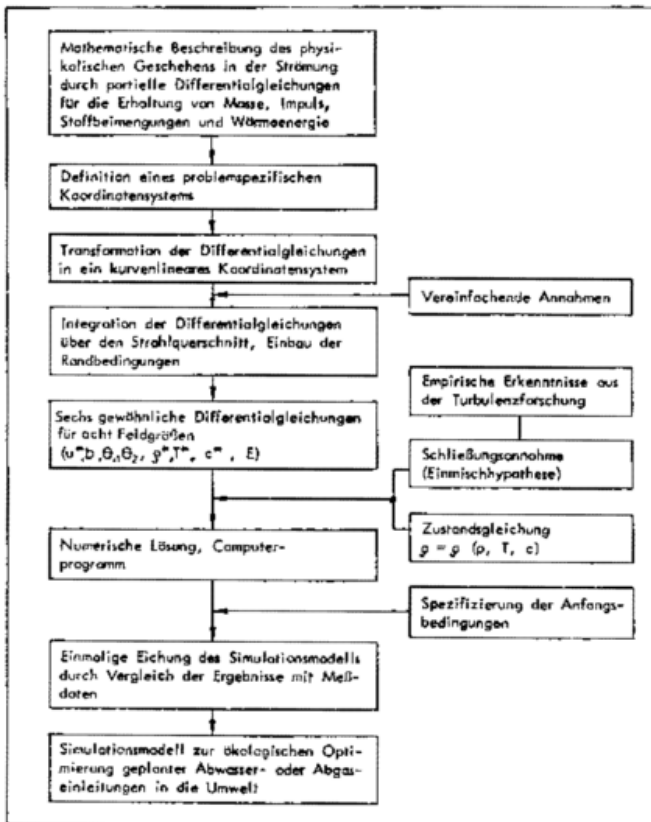


Abb. 4: Schematischer Aufbau des im SFB 80 entwickelten Modells vom Integraltyp.

Auf die Darstellung weiterer Details des Modells soll hier verzichtet werden, weil darüber schon an anderer Stelle ausführlich berichtet worden ist (SCHATZMANN 1979). In einer weiteren Veröffentlichung (SCHATZMANN 1978) wurden die Unterschiede zu anderen Integralmodellen aufgezeigt.

Die Leistungsfähigkeit des mathematischen Modells wurde inzwischen durch Vergleich der Vorhersagen mit experimentellen Ausbreitungsuntersuchungen aus Labor und Natur für etwa 150 verschiedene Fälle nachgewiesen, wobei das gesamte Spektrum der Möglichkeiten bei freiturbulenten Strahlen abgedeckt worden ist. Ohne Veränderung irgendwelcher Modellkonstanten wurde befriedigende Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung für die

unterschiedlichsten Ausbreitungsfälle vom einfachen Impulsstrahl in ruhender Umgebung über Koaxialstrahlen bis zum heißen Abgasstrahl in dichtegeschichteter Atmosphäre mit Temperaturinversion erzielt (SCHATZMANN 1979). Sofern die veröffentlichten Meßergebnisse so umfangreich waren, ist die Güte der Vorhersagen durch mehrere Strahlendaten gleichzeitig belegt worden, also beispielsweise sowohl durch den Verlauf der Strahlachse als auch durch die Breitenzunahme des Strahls oder die Abnahme der örtlichen Konzentration.

Die nachfolgenden Ergebnisdiagramme beschränken sich auf den für diese Arbeit allein interessierenden Fall, die Ausbreitungsvorhersage für Rauchgasfahnen aus hohen Kraftwerksschornsteinen bei unterschiedlichen atmosphärischen Bedingungen. Für den Vergleich der Rechnung und Messung wurden Daten aus einer Veröffentlichung von SLAWSON und CSANADY (1971) herangezogen, die außer den Schornsteinaustrittsdaten auch das Wind- und Temperaturfeld über Sondenaufstiege mitgemessen haben. Die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung reicht für die Belange der Praxis aus (Abb. 5 und 6). Die Austrittsgeschwindigkeit war etwa zwei- bis fünfmal so groß wie die Windgeschwindigkeit in Höhe der Schornsteinkrone, die densimetrische Froud-Zahl der Einleitung und die Temperatur der Rauchgase lagen im Bereich der für Schornsteine üblichen Werte ($F_D \approx 5$, $\Delta T_E \approx 100^\circ\text{C}$). Besonders interessant war die Wettersituation in dem in Abbildung 6

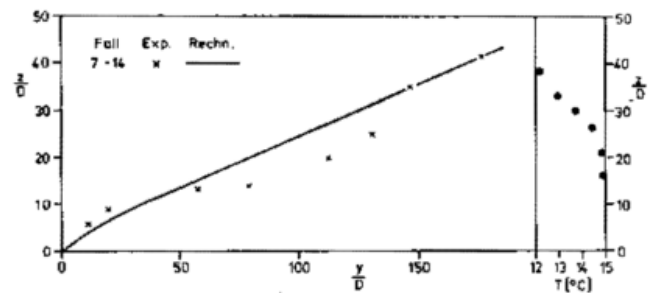


Abb. 5: Vergleich zwischen Rechnung und Messung für die Achse von Schornsteinfahnen in der Atmosphäre

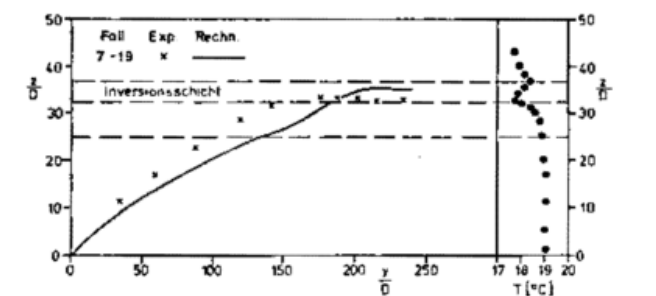


Abb. 6: Berechneter und gemessener Verlauf der Achse einer Schornsteinfahne im atmosphärischen Wind bei Temperaturinversion.

dargestellten Fall. Oberhalb der Schornsteinkrone wurde zunächst eine leicht stabile, dann eine instabile und schließlich eine über ca. 30 m extrem stabil geschichtete Atmosphäre (Inversionsschicht) festgestellt. Rechnung und Messung zeigen übereinstimmend, daß die Abgase in diesem speziellen Fall die Inversion nicht durchdringen konnten.

Zusätzlich zu den Daten von SLAWSON und CSANADY wurden auch Ergebnisse von Meßkampagnen anderer Autoren (BRINGFELT, RAUCH, TVA) an hohen Schornsteinen nachgerechnet und dabei festgestellt, daß das mathematische Modell meist etwas zu große Überhöhungen liefert. Es ist jedoch anzumerken, daß die zuletzt genannten Datensätze i.a. nicht hinlänglich komplett vorliegen. Meist wurden die Windgeschwindigkeit lediglich an der Schornsteinkrone gemessen und der atmosphärische Temperaturgradient mit nur zwei Meßpunkten festgelegt oder aus Wetter- und Wolkenbeobachtungen abgeschätzt. Auch in sich sind die Daten oft nicht konsistent. Vergleicht man Ergebnisse für Strahlen mit denselben Austrittsdaten bei gleicher atmosphärischer Schichtung miteinander, so kann man durchaus Fälle finden, bei denen die Abgasfahne trotz stärkeren Querwindes erheblich höher angestiegen sein soll als bei Messungen, die während einer Schwachwindperiode durchgeführt wurden. Wie sehr aber gerade die atmosphärischen Bedingungen den Strahlweg und damit die Anstiegshöhe der Abgase beeinflussen, wird in Abbildung 7 deutlich. Hier wurde eine von RAUCH (1964) photographisch ausgemessene Abgasfahne mit dem Integralmo-

dell simuliert, wobei nacheinander die Geschwindigkeit des Querwindes und der atmosphärische Temperaturgradient variiert worden sind. Die Diagramme zeigen deutlich, daß vor allem der weiter von der Quelle entfernte Bereich der Fahne auch auf kleinere Änderungen dieser beiden Parameter recht empfindlich reagiert.

Schlußfolgerungen

Die bisher gebräuchlichen Schornsteinüberhöhungsformeln haben sich als unzureichend erwiesen. Die Forderung nach physikalisch besser fundierten Verfahren für die Berechnung der Nahfeldausbreitung von Schornsteinabgasen in der Atmosphäre wird daher immer dringlicher erhoben (Sachverständigen-Anhörung 1977). Als Alternative zu den Schornsteinformeln bieten sich die sogenannten mathematischen Modelle an, die auf verschiedenen Stufen der Komplexität aufgebaut sein können. Den günstigsten Kompromiß zwischen Aufwand an Computerkapazität und Ergebnissenauigkeit bieten für den hier betrachteten Anwendungsbereich die Integralmodelle. Sowohl bei der Berechnung tiefgetauchter Abwasserstrahlen als auch von Kühlturmschwaden haben sie sich inzwischen bewährt.

Der prinzipielle Nachteil der mathematischen Modelle soll hier jedoch nicht verschwiegen werden. Die Computerprogramme sind meist weder ausreichend dokumentiert noch benutzerfreundlich genug aufgebaut, so daß sie erfahrungsgemäß von dritten Personen, die das Programm nicht selbst erstellt haben, nur nach gründlicher Einarbeitung gehandhabt werden können. Ferner ist die Leistungsfähigkeit vieler Modelle bisher nicht in ausreichendem Maße nachgewiesen worden, sei es aus Zeitmangel bei der Modellentwicklung oder infolge Fehlens von genügend detaillierten Datensätzen für Vergleichsrechnungen. Beide Schwierigkeiten lassen sich jedoch grundsätzlich beheben:

(1) Statt das Programmpaket an den Anwender weiterzugeben, könnte eine Vielzahl von Varianten vom Modellentwickler selbst durchgerechnet werden. Die Ergebnisse könnten dann in Form von *Nomogrammen* zusammengestellt werden, die sich sogar noch einfacher handhaben ließen als die derzeit verwendeten Überhöhungsformeln mit ihren vielen Fallunterscheidungen. Um die Ergebnisfindung nachprüfbar zu machen, müssen jedoch auch in diesem Fall die Programme selbst mitveröffentlicht werden.

(2) Die bisher vorhandenen Datensätze müssen dahingehend untersucht werden, ob sie sowohl genügend vertrauenswürdig als auch für den hier vorgesehenen Verwendungszweck, die Verifizierung mathematischer Modelle, ausreichend komplett sind. Grundsätzlich wäre es wünschenswert, nicht nur Angaben über eine Strahleigenschaft (Strahlweg oder maximale Steighöhe) zu haben, sondern darüberhinaus mindestens noch eine weitere Größe (Verdünnung des Abgases an der Strahlachse oder Entwicklung der Strahlbreite).

Um die Weiterentwicklung vorhandener mathematischer Modelle für den hier vorliegenden Anwendungsbereich zu forcieren, sollte gegebenenfalls daran gedacht werden, einen Wettbewerb unter den interessierten Modellentwicklern auszuschreiben. Ziel dieser ganzen Bemühungen sollte es sein, innerhalb der nächsten Jahre ein oder mehrere gut abgesicherte Modelle zur Verfügung zu haben, deren Ergebnisse sich in Nomogrammform darstellen lassen, um schließlich von Schornsteinüberhöhungsformeln gänzlich Abschied nehmen zu können.

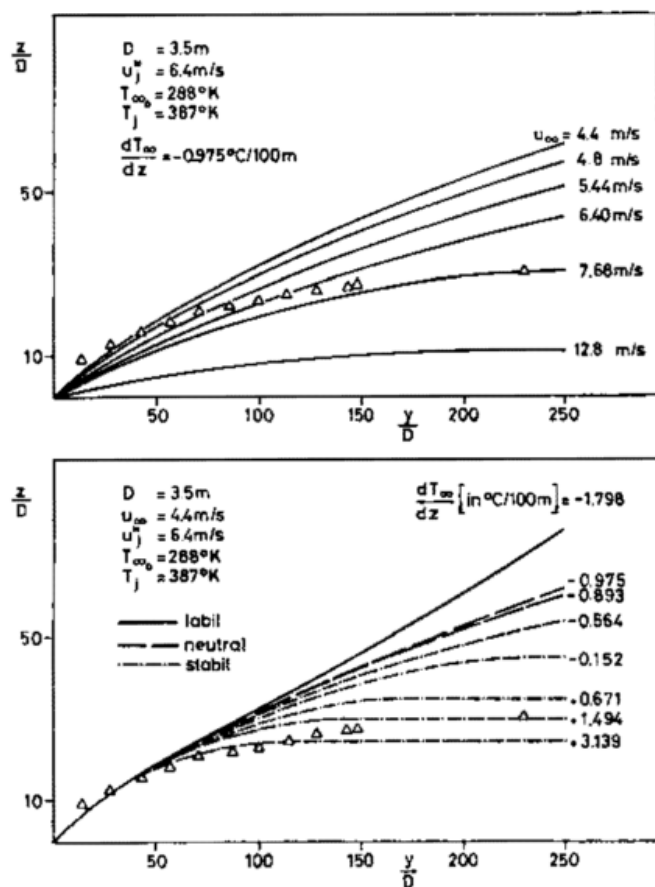


Abb. 7: Berechneter Verlauf der Rauchfahnenachsen bei Variation der Windgeschwindigkeit (oben) bzw. des atmosphärischen Temperaturgradienten (unten) unter sonst gleichen Bedingungen im Vergleich mit Naturmeßergebnissen (Symbole).

6 Literatur

- BRIGGS, G. A.: Plume rise predictions. In: D. A. HAUGEN (Hrsg.): Lectures on Air Pollution and Environmental Impact Analyses. Amer. Meteorol. Soc., Boston 1975, S. 59 – 111.
- RAUCH, H.: Zur Schornsteinüberhöhung. Beitr. z. Phys. d. Atmos. 37 (1964) S. 132 – 158.
- Sachverständigen-Anhörung zum Thema „Ausbreitungsrechnung für luftverunreinigende Stoffe“. Düsseldorf, 5.9. und 21.10.1977.

- SCHATZMANN, M.: The Integral Equations for Round Buoyant Jets in Stratified Flows. J. appl. Math. and Phys. (ZAMP) 29 (1978) S. 608 – 630.
- SCHATZMANN, M.: An integral model of plume rise. Atmos. Environ. 13 (1979) S. 721 – 731.
- SLAWSON, P. R.; CSANADY, G. T.: "The effect of atmospheric conditions on plume rise", J. of Fluid Mech. 47 (1971) S. 39 – 49.
- TRAMPF, W.: Zur Berechnung der Schornsteinüberhöhung speziell für Großemittenten und für kalte Quellen. Diplomarbeit, Inst. f. Theor. Meteorol., FU Berlin, 1973.

7

K. NESTER, Karlsruhe

Numerische Simulation der Überlagerung von Kühlturm-fahnen

1 Einleitung

Schon heute decken Wärmekraftwerke, bei denen Kühltürme zur Wärmeabfuhr eingesetzt werden, mehr als die Hälfte des Strombedarfs in der Bundesrepublik. Bei neueren Kraftwerken werden durchweg Kühltürme vorgesehen. Dabei wird bei großen Abwärmemengen heute vorwiegend das Naßkühlverfahren verwendet, wobei meist mehrere Kühltürme eingesetzt werden. Zur Abschätzung der Auswirkungen dieser Emissionen auf die Umwelt ist die Berechnung des Aufstiegs und der Ausbreitung von Naßkühlturm-fahnen sowie deren Überlagerung über Modellansätze erforderlich.

Nur bei einem kleinen Teil von meteorologischen Bedingungen kommen nennenswerte Belastungen der Umgebung durch Kühlturm-emissionen vor. Solche Bedingungen werden als abwärmerelevant bezeichnet. Es sind Lagen, bei denen durch Naßkühlturm-emissionen lange sichtbare Fahnen, Niederschläge aus den Fahnen ohne natürliche Niederschläge sowie die Auslösung von mächtigen Kumuluswolken auftreten können. Durch die Beschränkung der Berechnung auf derartige Bedingungen werden auch rechenintensive, dreidimensionale Modelle für die praktische Anwendung interessant. Ein Beispiel eines derartigen Modells ist das Computerprogramm WALKÜRE (NESTER 1976), das eine oder mehrere Kühlturm-fahnen dreidimensional zu simulieren gestattet. Auf die Grundlagen, die Verifizierung und auf einige Ergebnisse dieses Modells, die zum Teil im Rahmen des Abwärmeprojekts Oberrhein erzielt wurden, soll im folgenden eingegangen werden.

2 Beschreibung des Modells WALKÜRE

Basis für die Berechnungen sind:

1. die Navier-Stokes-Bewegungsgleichungen
2. die Kontinuitätsgleichung
3. der erste Hauptsatz der Wärmelehre
4. die Erhaltungsgleichung für Wasserdampf und Wolkentröpfchen
5. die Erhaltungsgleichung für Regentröpfchen
6. die Gleichung für die turbulente kinetische Energie
7. die Gleichung für die Dissipation der turbulenten kinetischen Energie

Zur Lösung dieser Differentialgleichungen werden die üblichen Vereinfachungen vorgenommen. Die wesentlichste davon ist die Stationarität. Die ersten beiden Gleichungen dienen der Berechnung des Strömungsfeldes in der Fahne senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Die Temperatur, die spezifische Feuchte und der Wolkentröpfchengehalt in der Fahne werden durch die Gleichungen 3 und 4 bestimmt. Dabei wird vorausgesetzt, daß bei Überschreitung von 100% relativer Feuchte in der Fahne Wolkentröpfchen vorhanden sind.

Im Modell wird zwischen Regentröpfchen und Wolkentröpfchen unterschieden. Nur erstere besitzen eine Sinkgeschwindigkeit. Zwischen beiden Tröpfchenarten und dem Wasserdampf finden folgende Umwandlungsprozesse statt:

- Autokonversion von Wolkentröpfchen zu Regentröpfchen
- Zunahme der Regentröpfchen durch Einfangen von Wolkentröpfchen
- Verdunstung von Regentröpfchen.

Die Theorie zu diesen Prozessen stammt von KESSLER (1969). Der Regentröpfchengehalt bestimmt den Niederschlag am Boden, falls die Regentröpfchen diesen erreichen.

Die letzten beiden Gleichungen werden zur Berechnung des induzierten Diffusionskoeffizienten in der Fahne benötigt. Die Ansätze entsprechen einem einfachen "second order closure" Modell. Der Umgebungsdiffusionskoeffizient wird über die Richardsonzahl aus den Umgebungsprofilen von Wind und potentieller Temperatur abgeleitet. Beide Diffusionskoeffizienten addieren sich zum wirksamen Diffusionskoeffizienten.

Die Anfangsbedingungen werden in einer senkrechten Ebene in der Mitte der Kühlturmmündung vorgegeben. Dabei ist gewährleistet, daß der Fluß durch die Kühlturmmündung demjenigen durch die senkrechte Fläche entspricht.

Zur Berechnung der Kühlturm-fahnenausbreitung werden die sieben partiellen Differentialgleichungen in implizite Differentialgleichungen überführt und numerisch mit einem Iterationsverfahren in Schritten von Δx in Ausbreitungsrichtung gelöst.

3 Verifizierung des Modells WALKÜRE

Zur Verifizierung von WALKÜRE wurden fünf Meßreihen der Kampagnen Meppen I und II ausgewählt (FORTAK 1975/76). Es wurden nur solche Reihen für den Vergleich herangezogen, bei denen während der Dauer einer Meßreihe von etwa 2 Stunden annähernd stationäre Umgebungsbedingungen vorhanden waren. Zwischen Messung und Rechnung wurden die Aufstiegshöhe und die Fahnenbreiten, bezogen auf das Zentrum der Fahne, verglichen. Der relative Fehler der berechneten Aufstiegshöhe ergab sich zu 14%. Beide Werte zeigen, daß die Aufstiegshöhe und die Fahnenbreite im Höhenbereich des Fahnenzentrums durch das Modell gut simuliert werden.

Neben diesen beiden Parametern bezog sich der Vergleich auf die spezifische Feuchteüberhöhung und die Übertemperatur. Um einen Teil der turbulenten Einflüsse aus den Messungen zu eliminieren, wurden beide Größen über die Fahnenbreite integriert. Die Vertikalprofile dieser Integrale wurden dann mit den entsprechenden, gerechneten Werten verglichen. Dabei findet man zum Teil sehr gute Übereinstimmung, andererseits aber auch deutliche Abweichungen. In den großen Entfernungen vom Kühlturm ist dabei die Übereinstimmung besser als in den kürzeren Entfernungen.

4 Typische Verteilungen der relevanten Parameter

In einigen 100 m Entfernung vom Kühlturm entwickeln sich typische Querschnittsverteilungen der Temperatur- und spezifischen Feuchteüberhöhung sowie der Wirbelströmung in der Fahne. Zur Veranschaulichung der Verteilung der spezifischen Feuchteüberhöhung dient Abbildung 1. Hierbei handelt es sich um eine Querschnittsverteilung in 500 m Entfernung von der Quelle. Die pilzförmige Verteilung wird durch das Einströmen von geringerer Feuchte aus der Umgebung an die Unterseite der Fahne bewirkt. Die Gradienten der Feuchte sind im oberen Teil der Fahne deutlich

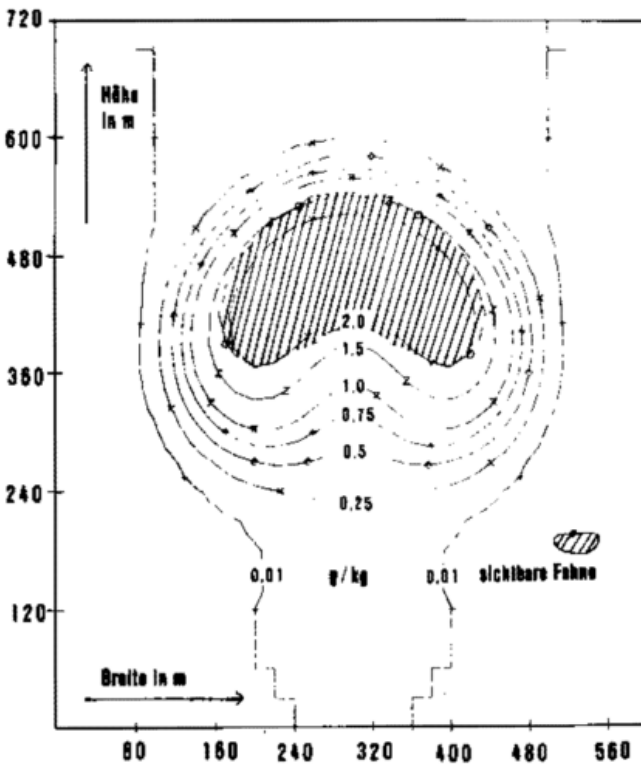


Abb. 1: Typische Verteilung der spezifischen Feuchteüberhöhung.

stärker ausgeprägt als im unteren Teil. Der sichtbare Bereich der Fahne befindet sich etwas oberhalb der Fahnenmitte.

Die Verteilung der Temperaturüberhöhung entspricht in ihrer Form weitgehend derjenigen der spezifischen Feuchteüberhöhung. Diese Analogie geht erst in größerer Entfernung vom Kühlturm verloren.

Im Verlauf der Strömung (Abb. 2) innerhalb des gleichen Querschnitts spiegelt sich das Aufsteigen der Fahne in Form eines Doppelwirbels wider. Es ist Ursache für die pilzförmige Verteilung der beiden anderen Parameter. Bemerkenswert ist, daß sich das Maximum der Vertikalgeschwindigkeit unterhalb desjenigen der spezifischen Feuchteüberhöhung befindet. Außerdem ist die Strömung annähernd symmetrisch um eine horizontale Achse in Höhe des Vertikalgeschwindigkeitsmaximums. Dies hat zur Folge, daß am unteren Rand der Fahne die dynamischen Effekte wesentlich stärker ausgeprägt sind als die thermischen. Überlagert man die Verteilungen der Abbildungen 1 und 2, fällt auf, daß der seitliche Rand der spezifischen Feuchteüberhöhung etwa mit dem Maximum des Abwindes zusammenfällt.

Die hier aufgeführten typischen Merkmale einer Kühlturmfahne wurden auch von FORTAK (1975/76) in der Kühlturmfahne des Kraftwerks Meppen festgestellt.

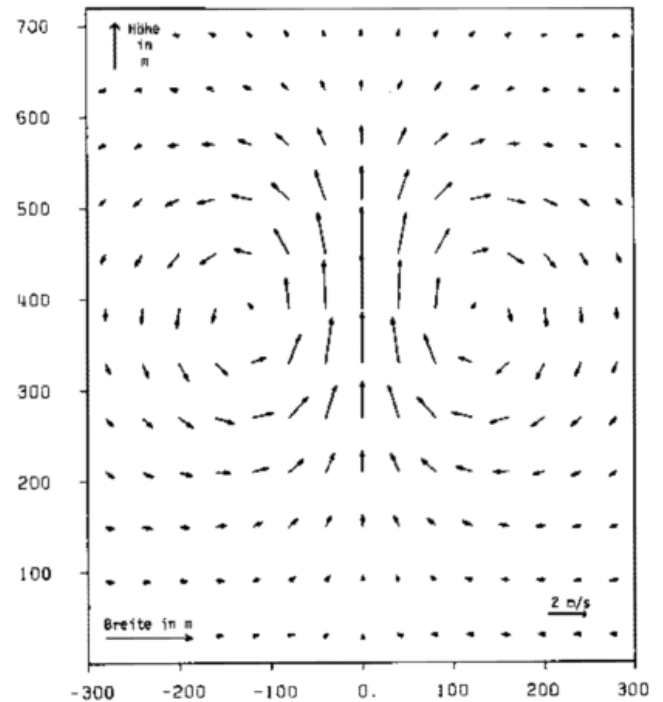
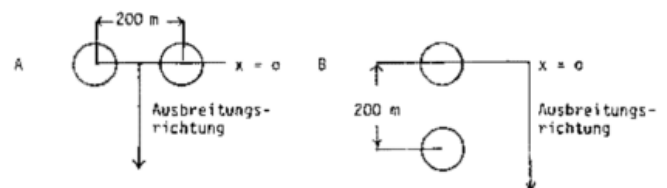


Abb. 2: Typische Verteilung der Querzirkulation.

5 Spezifische Ergebnisse des Modells

An vielen Kraftwerksstandorten befinden sich bereits heute mehrere Kühltürme, so daß der Überlagerung von Kühlturmfahnen große Bedeutung zukommt. Als Beispiel dient die Überlagerung der Fahnen aus zwei großen, 150 m hohen Kühltürmen mit je 2500 MW Abwärmeleistung. Die beiden Anordnungen der Kühltürme in Bezug auf die Windrichtung sind nachfolgend dargestellt.



Bei zwei Kühltürmen stellen diese Anordnungen die beiden Extremfälle einer Überlagerung dar. Sie wurden ausgewählt, um die maximal möglichen Unterschiede bei der Überlagerung zweier Kühlturmfahnen aufzuzeigen. An realen Kühlturmfahnen sind diese Extremfälle kaum zu beobachten, da die im Modell enthaltene Symmetrie der Fahnenüberlagerung in Wirklichkeit selten auftreten wird.

5.1 Inversionslage

Für die erste Beispielrechnung wurde eine Sondierung in Lampertheim vom 10.11.1976 14.30 Uhr verwendet. Das Temperaturprofil zeichnete sich durch zwei Inversionsschichten aus. Die untere der beiden Schichten war 100m mächtig und begann in 190 m über Boden. Die zweite Schicht befand sich zwischen 510 und 590 m Höhe über Boden. Diese Sondierung wurde ausgewählt, um den Einfluß von Inversionen auf die Verteilung der relevanten Parameter in der Fahne deutlich zu machen.

Die Rechnungen zeigen, daß sich bei hintereinanderstehenden Kühltürmen (Anordnung B) kurz nach der Mischung der beiden Fahnen wieder eine kompakte Fahne entwickelt. Die Verteilungen der relevanten Parameter in dieser Fahne entsprechen weitgehend denjenigen einer Fahne aus einem Einzelkühlturm mit doppelter Leistung. Bei nebeneinander aufsteigenden Kühlturmfahnen ist die gegenseitige Beeinflussung stärker ausgeprägt. Der Fahnenaufstieg ist flacher und niedriger als bei hintereinanderstehenden Kühltürmen. Entsprechende experimentelle Untersuchungen im Windkanal bestätigen dieses Ergebnis. Der geringere Anstieg der nebeneinander aufsteigenden Fahnen wird durch die Doppelwirbelstruktur der Querkirkulation in der Kühlturmfahne bewirkt. Am Anfang des Aufstiegs befinden sich die Fahnen im Abwindbereich der jeweils anderen Fahne, so daß der Aufstieg sogar langsamer als beim Einzelkühlturm vor sich geht. Erst nachdem eine Mischung der Fahnen erfolgt ist, verliert dieser Effekt an Wirkung. Wird der Aufstieg der Fahne zudem durch eine Inversion gebremst, erreicht die Fahne, wie in diesem Fall, keine größere Höhe als die Einzelkühlturmfahne. Lediglich die vertikale Ausdehnung und die Länge des Schwadens sind etwas größer als beim Einzelkühlturm.

Die Schwadenlängen für die beiden Anordnungen unterscheiden sich trotz des unterschiedlichen Aufstiegs nur wenig. Der Schwaden der höher aufsteigenden Fahne ist sogar etwas kürzer, da er sich in der Inversion rasch auflöst. Dies ist auf die Abnahme der Feuchte innerhalb der Inversion zurückzuführen. Allgemeine Aussagen über die Unterschiede in den Längen der Schwaden beider Anordnungen lassen sich nicht machen, da dies entscheidend von der Feuchte- und Temperaturschichtung der Umgebungsatmosphäre abhängt.

Die abgehobene Inversion hat bei nebeneinanderstehenden Kühltürmen nicht nur eine sperrende, sondern auch eine verbreiternde Wirkung auf die Fahne. Dies ist aus dem Grundriß des Schwadens in Abbildung 3 im Vergleich mit dem Schwaden bei hintereinanderstehenden Kühltürmen zu erkennen. In diesem Beispiel würde die Abschattung durch die Fahne der nebeneinanderstehenden Kühltürme mehr als doppelt so groß sein wie die durch die Fahne der hintereinanderstehenden Kühltürme.

Die Verteilung der spezifischen Feuchteüberhöhung in einem Querschnitt in 1 km Entfernung (Abb.4) macht

deutlich, daß die sichtbare Fahne mehr als doppelt so breit wie mächtig ist. Die beiden Einzelfahnen sind in der Verteilung noch erkennbar.

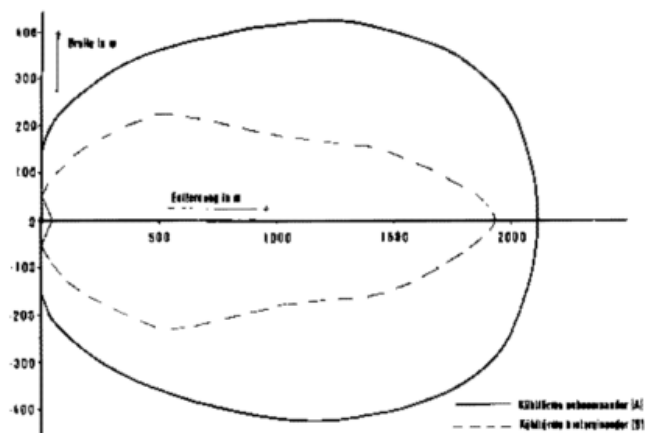


Abb. 3: Grundriß der sichtbaren Fahne bei zwei Kühltürmen (Sondierung Lampertheim)

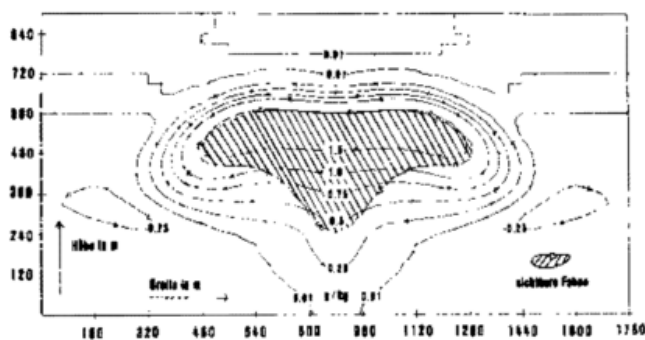


Abb. 4: Verteilung der spezifischen Feuchteüberhöhung, Entfernung 1000 m, Anordnung A, Sondierung Lampertheim.

An der Verteilung der Querkirkulation in demselben Querschnitt (Abb. 5) läßt sich der Einfluß der sperrenden Inversion ebenfalls feststellen. In der Mitte der Fahne befindet sich ein durch negative Auftriebskräfte ausgelöster Bereich im Abwind, der von zwei größeren Bereichen mit Aufwind flankiert wird. Durch die in der Höhe vorhandene Inversion wird der sich nach einigen 100 m ausbil-

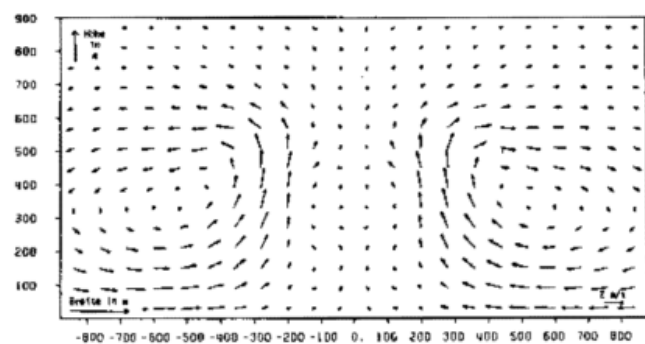


Abb. 5: Verteilung der Vertikalgeschwindigkeit, Entfernung 1000 m, Anordnung A, Sondierung Lampertheim

dende gemeinsame Doppelwirbel in der vermischten Fahne erneut aufgespalten. Die zur Durchstoßung einer Inversion notwendige Vertikalgeschwindigkeit in der Fahne wird dadurch wesentlich reduziert. Bei ausreichend mächtigen Inversionen bleibt die Fahne dann in oder am unteren Rand der Inversion stecken, da positive Auftriebskräfte kaum noch vorhanden sind.

5.2 Konvektive Lage

Ein ganz anderes Bild ergibt sich, wenn derartige Rechnungen für die Bedingung einer bis einige 100 m Höhe labil geschichteten Atmosphäre durchgeführt werden. Bei solchen Bedingungen ergeben sich kurze Schwaden. In größerer Entfernung von den Kühltürmen kann sich aber eine zweite mächtige Fahne (Wolke) entwickeln. Für den Fall der Sondierung in Essen vom 15.06.1974 12.00 Uhr wurden Berechnungen bis zu einer Entfernung von 15 km durchgeführt. Die Rechnungen ergaben, daß sich oberhalb 1200 m eine mächtige Kumuluswolke mit einer maximalen vertikalen Mächtigkeit von 5 km entwickelt. Die maximale Wolkenbreite betrug ebenfalls 5 km.

Das dazugehörige Niederschlagsfeld zeigt Abbildung 6. Es beginnt bei 3,5 km und endet bei etwa 15 km Entfernung von den Kühltürmen. Die maximale Intensität tritt in 7 km Entfernung auf. Das mit Niederschlägen beaufschlagte Gebiet hat eine Ausdehnung von etwa 40 km. Der Niederschlag fällt aus der mächtigen Kumuluswolke, die sich aufgrund der Kühlturmmissionen entwickelt hat. Derartige Niederschläge sind als Sekundärniederschläge zu bezeichnen, da sie im Gegensatz zu den Primärniederschlägen nicht unmittelbar aus der Fahne ausfallen. In dem hier gezeigten Beispiel übertrifft die maximale Intensität der Sekundärniederschläge die üblicherweise berechneten Primärniederschläge aus Kühlturmmissionen um mehr als das 10fache.

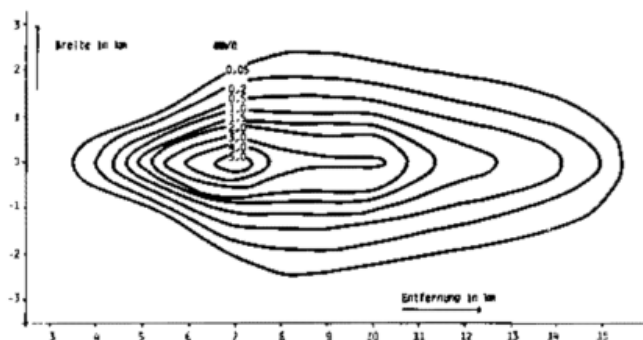


Abb. 6: Verteilung des Niederschlags, Sondierung Essen.

H. WENGLE, München

8

Transport und turbulente Diffusion im Einflußbereich eines Stadtgebietes

1 Einleitung

Einem relativ weit entfernten Beobachter erscheint ein Stadtgebiet aufgrund der dichten und hohen Bebauung im Vergleich zum Umland als Gebiet mit stark erhöhter Rau-

Die Ergebnisse des Modells bei Fällen mit mächtiger Kumuluswolkenentwicklung sollten nur qualitativ bewertet werden. Gültig bleibt aber, daß durch Kühlturmmissionen Sekundäreffekte ausgelöst werden können, deren Energieinhalt erheblich größer ist als derjenige der ursprünglichen Kühlturmmissionen. Bei der hier betrachteten meteorologischen Situation können derartige Effekte bereits bei Abwärmeleistungen von 5000 MW_{th} auftreten. Hier sollten in Zukunft noch weitere experimentelle und theoretische Untersuchungen angestellt werden.

6 Schlußbemerkung

Die Überlagerung von mehreren Kühlturmmissionen läßt sich mit dreidimensionalen Modellen ohne größere Einschränkungen simulieren. Dies gilt besonders bei komplexeren atmosphärischen Schichtungen von Temperatur und Feuchte, da in diesen Fällen das Modell die Verteilungen der relevanten Parameter in der Fahne unmittelbar liefert. Bei den bereits erwähnten abwärmerlevanten meteorologischen Bedingungen kommen derartige Situationen häufiger vor. Deshalb sollten zur Beurteilung der Auswirkungen von Emissionen aus Kühltürmen bei solchen Bedingungen neben den schon aus Rechenzeitgründen favorisierten eindimensionalen auch dreidimensionale Modelle eingesetzt werden.

7 Literatur

- NESTER, K.: WALKÜRE – Simulation der Wirbelstruktur der Abluftströmung aus Kühltürmen mit einem Rechenprogramm. KFK-Bericht Nr. 2249 (1976).
- Abwärmeprojekt Oberrheingebiet. Texte des Umweltbundesamtes. September 1980, S. 184 – 241.
- KESSLER, E.: The distribution and continuity of water substance in atmospheric circulations. Meteorol. Monographs Nr. 32 (1969).
- FORTAK, H.: Messungen an Kühlturmmissionen. T. III: Dreidimensionale Vermessung von Kühlturmmissionen. JÜL-Bericht Nr. 1250, T. 3 (1975).
- FORTAK, H. et al.: Messungen an Kühlturmmissionen. T. IV: Ergebnisse von Meßkampagnen an den Kühltürmen der RWE-Kraftwerke Neurath und Meppen, JÜL-Bericht Nr. 1250, T. 4 (1976).

igkeit und aufgrund der Aktivitäten der Stadtbewohner (z. B. Heizung, Verkehr) als ein Gebiet mit verstärkter Wärmeabgabe; zusätzlich wirkt eine Stadt noch als Strömungshindernis, das von der atmosphärischen Grenzschicht um-

und überströmt werden muß (s. Promet 4/79). In grober Näherung kann also ein Stadtgebiet als „rauhe Wärmeinsel“ charakterisiert werden, d.h. durch vorgegebene Verteilungen von Oberflächen-Rauhigkeit und -Wärmefluß (s. Abb. 1).

Inhomogene Verteilungen der Randbedingungen auf der Erdoberfläche, oft mit plötzlichen und starken Änderungen, sind Normalfälle und keine Einzelfälle. Ein anderes typisches Beispiel ist die Strömung von einer großen Wasserfläche aus (glatt und kalt) über eine Stadt (rauh und warm) am Ufer und umgekehrt.

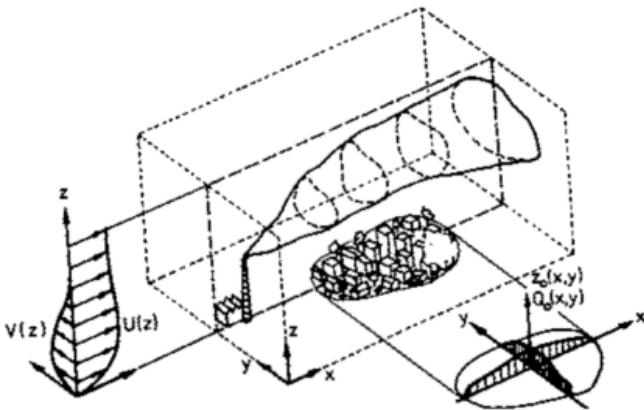


Abb. 1: Hoher Schornstein (Punktquelle) im Einflußbereich eines Stadtgebietes (rauhe Wärmeinsel)

Die auf ein Stadtgebiet zuströmende Grenzschicht hat (idealerweise) ausreichend Zeit gehabt, um sich als Gleichgewichts-Grenzschicht entsprechend den homogenen Oberflächenbedingungen des Umlandes auszubilden. Nach einer plötzlichen Veränderung der Oberflächenbedingungen (Rauhigkeit, Wärmefluß) am Stadtrand gerät die Grenzschicht aus ihrem Gleichgewicht und versucht sich den neuen Bedingungen anzupassen. Von der Sprungstelle aus entwickelt sich eine neue „innere Grenzschicht“ mit verändertem mittleren Geschwindigkeitsprofil und veränderter Turbulenzstruktur; bei unserem Beispiel erhält die neue innere Grenzschicht einen Zuwachs an Turbulenzenergie, die mechanisch (aufgrund der erhöhten Bodenrauigkeit) und thermisch (aufgrund von Auftriebswirkung in der jetzt plötzlich instabilen Schichtung) erzeugt wird. An der stromab liegenden Stadtgrenze bildet sich eine zweite innere Grenzschicht aus, die wieder Gleichgewicht mit den Umlandbedingungen anstrebt. (s. Abb. 2).

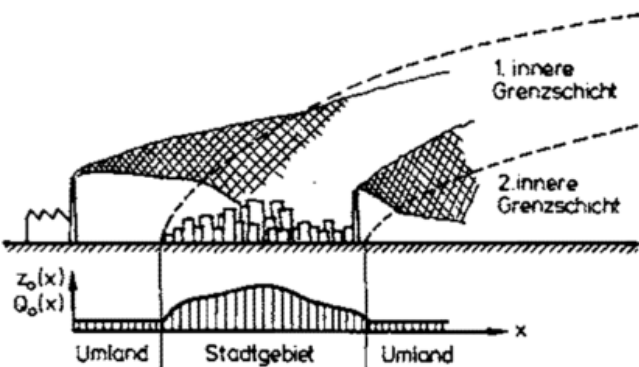


Abb. 2: Entstehung von inneren Grenzschichten durch plötzliche Änderung der Oberflächenbedingungen: Rauigkeit (z_0) und Wärmefluß (Q_0) und Ausbreitung hinter höher gelegenen Quellen

Gelangen nun „Rauchfahnen“ aus höher gelegenen Quellen in innere Grenzschichten mit veränderten vertikalen Gradienten des mittleren Geschwindigkeitsprofils und mit erhöhtem Turbulenzgrad, so können Luftbeimengungen schneller verteilt werden, und es können sich Verteilungen der Bodenkonzentration einstellen, die sich stark unterscheiden von denen, die sich ergeben würden, wenn die „Störung“ durch das Stadtgebiet gar nicht vorhanden wäre. Hieraus ergibt sich die Fragestellung: Wie beeinflusst ein als „rauhe Wärmeinsel“ modelliertes Stadtgebiet die Ausbreitungsvorgänge hinter höher gelegenen Quellen? Wie stark verändern sich die Verteilungen der Bodenkonzentration, die Höhe und die örtliche Lage des Maximums? Die erste Frage verlangt eine mehr qualitativ orientierte Antwort, die eine Vorstellung davon vermitteln soll, wie der wesentliche Ausbreitungsmechanismus funktioniert, die zweite Frage verlangt eine mehr quantitative Antwort, d. h. Zahlenbeispiele (z. B. Erhöhung/Verminderung der Konzentration in % gegenüber dem Vergleichsfall, etc.).

Im folgenden soll versucht werden, die gestellten Fragen mit Modellrechnungen zu beantworten. Dabei verwenden wir der Einfachheit halber ein mathematisches Modell, welches die in Abbildung 1 skizzierte dreidimensionale Situation auf eine zweidimensionale reduziert, d. h. wir tun so, als ob sich der dort gestrichelt eingezeichnete Mittelschnitt ohne Veränderung in y-Richtung fortsetzen würde. In einem ersten Schritt berechnen wir das durch die raue Wärmeinsel (d. h. jetzt den unendlich ausgedehnten rauhen Wärmestreifen) beeinflusste Windfeld mit den Komponenten $u(x, z)$, $v(x, z)$ und $w(x, z)$, das Temperaturfeld $\Theta(x, z)$ (d. h. Potentialtemperatur), das Luftfeuchtefeld $q(x, z)$ und die Verteilung des turbulenten Transportkoeffizienten für den vertikalen turbulenten Transport $K(x, z)$. In den „gestörten“ Feldern u, v, w und K werden anschließend die Ausbreitungsrechnungen (hinter Linienquellen) durchgeführt, um Informationen über typische Konzentrationsverteilung $c(x, z)$ zu bekommen. Zum Abschluß sollen die Ergebnisse diskutiert werden.

2 Berechnung von Geschwindigkeitsfeld und der Verteilung für den turbulenten Transportkoeffizienten

Im Rahmen der zweidimensionalen Näherung teilen wir zunächst den Gesamtbereich (gestrichelter Längsschnitt in Abb. 1) so in einzelne Unterbereiche ein (siehe Abb. 3),

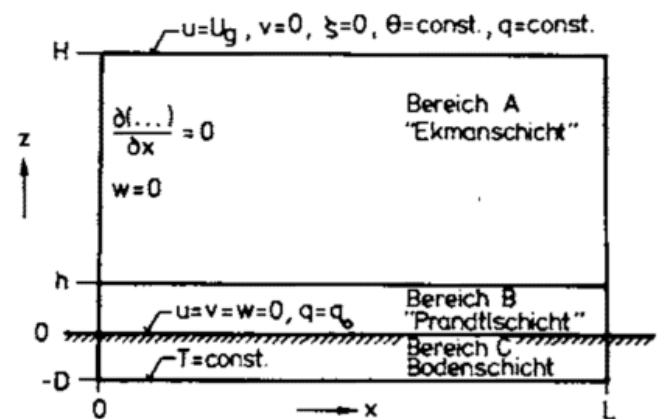


Abb. 3: Einteilung des Gesamtbereiches in Unterbereiche und Randbedingungen

daß in jedem möglichst einfache mathematische Modelle verwendet werden können, dabei jedoch die wesentlichen physikalischen Vorgänge noch erfaßt werden (siehe auch Promet 1/74).

Im Bereich A ($h \leq z \leq H$), der äußeren Grenzschicht (Ekman-Schicht), sind die Bewegungsgleichungen zu lösen, d.h. die Transportgleichungen für Impuls, Energie und die Kontinuitätsgleichung, zusätzlich noch eine Transportgleichung für die Luftfeuchte. Im Bereich B ($0 \leq z \leq h$), der bodennahen Grenzschicht (Prandtl-Schicht), machen wir es uns etwas einfacher und verwenden die bekannten logarithmischen Profile für Geschwindigkeit, Potentialtemperatur und Luftfeuchte, die die Annahmen enthalten, daß in diesem Bereich der vertikale turbulente Transport annähernd konstant sein soll. Im Bereich C ($-D \leq z \leq 0$), der Bodenschicht, soll noch die Wärmeleitung im Boden berücksichtigt werden, außerdem an der Grenze zwischen Bereich B und C (der Grenze Boden/Luft) eine Energiebilanz, um die Bodentemperatur berechnen zu können.

Den größten Rechenaufwand erfordert die numerische Lösung der Transportgleichungen im Bereich A, insbesondere die Lösung der stark miteinander gekoppelten Impulstransportgleichungen (Navier-Stokes-Gleichungen). Um den Rechenaufwand möglichst klein zu halten, lösen wir die Navier-Stokes-Gleichungen in Boussinesq-Approximation. (d. h. kleine relative Dichte- bzw. Temperaturänderungen). Außerdem fassen wir die x-Impulsgleichung (mit partieller Differentiation nach z) und die z-Impulsgleichung (mit partieller Differentiation nach x) durch Subtraktion zu einer einzigen Transportgleichung für die Drehungskomponenten $\xi_y = \partial u/\partial z - \partial w/\partial x$ zusammen und umgehen dadurch auch noch die Berechnung der Druckgradienten $\partial p/\partial x$ und $\partial p/\partial z$, d.h. wir vermeiden die Berechnung des Druckes (aus der Poissongleichung), bzw. die sogenannte „hydrostatische Approximation“. Das hier verwendete zweidimensionale mathematische Modell beschreibt also den advektiven und turbulent-diffusiven Transport von Mittelwerten der Drehungskomponente $\xi_y(x, z)$, der Geschwindigkeitskomponente $v(x, z)$ [$w(x, z)$ ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung], der Potentialtemperatur $\Theta(x, z)$ und der Luftfeuchte $q(x, z)$ unter Verwendung der Boussinesq-Approximation und unter Berücksichtigung von Coriolis- und Auftriebskräften, der Wärmeleitung im Boden, einer Energiebilanz an der Grenze Boden/Luft und einem empirischen Modell für den Einfluß der Strahlung. Die mathematischen Formulierungen sind z. B. in GUTMAN u. TORRANCE (1975) zu finden. Die Einstromprofile am linken Rand ergeben sich aus den Transportgleichungen für völlig homogene Randbedingungen (d. h. keine raue Wärmeinsel vorhanden) und deshalb ohne advektive Terme. Die Randbedingungen für die Lösung der Transportgleichungen sind in Abbildung 3 enthalten; auf der Linie $h=\text{const.}$ kommen die benötigten Randbedingungen für die Transportgleichungen aus den Lösungen im Bereich B und C. In Tabelle 1 sind die für die Berechnung der hier gezeigten Ergebnisse verwendeten konstanten Parameter aufgeführt, Tabelle 2 enthält noch die gewählten Verteilungen von Parametern in x-Richtung. Die raue Wärmeinsel beginnt bei $x=25$ km und endet bei $x=40$ km.

Die Störung des mittleren Geschwindigkeitsfeldes wird verursacht a) durch die erhöhte Bodenrauigkeit und b) den zusätzlich erzeugten Boden-Wärmefluß. Abbildung 4 zeigt einen Verzögerungseffekt in den vertikalen Verteilungen der Geschwindigkeitskomponenten u und v, der haupt-

Tab. 1: Konstante Parameter

Coriolisparameter	$f = 0.0001 \text{ 1/s}$
geostroph. Wind	$U_g = 7 \text{ m/s}$
Höhe der Grenzschicht	$H = 1400 \text{ m}$
Tiefe der Bodenschicht	$D = 1 \text{ m}$
Temperatur bei $z = -D$	$T(z=-D) = 282 \text{ K}$
Potentialtemp. bei $z=H$	$\Theta(z=H) = 284 \text{ K}$
Druck bei $z=H$	$p(z=H) = 8.51 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
Referenzdruck	$p_0 = 1.01 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
relative Luftfeuchte ($z=H$)	$q(z=H) = 2 \text{ g Wasser/kg Luft}$

Tab. 2: Verteilung von Parametern in x-Richtung

x (km)	$0 \leq x < 25$	$25 \leq x < 27.5$	$27.5 \leq x < 37.5$	$37.5 \leq x < 40$	$40 \leq x < 90$
z_0 (m)	0.25	0.875	1.5	0.875	0.25
Q_{art} (mK/s)	0	0.05367	0.1073	0.05367	0
(cal/cm ² s)	0	0.0015	0.0030	0.0015	0
(W/cm ²), (J/cm ² s)	0	0.0063	0.0126	0.0063	0
K_g (m ² /s)	$5 \cdot 10^{-7}$	10^{-6}	$1.5 \cdot 10^{-6}$	10^{-6}	$5 \cdot 10^{-7}$
Vegetationsanteil (%)	100	60	20	60	100

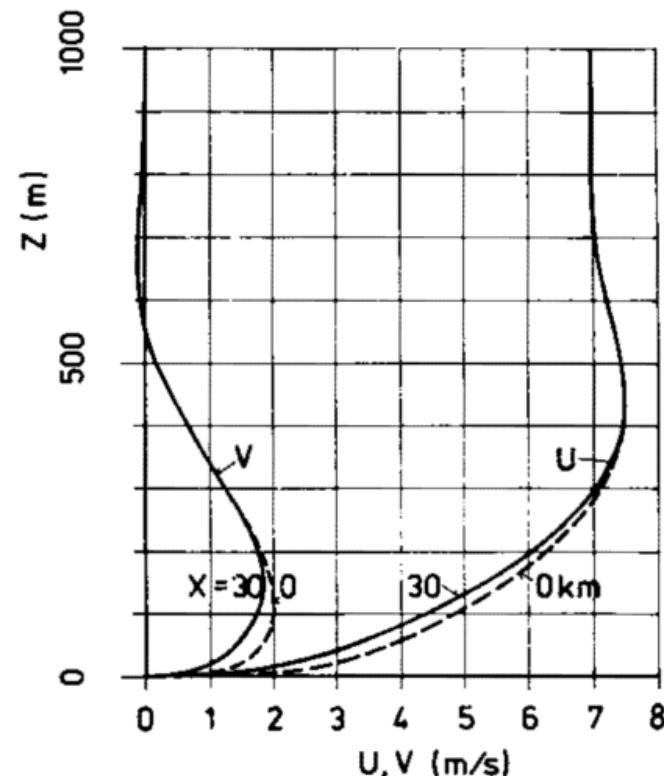


Abb. 4: Vertikale Verteilung der Geschwindigkeitskomponenten u und v (bei $x=0$: -----, bei $x=30$ km: —————)

sächlich auf die erhöhte Bodenrauigkeit zurückzuführen ist. Die Verteilung der w-Komponente wäre bei dem gewählten Maßstab (m/s) von Abbildung 4 nicht sichtbar, da bei diesem Beispiel typische Werte sich im Bereich unter 1 cm/s befinden (sich also vermutlich bereits in der Nähe der Rechengenauigkeit des numerischen Lösungsverfahrens befinden).

Für die später folgenden Ausbreitungsrechnungen benötigen wir nicht nur das von der rauhen Wärmeinsel beeinflusste Geschwindigkeitsfeld $u(x, z)$, $v(x, z)$ und $w(x, z)$ (advektiver Transport), sondern auch noch die zugehörige Verteilung für den turbulenten Transportkoeffizienten $K(x, z)$ (vertikaler turbulenter Transport). $K(x, z)$ ist bei dem hier verwendeten (relativ einfachen) mathematischen Modell die einzige Variable, die die Turbulenzstruktur der gestörten atmosphärischen Grenzschicht beschreibt. Der hier zu berechnende vertikale Transport $w'\bar{\Phi}'$ einer bestimmten Größe Φ (die sich aus dem Mittelwert $\bar{\Phi}$ und Schwankungswert Φ' zusammensetzt) wird als Gradiententransport modelliert (parameterisiert), d.h.:

$$-w'\bar{\Phi}' \approx K_{\Phi} \cdot \partial\bar{\Phi}/\partial z = V_t \cdot L_t \cdot F(Ri) \cdot \partial\bar{\Phi}/\partial z$$

Der turbulente Transportkoeffizient $K_{\Phi} = V_t \cdot L_t \cdot F(Ri)$ sei für alle transportierten Größen (Impuls, Energie, Luftfeuchte, Konzentration) gleich und durch ein charakteristisches Geschwindigkeitsmaß der Turbulenz V_t , ein charakteristisches Längenmaß der Turbulenz L_t und eine charakteristische Stabilitätsfunktion $F(Ri)$ zu beschreiben. Für V_t , L_t und $F(Ri)$ wählen wir die bekannten Beziehungen

$$L_t = \kappa(z + z_0) / (1 + \kappa(z + z_0)/\lambda)$$

$$V_t = L_t \cdot [(\partial u/\partial z)^2 + (\partial v/\partial z)^2]^{1/2} = L_t \cdot |\partial U/\partial z|$$

$$F(Ri) = \begin{cases} 1 + \beta \cdot Ri & \text{für } Ri \leq 0 \\ 1 - \beta \cdot Ri & \text{für } Ri > 0 \end{cases}, \beta \approx -3$$

$$Ri = (g/\Phi_0) (\partial\Phi/\partial z) / |\partial U/\partial z|^2$$

An einer bestimmten Stelle (x, z) in unserem Rechenbereich wird die Turbulenzstruktur im Strömungsfeld bei Annahme der obigen Beziehungen bestimmt durch die direkt darunter liegende Bodenrauigkeit $z_0(x)$, dem Geschwindigkeitsgradienten an dieser Stelle $\partial U/\partial z(x, z)$ und dem Temperaturgradienten an dieser Stelle $\partial\Phi/\partial z(x, z)$. Der Einfluß der erhöhten Bodenrauigkeit z_0 des Stadtgebietes auf $K(x, z)$ erfolgt bei dem hier gewählten Modell ganz direkt über das charakteristische Längenmaß L_t , der Einfluß des künstlich erzeugten Boden-Wärmeflusses Q_0 im Stadtgebiet erfolgt indirekt über die Randbedingungen der Transportgleichungen auf das Geschwindigkeits- und Temperaturfeld. Die Stabilitätsfunktion $F(Ri)$ berücksichtigt mithilfe der Richardsonzahl Ri (eine lokale Größe oder ein räumlich gemittelter Wert) die turbulenzanfachende oder -dämpfende Wirkung von instabiler bzw. stabiler Schichtung.

Abbildung 5 zeigt die durch die rauhe Wärmeinsel verursachte Verteilung des turbulenten Transportkoeffizienten $K(x, z)$. Die gegenüber der ungestörten Anströmung starke Erhöhung über dem Stadtgebiet wird bei dem hier verwendeten Turbulenz-Modell (Parameterisierung des vertikalen turbulenten Transports) hauptsächlich durch den erhöhten Boden-Wärmefluß Q_0 erzeugt. Die höchsten K -Werte sind dabei gegen das stromab liegende Randgebiet der Stadt verschoben. Befinden sich höher gelegene Quellen von Schadstoffen in diesem Bereich hoher K -Werte, ist mit einer verstärkten vertikalen Ausbreitung der „Rauchfahne“ zu rechnen und damit auch mit einer (gegenüber dem ungestörten Vergleichsfall) erhöhten Bodenkonzentration von darin enthaltenen Schadstoffen.

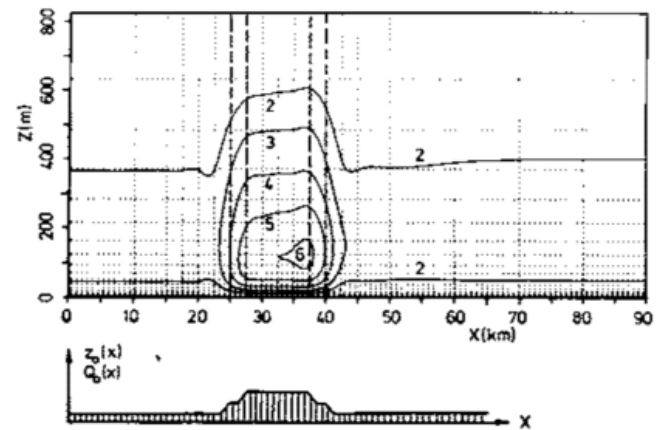


Abb. 5: Verteilung des vertikalen turbulenten Transportkoeffizienten K in (m^2/S)

3 Berechnung von Konzentrationsfeldern

Nun können wir uns mit dem eigentlichen Gegenstand der Untersuchung befassen, den Ausbreitungsrechnungen. Das durch die rauhe Wärmeinsel gestörte Geschwindigkeitsfeld und das K -Feld sind im Rechner gespeichert worden, und wir können nun an ausgewählten Positionen (HS, XS) (Linien-)Quellen von Luftbeimengungen anbringen und deren Konzentrationsverteilungen durch numerische Lösung der „atmosphärischen Diffusionsgleichung“ berechnen. Es wird dabei angenommen, daß die Dichte dieser Schadstoffe sich nirgendwo wesentlich von der Dichte der Umgebungsluft unterscheidet und die Konzentrationen so klein sind, daß die Beimengungen praktisch als masselose Fluidelemente angesehen werden können. Der Transport der Luftbeimengung erfolgt advektiv durch das mittlere Geschwindigkeitsfeld und in vertikaler Richtung turbulent-diffusiv durch die überlagerten Schwankungsbewegungen. Wir interessieren uns hauptsächlich für die Konzentrationsverteilungen am Boden ($z=0$), also dort, wo wir eventuell Schadstoffe einatmen.

In Abbildung 6 sind einige typische Ergebnisse für die Bodenkonzentration zu sehen: oben für eine Linienquelle in HS=100 m Höhe in verschiedenen Positionen XS, unten für eine Linienquelle in HS=300 m Höhe. Das Stadtgebiet befindet sich zwischen den gestrichelten vertikalen Linien (von $x=25$ km bis $x=40$ km).

Zunächst können wir bei niedriger und hoher Quellenlage unterschiedliches Ausbreitungsverhalten feststellen: bei niedriger Quellenhöhe befindet sich das Maximum der Bodenkonzentration relativ nahe am Ort der Quelle; relativ wenig Zeit vergeht, bis Schadstoffe aus der Quelle bis zu diesem Ort gelangen, und die Ausbreitung wird im wesentlichen von den Randbedingungen direkt unter der Quelle bestimmt. Anders verhält es sich bei hohen Quellen: große Werte des turbulenten Transportkoeffizienten am Quellenort oder in unmittelbarer Nähe verursachen eine verstärkte Ausbreitung der Luftbeimengungen (also auch nach unten), und das Maximum der Bodenkonzentration rückt im Vergleich zur ungestörten Situation (d.h. keine rauhe Wärmeinsel vorhanden) erheblich näher an den Quellenort heran. Typisch hierfür ist der in Abbildung 7 gezeigte Fall einer Quelle in HS=300 m Höhe am stromab liegenden Rand des Stadtgebietes (XS=40 km). Wie man anhand von Abbil-

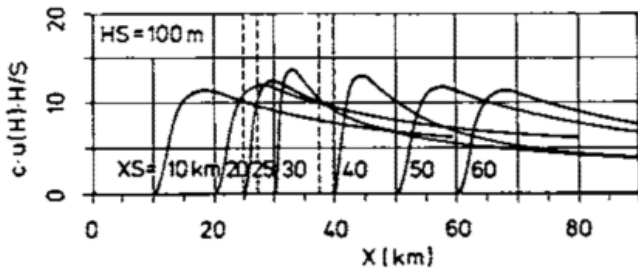
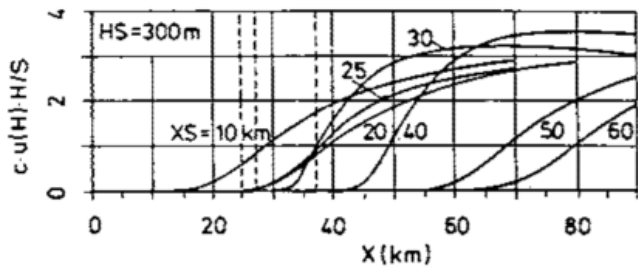


Abb. 6: Dimensionslose Boden-Konzentrationsverteilungen $c \cdot u(H)/H/S$ (S = Quellstärke der Linienquelle, H : Gesamthöhe der Grenzschicht)

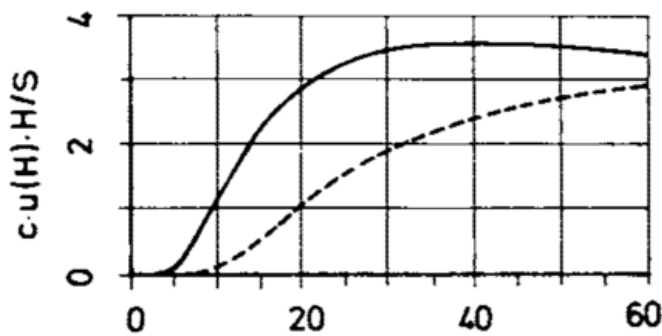


Abb. 7: Vergleich der Verteilung der Bodenkonzentration mit dem zugehörigen Vergleichsfall ohne raue Wärmeinsel

dung 5 erkennen kann, befindet sich die Quelle noch in einem Bereich relativ hoher K -Werte, und die erste Ausbreitungsphase verläuft ebenfalls noch im Bereich relativ hoher K -Werte. Wäre die raue Wärmeinsel gar nicht vorhanden, würde sich die gestrichelte Boden-Konzentrationsverteilung in Abbildung 7 ergeben.

4 Zusammenfassung und Diskussion

Die Ergebnisse lassen sich qualitativ wie folgt zusammenfassen: der Haupteffekt der rauhen Wärmeinsel auf das mittlere Strömungsfeld besteht in einer Verzögerung der u - und v -Komponenten in geringen Höhen und einer schwachen Beschleunigung der u -Komponente im darüber anschließenden Höhenbereich. Im w -Feld ist über dem luvseitigen Randgebiet der Stadt eine geringe Aufwärtsbewegung und über dem lee-seitigen Randgebiet eine ebenso geringe Abwärtsbewegung festzustellen. Die Veränderungen im Geschwindigkeitsfeld sind im wesentlichen ein Effekt der erhöhten Bodenrauigkeit.

Der Haupteffekt der rauhen Wärmeinsel auf die Verteilung des turbulenten Transportkoeffizienten (d. h. also auf die Turbulenzstruktur) ist eine erhebliche Erhöhung der K -Werte über dem Stadtgebiet, wobei die höchsten zum stromab liegenden Randgebiet verlagert werden. Dieser Effekt ergibt sich aus der gegenseitigen Beeinflussung, von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld während der Entwicklung in Richtung auf einen neuen Gleichgewichtszustand, welcher den neuen Oberflächenbedingungen entspricht. Die erhöhten K -Werte sind jedoch hauptsächlich auf die Wärmeabgabe der rauhen Wärmeinsel zurückzuführen.

Das veränderte mittlere Strömungsfeld wirkt sich auf den advektiven Transport, das veränderte K -Feld auf den vertikalen turbulent-diffusiven Transport von Luftbeimengungen aus. Unterschiedliches Ausbreitungsverhalten ist festzustellen beim Vergleich zwischen niedriger und hoher Quellenlage. Bei niedriger Quellenlage erscheint die Auswirkung einer rauhen Wärmeinsel als lokaler Effekt, d. h. Größe und Lage des Maximums der Verteilung der Bodenkonzentration werden vorwiegend von den Oberflächenbedingungen direkt unter der Quelle bestimmt. Je höher die Quelle liegt, d. h. je länger die erste Ausbreitungsphase dauert (bis also der Ort des Maximums der Bodenkonzentration erreicht ist), desto weniger lokal ist die Auswirkung der rauhen Wärmeinsel. Befindet sich die Quelle oder verläuft diese erste Ausbreitungsphase in einem Gebiet hoher K -Werte, wird der Verlauf der Bodenkonzentration erheblich beeinflusst: der Maximalwert erhöht sich und dessen Lage rückt näher an die Quelle heran. Wegen der Verlagerung hoher K -Werte in den stromab liegenden Randbereich ist es möglich, daß hohe Schornsteine am Stadtrand gerade in diesen Bereich hoher K -Werte emittieren.

Quantitative Aussagen lassen sich aufgrund der großen Anzahl von durchgeführten Ausbreitungsrechnungen zwar machen, sind jedoch mit Vorsicht zu genießen. Eine Vielzahl von Vereinfachungen und (manchmal mehr oder weniger willkürliche) Annahmen sind in das mathematische Modell eingeflossen; z. B. sind hier Fragezeichen berechtigt bezüglich der zweidimensionalen Behandlung, der Annahme einer völlig ebenen Erdoberfläche, der Parameterisierung des vertikalen turbulenten Transports etc., etc... Um diese Zweifel zu beseitigen, sollte auf der Grundlage der erworbenen Erfahrungen und der gewonnenen Einsichten ein mathematisches Modell zunächst verbessert werden (z. B. hier durch voll dreidimensionale Behandlung des Problems). Danach sollte ein Modell anhand von Daten aus Messungen (im Freien oder im Windkanal) getestet werden, d. h. es sollte überprüft werden, inwieweit ein mathematisches Modell überhaupt in der Lage ist, die physikalische Realität widerzuspiegeln. Hierzu werden jedoch „ausreichend detaillierte“ und „ausreichend umfangreiche“ Datensätze aus „möglichst weitgehend idealisierten Situationen“ benötigt. Bei der Beurteilung und Verwendung dieser Datensätze werden „da und dort“ ebenfalls Fragezeichen angebracht sein.

Literatur

GUTMAN, D. P.; TORRANCE, K. E.: Response of the urban boundary layer to heat addition and surface roughness. *Boundary-Layer Meteorology* 9 (1975) S. 217-233

PROMET 4/79: Stadtklima

PROMET 1/74: Die Grenzschicht der Atmosphäre

9

Über den Einfluß besonderer meteorologischer Bedingungen auf Ausbreitungsvorgänge in der PBL

1 Einleitung

Die Berechnung des Transports von Luftbeimengungen ist ein Problem der turbulenten Diffusion in den unteren Luftschichten. Das bedeutet: nur eine hinreichende Modellierung der turbulenten Grenzschicht eröffnet die Möglichkeit, die raum-zeitliche Entwicklung von Stoffkonzentrationen in Abhängigkeit von charakteristischen meteorologischen Parametern und ihrem tageszeitlichen Gang angemessen zu untersuchen.

Diesem Zweck dient ein deterministisches Diffusionsmodell (Anhang I), das auf den prognostischen Gleichungen für den Wind, die Temperatur und die Konzentration basiert und durch bestimmte Approximationen gekennzeichnet ist:

- horizontale Homogenität des Windfeldes,
- verschwindende mittlere Vertikalkomponente des Windes,
- konstante Luftdichte,
- nur zeitlich variabler geostrophischer Wind.

Die subskaligen turbulenten Flüsse werden nach dem Austauschkonzept in spezieller Weise parameterisiert (Anhang II).

Das Modell erlaubt es, gerade auch die Auswirkungen besonderer meteorologischer Bedingungen – z.B. extrem schwacher Wind, Temperaturinversionen und ihr zeitlicher Auf- und Abbau, vertikale Windscherung – auf die Ausbreitung von Luftbeimengungen zu studieren, der Einfluß des Untergrundes geht dabei nur über die Rauheitslänge z_0 in die Rechnungen ein, die Bodentopographie wird nicht berücksichtigt. Die Quellen können räumlich verschieden angeordnet sein und variables Emissionsverhalten zeigen.

Was die Interpretation der Ergebnisse bzw. den Gültigkeitsbereich des Modells betrifft, so ist auf zwei wichtige Aspekte zu verweisen.

1. In mittlerer und großer Entfernung von der Quelle – um eine Zahl zu nennen: $x \geq 300$ m – wird das Diffusionsverhalten von der Turbulenzstruktur der Luftströmung beherrscht – Eulersche Diffusion, während im Nahbereich ($x < 300$ m) die Turbulenzstruktur in der Abgasfahne, die in die turbulente Luftströmung eingebettet ist, das Diffusionsgeschehen wesentlich bestimmt – Lagrangesche Diffusion. Da wir in unserem Gleichungssystem die turbulenten Flußgrößen nach dem klassischen Austauschkonzept proportional zu den Gradienten der mittleren Feldvariablen setzen – der Diffusionskoeffizient ist dabei eine Funktion der Höhe und einer Kenngröße für die Schichtungsstabilität – bleibt der Gültigkeitsbereich des Modells im wesentlichen auf das Regime der Eulerschen Diffusion beschränkt, d.h. eine physikalisch sinnvolle Interpretation der Rechenergebnisse kann erst für Quellentfernungen ≥ 300 m erfolgen. Wollte man das Diffusionsgeschehen im Nahbereich der Quelle mit obigem Modell studieren, so müßte der Diffusionskoeffizient nicht nur von der Höhe und der Schichtungsstabilität, sondern auch von der Diffusionszeit $\tau = \frac{x}{u}$ in der Abgasfahne abhängen, um das Turbulenzverhalten in

der Nähe der Quelle approximativ zu erfassen. Wie eine solche Abhängigkeit aussehen könnte, wird zur Zeit theoretisch und numerisch-experimentell untersucht.

2. Auch die Tatsache, daß wir im Gitterpunktmodell punktförmige Quellen der Quellstärke Q durch Volumenquellen der „Konzentrationsstärke“ $C_s = \frac{Q}{\rho_L \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}$ mit Gitterweiten $\Delta x, \Delta y, \Delta z \gg 1$ m simulieren, legt eine vorsichtige Interpretation der Rechenergebnisse in den ersten Gitterpunkten hinter einer Quelle nahe, da hier die Konzentrationswerte bei mittleren Inkrementen $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ deutlich zu groß berechnet werden. Durch Verwendung variabler Gitterweiten nach dem Vorbild des „telescoping grid“, d.h. kleine Inkremente im Nahbereich und größere im Fernbereich, ließen sich die auftretenden Fehler minimieren, wobei allerdings die Gitterweiten nicht zu klein gewählt werden dürfen, da sonst die Parameterisierung der turbulenten Flußgrößen nach dem Austauschkonzept nicht mehr aufrechterhalten werden könnte.

Die Verwendung von Gitterpunktmodellen in der Ausbreitungsrechnung läßt erwarten, daß auch in komplexen meteorologischen Situationen, denen die heute in der Praxis überwiegend verwandten statistischen Modelle nur unvollkommen oder gar nicht gerecht werden, unter Benutzung gemessener Anfangsfelder und Emissionsraten realistische Konzentrationsverteilungen gewonnen werden. Es sei in diesem Zusammenhang auch auf Untersuchungen von HINO (1968), SHIR (1972), JOHNSON (1975), BORNSTEIN (1975) und TANGERMANN (1978) hingewiesen.

2 Modellrechnungen und ihre Interpretation

Die bisher ausgeführten Modellexperimente, d.h. die numerischen Integrationen unseres Modellgleichungssystems über einen mehrstündigen Zeitraum mit jeweils wechselnden Anfangsfeldern und Quellenverteilungen sowie verschiedenen Kombinationen der Modellparameter, lassen sich im wesentlichen zwei Fragestellungen zuordnen:

1. Wie wirkt sich die tageszeitliche Umgestaltung des vertikalen Temperaturprofils, die eine entsprechende Variation des Austauschprofils bedingt, auf die raum-zeitliche Verteilung der Konzentration aus, wenn gleichzeitig ein zeitlich und mit der Höhe variables Windfeld vorhanden ist?

Szenario I

2. Welche Entwicklung des Konzentrationsfeldes beobachten wir bei zeitlich variierender Emissionsrate einer Quelle, wenn ein über die Zeit konstantes vertikales Windprofil mit extrem kleiner Windstärke – $|\bar{v}| < 0,45$ (m/s) – vorliegt und zugleich eine bestimmte, ebenfalls zeitlich konstante vertikale Temperaturverteilung mit einer kräftigen Inversion zwischen 200 m und 400 m vorgegeben ist?

Szenario II

Für jedes Szenario wird nun im folgenden ein repräsentatives Experiment und seine Resultate vorgestellt und ausführlich diskutiert.

Szenario I

Als Anfangsfelder für Wind und potentielle Temperatur wählen wir die aus Messungen am NDR-Mast (STILKE et al., 1976) gewonnenen Wind- und Temperaturverteilungen vom 11. März 1976 bei Sonnenaufgang um 5.11 Uhr (s. gestrichelte Kurve in Abb. 1a und die Windverteilung um 5.11 Uhr in 1b). Der geostrophische Wind wird gemäß den Stationsmeldungen zu den Terminen 6.00 und 9.00 berechnet. Die horizontale Schrittweite beträgt $\Delta x = \Delta y = 600$ m, die vertikale $\Delta z = 35$ m und der Diffusionszeitschritt als Standard $\Delta t_D = 60$ s. Die Konzentrationsstärke bestimmen wir gemäß der Beziehung $\bar{C}_s = \frac{Q}{\rho_L \cdot (\Delta x)^2 \cdot \Delta z}$.

Setzen wir die Standardquellstärke Q der Luftbeimengung zu $Q = 1 \text{ kgs}^{-1}$ fest, so erhalten wir $C_s = 7,93 \cdot 10^{-8} (\text{s}^{-1})$. Die effektive Höhe der Quelle liegt bei 70 m, d.h. in der zweiten Gitterfläche über dem Boden. Die numerische Integration erstreckt sich über einen Zeitraum von 6 Stunden: 5.11 bis 11.11 Uhr. Zunächst wird nur die Entwicklung des Wind- und Temperaturfeldes berechnet, dann wird um 7.41 Uhr (nach 150 Zeitschritten) die Quelle eingeschaltet, die nunmehr 3 Stunden kontinuierlich emittiert, d.h. pro Zeitschritt:

$$\Delta t_D \cdot C_s = 4,76 \cdot 10^{-6}$$

Die Ergebnisse der numerischen Integration sind in der Abbildung 1 für den Wind und die potentielle Temperatur, sowie in den Abbildungen 2 und 3 für das Konzentrationsfeld in zwei Höhen, Boden und 140 m, dargestellt, während in der Abbildung 4 die Verteilung der Konzentrationsmaxima über die Höhe wiedergegeben ist.

Wir betrachten zunächst das Wind- und Temperaturfeld. Abbildung 1b zeigt die berechnete vertikale Verteilung des Windvektors zu den drei Terminen 7.41, 9.41 und 10.41 Uhr, während das Diagramm um 5.11 Uhr die gemessene Anfangsverteilung darstellt. Die Länge der Vektorpfeile gibt jeweils den Betrag des Windes an, die angeschriebenen Zahlen kennzeichnen die Windhöhe in m, „0“ bedeutet dabei die Höhe $z = z_0$. Die Windwerte für $z = z_0$ sind mit gewisser Vorsicht zu werten, da z_0 nur grob die Geländekonfiguration berücksichtigt, in der Ebene ist ein solcher Bodenwind wesentlich vertrauenswürdiger, da hier z groß gegen z_0 ist. v_g 6.00 bzw. v_g 9.00 Uhr markiert den zum Termin 6.00 bzw. 9.00 Uhr aus den Stationsmeldungen des Bodendrucks berechneten geostrophischen Wind. Man erkennt, daß der Wind speziell in den unteren Schichten bei gleichbleibendem geostrophischen Wind zunächst zunimmt (Diagramm um 7.41 Uhr) und in Richtung von v_g 6.00 dreht, um dann mit erfolgter Änderung des geostrophischen Windes um 9.00 Uhr wieder merklich abzunehmen (Diagramm um 9.41 Uhr). Hier manifestiert sich einmal der Einfluß des geostrophischen Windes als eines sensitiven externen Steuerparameters auf die Windstruktur in der Grenzschicht, zum anderen der Einfluß der zeitlichen Variation des Austauschprofils, das über die modifizierte Richardson'sche Zahl Ri^* von der potentiellen Temperatur abhängt. Zwischen 7.41 und 9.41 Uhr hat sich nämlich das Vertikalprofil von $\bar{\Theta}$ (Abb. 1a) signifikant umgestaltet (gestrichelte Kurve um 5.11 Uhr: gemessene Anfangsverteilung), die stabile Schichtung am Boden ist abgebaut, und die Inversion liegt jetzt

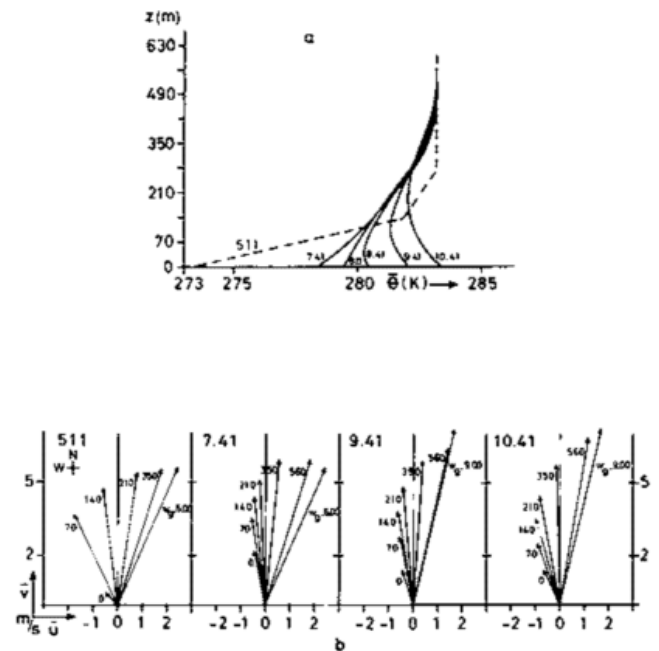


Abb. 1: Berechnetes Vertikalprofil der potentiellen Temperatur (a) und des Windes (b) für den 11. April 1976 zu verschiedenen Terminen.

a: die gestrichelte Kurve um 5.11 Uhr ist das $\bar{\Theta}$ -Anfangsfeld.

b: das Vektordiagramm zum Termin 5.11 Uhr stellt die anfängliche Windverteilung dar; die an die Windpfeile geschriebenen Zahlen geben die Höhe in m an, wobei „0“ die Höhe $z = z_0$ bedeutet. v_g 6.00 Uhr bezeichnet den geostrophischen Wind zum Termin 6.00 Uhr.

oberhalb 70 m; lebhafter Austausch setzt nun in den unteren Schichten ein. Ein Vergleich mit den Winddiagrammen in den Abbildungen 5b und 6b, die zu den weiter unten erläuterten Referenzrechnungen 1 und 2 gehören, unterstreicht den Einfluß des mit der Höhe und Zeit variierenden Diffusionskoeffizienten K auf die Windverteilung. Bei den Referenzrechnungen haben wir es nämlich, ceteris paribus, bei unterschiedlichen, aber zeitlich konstanten Temperaturprofilen mit zeitlich sich nicht ändernden Austauschprofilen zu tun.

Wir kommen nun zur zeitlichen und räumlichen Änderung der Konzentrationsverteilung in den Abbildungen 2 und 3. Die Kurve 0 gibt die Änderung der Bodenkonzentration. Besonders im ersten Gitterpunkt in Lee der Quelle, ist die Konzentration jeweils zu vier Terminen aufgezeichnet und zwar auf die Süd-Nord-Richtung (y-Achse) projiziert, da die tatsächliche Windrichtung bis 140 m Höhe zu den einzelnen Terminen nicht allzu sehr davon abweicht (Abb. 1b).

Um das Wesentliche schärfer herauszuarbeiten, sind zwei Referenzrechnungen ausgeführt worden, die zu den Kurven 1 und 2 in den Abbildungen 2 und 3 führen. Die Referenzrechnungen unterscheiden sich von der eigentlichen instationären Rechnung nur darin, daß wir das vertikale Profil der potentiellen Temperatur während des gesamten Integrationszeitraumes konstant halten.

Für die Referenzrechnung 1 wird das stabile $\bar{\Theta}$ -Profil, das sich bei der instationären Rechnung um 7.41 Uhr einstellt, als konstantes Profil gewählt (s. Abb. 5a); Abbildung 5b präsentiert das zugehörige Windfeld. Die Referenzrechnung 2 legt dagegen jenes Temperaturprofil als konstante Verteilung zugrunde, das sich bei der instationären Rechnung (Abb. 1a) zum Zeitpunkt 10.41 Uhr einstellt; während des gesamten sechsständigen Integrationszeitraumes existiert also eine etwas oberhalb 140 m fixierte Inversion (Abb. 6a). Die Abbildung 6b zeigt wieder das entsprechende Windfeld.

Betrachtet man die Ergebnisse für die Bodenschicht (Abb. 2) im einzelnen und vergleicht das Ergebnis der instationären Rechnung (Kurve 0) mit den Referenzrechnungen (die Kurven 1 und 2), so ist die Wirkung der Temperaturinversion und ihrer zeitlichen Variation auf das Konzentrationsfeld deutlich zu erkennen: zum Termin 8.11 Uhr, eine hal-

be Stunde nach Emissionsbeginn um 7.41 Uhr, unterscheiden sich die Kurven 0 und 1 in Abbildung 2, die einer durchgehend stabilen Temperaturschichtung (Abb. 1a und 5a) entsprechen, nur wenig voneinander, so daß sie im hier gewählten Darstellungsmaßstab als eine Kurve erscheinen mit $C_{\max} = 6,6 \cdot 10^{-7}$ bei etwa 5 km Entfernung von der Quelle. Der Austausch ist durch die stabile Schichtung stark behindert.

Die Referenzkurve 2 dagegen, die zum Temperaturprofil mit einer Inversion etwas oberhalb 140 m gehört, gibt ganz erheblich höhere Konzentrationswerte mit $C_{\max} = 19,36 \cdot 10^{-7}$ bei etwa 3 km Entfernung von der Quelle. Bei dieser Referenzrechnung 2 liegt die Quelle in 70 m Höhe in der instabilen Temperaturschichtung deutlich unterhalb der Inversion (Abb. 6a); dies bedingt einen kräftigen Austausch, die Windgeschwindigkeit ist erheblich vermindert

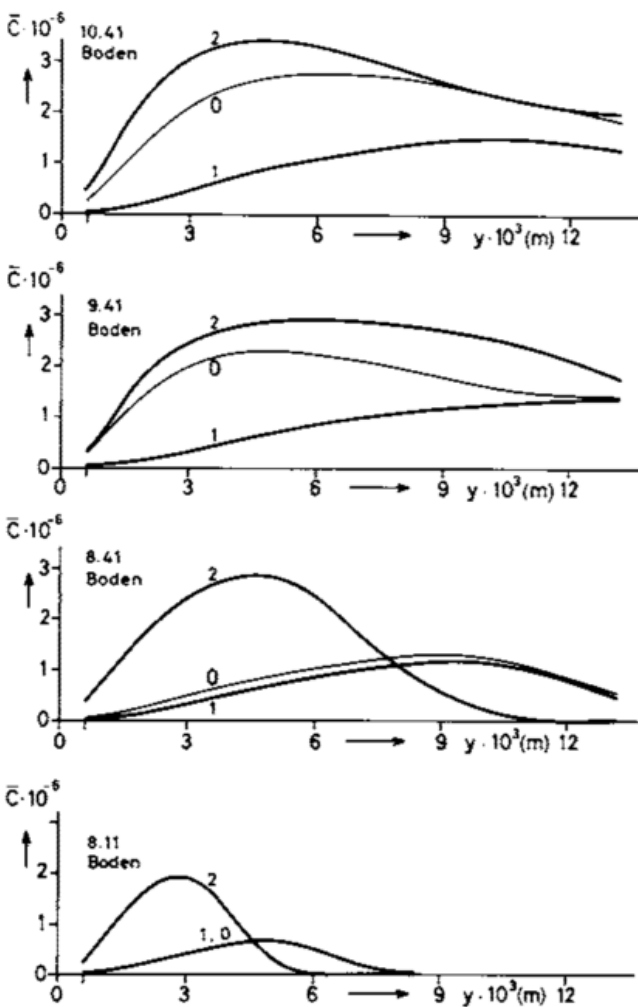


Abb. 2: Die Entwicklung des Konzentrationsfeldes am Boden in der Hauptwindrichtung (y -Richtung) zu vier Terminen. Die Kurve 0 stellt jeweils die Entwicklung bei zeitlich variablem Temperaturprofil (Abb. 1a) dar, während die Kurven 1 und 2 die Entwicklung bei zeitlich konstantem Referenzprofil 1 bzw. 2 der mittleren potentiellen Temperatur $\bar{\Theta}$ wiedergeben (bezüglich der $\bar{\Theta}$ -Referenzprofile 1 und 2 vergleiche man die Abb. 5a und 6a).

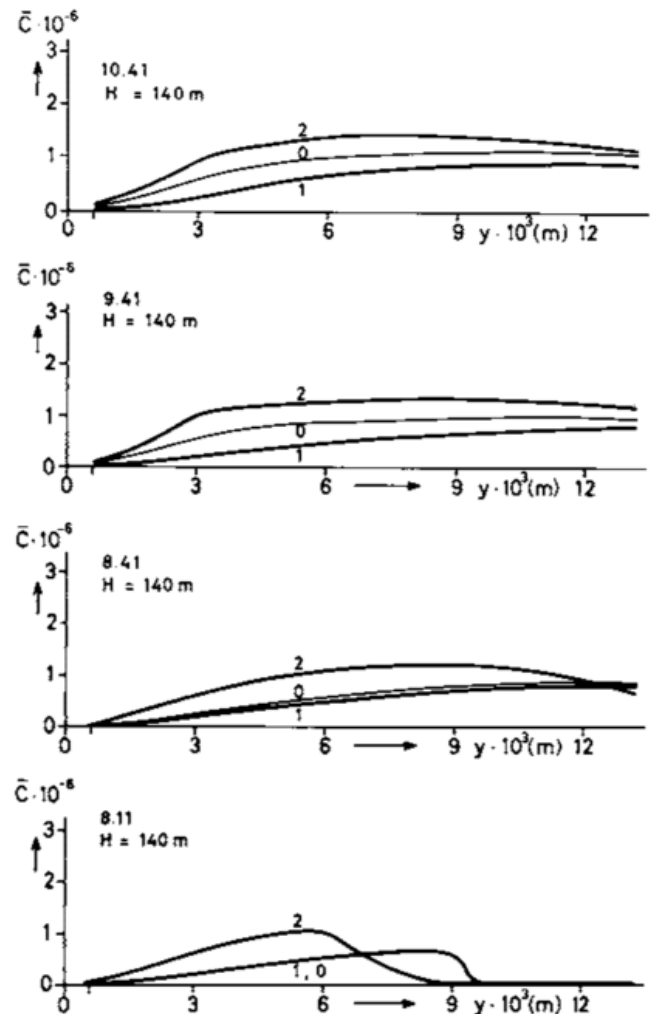


Abb. 3: Die Entwicklung des Konzentrationsfeldes in 140 m Höhe in Hauptwindrichtung zu vier Terminen. (Wegen der Kurven 0, 1, 2 s. Abb. 2.)

(Abb. 6b), so daß die Ausbreitung nur langsam voranschreitet. Um 8.41 Uhr — die Quelle emittiert jetzt 1 Stunde — hat die Beimengung die Grenze unseres Integrationsbereiches erreicht. Das Temperaturprofil (Abb. 1a), das zur instationären Rechnung, Kurve 0, gehört, läßt eine Inversion

in etwa 35 m noch unterhalb der Quelle, erkennen. Wir beobachten kaum eine Differenz zur Referenzkurve 1 (durchgehend stabile Schichtung, Abb. 5a): $\bar{C}_{\max} = 28,77 \cdot 10^{-7}$ bei etwa 5 km. Eine Stunde später, um 9,41 Uhr, liegt die Inversion (Abb. 1a) bereits oberhalb der Quelle, die Kurve 0 weicht erheblich von der Referenzkurve 1 ab (nach wie vor stabile Temperaturschichtung) und nähert sich deutlich der Kurve 2 (Temperaturprofil mit Inversion etwas oberhalb 140 m), was um 10,41 Uhr noch signifikanter erkennbar wird. Die entscheidende Änderung tritt zwischen 8,41 und 9,41 ein; während dieses Zeitraumes ist nämlich die Inversion von 35 m auf etwa 100 m angestiegen, so daß der Austausch oberhalb der Quelle behindert, in den unteren Schichten aber forciert wird. Zudem vermindert sich hier die Windgeschwindigkeit. Daher nimmt die Konzentration am Boden zu.

Betrachten wir jetzt die Entwicklung für die 140 m-Schicht (Abb. 3), so sind die Unterschiede zwischen der die Ergebnisse der instationären Rechnung repräsentierenden Kurve 0 und der Referenzkurve 1 zu allen Terminen wesentlich geringer als in der oben besprochenen Bodenschicht. Das gilt auch für den Vergleich mit der Referenzkurve 2; die Erklärung ist darin zu suchen, daß einmal aufgrund der Temperaturschichtung (s. Abb. 1a) der Austausch hier jeweils wesentlich geringer ist als für die Bodenschicht, zum anderen aber auch die Advektion stärker wirkt und für eine schnellere Verteilung sorgt, da die Windgeschwindigkeit in 140 m zu den betreffenden Terminen etwa doppelt so groß ist wie am Boden (Abb. 1b).

Die Bedeutung der Inversion für das Konzentrationsfeld am Boden folgt auch aus der Abbildung 4. Hier sind die Maxima C_{\max} der Konzentration in jeder Schicht jeweils mit $\bar{C}_{70\max}$, dem Maximum in 70 m Höhe (d. i. die Quellschicht) normiert worden und gegen die Höhe bis 210 m aufgetragen. Man erkennt (Abb. 4a) eine sprunghafte Zunahme der Maximalwerte am Boden zwischen 9,41 und 10,41 Uhr, innerhalb des Zeitraumes also, in dem die Inversionsuntergrenze sich über die Quelle hebt und den Übergang zu starkem Austausch bewirkt, was zusammen mit der schwächeren Advektion zum Anwachsen der Konzentration führt. In der Höhe 140 m ist dagegen nur schwache Aktivität zu beobachten, die Maxima der Konzentration variieren gering. Zum Vergleich wird in Abbildung 4b die Maximaverteilung herangezogen, wie sie sich bei der Referenzrechnung 2 ergibt. In diesem Fall liegt die Quelle - 70 m - stets deutlich unterhalb der Inversion und kräftiger Austausch ist möglich. Die Darstellung in Abbildung 4b zeigt daher schon beim ersten Termin um 8.11

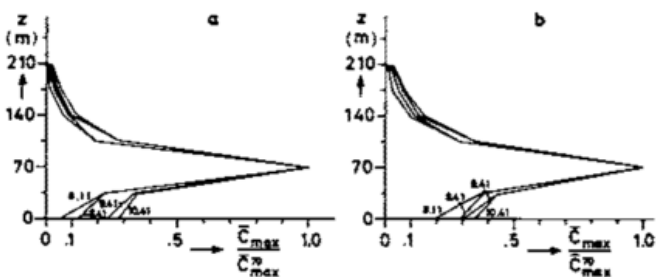


Abb. 4: Die vertikale Verteilung des Maximums der Konzentration, bezogen auf den Maximalwert in 70 m Höhe, zu verschiedenen Terminen.
a: bei zeitlich variablem Temperaturprofil
b: bei $\bar{\Theta}$ -Referenzprofil 2.

Uhr, eine halbe Stunde nach Emissionsbeginn, einen mehr als 2,5 mal so großen Maximalwert am Boden, der sich im Laufe der Zeit aber nicht mehr so stark ändert. In 140 m Höhe und darüber ist auch hier die zeitliche Variation der Maximalwerte nur gering.

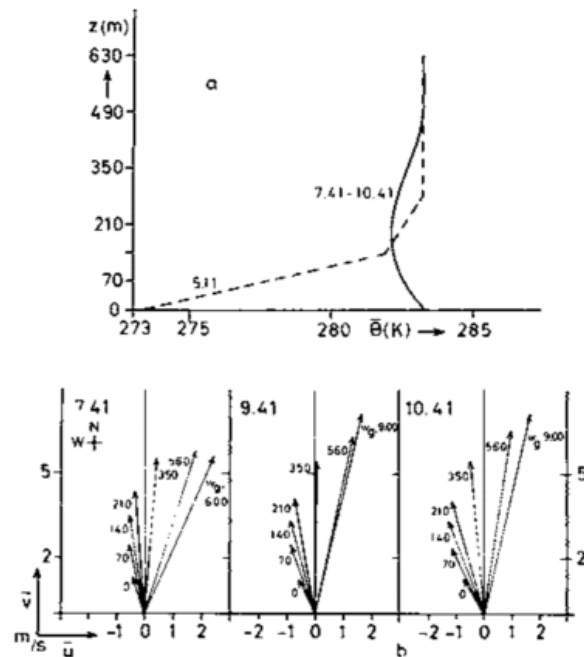


Abb. 5: Das stationäre Referenzprofil 1 der mittleren potentiellen Temperatur $\bar{\Theta}$ (a), das der vertikalen Temperaturverteilung um 7,41 Uhr entspricht.
b: zeigt das hierzu berechnete Windfeld zu drei Terminen.

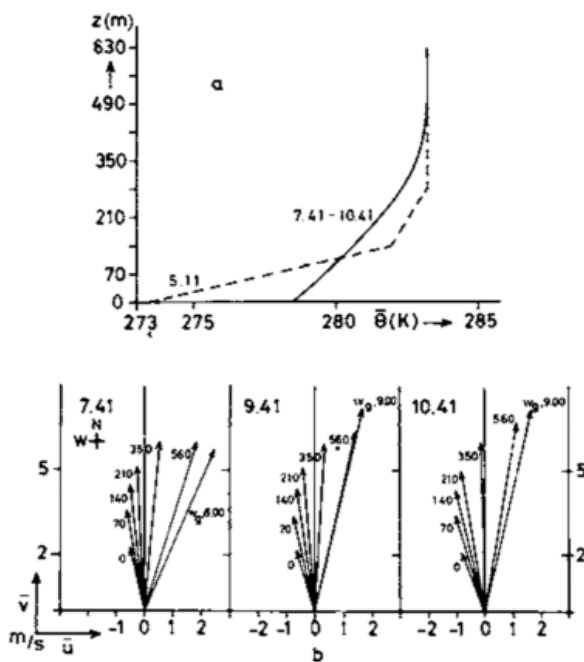


Abb. 6: Das stationäre $\bar{\Theta}$ -Referenzprofil 2 (a), das dem vertikalen Temperaturprofil um 10,41 Uhr entspricht.
b: stellt das hierzu berechnete Windfeld zu drei Terminen dar.

Szenario II

Wir wählen ein zeitlich konstantes vertikales Windprofil gemäß Abbildung 7a und ein ebenfalls zeitlich konstantes Vertikalprofil der potentiellen Temperatur $\bar{\Theta}$ gemäß Abbildung 7b mit einer starken Temperaturinversion von + 5 (K)/100 m zwischen 200 m und 275 m: unterhalb der Inversion haben wir dabei eine labile Schichtung (-0,5 (K)/100 m), oberhalb liegt Adiabasie vor, d.h. konstante potentielle Temperatur. Dem Typ eines solchen $\bar{\Theta}$ -Profils begegnen wir relativ häufig im Herbst bei ausgeprägten antizyklonalen Wetterlagen, verknüpft mit Nebelbildung; allerdings liegt die Inversionsuntergrenze dann überwiegend wesentlich höher (350 m - 450 m). Eine solche Inversion hält sich über längere Zeit (bis zu 1 Tag) und zeigt keinen signifikanten Tagesgang. Unser obiges spezielles Temperaturprofil beschreibt daher insgesamt eine zwar seltene, jedoch vorkommende und im Sinne der Konzentrationsverteilung am Boden extreme Situation.

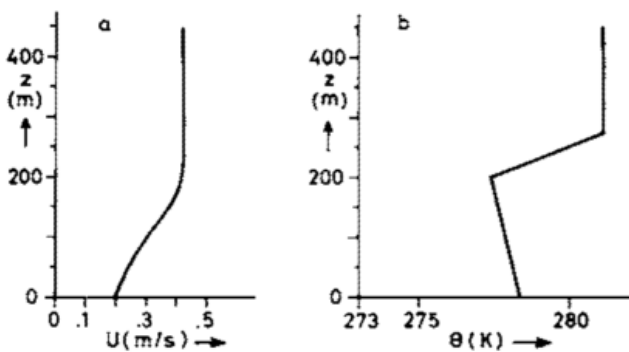


Abb. 7: Das zeitlich konstant vorgegebene Vertikalprofil des Windes U (a), in Richtung der x-Achse wehend, und der potentiellen Temperatur (b).

Wir simulieren mit diesen Bedingungen einen Störfall. Die effektive Kaminhöhe beträgt 130 m, die normale Quellstärke (kontinuierlicher Betrieb) $Q = 1$ (kg/s). Im Störfall steigt nun die Emissionsrate sprunghaft auf das Zehnfache des Normalwertes an, behält diesen Wert 20 Minuten lang bei, um danach wieder ihren Normalwert anzunehmen (Beseitigung der Störung).

In einer ersten Rechnung wird zunächst die stationäre Konzentrationsverteilung bei Normalbetrieb bestimmt, indem wir bis zum Erreichen der Stationarität numerisch aufintegrieren, nachdem zu einem bestimmten Zeitpunkt - hier 5.41 Uhr - die Emission eingeschaltet wurde.

Nun wird eine zweite Rechnung ausgeführt mit der Annahme, daß nach dem Erreichen der stationären Verteilung der Störfall eintritt, d.h. 20 Minuten lang wird das Zehnfache der Normalemission ausgestoßen. Wie beeinflusst nun die Störung das Konzentrationsfeld am Boden?

Die Resultate der numerischen Integration sind in Abbildung 8 dargestellt. Die Abbildung 8a zeigt die Verteilung der Bodenkonzentration zu verschiedenen Terminen nach dem Einschalten der Normalquelle von 1 (kg/s) um 5.41 Uhr, aufgetragen in Windrichtung entlang der in der Ebene Kamin-Windrichtung liegenden Ausbreitungsachse, wo jeweils die Maxima angesiedelt sind. Nach 2,5 Stunden, um 8.11 Uhr, ist die stationäre Verteilung erreicht, die Konzentration beträgt in einer Entfernung von ca. 1 km $3,58 \cdot 10^{-5}$.

Die Abbildung 8b zeigt das Ergebnis der „Störfall“-rechnung, bei der also um 8.11 Uhr, nach Eintritt der Stationarität, für 20 Minuten - 8.11 bis 8.31 Uhr - das Zehnfache, nämlich 10 (kg/s) emittiert wird. Auf der Ordinate ist der Quotient aus Konzentrationswert im Störfall \bar{C}_{st} und Konzentrationswert im oben geschilderten Normalfall \bar{C}_N zu drei Terminen aufgetragen: $\bar{C}_{st}/\bar{C}_N = 1$ bedeutet keine Änderung gegenüber dem Normalfall.

Man erkennt folgendes: Um 8.41 Uhr, 10 Minuten nach Beseitigung der Störung, ist die Konzentration in der Nähe der Quelle stark angestiegen, mit einem Maximalwert von nahezu dem Neunfachen der Normalkonzentration; bei 1020 m ist keine Änderung zu bemerken. Eine halbe Stunde später ist in der Nähe der Quelle kein Störeinfluß ($\bar{C}_{st}/\bar{C}_N = 1$) mehr zu beobachten, dagegen ist jetzt die Konzentration im Bereich zwischen 600 m und 1100 m stark angestiegen, mit einem Maximum bei 840 m: $\bar{C}_{st}/\bar{C}_N = 6,3$, d.h. gut das Sechsfache des Normalwertes.

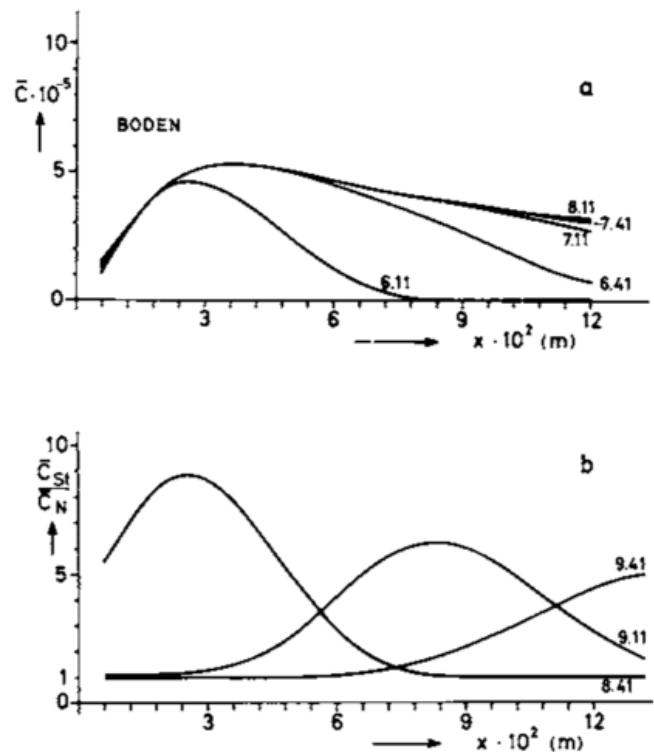


Abb. 8: Die Entwicklung der Konzentrationsverteilung am Boden bis zur Stationarität bei vorgegebenen konstanten vertikalen Wind- und Temperaturverteilungen (a).

Entwicklung des durch die Emissionsstörung bedingten Konzentrationsfeldes \bar{C}_{st} , bezogen auf das Konzentrationsfeld bei Normalbetrieb \bar{C}_N , zu drei Terminen (b).

Eine weitere halbe Stunde danach hat sich das Maximum über 1200 m hinaus verschoben, bei 1000 m Entfernung herrscht noch das Dreifache der Normalkonzentration. Um 10.11 Uhr, hier nicht eingezeichnet, ist keine Änderung mehr innerhalb des Integrationsbereiches festzustellen: $\bar{C}_{st}/\bar{C}_N = 1$ über die ganze Strecke.

Advektion und Diffusion im Wechselspiel bewirken unter diesen extremen meteorologischen Bedingungen - äußerst

schwacher Wind und sehr tief liegende starke, konstante Inversion —, daß das durch die Emissionsstörung bedingte Maximum der Konzentration in Windrichtung zwar langsam voranschreitet, dabei jedoch stetig abnimmt, so daß z.B. bei etwa 1000 m nurmehr rund das Sechsfache statt des Zehnfachen der Normalkonzentration ankommt. Dafür ist jedoch bei 1000 m über 75 Minuten — nahezu das Vierfache der „Störfall“-zeit von 20 Minuten — eine gegenüber der normalen Verteilung zum Teil stark erhöhte Konzentration festzustellen, bis der stationäre Wert wieder erreicht wird.

3 Schlußfolgerungen

Fassen wir noch einmal die wesentlichen Ergebnisse der numerischen Integration schlagwortartig zusammen:

- Die Konzentrationsverteilung speziell am Boden wird in signifikanter Weise von Lage, Mächtigkeit und Instationarität der Temperaturinversion geprägt. Extrem schwacher Wind verstärkt die Wirkung.

Die Modellrechnungen gestatten zudem einen genaueren Einblick in die zeitliche Entwicklung aller wichtigen Feldgrößen und ihren wechselseitigen Einfluß unter komplexen meteorologischen Bedingungen. Dieser genauere Einblick in das turbulente Diffusionsgeschehen dürfte bei einer Reihe praktisch wichtiger Probleme von Nutzen sein, wie z.B.

- Entscheidung über Standort und Schornsteinhöhe von Großemittenten in der Nähe von Wohngebieten.
- Beschränkung der Produktionskapazität, d.h. der Emissionsrate von Abgasen, zu bestimmten Tageszeiten und bei einzelnen Wetterlagen.
- Kurzzeitige Auswirkungen von Störfällen in bestimmter Entfernung.

Rechnungen mit dem jeweiligen Problem gut angepaßten Modellparametern werden brauchbare Entscheidungshilfen liefern, zumal die Gitterstruktur des Modells in weiten Grenzen variabel ist, und nicht nur die Verhältnisse am Boden, sondern auch in höheren Schichten erfaßt werden. Um auch im konkreten Einzelfall eine Aussage über die Konzentrationsverteilung mit gesicherten Fehlergrenzen zu gewinnen, ist eine Überprüfung des Modells mit Hilfe geschlossener Datensätze anzustreben, die sowohl Angaben über Emission und meteorologische Einflußgrößen in mehreren Höhen als auch kontinuierliche Immissionsmessungen in einem größeren Umkreis einer Quelle über einen längeren Zeitraum (z.B. 24 Stunden) umfassen.

Der weitere Ausbau des Modells zielt naturgemäß darauf ab, die derzeitigen Limitierungen abzubauen, d.h. vor allem, den Einfluß der Vertikaladvektion — z.B. Absinkinversionen — und der Feuchte (City-Wärmeinsel) angemessen zu erfassen.

Literatur

BORNSTEIN, R. D.: The two-dimensional URBMET Urban Boundary Layer Model. *J. Appl. Meteorol.* 14 (1975) S. 1459–1477.

HINO, M.: Computer experiment on smoke diffusion over a complicated topography. *Atmos. Environ.* 2 (1968) S. 541–558.

JOHNSON, D. O.: The development of an unsteady two-dimensional transport model in a polluted Urban Atmosphere. Purdue University, West Lafayette, Indiana/USA (1975).

SHIR, C. C.: Numerical investigations of the atmospheric dispersion of stack effluents. *JRM. J. Res. Dev.* 16 (1972) Nr. 2, S. 171–178.

STILKE, G.; WAMSER, C.; PETERS, G.: Untersuchungen über den Abbau einer Bodeninversion mit direkten und indirekten Meßverfahren. *Meteorol. Rdsch.* 29 (1976) S. 1–11.

TANGERMANN, G.: Numerical simulations of air pollutant dispersion in a stratified planetary boundary layer. *Atmos. Environ.* 12 (1978) S. 1365–1369.

ANHANG I

Modellgleichungen

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = f \cdot ((\bar{v} - v_g) \times k) + \frac{\partial}{\partial z} (K_m \frac{\partial \bar{v}}{\partial z})$$

$$\bar{v} = \langle \bar{u}(z, t), \bar{v}(z, t) \rangle; \bar{w} = 0; v_g = \langle u_g(t), v_g(t) \rangle$$

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} = -\bar{v} \cdot \nabla_H \bar{\Theta} + \frac{\partial}{\partial z} (K \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z}) + \alpha(t) \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = -\bar{v} \cdot \nabla_H \bar{C} + K_H \nabla_H^2 \bar{C} + \frac{\partial}{\partial z} (K \frac{\partial \bar{C}}{\partial z}) + \bar{C}_s(x, y, z, t)$$

$$\bar{C} = \frac{\bar{\rho}_K}{\rho_L}; \bar{C}_s = \frac{Q_s}{\rho_L}; \bar{\rho}_K: \text{Schadstoffdichte}; \rho_L: \text{konstante Luftdichte}; Q_s: \text{Quellstärke}; \alpha(t): \text{zeitabhängiger Strahlungsparameter}$$

Randbedingungen

Wind

$$z = z_0: -\nu_0 < \frac{\partial}{\partial z} (K_m \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}) < 0 \quad 0 < \nu_0 < \epsilon$$

$$z = z_E: \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = b \cdot (v_g - \bar{v}(z_E)); 0 < b < 1; z_E: \text{Obergrenze}$$

pot. Temperatur

$$x = 0, x = x_E: \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial x^2} = 0; \quad z = z_F: \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial z^2} = 0$$

$$y = 0, y = y_E: \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial y^2} = 0; \quad z = z_0: \bar{\Theta} = T_B(t)$$

$$\frac{\partial T_B}{\partial t} =$$

$$B^* \cdot (\mu I_\infty \cdot \sin h_s(t) - \epsilon^* \cdot \sigma \cdot T_B^4 + c_p \cdot \rho_L \cdot (K \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z})_B);$$

$$B^* = \frac{\sqrt{2}}{C_0 \cdot D}$$

C_0 : Volumenwärme des Bodens; D : Eindringtiefe der täglichen Temperaturwelle; I_∞ : Solarkonstante; h_s : Sonnenhöhe; μ, ϵ^* : Bewölkungsparameter

Konzentration

$$x = 0, x = x_E \quad \bar{C} = 0, \text{ wenn Einflußrand des Gebietes,}$$

$$y = 0, y = y_E \quad \text{sonst } \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial y^2} = 0$$

$$z = z_0: \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} = 0 \text{ keine Absorption am Boden}$$

$$z = z_E: \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial z^2} = 0$$

ANHANG II

Ansätze für die vertikalen und horizontalen Diffusionskoeffizienten K, K_H (Temperatur, Beimengung) sowie K_m (Impuls)

$$K = (1 - \delta) \cdot K_{\max} + \delta \cdot K_0 \cdot (z/z_0)^{\frac{1}{F}} \cdot \exp(-a \cdot (z/z_0) \cdot F)$$

$$K_0 = \kappa \cdot u^* \cdot z_0; \quad a = \frac{K_0 \cdot e^{-1}}{K_{\max}}; \quad \delta = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_i^*}{|R_i^*|}\right)$$

$$R_i^* = \frac{g}{\bar{\Theta}} \cdot \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \cdot \left(\eta + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)^2\right)^{-1}; \quad F = (1 + 0,5 \cdot R_i^*)^2$$

$$K_H = r \cdot \frac{\Delta x}{\Delta z} \cdot K_{\max} \quad 0,4 < r < 0,8$$

$$K_m = K + \bar{K}^*; \quad \bar{K}^*: \text{Mittelwert einer Austauschgröße } K^* \text{ bezüglich des Intervalls } 0 < K^* < K_{\max}$$

u^* bezeichnet die Schubspannungsgeschwindigkeit, z_0 die Rauigkeitslänge, κ die v. Karmansche Konstante und K_{\max} den vorzubegebenden Maximalwert, den K bei neutraler Schichtung annimmt.

η ist ein Parameter, der die modifizierte Richardsonsche Zahl R_i^* für verschwindende vertikale Windscherung numerisch beschränkt hält.

F. WIPPERMANN, Darmstadt

10 Trajektorien unter einer starken Temperaturinversion in gebirgigem Gelände*

1 Einleitung: Das Problem

Im Falle eines zwar nicht sehr wahrscheinlichen, aber eben doch nicht auszuschließenden großen Unfalles eines Atomkraftwerkes wird man seitens des Katastrophenschutzes daran interessiert sein, vom Meteorologen eine Auskunft darüber zu bekommen, in welcher Richtung die freigesetzte Radioaktivität abtransportiert werden wird und wie sie sich auf ihrem Wege ausbreiten und verdünnen wird.

Derzeit wird der Meteorologe nicht viel mehr tun können, als aus der Windbeobachtung am Reaktorstandort einen Sektor von beispielsweise 45° anzugeben, in welchem die radioaktiven Stoffe (Gase und feste Teilchen) erwartet werden müssen.

Eine solche Angabe ist allerdings nur dann möglich, wenn sich die radioaktiven Stoffe über einem ebenen oder wenigstens nahezu ebenen Gelände ausbreiten. Die Atomkraftwerke werden jedoch wegen der benötigten Wasserkühlung an Flüssen gebaut und stehen deshalb meistens in Tälern,

die einen einfachen Abtransport in einem bestimmten Sektor nicht zulassen; die freigesetzten Stoffe werden vielmehr mit ihrem Schwerpunkt einer Trajektorie folgen, welche, am Unfallort beginnend, unter dem Einfluß der orographischen Verhältnisse durchaus eine andere Richtung haben kann, als die von der Windfahne am Unfallort angezeigt, oder auch die Richtung ändern kann.

Eine solche Trajektorie läßt sich, ggf. auch zeitabhängig, durch ein numerisches Mesoscale-Modell berechnen, in welches als Eingangsparameter solche atmosphärischen Variablen einzusetzen sind, die mit den großräumigen (Routine-)Vorhersagemodellen für den betrachteten Bereich, also etwa 100 km x 100 km in der Umgebung des Unfallortes, berechnet werden.

Die Entwicklung solcher Mesoscale-Modelle ist in den letzten Jahren stark vorangetrieben worden; daß diese zur Zeit noch nicht einsatzfähig sind, liegt nicht zuletzt an dem enorm hohen Rechenzeitbedarf. (Im Gegensatz zu den großräumigen Vorhersagemodellen mit horizontalen Maschenweiten von 200–300 km und Zeitschritten von 5–10 min operiert man bei den Mesoscale-Modellen bei Maschenweiten von 1000–2000 m mit Zeitschritten von 1–5 sec; während bei ersteren die hydrostatische Approximation verwendet werden darf, ist dies bei den Mesoscale-Modellen nicht mehr möglich, wodurch eine weitere deutliche Erhöhung des Rechenaufwandes bedingt ist.)

*) Gekürzte und stark vereinfachte Fassung eines Vortrages von F. WIPPERMANN und H. J. KOPPERT, der beim 10th International Technical Meeting on "Air Pollution Modeling and Its Application" (NATO-CCMS) in Rom, 22.–26. Okt. 1979, unter dem gleichen Titel gehalten wurde (Proceedings S. 225–238).

In einer solchen Lage muß überlegt werden, ob man die Trajektorien nicht auch mit einfacheren Modellen berechnen kann, wenn man dafür die Anwendbarkeit einschränkt. Es werden starke Vereinfachungen vorgenommen, die nur für ganz bestimmte Wetterbedingungen gelten. Man erhält dann ein viel einfacheres Modell, welches aber auch nur bei diesen bestimmten Wetterbedingungen angewandt werden darf.

Ein solches Modell soll in diesem Artikel vorgestellt werden. Die ganz bestimmten Wetterbedingungen sind durch die Existenz einer sehr starken Inversion in einigen hundert Metern über Grund gegeben, welche die darunter befindliche, in den meisten Fällen ohnehin sehr schwache Strömung von derjenigen über der Inversion praktisch abkoppelt. In einem solchen Falle ließe sich die Strömung zwischen dem Erdboden und der Inversion vertikal mitteln, wodurch das dreidimensionale Strömungsfeld auf ein zweidimensionales reduziert wird. Solche Wetterbedingungen, unter denen dies zulässig wäre, dürfte man wohl am ehesten in winterlichen Antizyklonen antreffen; es sind wegen der nur schwach bewegten, austauscharmen Luftmassen ohnehin diejenigen Wetterbedingungen, unter denen sich ein großer Reaktorunfall am schlimmsten auswirken wird.

In der Abbildung 1a ist ein schematischer Vertikalschnitt an irgendeiner Stelle durch das betrachtete mesoskalige Gebiet gegeben. Die schraffierte Linie gibt die Höhe $h(x,y)$ der Erdoberfläche über NN an, die punktierte Linie gibt die Höhe H der Inversion ebenfalls über NN an; diese Höhe soll konstant sein. Die vertikale Mittelbildung soll nun zwischen $h(x,y)$ und H vorgenommen werden. Da dann, wenn Berge vorhanden sind, die Erdoberfläche auch durch die Inversion hindurch und über diese hinausgehen kann, entstehen, wie in der Abbildung 1b erkennbar ist, „inselartige“ Bereiche, in denen man überhaupt keine Strömung hat. Die durch die vertikale Mittelung zweidimensional gewordene Strömung erfolgt dann in einem mehrfach zusammenhängenden Gebiet. Dieser Umstand ist zwar nicht sehr problematisch, bringt aber doch eine neue Schwierigkeit ins Spiel: neben den äußeren Rändern des Areal, an denen Randbedingungen definiert sein müssen, gibt es nun auch noch innere Ränder, sozusagen die Ufer der durch die Inversion abgeschnittenen „Inseln“, an welchen ebenfalls Randbedingungen vorliegen müssen.

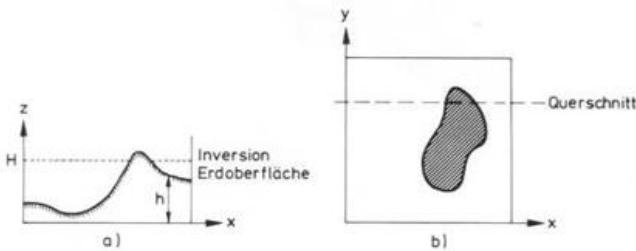


Abb. 1a/1b: Vertikalschnitt und Aufsicht auf einen mesoskaligen Bereich, in welchem die Erdoberfläche eine Inversion durchstößt.

Als Beispiel für ein solches Gelände ist in der Abbildung 2a eine Sicht auf das Rhein-Main-Gebiet von SW her gegeben: in der vorderen, der südwestlichen Ecke, erkennt man das Pfälzer Bergland, aus welchem die Spitze des Donnersber-

ges deutlich herausragt; zur hinteren, nordöstlichen Ecke hin erstreckt sich die Wetterau bis zum Fuß des Vogelsberges. In der rechten, der südöstlichen Ecke, haben wir einen Teil des Odenwaldes, in der Mitte des Ostrandes ist gerade noch der Westhang des Spessart erkennbar; im nordwestlichen Teil des Areal liegt die Taunuskette. Der Rhein tritt auf der Mitte der Südkante, etwa auf der Höhe von Mannheim/Ludwigshafen in das Areal ein, fließt bis zu dessen Mitte etwa nach Norden, um dort (Mainz/Wiesbaden) nach Westen umzubiegen; nach Durchfließen des Rheingaus verläßt er das Areal in nordwestlicher Richtung durch das Binger Loch, welches in der Abbildung 2b noch deutlich erkennbar ist.

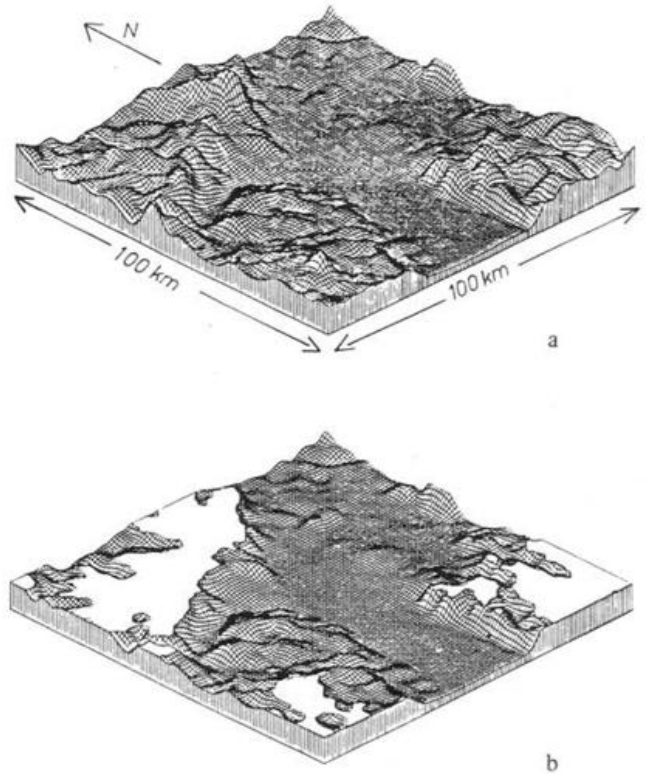


Abb. 2a/2b: Blick auf das Rhein-Main-Gebiet von SW. Im Teil b ist nur noch das Gelände enthalten, welches unter der in 300 m NN angenommenen Inversion liegt.

Im Teil b der Abbildung 2 haben wir genau das gleiche Gelände wie im Teil a. Jetzt wurde jedoch eine starke Inversion in 300 m NN angenommen, durch welche alle diejenigen Bereiche des Areal, die höher als 300 m NN liegen, „weggeschnitten“ werden. Dadurch entstehen in der Abbildung 2b als weiße Bereiche jetzt die „Inseln“, welche in der schematischen Darstellung 1b durch Schraffur angedeutet sind. Am einfachsten stellen wir uns vielleicht vor, daß eine riesige Glasplatte, nämlich die Inversion, in 300 m NN auf den abgeschnittenen Bergen liegt; die Abbildung 2b gewährt uns einen Blick durch diese Glasplatte auf das Gelände darunter. Unter dieser Glasplatte zwingt sich nun die Strömung hindurch, wobei sich der dafür zur Verfügung stehende Höhenbereich entsprechend den topographischen Verhältnissen dauernd ändert.

2 Das Modell

Das vertikale Mittel soll durch einen Circumflex bezeichnet werden, es erstreckt sich von der jeweiligen Höhe h der Erdoberfläche bis zur festen Höhe H der Inversion, also z.B. für die horizontale Windgeschwindigkeit \mathbf{v}

$$\hat{\mathbf{v}}(x, y) = \frac{1}{H-h} \int_{h(x,y)}^H \mathbf{v}(x, y, z) dz$$

Da die untere Integrationsgrenze von x und y abhängt, sind die Vertikalmittel von räumlichen Ableitungen, also z.B. von $\text{div}(\mathbf{v})$ oder $\text{rot}(\mathbf{v})$, gleich den räumlichen Ableitungen der vertikalen Mittelwerte plus einem weiteren Term, welcher den Gradienten von h enthält. Als Faktor steht bei diesem Gradienten von h noch die Differenz $(\hat{\mathbf{v}} - \mathbf{v}_h)$, wobei \mathbf{v}_h der Wind an der Erdoberfläche ($z = h$) ist; dieser soll nicht verschwinden (Haftreibung), sondern wird als ein bestimmter Bruchteil des vertikalen Mittels eingesetzt, was physikalisch der Verwendung einer Gleitreibung entspricht.

Wenn Produkte von \mathbf{v} (wie sie z.B. in den Advektionstermen der Bewegungsgleichung auftreten) der vertikalen Mittelbildung unterworfen werden, ergeben sich die entsprechenden Produkte der gemittelten Geschwindigkeiten plus einem weiteren Term mit dem Korrelationsprodukt der Geschwindigkeitsabweichungen vom vertikalen Mittel; dieses Produkt wird parameterisiert, d.h. auf die Mittelwerte selbst zurückgeführt. Dabei ist allerdings nur die Änderung des Betrages der Windgeschwindigkeit mit der Höhe berücksichtigt, nicht aber die Richtungsänderung; allerdings gestattet eine neuere Modellversion auch eine Berücksichtigung der Winddrehung mit der Höhe, d.h. der Grenzschicht-einfluß wird praktisch durch die Festlegung des Ablenkungswinkels (vom vertikal gemittelten Wind) am Boden erfaßt.

Die beiden Gleichungen, die für das Modell verwendet werden, — wir haben die beiden Variablen $\hat{u}(x, y)$ und $\hat{v}(x, y)$ — sind die vertikal gemittelte, stationäre Vorticitygleichung und die vertikal gemittelte stationäre Kontinuitätsgleichung. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, anstelle der beiden Geschwindigkeitskomponenten $\hat{u}(x, y)$ und $\hat{v}(x, y)$ die Stromfunktion $\hat{\psi}$ und das Geschwindigkeitspotential $\hat{\phi}$ zu verwenden, mit Hilfe derer bekanntlich die vertikal gemittelte Geschwindigkeit $\hat{\mathbf{v}}$ in einen divergenzfreien und einen rotationsfreien Anteil

$$\hat{\mathbf{v}}(x, y) = \mathbf{k} \times \nabla \hat{\psi} + \nabla \hat{\phi}; \quad \nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y}$$

zerlegt werden kann.

Man erhält ein System von 2 nicht-linearen, partiellen Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} L_1(\hat{\psi}, \hat{\phi}, h) &= 0 \\ L_2(\hat{\psi}, \hat{\phi}, h) &= 0 \end{aligned}$$

worin es sich bei L_1 und L_2 um relativ komplizierte Differentialoperatoren handelt. Die beiden Differentialgleichungen sind 2. Ordnung und vom elliptischen Typ, d.h. es liegen Randwertprobleme vor. Letzteres bedeutet aber, daß sowohl auf den äußeren als auch auf den inneren Rändern $\hat{\psi}$ und $\hat{\phi}$ vorgegeben sein müssen. Mit der Vorgabe der $\hat{\psi}$ - und $\hat{\phi}$ -Werte auf dem äußeren Rand erfolgt gleichzeitig die Eingabe der großräumigen Strömung in das Modell.

Man muß bei den äußeren Rändern sauber zwischen Einström- und Ausströmrändern unterscheiden; durch die Einströmränder läßt man dann die Strömung mit der Richtung und der Geschwindigkeit, die dem großräumigen Wind entspricht, in den Modellbereich eintreten. An den Ausströmrändern ist die Strömung sich selbst überlassen, das Ausströmen stellt sich entsprechend der Orographie ein.

Es soll hier nichts über das numerische Lösungsverfahren dargelegt werden; es reicht die Information, daß die beiden gekoppelten Differentialgleichungen als zeitabhängiges Problem gelöst werden: von einem beliebigen, natürlich zweckmäßig gewählten Anfangszustand ausgehend wird der stationäre Zustand angestrebt. Dazu müssen natürlich zuvor die Differentialgleichungen (mit den Zeitableitungen ergänzt) in Differenzgleichungen umgeschrieben werden, zu welchem Zwecke das Areal mit einem Gitternetz bedeckt wird. Die Maschenweite des Gitternetzes muß sich etwas an der Strukturierung des Geländes orientieren, man wird sie zweckmäßigerweise zwischen 1000 und 2000 m wählen.

3 Ein Anwendungsbeispiel

Aus einer Vielzahl von berechneten Fällen soll hier einer als Anwendungsbeispiel herausgegriffen und vorgestellt werden. Das bereits in der Abbildung 2 dargestellte Gelände, nämlich das Rhein-Main-Gebiet, soll bei Vorhandensein einer starken Inversion in 300 m NN durchströmt werden; der großräumige Wind komme mit 2 m/s aus NE.

In diesem Falle wurde ein Gitter mit einer Maschenweite von 2500 m gewählt. Der N-Rand und der E-Rand des Areals sind Einströmränder; an ihnen wird die Stromfunktion $\hat{\psi}$ so gewählt, daß sich insgesamt ein NE-Wind von 2 m/s ergibt, das Geschwindigkeitspotential wird auf diesen Rändern null gesetzt.

Aus den durch die numerische Integration erhaltenen Feldern $\hat{\psi}(x, y)$ und $\hat{\phi}(x, y)$ kann die vertikal gemittelte Geschwindigkeit $\hat{\mathbf{v}}(x, y)$ berechnet werden; dieses Feld ist in der Abbildung 3 durch Pfeile dargestellt.

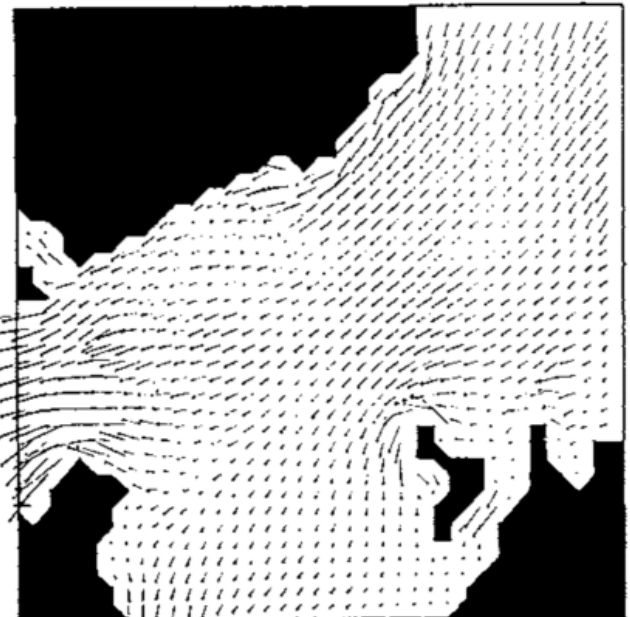


Abb. 3: Durchströmung des Rhein-Main-Gebietes bei einem großräumigen Wind aus NE mit 2 m/s. In 300 m NN ist eine starke Inversion angenommen.

Wie für jeden anderen Einzelfall erhält man auch für diesen natürlich die getrennten Felder $\hat{\psi}(x, y)$ und $\hat{\phi}(x, y)$ sowie die daraus unter Verwendung von $h(x, y)$ berechenbaren Felder der vertikal gemittelten, relativen Vorticity $\hat{\xi}(x, y)$ und der vertikal gemittelten Divergenz $\hat{D}(x, y)$. Es ist interessant, die Struktur dieser Felder in ihrer Abhängigkeit von der Topographie der Erdoberfläche zu studieren.

Weiterhin kann natürlich aus dem Feld $\hat{v}(x, y)$ für jeden beliebigen Punkt des Feldes als Startpunkt eine Trajektorie berechnet werden.

4 Beispiel für die Berechnung von Trajektorien

Das zuvor schon beschriebene Rhein-Main-Gebiet (Abb. 2a/2b) ist bei Vorhandensein einer starken Inversion in 300 m NN für 16 verschiedene Richtungen des großräumigen Windes, jeweils 2 m/s, durchströmt worden; für jeden dieser 16 Fälle sind wie beim Beispiel des vorangehenden Abschnittes die Felder $\hat{\psi}(x, y)$, $\hat{\phi}(x, y)$, $\hat{v}(x, y)$, $\hat{\xi}(x, y)$ und $\hat{D}(x, y)$ erhalten worden.

Für jeden dieser 16 Fälle wird nun eine Trajektorie berechnet, und zwar mit jeweils dem gleichen Startpunkt; für diesen wird der Standort des Atomkraftwerkes BIBLIS am Rhein ausgewählt.

In der Abbildung 4 sind diese Trajektorien für 16 verschiedene Richtungen des großräumigen Windes dargestellt. Über völlig ebenem und nicht durch Berge begrenztem Gelände würden diese Trajektorien einen gleichförmigen Stern bilden, dessen Strahlen im jeweiligen Abstand von $22,5^\circ$ vom Trajektorienstartpunkt ausgingen.

In gebirgigem Gelände sieht dies völlig anders aus: am auffälligsten ist die orographisch bedingte „Bündelung“ der Trajektorien nordöstlich von Biblis; allein bei vier der 16 Hauptwindrichtungen wird das Stadtgebiet von Darmstadt berührt, während z. B. dasjenige des Komplexes Frankfurt/Frankfurt-Höchst/Offenbach praktisch unberührt bleibt. Eine ähnliche, wenn auch nicht ganz so starke Bündelung läßt sich bei den nach SW verlaufenden Trajektorien beobachten; selbst bei einem großräumigen Ostwind wird die Trajektorie nach SW und später wegen der Begrenzung durch das Randgebirge wahrscheinlich in südlicher Richtung abgelenkt.

5 Schlußbemerkung

Warum sollten Trajektorienberechnungen wie diejenigen, deren Ergebnisse in Abbildung 4 dargestellt sind, nicht nützliche Hilfsmittel bei der Begutachtung von Standorten für Atomkraftwerke sein können?

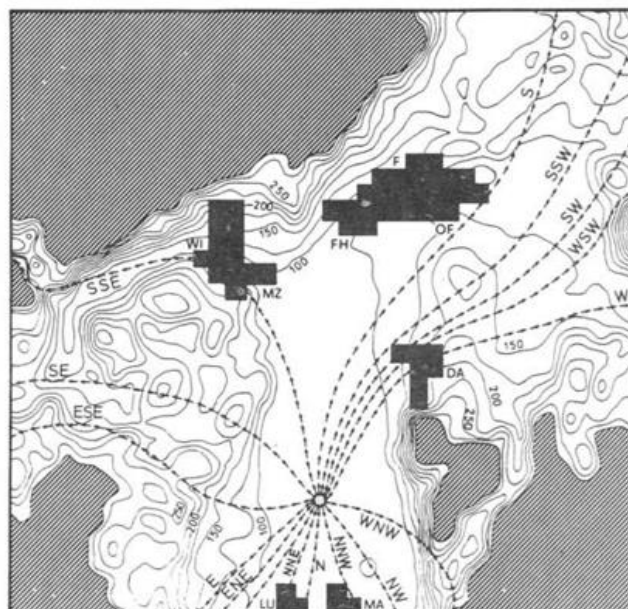


Abb. 4: Trajektorien ausgehend vom Startpunkt BIBLIS für 16 verschiedene Richtungen des großräumigen Windes, jeweils 2 m/s. Die Strömung erfolgt in allen Fällen unterhalb einer in 300 m NN angenommenen Inversion.

Wenn man allerdings aus solchen Berechnungen Schlüsse zieht, sollte man auf keinen Fall vergessen, daß die Berechnung *nur für ganz bestimmte Wetterbedingungen* gelten; deren Auftretenshäufigkeit ist z. B. im vorliegenden Fall vermutlich ziemlich klein. So zeigen Berechnungen von Trajektorien mit anderen Höhenlagen der starken Inversion (z. B. 250 m NN und 200 m NN) einen gegenüber der Abbildung 4 bereits wieder geänderten Verlauf der Trajektorien.

Es kommt hinzu, daß die großräumigen Strömungsverhältnisse nur über die Bedingungen an den Einströmrändern berücksichtigt werden können. Durch die hier erfolgenden Vorgaben, etwa die willkürliche Aufteilung der Einströmgeschwindigkeit auf divergenzfreien und rotationsfreien Anteil werden vermutlich weitere Fehler, zumindest aber Ungenauigkeiten verursacht.

Zunächst zeigt sich aber – um auf den Ausgangspunkt zurückzukommen – an den Ergebnissen, daß es sehr wohl möglich ist, anstelle eines vollständigen, dreidimensionalen (nicht-hydrostatischen), sehr rechenzeitaufwendigen Mesoscale-Modells auch mit wesentlich einfacheren Modellen interessante Aussagen zu erhalten; man muß allerdings bereit sein, die Anwendbarkeit solcher einfacheren Modelle auf ganz bestimmte Wetterbedingungen zu beschränken.

Modellrechnungen zur Schadstoffausbreitung in inhomogenem Gelände

1 Einleitung

Zur Lösung der in der Praxis auftretenden Probleme aus den Gebieten der Luftreinhaltung und der Raumplanung sind detaillierte Kenntnisse über das Ausbreitungsverhalten von Schadstoffen in der bodennahen Atmosphäre erforderlich. Ausbreitungsmodelle haben sich als nützliches Hilfsmittel zur Abschätzung vorhandener oder künftiger Schadstoffbelastungen erwiesen. Die Entwicklung von Ausbreitungsmodellen ist deshalb in den letzten Jahren verstärkt vorangetrieben worden.

Der Ausbreitungsprozeß einer Luftbeimengung in der atmosphärischen Grenzschicht ist von einer Vielzahl sehr unterschiedlicher Vorgänge abhängig. Das Dispersionsvermögen der bodennahen Atmosphäre wird im wesentlichen von ihrem Strömungs- und Turbulenzzustand bestimmt. Daneben beeinflussen auch Phasenübergänge, chemische Reaktionen und Abbaumechanismen wie Sedimentation, Deposition, wash-out und rain-out die räumliche und zeitliche Konzentrationsverteilung von Luftbeimengungen. Die das Dispersionsvermögen bestimmenden Größen Windgeschwindigkeit, Windrichtung und turbulente Durchmischung sind von der großräumigen Wetterlage, der lokalen Erdbodenerwärmung, der aerodynamischen Bodenrauigkeit und der Reliefstruktur der Erdoberfläche abhängig.

Ausbreitungsmodelle sind mathematische Algorithmen, die eine Beziehung herstellen zwischen der räumlichen und möglichst auch der zeitlichen Verteilung eines Schadstoffes in der Atmosphäre und dem physikalischen Zustand der Atmosphäre sowie der Emissionsstärke und der Quellkonfiguration. Eine solche Relation kann im einfachen Fall durch eine empirische Beziehung, im kompliziertesten Fall durch ein mathematisches Modell gegeben werden.

2 Grundlagen

Ausgangspunkt jeder Ausbreitungstheorie ist der Massenerhaltungssatz bzw. eine Bilanzgleichung für die mittlere Konzentration der Luftbeimengung. Diese Gleichung lautet in allgemeiner Form:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \nabla \cdot [\hat{v} \bar{c}] + \nabla \cdot [(\hat{v}_c - \hat{v}) \bar{c}] + \nabla \cdot [\overline{v'' c'}] + \nabla \cdot [(\overline{v_c''} - \overline{v''}) c'] = \bar{Q} \quad (1)$$

Die zeitliche Änderung der mittleren Schadstoffkonzentration \bar{c} am festen Ort ist abhängig von advektiven Transport mit der mittleren Luftgeschwindigkeit \hat{v} , dem relativen Diffusionsstrom mit der Geschwindigkeit $(\hat{v}_c - \hat{v})$ und den beiden turbulenten Zusatztransporten. Der Produktions- und Vernichtungsterm \bar{Q} beinhaltet sowohl definierte Schadstoffquellen wie z.B. Schornsteine als auch Produktion und Abbau durch physikalisch-chemische Prozesse.

Die Bilanzgleichung (1) ist nur zu lösen, wenn die mittleren Geschwindigkeiten der Umgebungsluft und der Beimengung, die Quellterme und die turbulenten Korrelationsprodukte als Funktionen von Raum und Zeit bekannt sind. Da diese Größen aus Messungen nie vollständig zur Verfügung

stehen, ist es notwendig, entweder die Gleichung (1) stark zu vereinfachen, um damit die Zahl der Eingabegrößen zu reduzieren oder das Ausbreitungsmodell durch zusätzliche Gleichungen zu schließen, die eine Bestimmung der fehlenden Größen gestatten.

Beide Vorgehensweisen werden praktiziert, so daß zwei Gruppen von Ausbreitungsmodellen bestehen. Zur ersten Gruppe der algebraischen Modelle gehören solche, deren Basisgleichung so stark vereinfacht ist, daß nur wenige Eingangsdaten benötigt werden und eine analytische Lösung der Ausbreitungsgleichung bekannt ist. Die zweite Gruppe bilden die numerischen Modelle, deren Basisgleichung auf numerischem Wege gelöst werden muß und die zur Bestimmung ihrer Eingangsdaten zusätzliche Beziehungen oder ganze Modelle benötigen.

3 Gaußmodelle

Zur ersten Gruppe der algebraischen Modelle gehören die semiempirischen Gaußmodelle, die heute noch für praktische Ausbreitungsrechnungen überwiegend herangezogen werden. Gaußmodelle beschreiben das Schadstoffkonzentrationsfeld im Lee einer Quelle als 2-dimensionale Normalverteilung

$$\bar{c}(x, y, z) = \frac{Q}{\bar{u} 2 \pi \sigma_y \sigma_z} \exp \left[-\frac{y^2}{2 \sigma_y^2} \right] \left(\exp \left[-\frac{(z-h)^2}{2 \sigma_z^2} \right] + \exp \left[-\frac{(z+h)^2}{2 \sigma_z^2} \right] \right) \quad (2)$$

wobei mit Q die Quellstärke, mit \bar{u} die Advektionsgeschwindigkeit und mit σ_y und σ_z die Standardabweichungen der Normalverteilungen, üblicherweise Ausbreitungsparameter genannt, bezeichnet werden.

Man kann die Ausbreitungsformel (2) entweder direkt aus einer statistischen Theorie der Turbulenz herleiten (s. z.B. CSANADY 1973), oder man erhält sie als Lösung einer vereinfachten Bilanzgleichung für die Konzentration einer Luftbeimengung. Die vereinfachenden Annahmen lauten (s. z.B. REUTER 1976):

- 1) es herrsche Stationarität
- 2) der mittlere Windvektor sei richtungs- und höhenunabhängig und weise in Richtung der positiven x-Achse
- 3) der turbulente Transport lasse sich analog zum molekularen Transport parameterisieren, und der turbulente Transport in x-Richtung sei vernachlässigbar gegenüber dem advektiven Transport
- 4) die bei der Parameterisierung der turbulenten Transporte auftretenden turbulenten Diffusionskoeffizienten seien nur eine Funktion der Ausbreitungszeit τ bzw. des Ausbreitungsweges x , wenn zwischen beiden der Zusammenhang besteht $\tau = x/\bar{u}$
- 5) in einem Punkt $z = h$, $x = y = 0$ befinde sich eine stationäre Quelle mit vorgegebener Quellstärke Q .

Unter Berücksichtigung dieser Annahmen lautet die Bilanzgleichung

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial \tau} = K_y(\tau) \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial y^2} + K_z(\tau) \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2} \quad (3)$$

bzw.

$$u \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = K_y(x) \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial y^2} + K_z(x) \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2}$$

Die Ausbreitungsformel (2) ist die Lösung dieser Gleichung, wenn als Randbedingung am Erdboden Totalreflektion angenommen wird und als laterale Randbedingung die in Punkt 5 angegebene Quellbedingung berücksichtigt wird. Zwischen den Standardabweichungen der Normalverteilungen und den Diffusionskoeffizienten besteht der Zusammenhang

$$K_i(\tau) = \frac{d}{d\tau} \left[\frac{\sigma_i^2(\tau)}{2} \right] \quad i = y, z$$

Die Ausbreitungsparameter hängen außer von der Diffusionszeit auch noch vom aktuellen atmosphärischen Zustand ab. Um die vielfältigen atmosphärischen Bedingungen zu schematisieren, wurde die Bildung sogenannter Ausbreitungsklassen vorgeschlagen (z.B. PASQUILL 1961, KLUG 1964, SMITH u. SINGER 1966), die aus den täglichen meteorologischen Routinebeobachtungen abgeschätzt werden können. Für die einzelnen Ausbreitungsklassen (in der Regel 4 bis 6) wurden die σ -Parameter als Funktionen der Diffusionszeit bzw. der Quellentfernung aus Ausbreitungsexperimenten bestimmt.

Die Unterteilung des atmosphärischen Austauschvermögens in einige wenige Ausbreitungsklassen hat jedoch zur Folge, daß die Ausbreitungsbedingungen für einen konkreten Einzelfall mit diesem Schema nicht mehr genau genug erfaßt werden können. Es ist nur noch möglich, die Häufigkeit der verschiedenen Ausbreitungstypen für einen bestimmten Standort zu ermitteln. Die Ausbreitungsrechnungen, durchgeführt mit dem Gaußmodell, liefern dann lediglich Abschätzungen über die mittlere Schadstoffbelastung über einen längeren Zeitraum (z.B. Jahresmittelwerte).

Ein weiterer Mangel des Gaußmodells besteht darin, daß Geländeinhomogenitäten nicht berücksichtigt werden können. Es ist bekannt, daß orographische Strukturen einen beträchtlichen Einfluß auf Windgeschwindigkeit, Windrichtung, horizontale und vertikale Windscherung sowie den turbulenten Austausch und damit auch auf das Ausbreitungsverhalten von Schadstoffen ausüben. Die zur Abschätzung der Ausbreitungsklassen herangezogenen Schemata erfassen zwar den Beitrag der thermischen Schichtung zum Austauschvermögen der bodennahen Atmosphäre aber ignorieren weitgehend den Einfluß der Untergrundbeschaffenheit. Wie aus der Ableitung der Basisgleichung des Gaußmodells ersichtlich ist, werden keinerlei Windscherungen im advektiven Windfeld berücksichtigt. Das Gaußmodell kann deshalb nur Abschätzungen für homogenes Gelände liefern. In der Praxis werden durch Geländeunebenheiten verursachte höhere Schadstoffkonzentrationen in Bodennähe dadurch gemildert, daß in strukturiertem Gelände eine größere Schornsteinhöhe vorgeschrieben wird als in ebenem Gelände (VDI-Richtlinie 3781).

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß das Gaußmodell von seinem physikalischen Inhalt her geeignet ist, mittlere Schadstoffbelastungen über größere Zeiträume in homogenem Gelände zu berechnen. Für Ausbreitungsrechnungen in orographisch gegliedertem Gelände oder für Simulationen über größere Distanzen und für Folgeabschätzungen in konkreten Einzelfällen (z.B. nach einer unfallbedingten Schadstofffreisetzung) müssen die komplexeren numerischen Ausbreitungsmodelle herangezogen werden (s. z.B. Beitrag 10).

4 Numerische Modelle

Der prinzipielle Aufbau eines numerischen Ausbreitungsmodells soll anhand einer eigenen Modellentwicklung erläutert werden. Exemplarisch dargestellt ist die Simulation des Ausbreitungsprozesses inerte Gase in einer diabatischen, trockenen atmosphärischen Grenzschichtströmung in orographisch strukturiertem Gelände (TANGERMANN-DLUGI 1979, 1980).

Für diesen Fall vereinfacht sich die Bilanzgleichung (1) zu

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot [\hat{\mathbf{v}} \bar{c}] + \mathbf{v} \cdot [\mathbf{v}' \bar{c}'] = \bar{Q} \quad (4)$$

wobei angenommen wird, daß die Gase keine Relativbewegung gegenüber der Umgebungsluft ausführen.

Eine analytische Lösung der Gleichung (4) ist nicht bekannt, so daß diese auf numerischem Wege erfolgen muß. Das Modell benötigt folgende Eingabedaten als Funktionen von Raum und Zeit:

Den Vektor der mittleren Strömungsgeschwindigkeit der Umgebungsluft $\hat{\mathbf{v}}$, den turbulenten Diffusionsfluß $\mathbf{I}_c = \mathbf{v}' \bar{c}'$ und die Quellfunktion \bar{Q} .

Da diese Eingabegrößen allein aus Messungen nicht zu beschaffen sind, müssen sie durch parallel laufende Ergänzungsmodelle numerisch bestimmt werden. Diese Ergänzungsmodelle sollten mit aus synoptischen Beobachtungen abschätzbaren Eingabedaten auskommen und durch Vergleich der numerischen Ergebnisse mit Meßdaten kalibriert sein. Das vorliegende Ausbreitungsmodell benötigt zwei Ergänzungsmodelle, ein Strömungsmodell zur Bestimmung der mittleren Windgeschwindigkeit $\hat{\mathbf{v}}$ und ein Turbulenzmodell zur Berechnung des turbulenten Diffusionsflusses. Die Quellfunktion \bar{Q} wird direkt vorgegeben, da nur chemisch inaktive Gase und keine der in der Einleitung genannten Abbaumechanismen berücksichtigt werden sollen. Die Quellfunktion beinhaltet nur definierte erhöhte oder am Boden gelegene Quellen, deren Ort und Stärke jedoch zeitabhängig sein kann.

Bevor näher auf die Ergänzungsmodelle eingegangen wird, soll zunächst erläutert werden, wie die Orographie im numerischen Ausbreitungsmodell berücksichtigt wird.

4.1 Koordinatensystem

Um die Basisgleichung (4) numerisch zu lösen, muß sie zunächst von der extensiven Vektorschreibweise in eine Komponentendarstellung übertragen werden. Gewöhnlich wird für Ausbreitungsmodelle das kartesische Koordinatensystem (x, y, z) als Bezugssystem gewählt. In diesem System entstehen jedoch erhebliche numerische Schwierigkeiten bei

der Formulierung der unteren Randbedingung, da die Erdoberfläche in inhomogenem Gelände nicht durch eine Fläche gleicher Vertikalkoordinate z darstellbar ist. Eine elegante Möglichkeit, diese Schwierigkeiten zu umgehen, liefert die Verwendung eines der Orographie angepassten Koordinatensystems (GAL-CHEN and SOMERVILLE 1975, BECKER 1978). Man ersetzt die kartesische Vertikalkoordinate z durch eine neue Vertikalkoordinate (η), die so gewählt wird, daß der Erdboden mit einer Koordinatenfläche $\eta = \text{const.}$ zusammenfällt. Das neue Bezugssystem (x, y, η) ist nicht mehr orthogonal, so daß in den transformierten Gleichungen zusätzliche Terme auftreten. Trotz dieses Nachteils bietet die Verwendung eines der Orographie folgenden Koordinatensystems die einzige effektive Möglichkeit, beliebige Orographien zu berücksichtigen.

4.2 Strömungsmodell

Vor der Konzeption des Strömungsmodells ist zunächst die Ausdehnung des Raumes und die Länge des Prognosezeitraumes festzulegen, in denen das Modell die Strömungsfelder liefern soll. In der Vertikalen soll der Integrationsraum die atmosphärische Grenzschicht überdecken und in den Horizontalrichtungen eine Erstreckung von einigen Dutzend Kilometern besitzen. Die Prognosezeit soll zwischen einigen Stunden und einem Tag liegen. In diesem Raum- und Zeitbereich laufen mesoskalige meteorologische Phänomene ab wie z. B. thermisch bedingte Zirkulationen (Land-See-Wind, städtische Wärmeinsel) oder Wellenbildungen und Ablösungserscheinungen hinter Hindernissen. Als Strömungsmodell kommt deshalb nur ein mesoskaliges Modell in Frage, das eine Rückkopplung zwischen dynamischen und thermodynamischen Effekten zuläßt.

Das verwendete Strömungsmodell ist zeitabhängig, zweidimensional (wegen beschränkter Computerkapazität), hydrostatisch vereinfacht und durch die erwähnte Koordinatentransformation der Orographie angepaßt. Die Zweidimensionalität ist so zu verstehen, daß das Windfeld zwar dreidimensional ist, aber für alle Variablen Homogenität in y -Richtung angenommen wird. Das Modell berechnet dann Strömungsfelder innerhalb einer trockenen, diabatischen atmosphärischen Grenzschicht über entlang der y -Richtung ausgedehnten Bergücken und Tälern. Die Modellgleichungen setzen sich zusammen aus den beiden horizontalen Bewegungsgleichungen und der Richardsongleichung zur Bestimmung der drei Komponenten der Windgeschwindigkeit sowie der Wärme Gleichung, der hydrostatischen Grundgleichung und der idealen Gasgleichung zur Berechnung von Temperatur, Druck und Dichte.

Zur Bestimmung der in den Basisgleichungen des Strömungsmodells enthaltenen turbulenten Impuls- und Wärmeflüsse ist ebenfalls ein Schließungsmodell erforderlich. Es wird dabei auf dasselbe Turbulenzmodell zurückgegriffen wie zur Parameterisierung des turbulenten Schadstoffdiffusionsflusses.

4.3 Turbulenzmodell

Die Parameterisierung turbulenter Flüsse über orographisch strukturiertem Gelände ist zur Zeit noch Gegenstand der Forschung. Abgesicherte Schließungsmodelle existieren nur für ebenes Gelände. Aus diesem Grunde wurde aus der Hierarchie bestehender Turbulenzmodelle (MELLOR u. YAMADA 1974) ein einfaches algebraisches Modell aus-

gewählt und mit Hilfe der Koordinatentransformation auf inhomogenes Gelände übertragen. In Analogie zum molekularen Fall werden die turbulenten Flüsse proportional gesetzt zum Gradienten der transportierten mittleren Größe. Der Proportionalitätsfaktor ist ein Austauschtensor und ist im Gegensatz zum molekularen Fall keine Stoffkonstante, sondern hängt von der Turbulenzstruktur ab. Die Modellierung der turbulenten Flüsse hat sich damit reduziert auf die Bestimmung des Koeffizienten des Austauschensors (Austauschkoeffizienten). Sie werden mit Hilfe der Prandtlischen Mischungsweghypothese zurückgeführt auf einen empirisch bestimmten Mischungsweg (Maß für die Größe der wirksamen Turbulenzelemente), eine von den thermischen Bedingungen abhängige Stabilitätsfunktion und die Scherung des mittleren Windfeldes. Es wird unterschieden zwischen horizontalen und vertikalen Austauschkoeffizienten sowie solchen für Impuls und Wärme. Ferner wird angenommen, daß sich Wärme und Schadstoffe in gleicher Weise turbulent vermischen, so daß die Austauschkoeffizienten für die Luftbeimengung identisch mit denen für Wärme sind.

4.4 Ausbreitungsmodell

Das eigentliche Ausbreitungsmodell zur Prognose der Konzentrationsverteilungen von Luftbeimengungen in der Atmosphäre ist zeitabhängig, dreidimensional und der Orographie angepaßt. Es liefert die räumliche und zeitliche Schadstoffbelastung in der Umgebung zeitabhängiger Quellen in inhomogenem Gelände.

Der prinzipielle Ablauf der Ausbreitungsrechnungen ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt. Das Gesamtmodell berechnet aus den zum Zeitpunkt $T = n \Delta t$ bekannten Variablenfeldern (Anfangsfeldern) die für den späteren Zeitpunkt $T = (n + 1) \Delta t$ gültigen Variablenfelder. Das Strömungsmodell prognostiziert Geschwindigkeit, Druck, Temperatur und Dichte; das Turbulenzmodell die Austauschkoeffizienten und das Ausbreitungsmodell die Konzentrationen. Über die Geschwindigkeitsfelder und die Austauschkoeffizienten sind alle drei Modelle miteinander gekoppelt.

Die numerische Integration der Modellgleichungen erfolgt mit Hilfe der Methode endlicher Differenzen. Die Rand- und Anfangsbedingungen sowie die räumliche Diskretisierung des Integrationsgebietes können problemspezifisch vorgegeben werden. Der numerische Integrationszeitschritt wird programmintern berechnet.

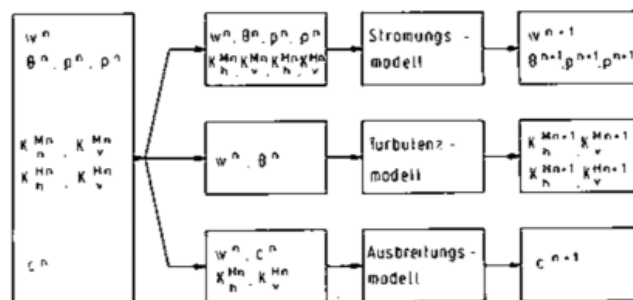


Abb. 1: Schematische Darstellung des numerischen Ausbreitungsmodells.

KLUG, W.: Meteorologische Einflußgrößen in der Ausbreitungsrechnung. Staub 24 (1964) S. 396–400.

MELLOR, G. L.; YAMADA, T.: A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers. J. Atmos. Sci. 31 (1974) S. 1791–1806.

PASQUILL, F.: The estimation of the dispersion of wind borne material. Meteorol. Mag. 90 (1961) S. 33–49.

REUTER, H.: Die Wettervorhersage. Wien: Springer 1976

SMITH, M. E.; SINGER, I. A.: An improved method of estimating concentrations and related phenomena from a point source emission. J. appl. Meteorol. 5 (1966) S. 631–639.

TANGERMANN-DLUGI, G.: Numerical simulations of air flow and pollutant dispersion over complex terrain. Proceedings 10th Int. Techn. Meeting on Air Pollution Modeling and its Application, Oct. 22–26, 1979. Rom, S. 209–215.

TANGERMANN-DLUGI, G.: Numerische Simulation von Transportvorgängen in inhomogenem Gelände. Ann. d. Meteorol. Nr. 16 (1980) S. 137–139.

VDI-Richtlinie 3781, Blatt 2: Schornsteinhöhen unter Berücksichtigung unebener Geländeformen.

J. PANKRATH, Berlin

12 Modellentwicklungen beim weiträumigen Transport von Luftverunreinigungen

1 Problemstellung

Luftverunreinigungen können Umweltauswirkungen in Gebieten verursachen, die weit von der Emissionsquelle entfernt liegen. Diese Erkenntnis ist nicht neu, wenn man an die weiträumige Verfrachtung von Gasen und Partikeln bei Vulkanausbrüchen und Waldbränden denkt. Intensive Untersuchungen zum weiträumigen Transport von Luftverunreinigungen begannen ernstlich jedoch erst in den letzten 10–20 Jahren, als man im europäischen Luftchemischen Meßnetz feststellte, daß sich seit dem Beginn der Datenerhebung im Jahre 1955 ein Gebiet saurer Niederschläge immer weiter ausdehnte. Parallel zum Anstieg der die Versauerung auslösenden Wasserstoffionen wurde ein Anstieg an Sulfat- und Nitrationen beobachtet. Solche Hinweise wurden durch Erhebungen der Emissionen an Schwefel- und Stickstoffoxiden aus der Verfeuerung fossiler Brennstoffe bestätigt. Diese gasförmigen Schadstoffe können mehrere Hunderte und sogar Tausende von Kilometern in der Atmosphäre transportiert werden, sich durch Oxidation zu Sulfatsalzen und Schwefelsäure bzw. Nitratsalzen und Salpetersäure umwandeln und durch Depositionsvorgänge zur Erdoberfläche gelangen. Die Verweilzeit dieser Stoffe ist hoch, sie liegt z.B. beim SO_2 bei 1–4 Tagen, beim Sulfataerosol bei etwa einer Woche.

Regen und Schnee sind heute in einigen Gebieten Europas und im Ostteil Nordamerikas verdünnte Lösungen von Schwefel- und Salpetersäure. Ihr pH-Wert ($\text{pH} = -\log_{10} [\text{H}^+]$) liegt im Jahresdurchschnitt bei 4,2. Die Azidität liegt somit um etwa 25 mal höher als bei einer unverschmutzten Atmosphäre im Gleichgewicht mit dem CO_2 -Partialdruck ($\text{pH} = 5,6$). Gebiete mit Böden, deren Neutralisierungskapazität gering ist, werden die auftretende Säurezufuhr aus der Atmosphäre langfristig nicht abpuffern können, und es kann zu Schädigungen von Ökosystemen kommen.

Das Problem des sauren Regens ist erst in der jüngsten Zeit erkannt worden, zumal es von den traditionellen Ansätzen zur Beurteilung der Luftreinhalteplanung nicht erfaßt worden ist. Die Luftreinhalteplanung hat sich vorwiegend an dem Schutz der Gesundheit orientiert und u.a. Verfahren zur

Berechnung der Immissionskonzentration im lokalen – bis zur Größenordnung von 10 km – Einwirkungsbereich von Anlagen entwickelt. Die Gaußsche Ausbreitungsrechnung für nichtreagierende Schadstoffe ist dafür typisch. Als säurebildende Verbindungen machen sich jedoch Schwefeldioxid und Stickstoffoxide erst in größeren Entfernungen bemerkbar, wenn sie zur Erdoberfläche zurückkehren, teils in episodenhaften relativ hohen Konzentrationen in den Niederschlägen oder als stetig wirkende Ablagerung an der Erdoberfläche. Darüberhinaus ist von politischer Bedeutung, daß diese Luftverunreinigungen Staatsgrenzen überschreiten.

Die Luftverunreinigungen unterliegen nach ihrer Emission in die Atmosphäre bis zu ihrer Ablagerung an der Erdoberfläche den folgenden Prozessen:

- Advektion
- turbulente Diffusion
- chemische Transformation
- Trockendeposition
- Naßdeposition.

Es ist nun kennzeichnend für die weiträumige Ausbreitung der Luftverunreinigungen – für die im weiteren Schwefeldioxid (SO_2) als am besten untersuchte Komponente zugrunde gelegt werden soll –, daß diese Prozesse von gleicher Bedeutung sind und nicht vernachlässigt werden dürfen. Dies gilt besonders für die Umwandlungs- und Ablagerungsprozesse; die turbulente Diffusion spielt dabei im Vergleich zur Advektion sogar eher eine untergeordnete Rolle.

Das Ziel von Simulationen der weiträumigen Ausbreitung besteht auch nicht in erster Linie in der Berechnung von Konzentrationswerten, die sehr niedrig ausfallen würden, sondern in der Feststellung der Deposition der Schadstoffe. Diese Anforderungen unterscheiden sich von denjenigen in industriellen Ballungsräumen, bei denen es hauptsächlich auf die Simulation der Konzentrationsverteilung und der Einhaltung bestimmter Werte ankommt.

Eine wesentliche Einschränkung bei den gegenwärtigen Modellen zur Feststellung der weiträumigen Konzentrations-Depositionsbelastung besteht darin, daß sie sich noch weit-

gehend nur auf die Ausbreitung von SO_2 und seinen Oxidationsprodukten, den Sulfataerosolen, beziehen und die komplexe Atmosphärenchemie nicht berücksichtigen. Diese Beschränkung auf die SO_2 -, SO_4 -Ausbreitung bedeutet, daß die Sulfation als Ersatz für die durch Wasserstoffionen hervorgerufene Versauerung herangezogen wird. Dabei ist aber zu bedenken, daß einerseits die Sulfate nicht nur aus Schwefelsäure bestehen, sondern durch Ammonium und alkalische Partikeln auf dem Transportwege neutralisiert werden können, und andererseits die Versauerung auch durch andere starke Säuren, wie Salpeter- und Salzsäure hervorgerufen wird. Diese Bemerkung deutet bereits an, daß sich die gegenwärtigen Modelle des weiträumigen Transportes noch im Anfangszustand befinden und daß die Anforderungen zur Bewertung von Umweltschäden in entfernten Regionen den Anstoß zu weiteren Verbesserungen der Modelle geben werden.

Zur Zeit bestehen von politischer Seite folgende Anforderungen an die weiträumige Ausbreitung von Luftverunreinigungen:

- (1) Feststellung der grenzüberschreitenden Flüsse
- (2) Feststellung der staatenbezogenen Depositionen.

Dabei steht die Angabe von Langzeitaussagen (Monatsmittel, Jahreszeitenmittel, Jahresmittel) im Vordergrund. Es ist aber auch bekannt, daß kurzfristig während Episoden von mehreren Tagen erhebliche Anteile der Jahresbelastungen auftreten können. Inwieweit bestimmte ökologische Schäden durch Langzeit- oder Kurzzeitbelastungen ausgelöst werden, ist noch weitgehend ungeklärt. Daher sollte von Seiten der Modellrechnungen die Entwicklung sowohl von Langzeit- als auch von Kurzzeitmodellen vorangetrieben werden, um Grundlagen für geeignete Maßnahmen zur Verfügung zu haben.

Im folgenden sollen nunmehr verschiedene Ansätze zur Beschreibung des weiträumigen Transportes von Luftverunreinigungen (ELIASSEN 1980, VAN DEN HOUT et al. 1981) im synoptischen Bewegungsscale skizziert werden. Da die Modellentwicklung noch am Anfang steht, ist es legitim, daß verschiedene Ansätze erprobt werden, bevor sich operationelle praktikable Lösungsverfahren herausbilden, die den gestellten Anforderungen optimal genügen. Besondere Aufmerksamkeit soll hierbei den verschiedenen mathematischen Verfahren zur Lösung der Bilanzgleichung der Luftverunreinigung gewidmet werden; auf die Darstellung der chemischen und physikalischen Prozesse wird nicht eingegangen.

2 Struktur der Modelle zur Beschreibung des weiträumigen Transportes von Luftverunreinigungen

Die Ausbreitung von Luftverunreinigungen gemäß der Advektions-Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla c + \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla c) + Q - S$$

mit $c(\mathbf{x}, t)$ = Luftverunreinigungskonzentration
 $\mathbf{x}(t)$ = Ortsvektor
 $\mathbf{v}(t)$ = Geschwindigkeitsvektor
 $\mathbf{K}(\mathbf{x}, t)$ = turbulenter Diffusionstensor
 $Q(\mathbf{x}, t)$ = Luftverunreinigungsquellrate
 $S(\mathbf{x}, t)$ = Luftverunreinigungssinkenrate,

kann grundsätzlich im bewegten Lagrangeschen oder im ortsfesten Eulerschen System beschrieben werden. Die

Lagrangeschen Modelle ermöglichen dabei eine einfache Formulierung des atmosphärischen Transportes von Luftverunreinigungen, wenn eine vertikale Homogenität des Windes angenommen werden kann. Die überwiegende Zahl der weiträumigen Ausbreitungsmodelle entnimmt ihre meteorologischen Eingabedaten im synoptischen Skalenbereich den Radiosondenbeobachtungen. Die Verwendung von Prognosedaten der Wettervorhersagemodelle einschließlich der Vorteile der Feinauflösung meteorologischer Felder durch das Nesting (z.B. beim vorgesehenen EUROPA-Modell des DWD) steht noch am Anfang (HEESE et al. 1979). Eine vollständigere Beschreibung des Advektions-Diffusionsvorganges ist mit den Eulerschen Modellen möglich. Im folgenden wird ein kurzer Überblick über die gegenwärtig angewandten numerischen Verfahren zur Lösung der Kontinuitätsgleichung für den ausgewählten Schadstoff gegeben.

2.1 Lagrangesche Verfahren (Trajektorienmodelle)

Luftverunreinigungen bewegen sich bei ihrer Ausbreitung entlang einer Trajektorie. Es gibt verschiedene Methoden, um diese Trajektorie zu berechnen (DANIELSEN 1974). Das grundsätzliche Problem liegt darin, daß bei starken Temperaturadvektionen große Unterschiede zwischen den Berechnungen auf isobaren und isentropen Flächen auftreten, was sich vor allem auf die Krümmung der Trajektorie auswirkt. Der Hauptgrund für fehlerhafte Trajektorienberechnungen liegt aber darin, daß das Geschwindigkeitsfeld räumlich und zeitlich nicht fein genug aufgelöst werden kann, solange man auf die Radiosondenbeobachtungen zu den synoptischen Terminen angewiesen ist. Abweichungen in der Windrichtung beeinflussen stark den Richtungsverlauf der Trajektorie (PACK et al. 1978). Darüberhinaus können verschiedene numerische Integrationsverfahren für die Trajektoriengleichung je nach Genauigkeit zu unterschiedlichen Transportwegen führen. Berechnungen von Rückwärtstrajektorien nach

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \text{ mit } \mathbf{x} = \mathbf{x}_0 \text{ für } t = 0$$

können bei verschiedenen Verfahren zu unterschiedlichen Trajektorien führen (SYKES und HATTON, 1976). Im allgemeinen ist das einfache Vorwärtsdifferenzschema

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) = \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \Delta t$$

zu ungenau; bewährt haben sich die Prädiktor-Korrektor-Methode von PETERSEN (1953) und das Kutta-Merson-Verfahren 4. Ordnung.

Für die Trajektorienberechnung ist die Festlegung eines mittleren repräsentativen Windvektors entscheidend. Aus Messungen der vertikalen Konzentrationsverteilung von Luftverunreinigungen ist bekannt, daß der großräumige Transport in Europa im wesentlichen in den untersten 2 km der Atmosphäre stattfindet. Während beim regionalen Transport bis zu wenigen 100 km der Bodenwind eine geeignete mittlere Advektionsgeschwindigkeit darstellt, ist für den weiträumigen Transport der beobachtete Wind der 850 mb-Druckfläche mit gewissen Modifikationen vorzuziehen.

2.2 Eulersche Verfahren

In einem ortsfesten Gitternetz ist man bei der Integration der Advektions-Diffusions-Gleichung der Konzentration

einer Luftverunreinigung mit dem Problem der unerwünschten numerischen Diffusion konfrontiert.

Beim Verfahren der endlichen Differenzen werden die Differentiale durch endliche Differenzen mit den Zeit- und Ortsinkrementen Δt , Δx ersetzt. Die Genauigkeit des jeweiligen Schemas ist durch die Größe der Δt , Δx bestimmt.

Die Eigenschaften von geeigneten stabilen Differenzenverfahren mit möglichst geringer numerischer Diffusion sind aus der numerischen Mathematik bekannt; die Verfahren sollten vor ihrer Anwendung auf komplexe Probleme an einfachen analytisch behandelbaren Fällen getestet werden. Untersuchungen zur Genauigkeit verschiedener endlicher Differenzenverfahren bei der numerischen Integration des Advektionsgleichungstyps sind u.a. von CROWLEY (1968), MOLENKAMP (1968), ANDERSON und FATTAH (1974), LIU et al. (1976), LONG und PEPPER (1976) durchgeführt worden. Mit einem flußkorrigierten Transportalgorithmus (BORIS u. BOOK 1973) können scharfe Gradienten in der Konzentrationsverteilung aufrecht erhalten werden, indem die numerische Diffusion bei jedem Advektionsschritt korrigiert wird – ein praktikables Verfahren, das sich bei der weiträumigen Ausbreitung bewährt (DURRAN et al. 1979).

Anstatt die endlichen Differenzenverfahren direkt auf die Advektions-Diffusionsgleichung anzuwenden, kann man die Konzentrationsverteilung $c(x,t)$ jeder Gitterzelle durch ihre ersten Momente darstellen:

$$c_m = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_m - \frac{\Delta x}{2}}^{x_m + \frac{\Delta x}{2}} c(x, t) dx$$

$$\chi_m = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_m - \frac{\Delta x}{2}}^{x_m + \frac{\Delta x}{2}} \frac{c(x, t)}{c_m} x dx$$

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_m - \frac{\Delta x}{2}}^{x_m + \frac{\Delta x}{2}} \frac{c(x, t)}{c_m} (x - \chi_m)^2 dx$$

und Gleichungen für diese Momente durch endliche Differenzenverfahren lösen. Auf diese Weise kann die Genauigkeit der endlichen Differenzenverfahren erheblich gesteigert werden (EGAN u. MAHONEY 1972).

Eine Methode zur Vermeidung der numerischen Diffusion ist die Particle-in-Cell (PIC)-Methode von SKLAREW et al. (1971), welche auf einer Lagrangeschen Technik beruht. Aus einer Gitterzelle werden kontinuierlich Teilchen emittiert, deren Trajektorien gemäß

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + v_i(t) \Delta t$$

berechnet werden, wobei x_i , v_i Orts- und Geschwindigkeitsvektor des i -ten Teilchen darstellen. Die Anzahl der Teilchen in jeder Gitterzelle entspricht der Gesamtmasse der dortigen Luftverunreinigung. Die Diffusion wird mit Hilfe einer turbulenten Flußgeschwindigkeit

$$u_i = -\frac{K}{c} \nabla c$$

eingeführt, so daß die Transportgleichung für das i -te Teilchen schließlich lautet:

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + (v + u)_i \Delta t$$

Der Nachteil dieser Methode besteht darin, daß bei vielen Gitterzellen und Emissionsquellen eine große Anzahl von Teilchen freigesetzt und verfolgt werden muß (LANGE 1978); wegen des großen Rechenaufwandes ist die PIC-Methode bisher noch nicht auf synoptisch-skalige Transporte angewandt worden.

Die numerische Diffusion kann durch die Galerkin-Verfahren vermindert werden, bei denen die Konzentration als unabhängige Variable in eine Reihe von Orthogonalfunktionen entwickelt wird:

$$c(x, t) = \sum_{K=1}^N A_K(t) g_K(x)$$

In einem solchen finiten Elementeverfahren (STRANG u. FIX 1973) werden als Grundfunktionen $g_K(x)$ zumeist einfache Funktionen gewählt. Wenn als Grundfunktion

$$g_K(x) = e^{iK \cdot x}$$

die Fourier-Entwicklung zugrunde gelegt wird, handelt es sich um eine Spektralmethode. Man spricht von einer Pseudospektralmethode, wenn die Entwicklung nur bei der räumlichen Integration angewandt wird.

Die räumlichen Ableitungen werden im Spektralraum, (K), mit Hilfe einer Fourier-Transformation, die lokalen Produkte sowie die zeitliche Integration dagegen im physikalischen Raum, (x), gebildet. Für die räumlichen Ableitungen erhält man

$$\frac{\partial c}{\partial x_j}(x, t) = \sum_{K=1}^N i k_j A_K(t) e^{iK \cdot x}$$

$$\nabla^2 c(x, t) = - \sum_{K=1}^N k^2 A_K(t) e^{iK \cdot x}$$

Die Advektions-Diffusionsgleichung wird anschließend mit einem konventionellen endlichen Differenzenverfahren integriert. Der Grund für die Entwicklung von $c(x, t)$ in Fourier-Funktionen liegt in der Tatsache, daß ein wirksamer Algorithmus für die Fourier-Transformation – die FAST FOURIER TRANSFORM, FFT – existiert (COOLY u. TUKEY 1965; BRIGHAM 1974), der die Berechnung der räumlichen Ableitungen mit vertretbarem Rechenaufwand ermöglicht.

Der Vorteil der Spektralmethode liegt darin, daß die räumlichen Ableitungen von der Genauigkeit des Gesamtfeldes abhängen, d.h. die Ableitung an einem Gitterpunkt wird von den Funktionswerten aller anderen Gitterpunkte bestimmt. Die Spektralmethoden sind in ihrer Genauigkeit den endlichen Differenzenverfahren auf einem vorgegebenen Gitter überlegen, benötigen aber größere Rechenzeiten (ORSZAG 1974). Sie wurden auf atmosphärische Advektions-Diffusions-Probleme u.a. von PRAHM und CHRISTENSEN (1977), BERKOWICZ und PRAHM (1978) und WENGLER und SEINFELD (1978) angewandt.

3 Beispielhafte Berechnung des weiträumigen Transportes von SO₂-Emissionen in Europa

Als Beispiel für die Simulation der weiträumigen Depositionsfelder in Europa wird das Modell EURMAP vorgestellt, das im Auftrag des Umweltbundesamtes beim Stanford Research Institute entwickelt wurde und das unter der Bezeichnung ENAMAP in Nordamerika eingesetzt wird. Es ist ein Trajektorienmodell und ein Kompromiß zwischen minimalen Rechenzeiten und akzeptabler Simulation der grenzüberschreitenden Flüsse und Depositionen.

Beim Langfristmodell des EURMAP werden alle 6 Stunden aus jeder Emissionsgitterzelle von 150 km X 150 km Ausdehnung Emissionswolken freigesetzt und in Zeitschritten von 1 Stunde mit dem beobachteten Windfeld advehiert. Zu jedem Zeitschritt werden Diffusion, chemische Transformation, Trocken- und Naßdeposition berücksichtigt (Tab. 1) und in jeder Gitterzelle Konzentration und Deposition für SO₂ und Sulfat ermittelt. Die Überlagerung aller Trajektorien des Gitters über ein Jahr ergibt die jährliche Konzentrations- und Depositionsverteilung über Europa.

Tab. 1: Modellparameter im EURMAP

Element	Verwendeter Wert
Emissionsrate E	$E = E_0 + 0,15 \Lambda$ E_0 = mittlere jährliche Emissionsrate $\Lambda = \begin{cases} + 1 & \text{Winter} \\ 0 & \text{Frühling, Herbst} \\ - 1 & \text{Sommer} \end{cases}$
Emissionsraster	150 km · 150 km
Transportgeschwindigkeit (V) und -richtung (Θ)	$V = 0,88 V_{850}$ $\Theta = \Theta_{850} - 7,5^\circ$ V_{850}, Θ_{850} Windgeschwindigkeit, -richtung im 850-mb-Niveau
Mischungsschichthöhe H (km)	$H = H_0 - 0,15 \Lambda$ $H_0 = 1,3$ km = mittlere Mischungsschichthöhe $\Lambda = \begin{cases} + 1 & \text{Winter} \\ 0 & \text{Frühling, Herbst} \\ - 1 & \text{Sommer} \end{cases}$
Horizontale turbulente Diffusion	$K_H = 36$ km ² /h Ficksche Diffusion
Vertikale turbulente Diffusion	Vollständige Durchmischung bis zur Mischungsschichthöhe
SO ₂ /SO ₄ = Transformationsrate (h ⁻¹)	0,10
SO ₂ -Depositionsraten (h ⁻¹)	
Trocken	0,037
Naß	0,28 R
	R = Niederschlagsrate (mm/h)
SO ₄ -Depositionsraten (h ⁻¹)	
Trocken	0,007
Naß	0,07 R

Die zugrundegelegte Emissionsverteilung ist in Abbildung 1 dargestellt. Die für das Jahr 1978 berechneten Konzentrationen, Trocken- und Naßdepositionen von SO₂ und SO₄ sind in den Abbildungen 2–7 wiedergegeben. Ein Vergleich von monatlichen Berechnungen mit den beobachteten monatlichen SO₂- und SO₄-Konzentrationen ergibt Korrelationskoeffizienten, die bei 0,6–0,7 liegen. Die Ergebnisse sind trotz der stark vereinfachenden Annahmen und der einfachen Modellstruktur durch die Berechnung der statistischen Langzeitwerte größenordnungsmäßig realistisch. Das Modell von ELIASSEN (1978) kommt zu ähnlichen Resultaten, wenn man die staatenbezogenen jährlichen Depositionen zugrunde legt. Die Auswirkung unterschiedlicher Jahre auf das Ergebnis ist nicht erheblich.

Für die Episodenberechnung ist es dagegen notwendig, die Trajektorienanalyse genauer vorzunehmen. Sensitivitätsexperimente haben gezeigt, daß das Trajektorienmodell besonders empfindlich auf Änderungen von

- Advektionsvektor
- Trockendepositionsrate
- anfänglicher Emissionswolkengröße

reagiert. Darüberhinaus hängt die Güte der Modellrechnungen von der Qualität der Eingabedaten (Windfeld, Niederschlagsfeld, Parameterisierung der Depositionsrate und Umwandlungsrate usw.) ab.

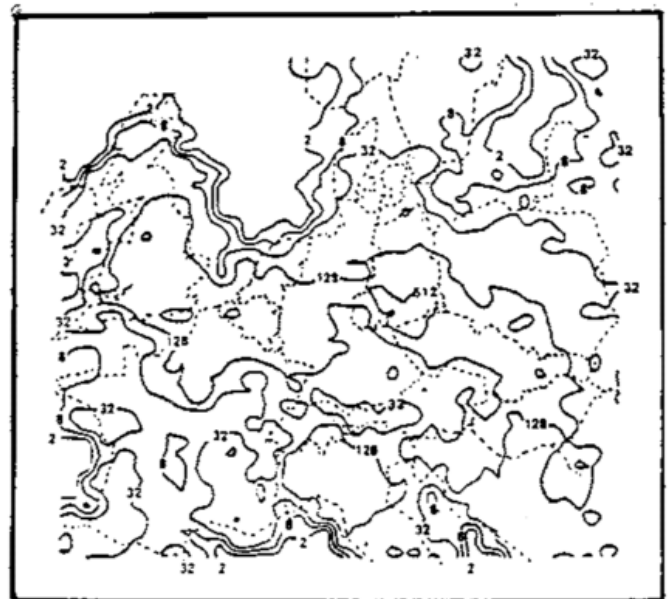


Abb. 1: SO₂-Emissionsverteilung für das Jahr 1978
 $10^{-1} \text{ t SO}_2/\text{km}^2$

4 Zusammenfassung

Um den weiträumigen Transport in numerischen Modellen nachzuvollziehen, gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten: mit einem EULERSchen und LAGRANGESchen Verfahren. Das Hauptproblem bei den EULERSchen Verfahren liegt in der numerischen Diffusion bei der Integration, die Schwierigkeit bei den LAGRANGESchen Methoden besteht in der Dispersion der Trajektorienendpunkte.

Die weiträumige Konzentrationsverteilung wird entscheidend von den Depositionsvorgängen beeinflusst. Die trockenen Depositionsraten hängen vom Zustand der atmosphärischen Grenzschicht und vom Untergrund ab und streuen um Größenordnungen. Für die Naßdeposition gibt es Auswaschraten, die durch empirische Ansätze abgeschätzt werden. Große Unsicherheit herrscht auch über den Anteil der emittierten Stoffe, der in der Nähe der Quelle trocken abgelagert wird und der folglich nicht mehr zum Ferntransport beiträgt; der Anteil kann bis zu 30% betragen.

Die Ungenauigkeit der Eingangsgrößen und die Unsicherheit in der Auswahl der geeigneten Ansätze für bestimmte Vorgänge beim Transport sind der hauptsächliche Grund für die gegenwärtig noch unsicheren Falluntersuchungen im synoptischen Skalenbereich. Die auf statistischer Basis entwickelten Langzeitmodelle geben demgegenüber bereits Ergebnisse, die in vielen Fällen für praktische Zwecke hinreichend genaue Abschätzungen zulassen.

Abb. 2: Berechnete SO_2 -Konzentration ($\mu\text{g SO}_2/\text{m}^3$)

Abb. 3: Berechnete SO_4 -Konzentration ($\mu\text{g SO}_4/\text{m}^3$)

Abb. 4: Berechnete SO_2 -Trockendeposition ($10 \text{ mg SO}_2/\text{m}^2$)

Abb. 5: Berechnete SO_4 -Trockendeposition ($10 \text{ mg SO}_4/\text{m}^2$)

Abb. 6: Berechnete SO_2 -Naßdeposition ($10 \text{ mg SO}_2/\text{m}^3$)

Abb. 7: Berechnete SO_4 -Naßdeposition ($10 \text{ mg SO}_4/\text{m}^2$)

Literatur

ANDERSON, D.; FATTAH, B.: A comparison of numerical solution of the advective equation. *J. atm. Sci.* 31 (1974) S. 1500 – 1506.

BERKOWICZ, R.; PRAHM, L. P.: Pseudospectral simulation of dry deposition from a point source. *Atmos. Environ.* 12 (1978) S. 379 – 387.

BORRIS, J. P.; BOOK, D. L.; SHASTA, I.: Flux-corrected transport – a fluid transport algorithm that works. *J. comput. Phys.* 11 (1973) S. 38 – 69.

BRIGHAM, E. O.: *The Fast Fourier Transform*. London 1974.

COOLY, J. W.; TUKEY, J. W.: An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Math. Comput.* 19 (1965) S. 297 – 301.

CROWLEY, W. P.: Numerical advection experiments. *Monthly Weather Rev.* 96 (1968) S. 1 – 11.

DANIELSEN, E. F.: Review of trajectory methods. *Adv. Geophys.* 18 B (1974) S. 73 – 94.

DURRAN, D. R. et al.: A study of long range air pollution problems related to coal development in the Northern Great Plains. *Atmos. Environ.* 13 (1979) S. 1021 – 1037.

EGAN, B. A.; MAHONEY, J. R.: Numerical modelling of advection and diffusion of urban area source pollutants. *J. appl. Meteorol.* 11 (1972) S. 312 – 322.

ELIASSEN, A.: The OECD study of long range transport of air pollutants: Long range transport modelling. *Atmos. Environ.* 12 (1978) S. 479 – 487.

ELIASSEN, A.: A review of long range transport modelling. *J. appl. Meteorol.* 19 (1980) 231 – 240.

HEESE, M.; JACOBSEN, I.; MÜLLER, E.; PANKRATH, J.: On the effect of meteorological simplifications in the numerical simulation of regional transport processes. *WMO Symp. Sofia 1979, WMO No 538, S. 329 – 336.*

LANGE, R.: ADPIC – a three-dimensional particle in cell model for the dispersal of atmospheric pollutants and its comparison to regional tracer studies. *J. appl. Meteorol.* 17 (1978) S. 320 – 329.

LIU, C. Y.; GOODIN, W. R.; LAM, C. M.: Numerical problems in the advection of pollutants. *Comp. Math. appl. Mech. Engng.* 9 (1976) S. 281 – 299.

LONG, P. E.; PEPPER, D. W.: A comparison of six numerical schemes for calculating the advection of atmospheric pollution. *3rd Symp. Atm. Turb., Diff., Air Quality, Raleigh N. C., (1976) S. 181 – 187.*

MOLENKAMP, C. R.: Accuracy of finite-difference methods applied to the advection equation. *J. appl. Meteorol.* 7 (1968) S. 160 – 167.

ORSZAG, S. A.: Numerical simulation of incompressible flows within simple boundaries: accuracy. *J. Fluid Mech.* 49 (1971) S. 75 – 122.

PACK, D. H. et al.: Meteorology of long range transport. *Atmos. Environ.* 12 (1978) S. 425 – 444.

PETTERSSON, S.: *Weather analysis and forecasting*. New York, 1956.

PRAHM, L. P.; CHRISTENSEN, O.: Long range transmission of pollutants simulated by the 2-D pseudospectral dispersion model. *J. appl. Meteorol.* 16 (1977) S. 896 – 910.

SKLAREV, R. C.; FABRICK, A. J.; PRAGER, J. E.: A particle in cell method for numerical solution of the atmospheric diffusion equation and application to air pollution problems. *Systems Science and Software Report 35 R – 844 (1971), La Jolla, ca. 163 S.*

STRANG, G.; FIX, G. J.: *An analysis of the finite element method*. London 1973.

SYKES, R. I.; HATTON, L.: Computation of horizontal trajectories based on the surface geostrophic wind. *Atmos. Environ.* 10 (1976) S. 925 – 934.

VAN DEN HOUT, K. D.; VAN DOOP, M.: State of the art of interregional modelling. Doc. Panel 2, NATO/CCMS Pilot Study on Air Pollution Control Strategies and Impact Modelling, 2nd Draft, Apr. 1981.

WENGLE, H.; SEINFELD, J.: Pseudospectral solution of atmospheric diffusion problems. *J. comput. Phys.* 26 (1978) S. 87 – 106.

1 Einleitung

Die zunehmende Belastung der Umwelt durch Emissionen erfordert in vielen Fällen die genaue Berechnung der zu erwartenden Immissionen. Zur Verfügung stehen dafür in der Regel die Eigenschaften der Quelle, d. h. deren Stärke, Anfangsimpuls und Auftrieb sowie die Windstatistik, d. h. das Kollektiv der Windstärken nach Häufigkeit, Richtung und Stabilitätsklasse. Zusätzlich ist meist bekannt, welches Windprofil bei homogenem Gelände vorliegt. In der Natur wird das Windfeld jedoch oft durch Topographie und Bebauung örtlich verändert; es entsteht ein örtliches Strömungsfeld mit in der Regel verändertem Windprofil, veränderter Richtung und Stärke sowie veränderter Turbulenzstruktur. Es ist von großer Bedeutung, daß dies bei der Bestimmung der Immissionen berücksichtigt wird. Leider gibt es z. Zt. noch kein mathematisches Modell, das komplexe Topographien oder inhomogene Bebauung zu berücksichtigen erlaubt. Daher bleiben in der Regel die in der Nähe der Quelle maßgebenden Parameter des Strömungsfeldes unberücksichtigt. Man geht von der Annahme aus, daß für größere Abstände von der Quelle die Einflüsse dieser Störungen nicht mehr wirksam werden.

Der Ausgang einer Immissionsrechnung ist zunächst das Konzentrationsfeld als Funktion des Ortes und der Winddaten. Diese Konzentrationen werden in einer angemessenen Weise über die gesamte Windstatistik gemittelt. Durch Wichtung mit den meteorologischen Daten erhält man so z. B. den Langzeitausbreitungsfaktor oder den IW_1 - bzw. IW_2 -Wert. Liegt dieser Immissionswert über dem Richtwert, dann muß das System modifiziert werden. Ein Immissionswert ist also das Ergebnis am Ende einer langen Wirkungs- und Entscheidungskette.

Bei der Quantifizierung einiger Glieder dieser Kette kann der Windkanal eine ganz wesentliche Rolle spielen. Er erlaubt nämlich, einige Aspekte des Systems, die heute rechnerisch noch nicht erfaßbar sind, im physikalischen Modell darzustellen. Diese Möglichkeit wird allerdings durch gewisse Nachteile erkauft, die in der Regel gegen die Vorteile abgewogen werden müssen. In vielen Fällen wird es jedoch lohnend sein, den Windkanal als Entscheidungshilfe einzusetzen. Es bietet sich hier an, daß in enger Zusammenarbeit zwischen Meteorologen und Windkanalexperten eine gemeinsame Beurteilung durchgeführt wird, die dem Stand des Wissens entsprechend die beste Lösung für ein Immissionsproblem erbringt. In der Praxis des Instituts Wasserbau III sind eine ganze Reihe von Aufgaben dieser Art meistens in Zusammenarbeit mit Meteorologen erarbeitet worden, die im folgenden dargestellt werden sollen. Zunächst sollen jedoch einige grundsätzliche Bemerkungen gemacht werden über die Modellierung von Ausbreitungsvorgängen im Windkanal.

2 Der Windkanal als Analogon zur Atmosphäre

Ein typischer mikrometeorologischer Windkanal ist in Abbildung 1 gezeigt. Er besteht aus einer Eingangsdüse, in der der Wind homogenisiert wird, einer langen Versuchsstrecke, in der die Grenzschicht, die der atmosphärischen

Grenzschicht entsprechen soll, aufgebaut wird, einem Testabschnitt, in dem die Modelle, die zu untersuchen sind, eingebaut werden, und einer Auslaufstrecke, die zum Gebläse und dann zum Auslauf des Windkanals führt. Ganz entscheidend ist, daß die Grenzschicht so modelliert wird, daß sie derjenigen der Atmosphäre entspricht. Diese Bedingung ist theoretisch exakt nur dadurch zu erreichen, daß die Reynolds-Zahl, die mit der Überstreichungslänge gebildet wird, die gleiche ist in Natur und Modell. Dies ist natürlich nicht möglich. Die atmosphärische Grenzschicht soll vielmehr in verkleinertem Maßstab dargestellt werden. Eine solche Grenzschicht wird im Windkanal dadurch erzeugt, daß geeignete Störkörper in den Einlauf gestellt werden, und/oder daß Rauigkeiten auf dem Windkanalboden angebracht werden. Es entsteht eine Bodengrenzschicht, deren Proflexponent und Dicke der atmosphärischen Grenzschicht in der Natur entspricht. Ist die Strecke, über die sich dieses Windprofil entwickeln konnte, lang genug, so erhält man auch Turbulenzintensitäten und Spektren, die maßstabgerecht die natürlichen Verhältnisse darstellen. Diese Modellähnlichkeit ist ohne Schwierigkeiten für den Fall neutraler Schichtung der Atmosphäre zu erreichen, d. h. bei allen Schichtungsverhältnissen, bei denen Topographie und örtliche Rauigkeit die maßgebliche Rolle spielen. Bei Schichtungseffekten ist die Modellähnlichkeit nicht ohne weiteres zu erzielen, es gibt jedoch Methoden, um auch Schichtungen in Wind- oder Wasserkanälen darzustellen.

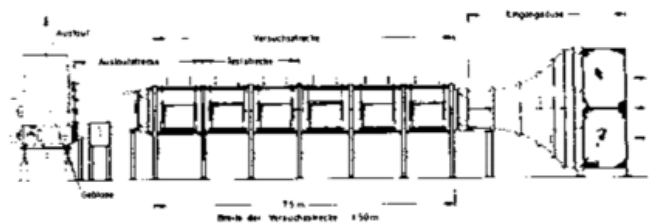


Abb. 1: Mikrometeorologischer Windkanal des Instituts Wasserbau III

Ein zweiter wichtiger Effekt, der exakt nur durch Gleichheit der Reynoldszahlen dargestellt werden kann, ist der Einfluß von Einzelbauwerken oder topographischen Einzelheiten. Ähnlichkeit ist hier jedoch dadurch zufriedenstellend gewährleistet, daß die meisten natürlichen Objekte relativ scharfkantig sind, so daß an diesen scharfen Kanten Ablösungen auftreten. Durch diese wird die Struktur des Nachlaufs dieser Objekte bestimmt, d. h. die Turbulenzstruktur und das örtliche Windfeld. Es gelingt also, im Windkanal die örtlichen Gegebenheiten des Systems in einer exakteren Weise nachzubilden, als es durch irgendein mathematisches Modell z. Zt. noch möglich ist.

Die für die Nachbildung der Emissionen erforderlichen Gesetzmäßigkeiten richten sich nach der Art der Quelle. Bei einer Quelle mit neutralem Ausgang, d. h. wenn die Emission aus einem Gas besteht, dessen spezifisches Gewicht gleich dem der Luft ist, muß nur gewährleistet sein, daß das

Verhältnis der Austrittsgeschwindigkeit zu dem Verhältnis der Windgeschwindigkeit gleich ist in Modell und Natur. Dies ist eine Bedingung, die ohne Schwierigkeiten einzuhalten ist. Bei auftriebsbehafteten Quellen wird allerdings die Ähnlichkeit den Auftrieb mit erfassen müssen, was meistens dadurch geschieht, daß man die Froude-Zahl im Modell genau so groß macht wie in der Natur. Hier sind dem Windkanal Grenzen gesetzt, da es bei sehr kleinem Maßstab (etwa 1:1000) nicht möglich ist, mit leichten Gasen etwa den Auftrieb von Schornsteinemissionen eines Kohlekraftwerkes darzustellen. Hierfür müssen gesonderte Modellüberlegungen angestellt werden, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll. Zu erwähnen ist nur, daß wir solche Probleme auch bearbeiten können, indem wir die Trajektorie der Schornsteinemissionen nachbilden. Als Vorgabe dient uns dabei die berechnete Trajektorie über homogenem Terrain, die nach einem der bekannten Verfahren für die Schornsteinüberhöhung berechnet wird. Zu bemerken ist ferner, daß die Froudeschen Zahlen, die bei Kühltürmen auftreten, in der Regel hoch genug sind, um eine Darstellung im Windkanal durchführen zu können.

Ein weiterer zu beachtender Faktor ist, daß bei einer Grenzschichtströmung die Druckverhältnisse außerhalb der Grenzschicht das Strömungsfeld bestimmen. Das bedeutet, daß normalerweise der Druck in der Strömungsrichtung konstant sein muß, um den Verhältnissen der Atmosphäre gerecht zu werden. Im Windkanal ist dieses nur möglich, wenn die Bauwerke bzw. die Topographie niedrig sind im Vergleich zur Höhe des Windkanals, bzw. wenn es möglich ist, den Druckgradienten künstlich zu kompensieren. Das geschieht bei Windkanalversuchen entweder dadurch, daß man die Decke ganz wegläßt, d. h. indem man in einem offenen Windkanal arbeitet, oder aber dadurch, daß die Decke vertikal verschieblich ist und damit der Druck in der Versuchsstrecke auf einen konstanten Wert gebracht werden kann. Außerdem muß bei einer Windkanaluntersuchung mit stark veränderlichen Topographien bzw. stark veränderlicher Bebauung dafür gesorgt werden, daß die exakte Modellierung genügend weit stromaufwärts anfängt, damit sich das Windprofil und auch die Turbulenz spätestens am Emissionspunkt den örtlichen Verhältnissen angepaßt hat.

3 Der Windkanaleinsatz bei Ventilationsproblemen

Bei Ventilationsproblemen ist der Windkanal besonders leicht einzusetzen, weil es sich hier um ausgeprägte Nahfeldprobleme handelt, die leicht zu modellieren sind (PLATE et al. 1981c). Meistens wird dabei gefragt, wieviel der aus der Lüftungsanlage des Gebäudes abgegebenen Fortluft wieder angesaugt wird durch die Außenluftöffnungen. Diese Probleme tauchen besonders bei Krankenhäusern auf, wo trotz Filtern vermieden werden soll, daß pathogene Keime zugeführt werden, oder aber bei Gebäuden mit Großküchen, wo Geruchsbelästigungen auftreten könnten, sowie Gebäuden, in denen sich chemische Laboratorien befinden, deren Abgase gesundheitsschädlich oder geruchsbelästigend sein könnten. Über die Untersuchung des Ventilationsystems eines Krankenhauses wurde an anderer Stelle berichtet (PLATE et al., 1981a). Typischerweise geht eine solche Untersuchung davon aus, daß man als Eingang die Windgeschwindigkeiten und Windrichtungen hat. Diese Information ist meistens ausreichend, weil die Gebäude örtlich selbst in stabilen oder instabilen Wetterlagen dominierend sind für das örtliche Turbulenzfeld, so daß

die Schichtung nur in extrem stabilen Wetterlagen eine Rolle spielt. Die Rezirkulationsrate wird bestimmt, indem das Ventilationsystem im Windkanal betrieben wird. Der Fortluft wird bei unseren Versuchen als Tracer 1 % Helium beigemischt. Mit Hilfe eines Heliummassenspektrometers wird die Heliumkonzentration in der vom Ventilationsystem angesaugten Außenluft bestimmt und daraus auf die darin enthaltene Fortluftmenge geschlossen. Diese Messungen werden durchgeführt für sämtliche Windrichtungen und Windstärken, in denen Effekte auftreten können. Das Ergebnis sind Beimischungsprozentsätze, dargestellt als Funktion von Windrichtung und Windstärke. Ein Beispiel ist in Abbildung 2 gezeigt. Abbildung 2a zeigt das Windkanalmodell, die Abbildungen 2b und 2c exemplarisch die Ausgangsinformation, die erhalten wurde. Sie besteht aus Kurven, in denen die Prozentsätze der Beimischung dargestellt sind als Funktionen von Windrichtung und Windstärke.

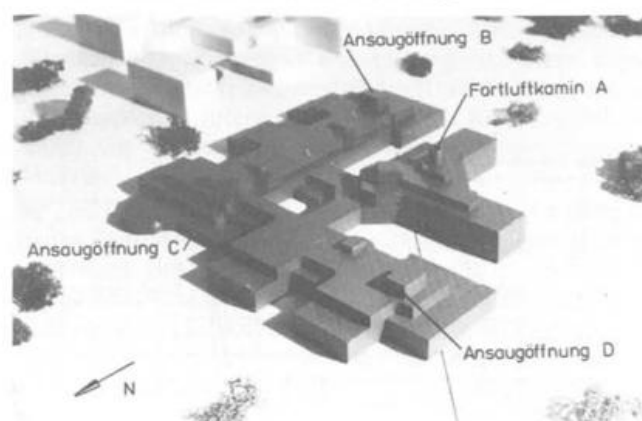
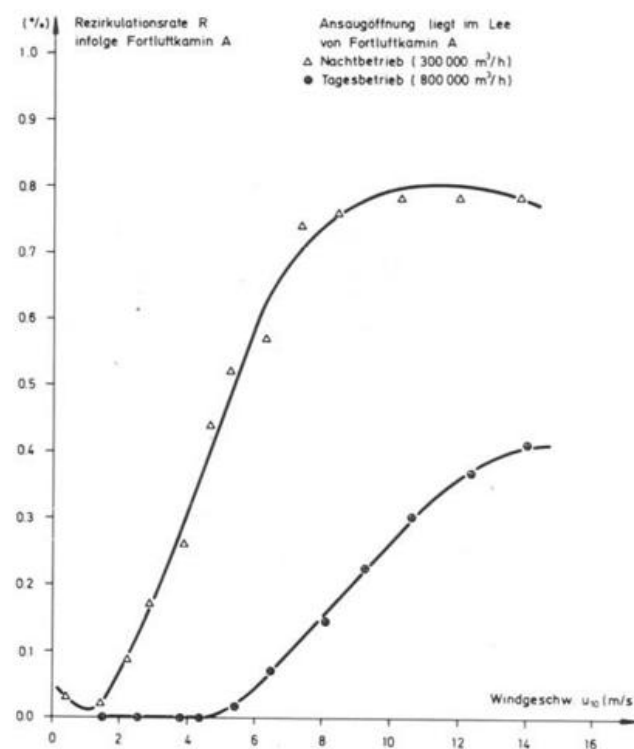
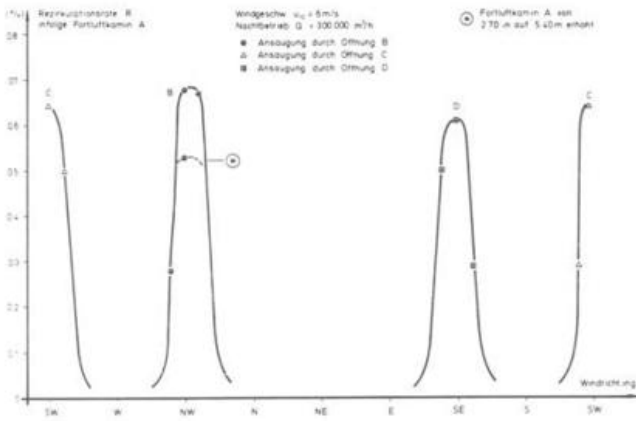


Abb. 2: Beispiel einer Windkanaluntersuchung bei Ventilationsproblemen

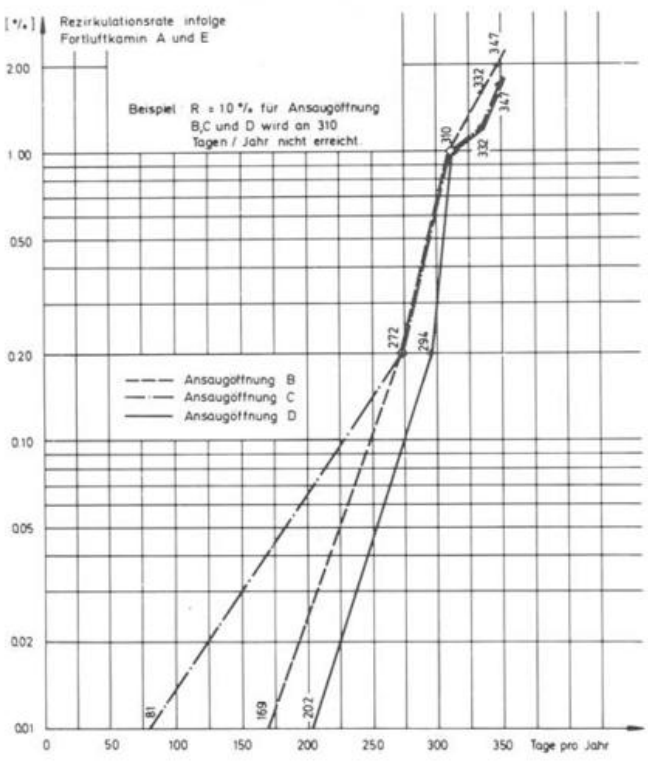
a) Windkanalmodell



b) Im Windkanal gemessene Rezirkulationsrate als Funktion der Windgeschwindigkeit



c) Im Windkanal gemessene Rezirkulationsrate als Funktion der Windrichtung



d) Ergebnis

Eine Auswertung dieser Ergebnisse erfolgt mit Hilfe der Windstatistik. Endergebnis sind dann Kurven, in denen die Anzahl der Tage im Jahr dargestellt ist, an denen die Überschreitung eines bestimmten Beimischungsverhältnisses zu rechnen ist. Ein Beispiel ist in Abbildung 2d dargestellt. Die Untersuchungen von Ventilationsproblemen sind auch deshalb wertvoll, weil sich sofort die Auswirkung von Modifikationen der Abgabeöffnung oder der Ansaugöffnung in ihrer Auswirkung zeigen (siehe z. B. Abb. 2c). Auch lassen sich Zusatzbelastungen durch in der Nähe liegende andere Bauwerke am Windkanalmodell relativ einfach bestimmen.

4 Windkanalversuche bei Emissionen aus Schornsteinen

Wie bereits erwähnt, stößt die Modelldarstellung von heißen Schornsteinemissionen auf Schwierigkeiten. In vielen Fällen besteht aber die Schornsteinemission aus Abgasen, die praktisch das spezifische Gewicht von Luft haben. Besonders wichtig sind hierbei die Emissionen von radioaktiven Abgasen, die von Kernkraftwerken ständig abgegeben werden. Rechnerisch läßt sich bei solchen Emissionen die Ausbreitung dann nicht vorhersagen, wenn sich sehr hohe Bauwerke in der Nähe dieser Quellen befinden. Als Beispiel seien die Kühltürme erwähnt, die mit ihren großen Höhen oft die Schornsteine überragen. Dabei können dann die Abgase des Schornsteins in den Nachlauf eines Kühlturms geraten, oder sie können gegen einen Kühlturm geweht werden. Untersuchungen solcher Fälle haben wir für mehrere Kernkraftwerke durchgeführt. Als Beispiel sei die Untersuchung des Kernkraftwerkes Biblis angegeben, wo der Bau der Anlage C zu Veränderungen für die Ausbreitungsbedingungen aus den bestehenden Anlagen A und B führt. Die Lage von Biblis ist insofern einfach zu modellieren, als das Terrain um den Standort herum flach und relativ homogen bebaut ist, so daß praktisch die einzigen Einflüsse auf das Windfeld örtlich die Bauwerke des Kraftwerkes selber sind. Die Abbildung 3a zeigt das Modell, das in den Windkanal eingebaut wurde, die Abbildung 3b exemplarisch Konzentrationen, die für einen bestimmten Punkt im Gelände bei verschiedenen Windrichtungen und -geschwindigkeiten gemessen wurden. Aus diesen Kurven wird dann mit Hilfe der Meteorologie der Langzeitausbreitungsfaktor errechnet.

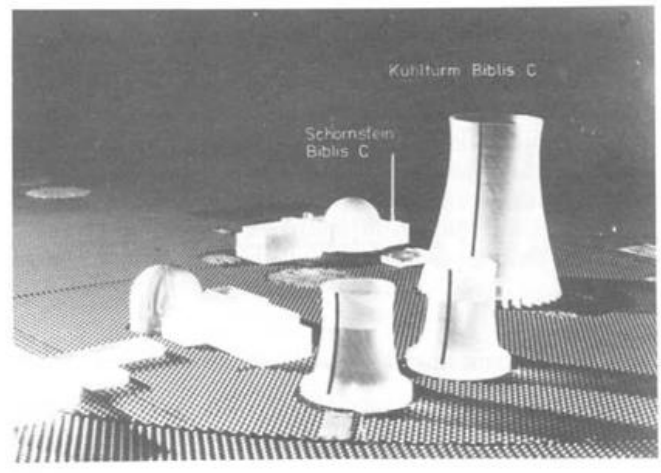


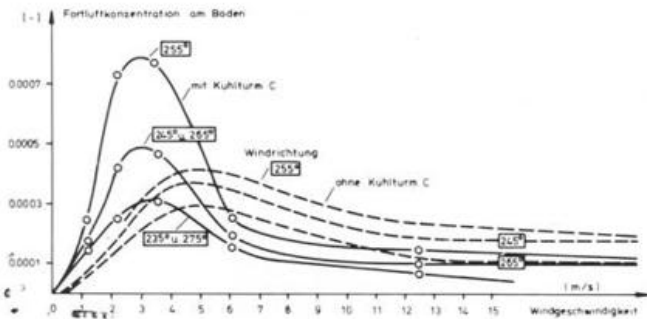
Abb. 3: Veränderung der Bodenkonzentrationen infolge Kühlturm C (Planung)

a) Windkanalmodell

Vereinfachend kann hier angenommen werden, daß sich die Stabilitätsklasse nur durch den Exponenten des Windprofils bemerkbar macht, während die örtliche Turbulenz allein bestimmt ist durch die Gebäude und die Ablösung, die an diesen Gebäuden stattfindet. Deshalb ist es wichtig, daß die Kühlturmablösung modellgerecht dargestellt wird. Dazu sind gesonderte Einrichtungen erforderlich, weil bekanntlich ein kreisförmiger Zylinder einen Nachlauf hat, der sehr stark von der Reynoldszahl abhängig ist. Zu den Möglichkeiten der Beeinflussung des Ablösungsverhaltens um einen Zylinder gehören die Ausbildung von „Stolperstreifen“ am Kühlturm (SCHNABEL und PLATE, 1979)

wie auch die Aufrauung der ganzen Kühlturmoberfläche (RUSCHEWEYH 1976).

Schwieriger als im Fall Biblis wird die Situation, wenn die Topographie stark veränderlich ist in der Nähe des Bauwerkes. Ein solcher Fall liegt z. B. beim Kraftwerk Neckarwestheim vor. Das Kraftwerk liegt am Neckar in der Laufer Schleife in einem Steinbruch, der etwa 50 m tief in



b) Meßergebnisse aus dem Windkanal und daraus extrapolierte Kurven

das Gelände eingeschnitten ist. In Abbildung 4 ist das Modell für diesen Fall zu sehen. Es wird deutlich, daß nicht nur das sehr stark veränderliche Terrain die Ausbreitung beeinflussen wird, sondern auch die örtliche Lage der niedrigen Kühltürme, die sich zudem noch gegenseitig beeinflussen. Um hier sachgerecht Modellmessungen durchführen zu können, muß die Topographie in einem großen Abstand vom eigentlichen Modell modellgerecht dargestellt sein. Das bedeutet, daß nicht nur ein Modell des direkten Bauwerksbereiches angefertigt werden muß, sondern auch ein Terrainmodell für die weitere Umgebung. Damit ist das Modell dann allerdings gewöhnlich zu groß, um in seiner Gesamtheit in den Windkanal eingebaut werden zu können. Je nach Windrichtung werden deshalb aus dem Modell Streifen, gerade so breit wie der Windkanal, parallel zu der zu untersuchenden Windrichtung ausgeschnitten und in den Windkanal eingebaut.

Andere untersuchte Fälle beinhalten Quellen mit Auftrieb. Als Beispiel sei eine Untersuchung angegeben, die für das Kraftwerk Heilbronn durchgeführt wurde. Hier sind besondere meteorologische Gegebenheiten zu beachten. Das Kraftwerk liegt am Neckar in einem relativ breiten Tal, das von der Autobahn Mannheim-Nürnberg gekreuzt wird. Bei den relativ häufigen südwestlichen Winden liegt die Autobahnbrücke über den Neckar etwa 1000 m hinter dem für das Kraftwerk zu erstellenden Kühlturm, so daß damit zu

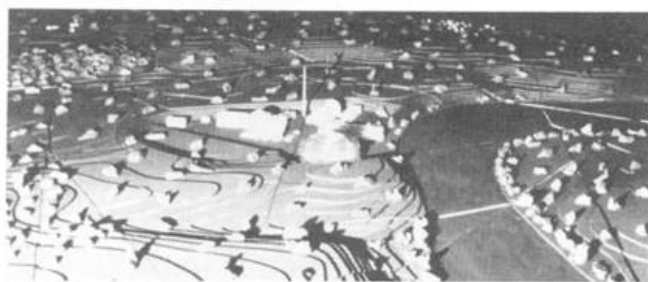


Abb. 4: Beispiel für ein Windkanalmodell bei stark veränderlicher Topographie (Neckarwestheim)

rechnen ist, daß Kühlturmschwaden auf die Autobahn treffen. Das Problem war hier, kurzzeitige Fluktuationen der Konzentration zu erfassen. Allerdings war es im Modell nur möglich, einen trockenen Kühlturmschwaden zu erzeugen. Der Schwaden wird allerdings sehr genau durch Messungen der fluktuierenden Konzentrationen erfaßt. In diesem Fall mußten wir als Tracer für die Konzentrationsfluktuationen Wärme benutzen, während für die Erzeugung des Auftriebs Helium verwendet wurde. Nach der Durchführung von Windkanalmessungen mußten dann die Fluktuationkonzentrationen unter Berücksichtigung der meteorologischen Verhältnisse einschl. der Luftfeuchtigkeit umgerechnet werden auf Kondensatbildung. Dies geschah über lokal angesetzte Schwadenmodelle, die wiederum von Meteorologen zum Einsatz gebracht wurden. Die Windkanalversuche stehen damit zwischen meteorologischen Untersuchungen: Meteorologische Untersuchungen liefern die Eingangsinformation, d. h. Windstatistik, Windstabilitätsinformation wie auch Windprofil. Dann kommt die Windkanaluntersuchung als Zwischenglied, deren Ergebnisse die Konzentrationsverteilungen sind. Diese müssen dann wiederum interpretiert werden als Kondensatbildung durch die Anwendung eines weiteren meteorologischen Modells.

In den Beispielen dieses Abschnittes wurden die Möglichkeiten nicht erwähnt, die der Windkanal bei Optimierungsproblemen bietet. Es ist ja durchaus möglich, daß geringfügige Modifikationen, etwa Verschiebung der Lage eines Schornsteins oder Änderung der Schornsteinhöhe, zu einer Verbesserung der Immissionswerte genutzt werden können. Diese Möglichkeit wird z. Zt. noch nicht genügend genutzt, weil Windkanalversuche recht zeitaufwendig sind. Für eine Untersuchung sämtlicher Windrichtungen und sämtlicher Windstärken sind mehrere Monate Versuchszeit erforderlich. Es sollte aber erkannt werden, daß der Versuchsaufwand ganz erheblich reduziert werden kann, wenn nur die Verhältnisse an einem kritischen Punkt des Terrains von Interesse sind. Dieser Punkt, den man auf der Basis von Vorversuchen festlegen kann, wird dann für sämtliche Windrichtungen und sämtliche Windstärken untersucht, was nicht übermäßig aufwendig ist; die Ergebnisse möglicher Modifikationen des Bauwerkes können im Versuch relativ einfach untersucht werden.

5 Windkanalversuche für Stadtplanungen

Mit den genannten Einsatzmöglichkeiten ist der Nutzen des Windkanals für meteorologische Untersuchungen bei weitem noch nicht erschöpft. Es gibt eine ganze Reihe von Problemen (MERONEY 1981; PLATE 1981 b) bei denen Windkanäle bereits mit Erfolg eingesetzt worden sind. Ein wichtiges Beispiel ist hier die Bestimmung von windgefährdeten Bereichen in Stadtgebieten. Es kommt häufig vor, daß in der Nähe von größeren Gebäudekomplexen örtliche Zonen entstehen, in denen der Wind gesammelt und verstärkt wird, was zu erheblichen Belästigungen von Fußgängern führen kann. Solche Problempunkte lassen sich durch Windkanalversuche lokalisieren und durch geeignete bauliche Maßnahmen eliminieren. Bei solchen Versuchen können gleichzeitig auch Windkräfte entweder auf diese Bauwerke selbst oder aber auf Fassaden- oder Fensterelemente ermittelt werden. Schließlich sei noch erwähnt, daß die Planung nicht nur von Gebäuden, sondern auch von ganzen Städten durch Windkanalversuche profitieren könnte. Bei solchen Versuchen könnten die günstigsten An-

ordnungen von Straßenzügen, Parks, Hochhäusern, Gebäudekomplexen usw. etwa für gute Durchlüftung in heißen Sommertagen gefunden werden. Es liegt auf der Hand, daß solche Windkanalversuche überflüssig sind, wenn genügend Erfahrungen vorliegen, wie die Windverhältnisse bei bestimmten Gebäudeanordnungen und Windstärken sein werden. Es ist aber auch klar, daß diese Erfahrungen nicht von einem Architekten gesammelt werden können, dessen Hauptaugenmerk selbstverständlich auf viele andere Probleme gerichtet ist. Man könnte sich vorstellen, daß es in Zukunft einmal aerodynamische oder meteorologische Berater geben wird, die jede architektonische Planung größerer Gebäudekomplexe oder von ganzen Städten auf ihre Windsituation hin überprüfen. Ich könnte mir denken, daß ähnlich wie der Prüfstatiker im Bauwesen auch dieser Aerodynamiker eine ständige Routineaufgabe durch dieses Vorgehen erhalten könnte.

Eine zusätzliche Aufgabe im Wechselspiel zwischen Windkanal-Aerodynamiker und Meteorologen besteht in der Schaffung von Anfangsbedingungen für mathematische Modelle, etwa von der Art des Gaußschen Fahnenmodells. Es ist bekannt, daß bei Flächenemissionen die Gaußschen Fahnenmodelle in den ersten Kilometern sehr ungenaue Ergebnisse bringen, während in größeren Abständen die Angaben zuverlässiger werden. Das liegt bekanntlich daran, daß örtlich die Verhältnisse sehr stark von den Gebäuden und der Topographie geprägt werden, während weiter stromabwärts diese Effekte mehr oder weniger als Anfangseffekte von immer geringerer Bedeutung werden, so daß schließlich für große Abstände die Gesamtquelle durch eine Punktquelle ersetzt werden kann. Wenn es in solchen Fällen gelingt, durch Windkanalversuche die Anfangsbedingungen zu bestimmen, dann würden die Gaußschen Fahnenmodelle dadurch Aussagekraft gewinnen und die Berechnungen, die auf ihnen basieren, genauer werden.

6 Zusammenfassung

Anhand einiger Beispiele wurde gezeigt, wo der Windkanal für die Bestimmung von Immissionen einen wesentlichen

Beitrag liefern kann. Es ist damit zu rechnen, daß in Zukunft die Immissionsbelastung eine immer wichtigere Rolle spielen wird. Dadurch wird es erforderlich sein, die Immissionen möglichst genau zu bestimmen, was bedeutet, daß man die besten Verfahren zur Anwendung bringen muß, die es dafür gibt. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt muß man feststellen, daß die Berechnung mit mathematischen Modellen allein nicht ausreicht. Vielmehr sollten bei Nahfeldproblemen Untersuchungen im Windkanal durchgeführt werden, deren Ergebnisse dann, wie in den Beispielen gezeigt, mit meteorologischen Informationen und Modellen weiterverarbeitet werden.

Literatur

- MERONEY, R. N.: Turbulent Diffusion near buildings. Kap. 11 in: E. J. PLATE (Ed.); Engineering Meteorology. Elsevier (erscheint in Kürze)
- PLATE, E. J.; DEUTSCH, H.; LOESER, J.; LOHMEYER, A.: Windkanaluntersuchungen zur Prognostizierung und Optimierung der Zuluftqualität des geplanten Neuklinikums der Universität Heidelberg. Haustechnik-Bauphysik-Umwelttechnik-gi 102 (1981) H. 1, S. 39–42.
- PLATE, E. J.: Wind tunnel modelling of wind effects in engineering. Kap. 13 in: E. J. PLATE (Ed.): Engineering Meteorology. Elsevier (erscheint in Kürze) (b)
- PLATE, E. J.; LOESER, J.: Wind tunnel Evaluation of Ventilation Problems. J. of Wind Engng and Ind. Aerodyn. 8 (1981) N 1/2, S. 123–134. (c)
- RUSCHWEYH, H.: Wind loading on hyperbolic natural draught cooling towers. J. Ind. Aerodyn. 1 (1976) S. 335–340.
- SCHNABEL, W.; PLATE, E. J.: Prototype and model experiments on wind – induced vibrations of a steel tower. Proc. 5th Int. Conf. Wind Engineering, Ft. Collins, Colorado, 2 (1979) S. 1–11

Aus dem Deutschen Wetterdienst

Stand der Wettervorhersage im DWD

1 Einführung

In Deutschland werden seit mehr als 100 Jahren Wettervorhersagen erarbeitet und für die Öffentlichkeit verbreitet. Nachdem ursprünglich für die Darstellung der Wetterlage und die Ableitung der Vorhersage nur Bodenwetterkarten zur Verfügung standen, brachte in den dreißiger Jahren die Einführung von Höhenwetterkarten und damit die dreidimensionale Erfassung der Wettervorgänge einen ersten großen Fortschritt. Ein eigentlicher Durchbruch zu einer modernen Wettervorhersage konnte allerdings erst erzielt werden, als es gelang, anstelle der vorher für die Vorhersage benutzten, teils quantitativen, teils qualitativen Regeln physikalisch-mathematische Vorhersagegleichungen mit Hilfe von elektronischen Rechenanlagen numerisch zu lösen und damit die Wettervorhersage auf eine neue Basis zu stellen. Hinzu kam, daß durch neue technologische Entwicklungen neue Beobachtungssysteme, wie Wettersatelliten und Wetterradargeräte, geschaffen und durch Verbesserung der Fernmeldeverbindungen die Sammlung der Wetterbeobachtungen wesentlich beschleunigt werden konnte.

So kann festgestellt werden, daß sich besonders im Laufe der letzten 10 bis 15 Jahre die Qualität der Wettervorhersage verbessert hat und zugleich der Umfang der Vorhersageleistungen für die Öffentlichkeit durch Ausdehnung des Vorhersagezeitraums bis zu einer Woche und durch die Ausgabe einer gerade in letzter Zeit wachsenden Anzahl von speziellen Wetterwarnungen bzw. detaillierten Wetterauskünften vergrößert worden ist.

Es ist heute möglich, das Verhalten ausgedehnter Wettersysteme einige Tage im voraus verlässlich zu berechnen und darauf aufbauend eine entsprechende großräumige Wettervorhersage zu formulieren.

Die objektive Beurteilung der Genauigkeit und des Wertes einer Wettervorhersage – etwa mit Hilfe einer oder mehrerer Meßzahlen – ist ein schwieriges Problem. Vor allem ist zu bedenken, daß Wettererscheinungen in ganz verschiedenen räumlichen und zeitlichen Größenordnungen auftreten.

Eine gute Vorhersage im großräumigen Maßstab ist also nicht notwendigerweise auch eine solche bei lokaler Betrachtung. Hier liegt eines der Hauptprobleme der für die Öffentlichkeit bestimmten Wettervorhersagen. Die zweifellos guten Resultate, die mit den numerischen Modellen erzielt werden, betreffen im wesentlichen die räumliche und zeitliche Verteilung von Größen wie Luftdruck, Temperatur, Wind u.a. über größeren Gebieten und bedürfen der sorgfältigen Interpretation, wenn das kleinräumig zu erwartende Wetter vorhergesagt werden soll.

2 Kurzfristvorhersagen bis zu 12 Stunden

Entsprechend dem kurzen Zeitraum müssen hier Wettererscheinungen mit kleineren horizontalen Abmessungen vorhergesagt werden, wie z.B. ein schmales Niederschlagsband, eine Böenlinie oder auch ein lokales Gewitter. Dabei sind örtliche Gegebenheiten, die zu merklichen Modifikationen dieser Phänomene führen, von großer Bedeutung. Mit numerischen Wettervorhersagemodellen kann dieser Vorhersagebereich derzeit noch nicht zufriedenstellend erfaßt werden. Sowohl die räumliche Auflösung als auch die physikalische Ausbaustufe jetziger Vorhersagemodelle reichen für diese Phänomene nicht aus, außerdem liegen wegen der kurzen Vorhersagezeitspanne die Ergebnisse der Modellrechnungen nicht rechtzeitig vor.

Dennoch sind auch in diesem Vorhersagebereich beachtliche Erfolge zu verzeichnen. Sie sind das Ergebnis einer laufenden Wetterüberwachung, die sich in zunehmendem Maße der Satellitenbild- und Radarinformation bedient. Durch Einführung eines entsprechenden Warndienstes sind diese technischen Einrichtungen von großem volkswirtschaftlichem Nutzen. Bei noch stärkerer Ausschöpfung der zuletzt genannten Bildinformationen sind weitere Verbesserungen möglich. Voraussetzung ist jedoch der Ausbau des jetzigen Fernmeldesystems. Weitere Verbesserungsmöglichkeiten zeichnen sich durch eine Kombination der Bildinformationen mit aufwendigen numerischen Verfahren ab.

3 Vorhersagen von 12 Stunden bis zu 3 Tagen

Durch den Einsatz der numerischen Vorhersagemodelle ist in diesem Zeitbereich eine beträchtliche Steigerung der Güte der Vorhersage zu verzeichnen. Gerade in dieser Größenordnung liefern unsere gegenwärtigen numerischen Vorhersagemodelle ihre besten Ergebnisse. Die horizontale Erstreckung der erfaßten Phänomene beginnt bei einigen hundert Kilometern. Es sind dies großräumige Bewölkungs-, Niederschlags- und Sturmgebiete.

Der Erfolg von Vorhersagen von Wettererscheinungen dieser Größenordnung kann im Mittel an der Güte der numerischen Modelle abgelesen werden, weil letztere die Grundlage der Wettervorhersage für diesen Zeitraum bilden.

Eine 2- oder 3-tägige Prognose ist heute möglich; diese hat etwa die gleiche Verlässlichkeit wie früher eine 12- bis 24-stündige Vorhersage. Von besonderer Bedeutung ist die Erfassung der Umstellung von einer Großwetterlage zur anderen, die heute mit gutem Erfolg über mehrere Tage im voraus möglich ist.

4 Mittelfristvorhersagen von 4 bis 10 Tagen

Mittelfristige Vorhersagen, für die früher überwiegend statistische Methoden verwendet wurden, stützen sich heute ausschließlich auf die Ergebnisse der numerischen Wettervorhersage. Hier ist jedoch zu berücksichtigen, daß deren Güte vom vierten Vorhersagetag deutlich abnimmt. Die Vorhersagen müssen sich daher auf allgemeine Angaben des Witterungscharakters beschränken und nehmen damit nur Bezug auf die großräumigen Zirkulationsformen und deren Veränderungen. Eine genaue zeitliche oder örtliche Vorhersage eines kleinräumigen Wetterereignisses ist nicht mehr möglich.

Mit der Vorhersage für den sechsten/siebten Tag erreichen alle heute verfügbaren numerischen Modelle ihre Leistungsgrenze. Die Qualität der Ergebnisse der numerischen Modellrechnungen für den Zeitraum vom 7. bis 10. Tag rechtfertigt die regelmäßige Verwendung der Ergebnisse noch nicht.

5 Monats- und Jahreszeitevorschau

In diesem Größenbereich sind nur Vorhersagen von Monats- bzw. Jahreszeiten-Mittelwerten bzw. deren Abweichungen vom klimatologischen Mittelwert bezüglich der Temperatur oder des Niederschlags als sinnvoll anzusehen. Man spricht dann nicht mehr von Wettervorhersagen, sondern von Witterungshinweisen.

Die vom DWD intern erarbeiteten monatlichen Witterungshinweise, die auf statistischen Methoden basieren, haben so geringe Erfolgsquoten, daß sie nicht an die Öffentlichkeit gegeben werden können.

Numerische Methoden für die Ausarbeitung von fundierten Monats- oder sogar Jahreszeitevorschau existie-

ren zur Zeit noch nicht. Die Frage, ob die wissenschaftlichen Untersuchungen auf diesem Gebiet, an denen auch im Deutschen Wetterdienst weiter gearbeitet wird, zu Methoden führen werden, die einmal die Herausgabe verlässlicher langfristiger Witterungsvorhersagen erlauben, kann derzeit noch nicht beantwortet werden.

Das interessante Satellitenbild

Der Taifun „TIP“ und seine Zugbahn

Der Taifun „TIP“, der sich Anfang Oktober 1979 im westlichen Nordpazifik entwickelte, war einer der markantesten und größten tropischen Wirbelstürme in diesem Jahrhundert. In einer

Veröffentlichung des Meteorological Satellite Center in Tokyo (1) wurde dieser Taifun behandelt; in einer amerikanischen Veröffentlichung wird er als „Supertaifun“ bezeichnet und näher analysiert (2).

Die in der japanischen Veröffentlichung enthaltenen Aufnahmen des japanischen Geostationären Satelliten (GMS) sind besonders eindrucksvoll und lehrreich; sie werden hier in den Abbildungen 1 und 2 wiedergegeben.

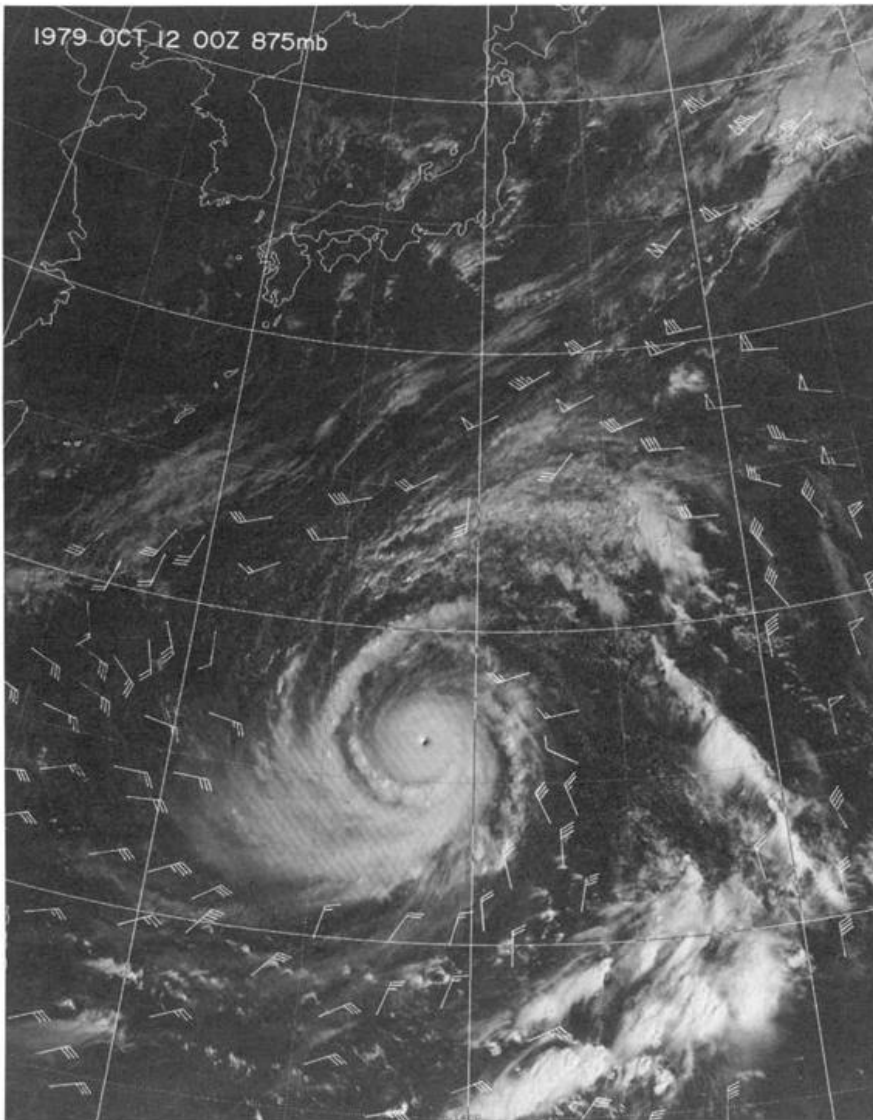
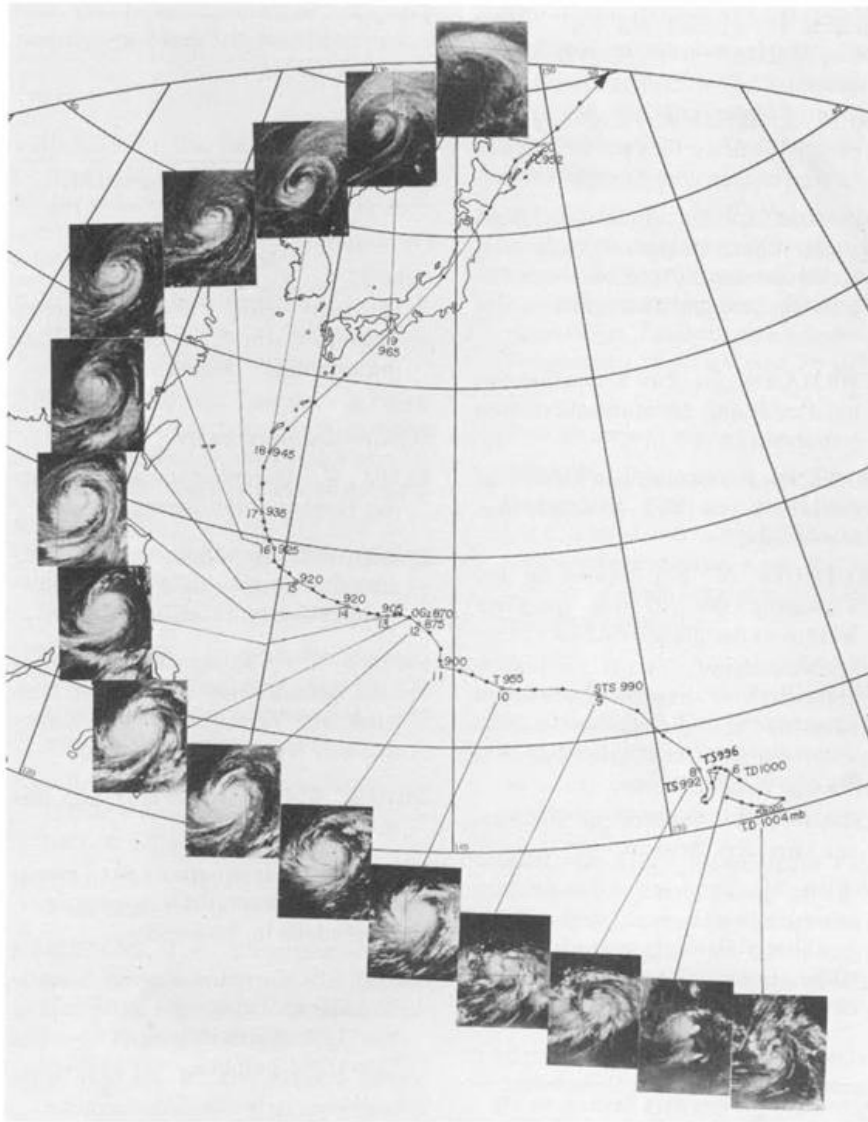


Abb. 1: Der Taifun „TIP“ im japanischen GMS-Bild am 12.10.1979 um 12.00 Z.

Abbildung 1 zeigt den Taifun im sichtbaren Spektralbereich und die Windvektoren am 12.10.00 GMT. Das Auge im Zentrum des Taifuns ist deutlich zu sehen. Aktive Konvektionswolken umgeben spiralförmig das Sturmzentrum. Die Windvektoren wurden aus der im Meteorological Satellite Center berechneten Verlagerung der Wolken abgeleitet. Das antizyklonale Ausströmen in höheren Schichten rings um das Sturmzentrum ist klar zu erkennen.

Abbildung 2 zeigt tägliche Infrarotbilder (um 00 GMT) und die Zugbahn des Taifuns „TIP“ vom 5. bis 20. Oktober 1979. Am 10. Oktober wies „TIP“ ein gut ausgeprägtes Wolkenfeld und einen Kerndruck von 955 mbar im Meeresniveau auf. Das Auge des Taifuns erschien am 10.10. um 10.00 GMT. Danach entwickelte sich „TIP“ stürmisch und erreichte einen Kerndruck von 870 mbar am 12.10. um 04.00 GMT. Dies ist der niedrigste, von einem Flugzeug aus jemals gemessene Luftdruckwert. Das Wolkenfeld von „TIP“ verlor seine kreisförmige Gestalt und dehnte sich seit dem 17. 10. 06.00 GMT von NE nach SW aus. Danach verlagerte sich „TIP“ nordwärts und bildete sich schließlich am



19.10. 18.00 GMT in eine außertropische Zyklone um, die in der Westdrift rasch Japan überquerte.

Die ausgezeichneten Originalabbildungen wurden vom Direktor des Meteorological Satellite Center, Herrn HIROSHI ITO, für den Nachdruck in Promet zur Verfügung gestellt. Die Hauptschriftleitung dankt Herrn HIROSHI ITO, der auch eine Übersetzung des japanischen Originaltextes zu den Abbildungen 1 und 2 ins Englische besorgt hat, für dieses große Entgegenkommen herzlich.

Literatur:

- (1) K. WATANABE; Y. WATANABE; Y. YUYAMA, H. YASOSHINA; C. YADA: The life of the typhoon „TIP“ and the GMS observations. Meteorol. Satellite Center, Tokyo, Techn. Note No. 2 (1980) (jap.)
- (2) DUNNAVAN, G. M.; DIERCKS, J.W.: An analysis of super typhoon Tip (October 1979). Monthly Weather Rev. 108 (1980) S. 1915 – 1923.

Abb. 2: Zugbahn und Infrarotbilder des Taifuns „TIP“ vom 5.–20.10.1979

Habilitationen, Promotionen und Diplom-Hauptprüfungen an den Universitäten der Bundesrepublik Deutschland und West-Berlins im Jahre 1980

Freie Universität Berlin

Promotion

PETZOLD, K.: Synoptische Stratopausenmethode zur Berechnung von Temperaturprofilen aus Satellitenmessungen der Infrarotstrahlung während winterlicher Stratosphärenwärmungen.

Diplom-Hauptprüfungen

ALBRECHT, CHR.: Lokalklimatologische Untersuchung über die mittlere Temperaturverteilung in Berlin.

BLOCK, H.-J.: Grundlagen und Aspekte der Gebäudeumströmung. Statistik kurzzeitiger Windrichtungsänderungen.

FREUER, CHR.: Untersuchungen über die mittlere nächtliche Minimumtemperatur in P- und A-Luftmassen für Berlin und deren Vordersage.

FRIES, B.: Der Helligkeitsverlauf während der Dämmerung in Abhängigkeit von der Bewölkung und Trübung der Atmosphäre.

GRÄTZ, A.: Der Einfluß wechselnder Bodenrauigkeit auf die Höhe der Adaptionsschicht und das bodennahe Windprofil.

JOBST, S.: Standardisierung von Daten geostationärer und polarumlaufender Satelliten im infraroten Spektralbereich von 10,5–12,5 μm .

NIEDEK, S.: Meteorologische Gefahren im Flughafennahbereich unter besonderer Berücksichtigung der Wake Turbulence.

NIEDEK-WESTENBURGER, I.: Meteorologische Faktoren bei Flugzeugunfällen unter besonderer Berücksichtigung von kritischen Windverhältnissen.

PAUL, G.: Über die Verwendbarkeit des quasigeostrophischen, baroklinen Modells: Omega- und Tendenzgleichung geprüft mit Hilfe des baroklinen, numerischen Modells des Deutschen Wetterdienstes.

PETER, R.: Gegenwartsprobleme der atmosphärischen Diffusion und der Verschmutzung der Atmosphäre.

RAJEWSKI, A.: Die Kondensationskern- und Staubverhältnisse in Berlin-Dahlem.

SCHILLING, B.: Dürre in der Sahelzone.

VOLKERT, H.: Meteorologisch bedingte Wasserstandsänderungen des Ozeans.

WOHLERS, G.: Zur Abschätzung des täglichen Temperaturanstiegs an Tagen hoher Einstrahlung in Berlin-Dahlem durch Näherungswerte der zur Luftaufheizung verfügbaren Wärmemenge.

WREGE, H.: Photochemische Luftverunreinigung – meteorologische und chemische Beschreibung; Simulation und Wirkung.

Universität Bonn

Promotionen

HACKER, J.: Der Massen- und Energiehaushalt der Nordhemisphäre in den Jahreszeiten.

HÜSTER, H.: Darstellung der täglichen Bodenluftdruckfelder (1881–1975) im europäisch-ostatlantischen Sektor durch empirische Orthogonalfunktionen (ein objektiver Katalog der Luftdruckverteilungen).

SCHALLER, E.: Die Rolle von Strahlungsprozessen in einem Modell für abgehobene Inversionen.

Diplom-Hauptprüfungen

BIRRONG, W.: Regentropfenspektroskopie als wichtiges Hilfsmittel für die quantitative Niederschlagsmessung mit Radar im speziellen und für die Niederschlagsforschung im allgemeinen.

BUSCH, N.: Die polaren Inversionen.

EBEL, U.: Inversionen im pazifischen Raum.

EMEIS, S.: Bilanz der vertikal gemittelten Vorticity für zwei ausgewählte Wetterlagen über Europa.

GRAMBACH, K.: Praktische und theoretische Untersuchungen von Gebietsniederschlägen einzelner Regenerenignisse im Einzugsgebiet der oberen Swist.

HERRMANN, E.: Zur Stromfunktionsdarstellung der atmosphärischen Impulsbilanz.

INGMANN, P.: Ortung von Gewittern mit Hilfe von VFL-Atmospheric-Messungen.

KALTHOFF, N.: Ein Beispiel für den Tagesgang des Stromes fühlbarer Wärme in der planetarischen Grenzschicht.

RICHTER, K.-G.: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Verdunstungswerten am Beispiel des Steinhuder Meeres.

SCHMIDT, P.: Abgehobene Inversionen über dem Atlantik.

WEYER, M.: Vergleich regionaler Monatsmittelwerte von Niederschlag, Strahlungsbilanz, latenter und sensibler Energiedichte an der Erdoberfläche.

Technische Universität Braunschweig

Promotionen

BARNSTORF, H.: Stromschichten im interplanetaren Plasma.

KESSELS, W.: Die Bestimmung des stationären Temperaturgradienten und des geothermischen Wärmeflusses aus Flachbohrungen.

LUZEMANN, M.: Elektrodynamische Wechselwirkung des Io mit der Jupitermagnetosphäre.

MAURER, H.: Modellparameter des polaren Elektrojet, erschlossen aus Magnetfeldmessungen längs eines Profiles.

Diplom-Hauptprüfungen

DREWS, P.: Korrelation zwischen Radarrückstreuung des Polaren Elektrojets und magnetischen Variationen am Erdboden.

STEIN, G.: Analyse und Korrektur von Fehlern in transformierten Magnetfelddaten, angewandt auf Raketenmessungen.

TRY, K.: Modellrechnungen zur Sektorstruktur des interplanetarischen Magnetfeldes.

Technische Hochschule Darmstadt

Promotion

DIETZER, B.: Statistische Untersuchungen zum atmosphärischen Transport von Schwefeldioxid über mittlräumige Distanzen.

Diplom-Hauptprüfungen

BLUM, W.: Untersuchungen zur lokalen Temperaturvorhersage.

BUCHHOLD, M.: Numerische 2 D-Simulation meso-skaliiger Phänomene in gebirgigem Gelände.

FRANZ, K.-P.: Konstruktion, Aufbau und Betrieb einer Anlage zur Messung der turbulenten Fluktuationen von Wind und Temperatur.

GRIMM, K.-H.: Architektur und Meteorologie.

GROSS, G.: Untersuchung zur Brauchbarkeit hydrostatisch approximierter Modelle im Meso-Scale.

GRUPE, D. G.: Modelle zur Simulation der großräumigen Ausbreitung von Luftverunreinigungen – Ein Literatur-Überblick.

KOPPERT, H.-J.: Strömungen unter einer starken Temperatur-Inversion in gebirgigem Gelände – ein numerisches Modell.

OCHS, K.: Zur Interpolation von Vertikalprofilen der Temperatur und des Windes mit Hilfe eines Grenzschichtmodelles.

SCHAAF, G.: Immissionsuntersuchungen mit Hilfe der Faktorenanalyse.

SCHULTZ, C.: Vergleich verschiedener Kühlturmmodelle.

VERENKOTTE, H.: Versuche zur Extrapolation einer Luftdruckreihe unter Anwendung von Filtern bestimmter Durchlaßeigenschaften.

WEBER, H.: Erfassung des Effektes anthropogener Wärmequellen mit einem eindimensionalen numerischen Modell der unteren Atmosphäre.

WINKELMANN, J.: Strömung unter starken Inversionen in gebirgigem Gelände.

Universität Frankfurt am Main

Promotion

FRICKE, W.: Die Bildung und Verteilung von anthropogenem Ozon in der unteren Troposphäre.

Diplom-Hauptprüfungen

BELTZ, N.: Eine dynamische gravimetrische Methode zur Eichung luftchemischer Analysengeräte.

BERRSHEIM, H.: Der Beitrag vulkanischer Exhalationen zum globalen atmosphärischen Schwefelhaushalt, untersucht am Beispiel des Ätna (Sizilien).

DOLD, B.: Windfeld und Divergenz in Frankfurt/Main. Eine empirische Abschätzung.

GOETHEL, M.: Untersuchung ausgewählter Quellen und Senken des atmosphärischen Ammoniaks mit einem neuen Probenverfahren.

HERRMANN, J.: Untersuchung von Quellen und Senken des atmosphärischen Schwefelwasserstoffs.

HÖLTJE, J.: Quellen und Senken des Ammoniaks.

METTERNICH, P.: Elementanalyse atmosphärischer Aerosole in Frankfurt/Main für den Zeitraum 1966 bis 1977 mittels PIXE.

MUSCHALIK, B.: Der Einfluß meteorologischer Parameter auf die bodennahe Oxidationsverteilung.

Universität Göttingen

Diplom-Hauptprüfungen

MIETH, U.: Die Wirkung von Rauigkeitsänderungen auf die dynamischen Größen der Prandtl-Schicht und der gesamten planetarischen Grenzschicht.

SCHNIER, J.: Die Bestimmung des höhenabhängigen Flusses der trockenen statischen Energie aus Radiosondenmessungen.

Universität Hamburg

Promotionen

LEMKE, P.: Application of the inverse modelling – technique to Arctic and Antarctic sea ice anomalies.

LINDE, B.: Ein Beitrag zur Messung des seegangserzeugten Infraschalls in Hamburg und dessen Zusammenhang mit der Mikroseismik und den atmosphärischen Ausbreitungsbedingungen.

SCHÖNWALD, B.: Ableitung des vertikalen Temperaturprofils der atmosphärischen Grenzschicht aus Strahllichtmessungen unter verschiedenen Zenitdistanzen auf den Frequenzen 54,5 GHz und 58 GHz.

Diplom-Hauptprüfungen

BLOHM, R.: Bestimmung des Temperaturprofils der planetarischen Grenzschicht aus winkelabhängigen Strahlungsmessungen unter Berücksichtigung einer vorgegebenen unteren Inversionshöhe.

MENSING, C.: Ein Vergleich von Parameterisierungen konvektiver Energietransporte für numerische Modelle der Atmosphäre unter Verwendung von Messungen aus arktischen und tropischen Regionen.

NIMOH, G. A.-K.: Ausgesuchte Fälle für den Zusammenhang zwischen hoher SO₂-Konzentration an einem erhöhten Punkt im Hamburger Stadtgebiet und meteorologischen Parametern.

RABE, W.: Einfluß atmosphärischer Spurenstoffe auf den Strahlungshaushalt der Atmosphäre.

WESTPHAL, J.: Untersuchungen zur Qualitätsverbesserung von Doppeler-Sodar-Analyseverfahren.

Technische Universität Hannover

Promotion

VON HOYNINGEN-HUENE, J.: Mikrometeorologische Untersuchungen zur Evapotranspiration von bewässerten Pflanzenbeständen.

Diplom-Hauptprüfungen

ADAMS, L.: Der Wasserstand des Tschad-Sees in Abhängigkeit von meteorologischen und hydrologischen Größen.

BECKRÖGE, W.: Auswirkungen von Parkanlagen auf die städtische Wärmeinsel. Messungen an einer Grünanlage im Zentrum Hannovers sowie Modellberechnungen von Park- und Stadttemperaturen.

BUHR, H.: Vergleichende Untersuchung der Windprofile in einem Buchen- und einem Fichtenbestand im Solling.

DETERING, H. W.: Ein Modell der neutralen und horizontal homogenen Grenzschicht im Meer und in der Atmosphäre.

FLEISCHHAUER, G.: Das Klima der Sahara.

HERING, R.: Beobachtungen von Grenzschichtstrahlströmen und Ansätzen zu deren Erklärung in der Literatur der Jahre 1972–1978.

HERUD, G.: Der Wettereinfluß auf die vertikalen Windprofile eines Fichtenbestandes und über einer Wiesenfläche im Solling.

KITTLER, R.: Vorhersage der Überschreitungswahrscheinlichkeiten für hochwasserauslösende Niederschläge im Einzugsgebiet der Leine.

KOLETZKO, G.: Meteorologische Datenerfassung mit einem Mikrocomputer.

NASDALACK, S.: Ergebnisse zehnjähriger Lysimetermessungen in Hannover-Herrenhausen (1965–1974).

SIEWERT, G.: Nächtliche Grenzschichtstrahlströme über Norddeutschland – eine synoptische Analyse.

VON STÜLPNAGEL, A.: Planungsrelevante Aspekte des Stadtklimas – Literaturanalyse.

TRAPP, R.: Vorbereitende Untersuchungen zur Vermessung des Grenzschicht-Strahlstroms.

WENDT, S.: Jahres- und Tagesgänge der Windgeschwindigkeit innerhalb der bodennahen Luftschicht in verschiedenen Klimazonen.

WIENERT, U.: Versuch einer quantitativen Oberflächentemperaturanalyse von Flugzeugscanneraufnahmen im thermischen Infrarot.

Universität (TH) Karlsruhe

Diplom-Hauptprüfung

RATH, J.: Meteorologische Strahlungseinflüsse auf die Energiebilanz von Gebäuden.

Universität Kiel

Diplom-Hauptprüfungen

- BARKMANN, W.: Spektrale Betrachtung des vertikal integrierten Feuchteflusses an sieben ausgewählten aerologischen Meßstationen im Ostseeraum.
- BENNER, M. J.: Statistische Beschreibung mikrometeorologischer Parameter über der Kieler Bucht.
- BRAUN, K.: Untersuchung von Temperaturspektren an zwei Meßstationen in der Kieler Bucht und einer Landstation in Eggebek im Sommerhalbjahr 1977 in der Kieler Bucht.
- DAUB, P.: Wind-, Temperatur- und Feuchteprofile über der Kieler Bucht im Zeitraum April bis Oktober 1977.
- EBBRECHT, H.-G.: Die verfügbare potentielle Energie des planetarischen Wirbels und ihre jährliche Variation.
- GEBEL, H.: Luftmassenanalyse im Ostseebereich.
- ISEMER, H.-J.: Der Vergleich zwischen den Berechnungen der Schubspannungen aus Gradientwind und geostrophischem Wind über der Ostsee während „BALTIC '75“.
- JANSSEN, H.-A.: Untersuchung von Windspektren an zwei Meßstationen in der Kieler Bucht.
- KOEPPE, D.: Spektren und Co-Spektren des Bodenluftdrucks für das gesamte Jahr 1968 gewonnen aus synoptischen Beobachtungen einer größeren Anzahl von Stationen (123) in der näheren und weiteren Umgebung der Ostsee.
- STRUNK, H.-A.: Die kinetische Energie des planetarischen Wirbels und ihre jährliche Variation.

Universität Köln

Promotion

- BEHNKE, W.: Ein- und zweidimensionale Modellierung der planetarischen Grenzschicht.

Diplom-Hauptprüfungen

- BONGARTZ, L.: Verifizierung der Schließungsbedingungen der Kumulus-Konvektion nach der Methode von Arakawa-Schubert.

- KINNE, M.: Der solare Strahlungshaushalt in der Bundesrepublik Deutschland.

- KRAMM, G.: Eine Grenzschichtsonde zur Messung der Vertikalprofile von Wind, Temperatur und Feuchte.

- MEDROW, W.: Niederschlagsbestimmung über dem tropischen Ostatlantik mit Hilfe der von Nimbus 5 gemessenen Mikrowellenstrahlung bei 19,35 Ghz nach einem Modell von Jung und Vergleich mit Radarmessungen.

Universität Mainz

Promotion

- HAUF, T.: Schallfilterung im konvektiven Scale.

Diplom-Hauptprüfungen

- FORKEL, R.: Die prognostischen Gleichungen für die Temperatur und den Flüssigwassergehalt im Erdboden.

- JAGOUTZ, H.: Beschleunigtes Verfahren zur Berechnung infraroter Strahlungsströme und deren Divergenzen in wolkenlosen und bewölkten Atmosphären.

- VON HOLLEUFFER-KYPKE, R.: Untersuchung über die Aussagekraft von stichprobenartigen Messungen von Massen- und Anzahlkonzentrationen atmosphärischer Schwebeteilchen im Stadtgebiet Worms.

- KLANTE, B.: Untersuchung der Aerosolstruktur in der Nähe innerstädtischer Straßen – ein Beitrag zur Stadtklimatologie.

- MAIER, W.: Reflexion von Schallwellen an einer Phasengrenzfläche.

- MEYER, A.: Synopsis der verschiedenen neueren Zirkulationsmodelle, speziell der verschiedenen Parameterisierungsansätze.

- WIEGNER, M.: Aufbau und Eichung eines Spektralphotometers zur Messung des atmosphärischen Gesamtwasserdampfgehaltes.

**Universität München
Meteorologisches Institut**

Promotionen

- BANGERT, W.: Bestimmung von Spurengasverteilungen in der oberen Atmosphäre aus der Messung der Emission von O₂ (1Δ_g) bei 1,27 μm.

- ESCHER-VETTER, H.: Der Strahlungshaushalt des Vernagtferners als Basis der Energiehaushaltsberechnung zur Bestimmung der Schmelzwasserproduktion eines Alpengletschers.

- SCHEIDLE, R.: Ein zweiter Produktionsmechanismus für OH, nachgewiesen durch Ballonmessungen des OH-Himmelsleuchtens in verschiedenen Banden im nahen Infrarot.

Diplom-Hauptprüfungen

- LÖSSLEIN, H.: Das bodennahe Windfeld bei Starkwind und Sturm im Hinblick auf Bauwerksbelastungen.

- LÜDECKE, C.: Bestimmung von HNO₃-Profilen aus Horizontsondiermessungen.

- POLLINGER, W.: Messung und Berechnung der spektralen Reflexion einer Hochnebeldecke.

- SEMMLER, H.: Das Windfeld am Haardtrand an zwei Tagen während MESOKLIP.

- ULRICH, W.: Barotrope Umströmung von langgestreckten Gebirgen.

- WAGNER, G.: Lineare Theorie stehender meso-skaliger Wellen, angewandt auf das Gebiet Oberrheingraben.

**Universität München
Lehrstuhl für Bioklimatologie und Angewandte Meteorologie**

Diplom-Hauptprüfungen

- BRÜNDL, W.: Das Klima in München.

- VAITL, W.: Die menschliche Wärmebilanz in verschiedenen Innenräumen.

Berichtigung

Im Heft 1'81 ist auf der Seite 8 (1. Sp.) der 1. Satz unter Abschnitt 2.5 zu streichen. Es muß dafür heißen: Zu den Modellgleichungen (6) bis (12) gehören noch die entsprechenden Randbedingungen für die einzelnen Variablen.

17. Internationale Tagung für Alpine Meteorologie in Berchtesgaden, 21.–25. September 1982

Der Deutsche Wetterdienst veranstaltet vom 21. bis 25. September 1982 in Berchtesgaden die

17. Internationale Tagung für Alpine Meteorologie (ITAM-'82).

Folgende Themenkreise sollen auf dieser Tagung behandelt werden:

I. ALPEX-Übersichtsvortrag

(Zielsetzung, Durchführung der Meßprogramme, bisherige und vorläufige Ergebnisse)

II. Synoptische Phänomene

(z.B. Deformation von Störungen, Leezyklogenese, Vorhersageprobleme)

III. Regionale und mesoskalige Prozesse

(z.B. Wellenbildungen, Stau- und Föhn-effekte, Gebirgs widerstand)

IV. Lokale Phänomene

(z.B. thermische Zirkulationen, Kanalisierungseffekte)

V. Mittel- und Hochgebirgsklimatologie

VI. Hydrologie und Glaziologie

Anmeldungsformulare können beim Deutschen Wetterdienst, Zentralamt, Frankfurter Straße 135, D-6050 Offenbach, angefordert werden.

Teilnehmer an dieser Tagung, die einen Vortrag zu einem der obengenannten Themenkreise halten möchten, werden gebeten, eine kurze Zusammenfassung ihres Vortrages (maximal 20 Zeilen) bis zum 15. Febr. 1982 an den

Programmausschuß ITAM-'82
Deutscher Wetterdienst
Zentralamt
Frankfurter Straße 135
D-6050 Offenbach

einzusenden.

Anschriften der Autoren

Prof. Dr. H. Fortak
Institut für Geophysikalische Wissenschaften
– Fachrichtung Theoretische Meteorologie –
Thielallee 49
1000 Berlin 30

Dr. H. Wengle
Hochschule der Bundeswehr München
Fachbereich Luft- und Raumfahrttechnik – Strömungsmechanik
Werner-Heisenberg-Weg 39
8014 Neubiberg

K. Gasiorowski
Am Sood 10
2000 Norderstedt

Prof. Dr. H. Reuter
Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik
Hohe Warte 38
A-1190 Wien

Dr.-Ing. M. Schatzmann
Universität Karlsruhe – Sonderforschungsbereich 80
Postfach 6380
7500 Karlsruhe

Dipl.-Met. K. Nester
Kernforschungszentrum Karlsruhe
Abt. Strahlenschutz und Sicherheit
Postfach 6380
7500 Karlsruhe

Dr. M. Dunst
Meteorologisches Institut der Universität Hamburg
Bundesstraße 55
2000 Hamburg 13

Prof. Dr. F. Wippermann
Institut für Meteorologie der TH Darmstadt
6100 Darmstadt

Dipl.-Met. G. Tangermann-Dlugi
Meteorologisches Institut der Universität Karlsruhe
Kaiserstraße 12 (Physik-Hochhaus)
7500 Karlsruhe 1

Dr. J. Pankrath
Umweltbundesamt
Bismarckplatz 1
1000 Berlin 33

Prof. Dr. Ing. E. J. Plate
A. Loymeyer
Institut für Wasserbau III an der Universität Karlsruhe
Kaiserstraße 12
7500 Karlsruhe 1