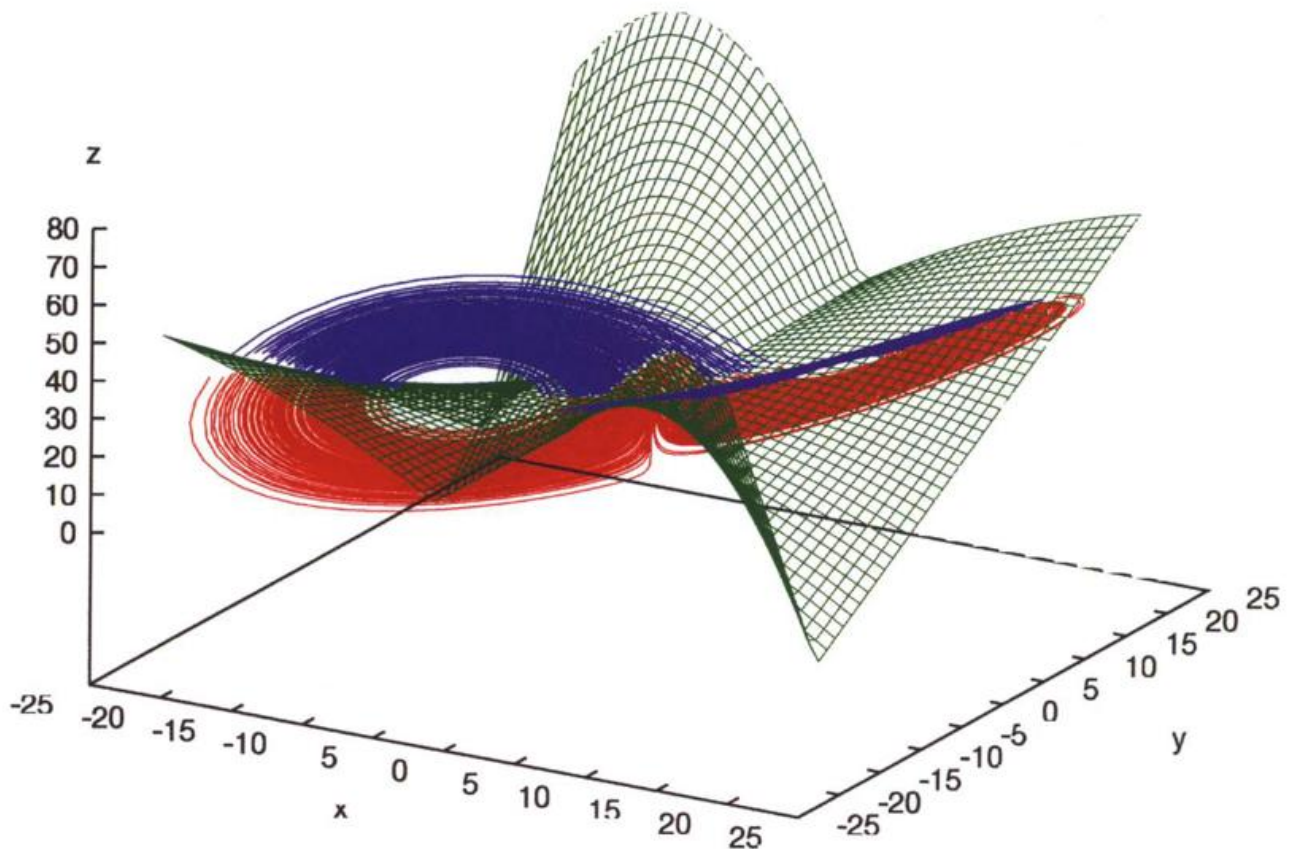




Aktuelle Beiträge zu Grundfragen der Meteorologie



Herausgeber

Deutscher Wetterdienst

Hauptschriftleiter

Dipl.-Met. H.-D. Kirch

Redaktionsausschuß

Dipl.-Met. U. Gärtner (Offenbach a. M.)

Prof. Dr. J. Egger (München)

Prof. Dr. F. Fiedler (Karlsruhe)

Prof. Dr. G. Groß (Hannover)

Dipl.-Met. H. Kruse (Traben-Trarbach)

Dr. E. Müller (Offenbach a. M.)

Dr. J. Neisser (Lindenberg)

Prof. Dr. Chr.-D. Schönwiese (Frankfurt a.M.)

Dr. R. Simonis (Langen/Hess.)

Prof. Dr. G. Tetzlaff (Leipzig)

Zum Titelbild:

Zum Verständnis des Titelbildes wird auf den Beitrag 2 von K. Fraedrich verwiesen. Es entspricht dem Bild 7c, das im Abschnitt 4 (S. 76) über Vorhersagbarkeit besprochen wird.

Untergrenze (grün) eines Gebietes im Lorenz-Attraktor, das ausschließlich negative Realteile (oben) der lokalen Jacobimatrix enthält. Sie trennt Regionen besonders guter (oben) und schlechter (unten) Kurzfrist-Vorhersagbarkeit. Die Teil-Trajektorie verdeutlicht die Lage des Attraktors bezüglich dieser Vorhersagbarkeits-Struktur. Sie ist im Gebiet mit kleinen (großen) Fehler-Wachstumsraten blau (rot) eingefärbt (nach ZIEHMANN et al. 1995).

promet erscheint im Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes – Zentralamt – Frankfurter Straße 135, 63067 Offenbach am Main. Bezugspreis pro Jahrgang (4 Hefte) im Abonnement DM 44,-, Einzelheft DM 12,-, Doppelheft DM 24,-, Dreifachheft DM 36,-. Für den Inhalt der Arbeiten sind die Autoren verantwortlich. Alle Rechte bleiben vorbehalten.

Druck: Weppert GmbH & Co. KG
97422 Schweinfurt
Zehntstraße 17

ISSN 0340-4552

Meteorologische Fortbildung

25. Jahrgang, Heft 3, 1996

Thema des Heftes:

Aktuelle Beiträge zu Grundfragen der Meteorologie

(Fachliche Redaktion: J. O. Strüning, Traben-Trarbach)

Inhalt	Seite
Zur Einführung	53
Chr.-D. SCHÖNWIESE	
1 Der anthropogene Treibhauseffekt in Konkurrenz zu natürlichen Klimaänderungen	53
K. FRAEDRICH	
2 Das Lorenz-Modell – ein Paradigma für Wetter und Vorhersagbarkeit	62
G. ADRIAN	
3 Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Erdboden und Atmosphäre in Regionalmodellen	80
Buchbesprechungen – Neuerscheinungen	87

Thema des Heftes: Aktuelle Beiträge zu Grundfragen der Meteorologie

Zur Einführung

Die Deutsche Meteorologische Gesellschaft, Zweigverein Rheinland, veranstaltete im Meteorologischen Institut der Universität Köln im April 1995 eine Vortragsreihe zu dem Thema

Nichtmeteorologische Einflüsse auf meteorologische Prozesse.

Die Planung und Durchführung dieser Veranstaltung übernahm dankenswerterweise das Amt für Wehrgeophysik in Traben-Trarbach, durch dessen Engagement namhafte Referenten eingeladen werden konnten, die über aktuelle Fragen der Meteorologie vortrugen. Um diese grundlegenden Ausführungen allen zugänglich zu machen, entstand die Idee, die Inhalte der Vorträge als Veröffentlichung in einem Heft der Zeitschrift *promet – meteorologische fortbildung* herauszugeben. Den Referenten, den Organisatoren und den an der Veröffentlichung Beteiligten spreche ich an dieser Stelle meinen Dank aus.

G. Tetzlaff

Chr. -D. SCHÖNWIESE

1 Der anthropogene Treibhauseffekt in Konkurrenz zu natürlichen Klimaänderungen

1 Einführung

Es gibt nur wenige geowissenschaftliche Problemkreise, die derartig im Blickpunkt des öffentlichen Interesses stehen wie das Klima. Das hängt vor allem mit zwei Tatsachen zusammen: a) Die Bio-/Anthroposphäre, d. h. das Leben auf der Erde einschließlich der Menschheit, ist von der Gunst des Klimas hochgradig abhängig; zusammenfassend spricht man vom ökologischen (Biosphäre) und sozioökonomischen (Anthroposphäre) Klimainpakt. b) Eine Reihe menschlicher Aktivitäten beeinflusst das Klima, und dies – soweit wir wissen – überwiegend zu seinem Nachteil. Diese fatale Wechselbeziehung Klima-Mensch-Klima hat – gemessen an den wissenschaftlichen Erkenntnissen und Warnungen – relativ spät auch zu öffentlicher Aufmerksamkeit und politischen Aktivitäten geführt. Hervorgehoben seien hier die wissenschaftlichen Statusberichte des UN Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC; HOUGHTON et al. 1990, 1992, 1996), das *Rahmenübereinkommen der Vereinten Nationen über Klimaänderungen* (UN Conference on Environment and Development, UNCED, Rio de Janeiro, Juni 1992, seit März 1994 in Kraft), sowie die Empfehlungen der Enquête-Kommission des deutschen Bundestages *Vorsorge zum Schutz der Erdatmosphäre* (1990, 1995).

Diese Empfehlungen beinhalten für Deutschland u. a. eine Reduktion der CO₂-Emission in die Atmosphäre um 30% (von der Bundesregierung als Beschluß 25–30% übernommen) bis zum Jahr 2005 gegenüber 1987

(neuerdings 1990) und für die Industrienationen um 80% bis zur Mitte des kommenden Jahrhunderts. Dies ist konsistent mit der weltweiten 60%-Reduktionsforderung des IPCC zur Stabilisierung des Klimas. Es ist verständlich, wenn angesichts solcher Forderungen kräftiger Gegenwind aufkommt, ja die leider oft wenig sachliche öffentliche Diskussion vom Extrem der „Klimakatastrophe“ in das andere Extrem des „Klimaschwindels“ umschlägt. Denn obwohl der Verlauf der Klimageschichte durch eine schier unüberschaubare Fülle von paläo- (indirekte Rekonstruktionen) und neoklimatologischen (direkte Messungen) Informationen erhellt ist (SCHÖNWIESE, 1994, 1995), gibt es noch immer große Informationslücken, bereitet die ursächliche Interpretation der dadurch erfaßten Klimavariationen schwerwiegende Probleme. Und obwohl die derzeit fortgeschrittensten Klimamodelle die größten Rechenanlagen der Welt pro Simulation monatlang beschäftigen, sind die daraus resultierenden Vorhersagen keineswegs sicher.

Es wäre nun aber wenig sinnvoll – im Bewußtsein des Risikoausmaßes sogar unverantwortlich – angesichts solcher Probleme und Unsicherheiten die Flinte ins Korn zu werfen. Vielmehr kommt es darauf an, erkennbare Fakten, Irrtümer, Nicht-Wissen und Wahrscheinlichkeiten sauber zu differenzieren. Es ist eine Binsenweisheit, daß Wissenschaft niemals alles weiß; darauf warten zu wollen wäre ein besonders folgenschwerer Irrtum. Vielmehr müssen aufgrund der derzeitigen erkennbaren Fakten und Wahrscheinlichkeiten Entschei-

dungen getroffen werden, ja müssen wir auch in der Öffentlichkeit und Politik lernen, mit Wahrscheinlichkeiten besser umzugehen. Im folgenden soll – in kurzer Auswahl der hier eingangs umrissenen Problematik – zunächst das wissenschaftliche Potential zu den Fakten und Wahrscheinlichkeiten des anthropogenen Treibhauseffektes zusammengefaßt werden. Dabei stellt sich sehr schnell heraus – und das ist das eigentliche Anliegen dieses Beitrages – daß eine solche Diskussion nicht isoliert, sondern im Kontext der weiteren konkurrierenden anthropogenen Einflüsse auf das Klima und insbesondere der natürlichen Klimavariationen geführt werden muß.

2 Anthropogener „Treibhauseffekt“

Zum anthropogenen Treibhauseffekt ist bereits so viel gesagt und geschrieben worden (IPCC usw.), daß hier nur das wesentlichste aufgelistet werden soll. Physikalischer Hintergrund ist dabei das Faktum, daß bestimmte Spurengase der Atmosphäre in bestimmten Wellenlängenbereichen Absorptionsbanden besitzen, welche zu einer teilweisen Blockierung der terrestrischen Wärmeabstrahlung in die obere Atmosphäre und den Weltraum führen (IR-Absorber), während gleichzeitig die solare Einstrahlung durch diese Gase entweder nicht tangiert wird oder auf diesem Weg keine Kompensation eintritt. Als weiteres Faktum folgt daraus, daß sich diese ähnlich einem Treibhaus wirkende Wärmefalle bei einem atmosphärischen Konzentrationsanstieg solcher Gase intensivieren, d. h. die Erwärmung der unteren Atmosphäre ansteigen muß.

Weiterhin ist wichtig, zwischen dem natürlichen Treibhauseffekt und seiner anthropogenen Verstärkung (anthropogener Zusatz-Treibhauseffekt) zu unterscheiden sowie sich die folgenden Grundtatsachen in Erinnerung zu rufen:

- Die Temperatureffekte und somit die Rangfolge der beteiligten Treibhausgase sind beim natürlichen Treibhauseffekt und seiner anthropogenen Verstärkung sehr unterschiedlich, vgl. Tab. 1.
- Während das Ausmaß des natürlichen Treibhauseffektes hinsichtlich der bodennahen, global gemittelten Lufttemperatur meist mit + 33 K (d. h. Anstieg von – 18 °C auf + 15 °C) angegeben wird, alternativ auch ca. + 15 K (ROEDEL 1992), fällt die Abschätzung der entsprechenden Erwärmung beim anthropogenen Zusatzeffekt je nach modellbedingter Berücksichtigung der im Klimasystem (Atmo-/Hydro-/Kryo-/Pedo-/Litho-/Biosphäre) enthaltenen Rückkopplungen unterschiedlich aus, vgl. Bild 1 (weitere Diskussion dazu folgt). Dies führt zu erheblichen quantitativen Unsicherheiten (in Bild 1 zu 0,7 bis 5,2 K bzw. 2,1 bis 4,6 K global gemittelte Temperaturerhöhung bei CO₂-Verdoppelung im Gleichgewicht), die sich bei regionaler Betrachtung noch erhöhen.
- Noch größere Unsicherheiten ergeben sich, wenn die Abschätzungen über das Klimaelement Temperatur hinausgehen; denn – wie auch die Klimageschichte

Tabelle 1: Übersicht einiger atmosphärischer Charakteristika klimawirksamer Spurengase (nach IPCC, HOUGHTON et al. 1992, 1996).

Spurengas, Symbol	Konzentration in ppm (Vol.)		Beitrag zum „Treibhauseffekt“	
	vorind.	1994	natürl.	anthr. ¹⁾
Kohlendioxid, CO ₂	280	358 ²⁾	22%	61%
Methan, CH ₄	0,70	1,72 ³⁾	2,5%	15%
FCKW-11	0	0,0003	–	} 11%
FCKW-12	0	0,0005	–	
Distickstoffoxid, N ₂ O	0,28	0,31 ⁴⁾	4 %	4 %
Ozon, O ₃ (troposphär.)	?	~ 0,03 ⁵⁾	7 %	} 9%
Wasserdampf, H ₂ O	26000 ⁶⁾ (2,6%)	26000 ⁶⁾ (2,6%)	62%	
Weitere			2,5 %	

- 1) 100 Jahre Zeithorizont
- 2) Emission 29 Gt, davon fossile Energie 75%, Waldrodungen 20%, Holzverbrennung 5%
- 3) Emission 400 Mt, davon fossile Energie 28%, Viehhaltung 22%, Reisanbau 17%, Biomasseverbrennung 7%, Landnutzung 8 %, Müllhalden 7%, Abwasser 7%
- 4) Emission 15 Mt, davon Bodenbearbeitung 44%, Düngung 22%, Nylon-Produktion 15%, fossile Energie 10 %, Biomasseverbrennung 9%
- 5) Emissionsanteile sehr unsicher (Verkehr, fossile Energie u. a.)
- 6) Normmittelwert in Bodennähe (gesamte Troposphäre 1,5%), merkliche anthropogene Emission praktisch nur aus hohem Flugverkehr, aber großer indirekter Beitrag zum anthropogenen Treibhauseffekt

beweist – sind Temperaturänderungen über Änderungen der atmosphärisch-ozeanischen Zirkulation stets auch mit Änderungen von Bewölkung, Niederschlag, Wind usw. verknüpft.

Wenn hier Modellabschätzungen zitiert werden, dann ist damit eine ganze Hierarchie von Klimamodellen gemeint, die bei Vorhersagen auf Szenarien des menschlichen Verhaltens und insbesondere der Energienutzung (CO₂-Emission usw.) aufbauen. Daran schließen sich Stoff-Flußmodelle an, um beispielsweise (im Fall von C-Flüssen) abzuschätzen, welchen Verlauf die atmosphärischen CO₂-Konzentrationen nehmen werden. Im Fall äquivalenter CO₂-Konzentrationen werden die auf anderen Spurengasen beruhenden Beiträge in fiktive CO₂-Konzentrationen umgerechnet und zu den CO₂-Werten addiert. Die nächste Stufe sind die Klimamodelle im engeren Sinn, die aufgrund der Vorgabe von

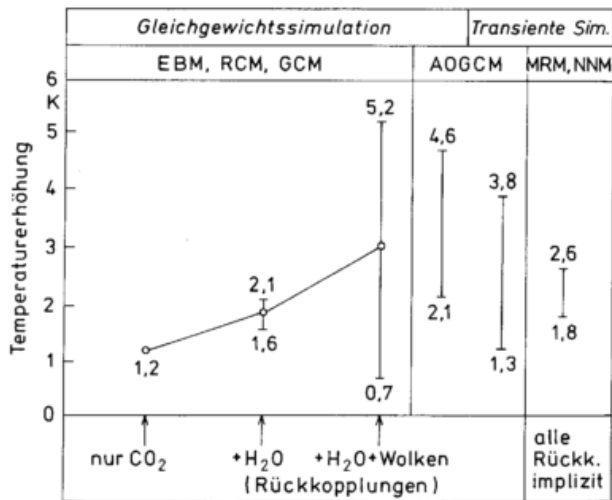


Bild 1: Erhöhung der global gemittelten bodennahen Lufttemperatur für den Fall einer atmosphärischen CO₂-Verdoppelung gegenüber dem vorindustriellen Niveau (anthropogene „Treibhaussignale“), aufgeschlüsselt nach Gleichgewichts- und transienten Modellsimulationen, ohne (nur CO₂) und mit Rückkopplungen. Modelltypen: EBM = Energiebilanz-, RCM = Strahlungskonvektions-, GCM = allgemeines Zirkulationsmodell. (Erfasst sind u. a. 19 GCM-Simulationen; AOGCM sind davon die vier aufwendigsten atmosphärisch-ozeanischen Zirkulationsmodelle). Statistische Modelle auf der Grundlage von Beobachtungsdaten (MRM = multiples Regressions-, NNM = neuronales Netzmodell) enthalten die Rückkopplungen implizit. Viele Quellen, insbesondere IPCC (HOUGHTON et al. 1996, BAYER et al. 1994, SCHÖNWIESE et al. 1996).

Treibhausgaskonzentrationen entsprechende Klimaeffekte erwarten lassen. Schließlich folgen Impactmodelle zur Abschätzung der ökologischen (z. B. Vegetationsverhalten) und sozioökonomischen (z. B. Ernährung, Wasserverfügbarkeit, Landwirtschaft, Konflikte) Folgen. Unerwünschte Klimaänderungen bzw. deren Folgen können und müssen dann zu Strategien der Abwehr bzw. Vorsorge führen, die in Alternativszenarien des Klimaschutzes münden.

Eine gerade in solchen Modellen viel zu selten berücksichtigte Tatsache ist der multiple Charakter des Klimageschehens. Das heißt, das Klima ist nicht nur hochgradig variabel in Raum und Zeit, sondern dies auch aus den unterschiedlichsten Gründen und nicht nur deswegen, weil die atmosphärischen Konzentrationen gewisser Gase angestiegen sind bzw. weiter ansteigen werden. Dabei sind als wichtigste anthropogene Konkurrenten des anthropogenen Zusatz-Treibhauseffektes zu nennen: Stadtklimaeffekte, sonstige Veränderungen der Erdoberfläche, indirekte Effekte des stratosphärischen Ozonabbaus sowie aus reaktiven Schadgasen indirekt resultierende Klimaeffekte, insbesondere die troposphärische Sulfatbildung aus der SO₂-Emission.

3 Anthropogene Konkurrenzmechanismen

Wenn wir uns der Einfachheit halber auf die Temperatur beschränken, so ist das Stadtklima primär durch eine Temperaturerhöhung gegenüber der Umgebung charakterisiert (städtische Wärmeinsel, mit tages- und jahreszeitlichen Besonderheiten; FEZER 1995). Beim Stadtwachstum nehmen auch diese klimatischen Urbanisierungseffekte zu, so daß entsprechende Temperaturanstiege nicht als Änderungen des Globalklimas fehlinterpretiert werden dürfen. Klimatologen versuchen entweder, in den Klimazeitreihen diese Stadteffekte durch sogenannte Homogenisierungen zu unterdrücken oder belegen Stadtstationen mit geringerem Gewicht als ländliche und Bergstationen oder lassen sie sogar bei Globalanalysen weg. So kommen die verschiedenen an der Abschätzung der in Bild 2 dargestellten Zeitreihe der globalen Weltmitteltemperatur beteiligten Arbeitsgruppen (vgl. wiederum IPCC) zu der Aussage, daß der „Stadtfehler“ dabei unter 0,1 K (oder sogar unter 0,05 K) liegt. Auch sonstige auf anthropogene Veränderungen der Erdoberfläche zurückgehende Temperatureffekte (betrifft auch die direkte Wärmezufuhr) wirken sich auf globale bzw. hemisphärische Temperaturmittelwerte nur sehr gering aus, obwohl sie regional durchaus sehr bedeutsam sein können. Die noch immer aktuellen und in Tab. 2 (Spalte GCM) verwendeten Ergebnisse der vergleichenden Modellrechnungen von HANSEN et al. (1988) dehnen diese Aussage auch auf die troposphärischen (untere Atmosphäre bis ca. 10 km Höhe in mittleren Breiten) Folgen des stratosphärischen Ozonabbaus aus, obwohl es dabei eine erhebliche quantitative Unsicherheit gibt. Die wesentlichen Folgen dieses Ozonabbaus sind jedoch biologischer und nicht klimatischer Art.

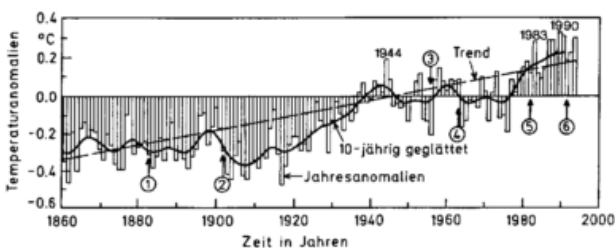


Bild 2: Beobachtete Jahresanomalien 1861 – 1994 (Referenzperiode 1951 – 1980) der bodennahen globalen Mitteltemperatur (nach IPCC, HOUGHTON et al. 1996, bzw. JONES, pers. comm.), zehnjährig geglättete Variationen und linearer Trend (+ 0,55 ± 0,15 K). Einige Abkühlungen sind auf Vulkanausbrüche zurückzuführen, vgl. Pfeile und Nummern: 1 Krakatau (1883/84), 2 Santa Maria (1902/04), 3 Bezymianny (1956), 4 Agung (1963/64), 5 El Chichón (1982), 6 Pinatubo (1991/92); vgl. auch Tab. 3.

Tabelle 2: Übersicht der Klimawirksamkeit anthropogener Treibhausgase im Vergleich zu weiteren anthropogenen sowie natürlichen Einflußmechanismen, jeweils bezüglich der bodennahen globalen Mitteltemperatur und in industrieller Zeit (seit ca. 1800 bis heute) eingetretene Effekte, bei fluktuativen oder episodischen Einflüssen maximale Störung. (Zu GCM, hier meist vereinfachte Version, und statistischen Modellen wie MRM/NNM siehe Text.)

Einflußmechanismus	Strahlungsantrieb in Wm^{-2} nach IPCC	Temperatureffekt in K ($^{\circ}\text{C}$)	
		GCM	MRM/NNM
Anthropogen:			
CO ₂ -Konzentration	+1,56 ¹⁾	(+0,6) ²⁾	+0,5 bis +0,8
äquival. CO ₂ -Konz.	+2,1 bis +2,8	(+1,0) ²⁾	+0,8 bis +1,3
O ₃ , stratosphärisch	-0,1 bis -0,2	-0,01	?
SO ₄ ⁻ , troposphärisch	-0,3 bis -0,9	-0,4 ²⁾	-0,1 bis -0,4
Natürlich:			
SO ₄ ⁻ , stratosphärisch (Vulkanismus)	-1 bis -4 ³⁾	-0,3	-0,2 bis -0,4
Sonnenaktivität	+0,1 bis +0,5	+0,15 ⁴⁾	+0,1 bis +0,2
ENSO	-	?	+0,2 bis +0,3
Wüstenaerosol (Stürme)	?	-0,05	?
Autovariationen (stochastischer Antrieb)	-	±0,15 ⁵⁾	?

- für eine Verdoppelung der CO₂- bzw. äquivalenten CO₂-Konzentration wird meist ein Strahlungsantrieb von ca. 4,5 Wm^{-2} angegeben, was im Gleichgewicht und ohne Rückkopplung einen Temperatureffekt von 1,2 K entspricht, vgl. Bild 1
- graphisch ermittelt nach HASSELMANN et al. (1995) sowie MITCHELL et al. (1995), reiner CO₂-Effekt nach IPCC-Daten grob umgerechnet, alle anderen GCM-Angaben nach HANSEN et al. (1988)
- der obere Wert gilt kurzzeitig für den Pinatuba-Ausbruch; für den jährlich gemittelten Temperatureffekt gibt das IPCC -0,4 K (beobachtet) bzw. -0,4 bis -0,6 K (Modelle) an
- linear korrigiert nach HANSEN et al. (1988)
- ergänzt nach WIGLEY und RAPER (1992)

Dagegen sind die Klimateffekte des troposphärischen Sulfats (SO₄⁻) in den letzten Jahren kontrovers diskutiert und verstärkt in Modellrechnungen behandelt worden. Aber auch schon HANSEN et al. (1988) haben darauf geachtet und schreiben ihnen nach dem CO₂-Effekt die größte Signalstärke zu. (Signale sind Varianzanteile bzw. hier Anteile von Temperaturänderungen, die einer bestimmten Ursache zugeordnet werden können. Die tatsächlich auftretende Varianz bzw. Temperaturvariation ist die Summe aus solchen Signalen, einschließlich der stochastischen, d.h. zufallsbedingten Varianz, auch als „Klima-Rauschen“ bezeichnet.) SO₄⁻ ist ein Folgeprodukt der SO₂-Emission (hier nur anthropogene Quellen und z. B. nicht die biogene Schwefelemission des Ozeans betrachtet) und im Gegensatz zu CO₂, CH₄, FCKW, N₂O

usw. kurzlebig. Somit besitzt es wie das Stadtklima nur eine regionale Bedeutung, wenn auch von größerer „Reichweite“. Drückt man den Strahlungsantrieb in Watt pro Quadratmeter aus, vgl. Tab. 2, so ergibt sich nach dem jüngsten IPCC-Bericht (1996) ein global gemittelter Vergleichswert von -0,3 bis -0,9 Wm^{-2} (aber regional in Mitteleuropa, Nordamerika und Südostasien bis maximal rund 4 Wm^{-2}) gegenüber +2,1 bis +2,8 Wm^{-2} bei den Treibhausgasen (äquivalente CO₂-Konzentration). Eine CO₂-Verdopplung entspricht einem Strahlungsantrieb von ca. 4,5 Wm^{-2} und dies bewirkt – allerdings ohne Rückkopplungen – einem Temperaturanstieg (bodennah und global gemittelt) von 1,2 K, vgl. Bild 1. Die entsprechende bisherige (seit 1800/1850) anthropogen-treibhausbedingte Temperaturerhöhung wird nach neuesten transienten Modellrechnungen (AOGCM, einschließlich Rückkopplungen) auf rund 1K geschätzt (HASSELMANN et al. 1995, MITCHELL et al. 1995), wobei der erstmals simultan berücksichtigte troposphärische Sulfateffekt bei ca. -0,4K liegt. Dies stimmt in der Summe (+0,6K) gut mit dem tatsächlich beobachteten Trend überein, vgl. Bild 2. (Waldrodungen in historischer Zeit liegen mit einigen 10³a nicht im hier betrachteten Scale, obwohl sie sicherlich auch das Klima beeinflusst haben.)

4 Natürliche Konkurrenzmechanismen

Wenn es richtig ist, daß der anthropogene Spurengasanstieg (Zusatz-Treibhauseffekt) – globalklimatisch und in einer dekadisch-säkularen Zeitskala (10¹ – 10²a) gesehen – gegenüber den anderen anthropogenen Einflüssen dominiert, so muß sich unser Blick nun auf die natürlichen Mechanismen richten, die in der Vergangenheit global gemittelte Temperaturvariationen von 0,5 K – dies ist der aus Bild 2 ersichtliche Trend (linear, seit 1861) – und auch erheblich darüber hinaus immer wieder zustandegebracht haben. Somit könnten alle bisher beobachteten Klimavariationen rein natürlichen Ursprungs sein, und immens viele Mechanismen kommen dafür in Frage. Die Situation ist allein deswegen nicht hoffnungslos, weil im hier betrachteten Scale (räumlich: global; zeitlich 10¹ – 10²a) nur eine kleine Auswahl in Betracht kommt: explosiver Vulkanismus, Sonnenaktivität, ENSO = El Niño/Southern Oscillation (d. h. zirkulationsbedingte episodische Erwärmungen der tropischen Ozeane gekoppelt mit Luftdruckoszillationen der Südhemisphäre) und weitere, zum Teil wahrscheinlich zufallsbedingte Wechselwirkungen der Klimasubsysteme Atmosphäre-Ozean.

Es scheint, daß dabei dem explosiven Vulkanismus die wichtigste Rolle zukommt. Da die durch diesen Vorgang in die Stratosphäre geschleuderten und, noch effektiver, die dort aus den vulkanischen Gasen entstehenden Sulfatpartikel mit Verweilzeiten von einigen Jahren und großräumiger Ausbreitung durch Absorption die Stratosphäre erwärmen, was gleichzeitig in der unteren Atmosphäre Abkühlungen zur Folge haben muß, ist dieser Typ von Vulkanismus ein direkter Gegenspieler des Treibhauseffektes. (Der vorwiegend effusive Typ, der

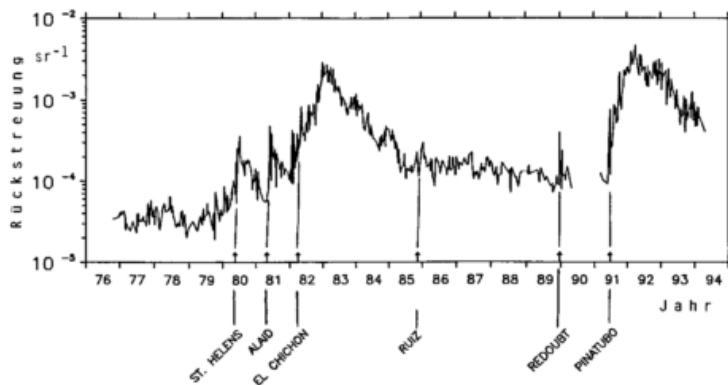


Bild 3: Stratosphärische LIDAR-Rückstreuungen 1976 –1994 an der Station Garmisch-Partenkirchen (Fraunhofer-Institut für Atmosphärische Umweltforschung, nach JÄGER 1992, 1994) mit Zuordnung einiger explosiver Vulkanausbrüche.

Tabelle 3: Chronologie einiger klimarelevanter explosiver Vulkanausbrüche seit 1750 mit Stärkeindex VEI (Volcanic Explosivity Index), wie er von der US-Smithsonian Institution festgelegt wird (Details und weitere Indices siehe z.B. CRESS und SCHÖNWIESE (1992).

Vulkan	Koordination	Höhe (ü.NN)	Jahr (u. Monat)	Stärke VEI
Katla	63.6 N 19.0 W	1363 m	1755 (10)	5
Lakagigar(Laki)	64.1 N 18.3 W	500 m	1783 (6)	4
Tambora	8.3 S 118.0 O	2851 m	1815 (4)	7
Galunggung	7.3 S 108.1 O	2168 m	1822 (10)	5
Cosiguina	13.0 N 87.6 W	859 m	1835 (6)	5
Sheveluch	56.8 N 161.6 O	3395 m	1854 (2)	5
Askja	65.0 N 16.8 W	1510 m	1875 (3)	5
Krakatau	6.1 S 105.4 O	300 m	1883 (8)	6
Santa Maria	14.8 N 91.6 W	2700 m	1902 (10)	6
Ksudach	51.8 N 157.5 W	1079 m	1907 (3)	5
Novarupta(Katmai)	58.3 N 155.2 W	2285 m	1912 (6)	6
Bezymianny	56.1 N 160.7 O	2800 m	1956 (3)	5
Agung	8.3 S 115.5 O	3142 m	1963 (3)	4
Sheveluch	56.8 N 161.6 O	3395 m	1964 (11)	4
Taal	14.0 N 121.0 O	300 m	1965 (9)	4
Kelut	7.9 S 112.3 O	1731 m	1966 (4)	4
Oldoinyo Lengai	2.8 S 35.9 O	2880 m	1966 (8)	4
Awu	3.7 N 125.5 O	1320 m	1966 (8)	4
Fernandia	0.4 S 91.6 O	1495 m	1968 (6)	4
Tiatia	44.4 N 146.3 O	1822 m	1973 (7)	4
Fuego	14.5 N 90.9 W	3763 m	1974 (10)	4
Plosky Tolbachik	55.9 N 160.5 O	3085 m	1975 (7)	4
St. Augustine	55.4 N 153.4 W	1227 m	1976 (1)	4
Bezymianny	56.1 N 160.7 W	2800 m	1979 (2)	4
St. Helens	46.2 N 122.2 W	1920 m	1980 (5)	5
Alaid	50.8 N 155.5 O	2339 m	1981 (4)	4
Pagan	18.1 N 145.8 O	570 m	1981 (5)	4
El Chichón	17.3 N 93.2 W	1350 m	1982 (3,4)	5
UnaUna	0.2 S 121.6 O	508 m	1983 (7)	4
Nevado del Riuz	4.9 N 75.4 W	5400 m	1985 (12)	4
St. Augustine	55.4 N 153.4 W	1227 m	1986 (4)	4
Redoubt	60.5 N 152.7 W	3108 m	1989 (12)	4
Pinatubo	15.1 N 120.4 W	1745 m	1991 (6-8)	5

hauptsächlich Lavaströme erzeugt, sowie nicht die Stratosphäre erreichende Eruptionen haben klimatologisch praktisch keine Bedeutung.)

Die „Aufladung“ der Stratosphäre durch vulkanogene Partikel läßt sich durch boden- oder satellitengestützte LIDAR-Rückstreuungen belegen und quantifizieren. Dabei ist bemerkenswert, daß die eigentlich klimawirksame Sulfat-Sekundärwolke erst mit einigen Monaten Verzögerung nach der weniger bedeutsamen Primärwolke (überwiegend Glaspartikel) entsteht. In Bild 3 sind die Ergebnisse derartiger LIDAR-Messungen 1976-1994 dargestellt (nach JÄGER, 1994, Bodenstation Garmisch-Partenkirchen); einige relativ leicht zuordenbare explosive Vulkanausbrüche sind mit Hilfe von Pfeilen markiert.

Die großräumige, hier hemisphärisch und jährlich gemittelten Temperatureffekte sind in Bild 4 zu erkennen: stratosphärische Erwärmung und gleichzeitig bodennahe Abkühlung. Regional-jahreszeitliche Abschätzungen haben u. a. GRAF et al. (1994; Klimamodellrechnungen) sowie CRESS und SCHÖNWIESE (1990, statistisch) durchgeführt. Tab. 2 enthält eine Liste historischer Vulkanausbrüche einschließlich Stärkeskala (VEI = volcanic explosivity index; zu Index-Zeitreihen und Langfristeffekten siehe z. B. CRESS und SCHÖNWIESE, 1990; SCHÖNWIESE, 1990; SIEBERT, 1995). Nach Tab. 3 (IPCC, wieder global gemittelt) erreicht der vulkanische Antrieb kurzzeitig Werte bis ca. -4 Wm^{-2} , im Jahresmittel aber deutlich weniger, woraus über Klimamodellrechnungen global gemittelte Temperatureffekte bis zu etwa $-0,3 \text{ K}$ (Abkühlung) abgeleitet werden.

Solare Vorgänge werden aus naheliegenden Gründen schon sehr lange in ihrer Wirkung als Klimafaktoren diskutiert. Es geht dabei aber nicht um die offensichtlichen Effekte des Tages- und Jahresganges, auch nicht um weitere indirekte Einflüsse auf sehr langer Zeitskala (Variationen der Orbitalparameter im Bereich $10^4 - 10^5$ a, wie sie im Zusammenhang mit dem Kommen und Gehen der „Eiszeiten“ zur Debatte stehen), sondern um direkte Variationen der Sonnenausstrahlung im Zusammenhang mit dortigen Störungen („unruhige Sonne“,

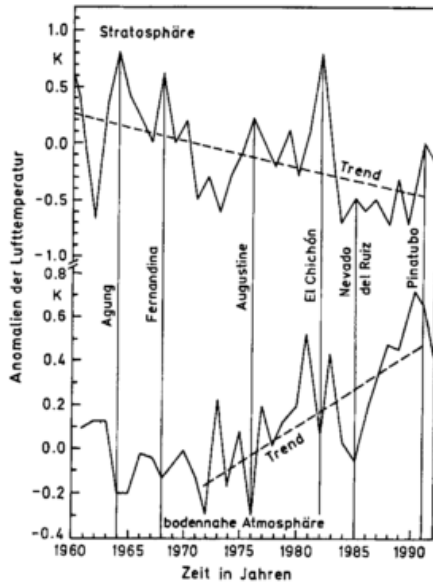


Bild 4: Vergleich der Jahresanomalien 1960 – 1992 der bodennahen (Daten nach Jones, pers. comm.) und stratosphärischen (Daten nach ANGELL bzw. LABITZKE, pers. comm.) Lufttemperatur mit Zuordnung einiger explosiver Vulkanausbrüche. Zusätzlich sind die linearen Trends eingezeichnet (nach SCHÖNWIESE, 1992).

Sonnenaktivität) oder auch Oscillationen des Sonnendurchmessers. Dabei treten etliche zyklische Phänomene auf (~11a, ~22a, ~76a usw.); am bekanntesten ist der quasi-elfjährige Sonnenfleckenzyklus, vgl. Bild 5.

In den letzten Jahrzehnten hat es ein bemerkenswertes Hin und Her zwischen bis an Euphorie grenzenden positiven und alles in Zweifel ziehenden negativen Interpretationen gegeben. Fest steht aufgrund von Satellitenmessungen immerhin, daß die sog. Solarkonstante, d.h. die am fiktiven äußeren Rand der Erdatmosphäre einfallende Sonneneinstrahlung, in den letzten rund 15 Jahren um ca. 0,1 % ihres Wertes variiert hat, und dies parallel (d. h. positiv korreliert) zum Sonnenfleckenzyklus, vgl. Bild 6, was $(1368 \times 0,001) \text{ Wm}^{-2} \approx 1,4 \text{ Wm}^{-2}$ entspricht. Der bezüglich der Strahlungsbilanz der Erdoberfläche daraus tatsächlich resultierende Strahlungsantrieb liegt laut jüngster IPCC-Schätzung aber nur bei $0,1\text{--}0,5 \text{ Wm}^{-2}$. Dem stehen allerdings alternative Schätzungen von rund 1 Wm^{-2} (vgl. jeweils Tab. 2) und die Vermutung gegenüber, daß auf der Zeitskala $10^2\text{--}10^3\text{a}$ die Solarkonstante stärker variiert hat. Dies läßt solar bedingte Temperaturvariationen (immer global gemittelt und Zeitskala und $10^1\text{--}10^2\text{a}$) von einigen wenigen zehntel Grad als möglich erscheinen. (Bei HANSEN et al. (1988) sind es, bei entsprechender Korrektur der Originalangaben, ca. 0,15 K.) Die von GILLILAND (1982) über Sonnenoszillationen bzw. von FRIIS-CHRISTENSEN und LASSEN (1991) über Sonnenflecken-Zykluslängen-Variationen vertretenen Hypothesen, wonach

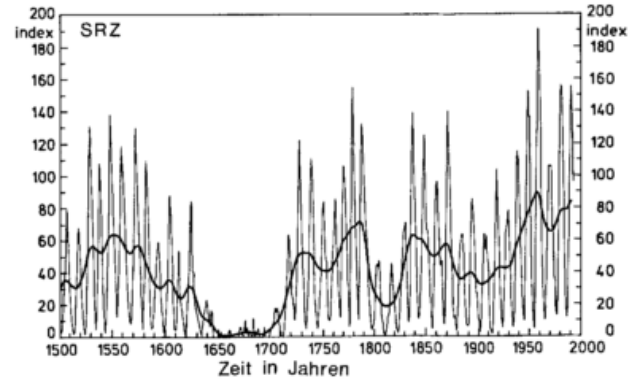


Bild 5: Jahres- und 30-jährig geglättete Werte 1500-1992 der Sonnenflecken-Relativzahlen (Daten nach WALDMEIER 1961 bzw. vor 1610 rekonstruiert nach SCHOVE 1983, Ergänzungen nach „Wetter und Leben“).

der solare Einfluß im hier diskutierten Scale dominant sei, muß heute als sehr zweifelhaft bzw. widerlegt angesehen werden (SCHÖNWIESE et al., 1992).

Sehr bemerkenswert ist dagegen die Hypothese von LABITZKE und VAN LOON (1990), wonach der solare Einfluß mit dem Resultat regional und jahreszeitlich unterschiedlicher (einschließlich des Vorzeichens) Korrelationen von der stratosphärischen Zirkulation moduliert wird. Leider liegen stratosphärische Daten nicht so

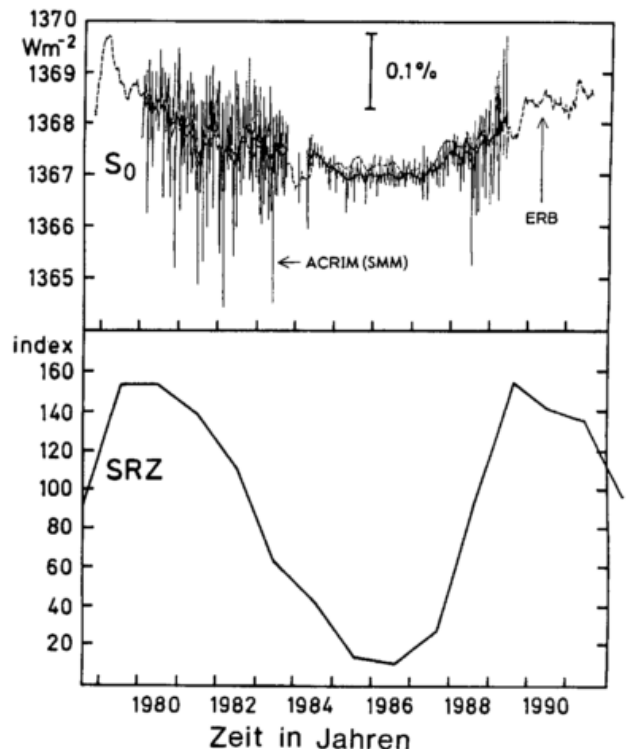


Bild 6: Satellitengestützte Messungen 1979-1991 der extra-atmosphärischen sog. Solarkonstanten (viele Quellen, u. a. LEE pers. comm., Zusammenstellung nach SCHÖNWIESE et al. 1994) und Vergleich mit den Sonnenflecken-Relativzahlen.

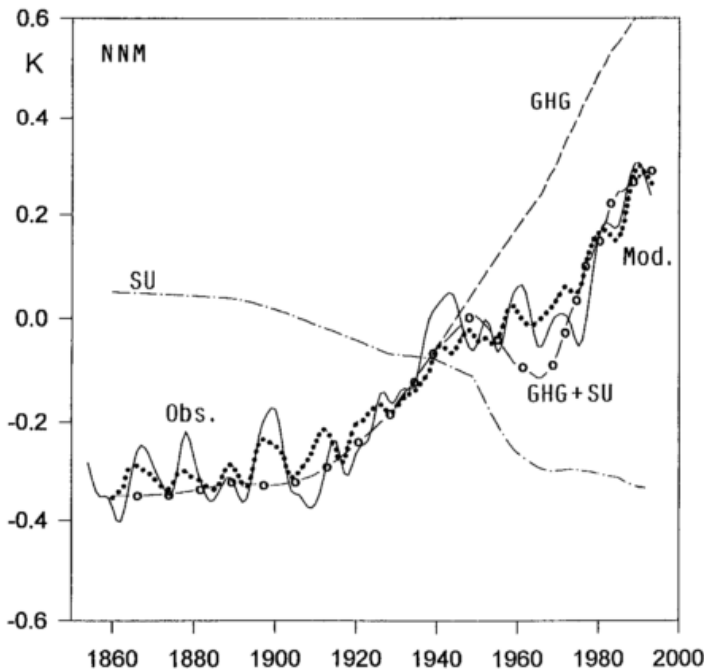


Bild 7: Beobachtete, zehnjährig geglättete relative Variationen 1851-1990 (Referenzperiode 1951 – 1980) der bodennahen globalen Mitteltemperatur (nach IPCC, HOUGHTON et al. 1996 bzw. JONES, pers. comm.), ausgezogen. Reproduktion durch das im Text beschriebene neuronale Netzmodell (NNM), gepunktet, und daraus abgeschätztes anthropogenes „Treibhausignal“, gestrichelt (GHG), bzw. troposphärisches Sulfat-signal, strichpunktirt (SU). Das kombinierte Signal ist durch Kreise markiert. Beim GHG-Signal ist eine Zeitverschiebung von 20 Jahren angenommen.

lange vor, daß diese Hypothese auf der Zeitskala 10^2 a überprüfbar wäre.

Der ENSO-Mechanismus gehört zu den internen Wechselwirkungen des Klimasystems und läuft in einem Zyklus typischer ozeanisch-atmosphärischer Zirkulationsphänomene ab. Das Resultat sind im Zeitabstand von einigen Jahren auftretende Warmphasen (El-Niño-Ereignisse) bzw. Kaltphasen (La-Niña-Ereignisse) der tropischen Ozeane, am ausgeprägtesten im Bereich des tropischen Pazifiks vor der Küste von Peru. Auswirkungen auf das Globalklima sind wahrscheinlich aber quantitativ unsicher; statistische Schätzungen dazu vgl. Tab. 2. Schließlich sei der Modellversuch von WIGLEY und RAPER (1991) erwähnt, Autovariationen und somit zufallsbedingte Temperaturfluktuationen aus atmosphärisch-ozeanischen Wechselwirkungen zu erzeugen. Das Ergebnis von maximal ca. $\pm 0,15$ K Fluktuation der bodennahen Weltmitteltemperatur ist ebenfalls in Tab. 2 integriert.

5 Versuch einer Synthese

Die größte Herausforderung an die moderne Klimatologie besteht sicherlich darin, nicht nur einzelne, sondern das Zusammenwirken vieler Effekte im Klimageschehen zu erkennen, zu analysieren und möglichst auch vorherzusagen. Daß dies mit Hilfe von Klimamodellen geschehen sollte und müßte, ist ein naheliegender Gedanke. Nun war von der Hierarchie der Klimamodelle schon die Rede. Mit Blick auf die Klimamodelle im engeren Sinn erscheint es zunächst zwingend notwendig zu sein, daß solche Modelle auf physikalischer Grundlage konzipiert und so aufwendig wie möglich sein sollten, um das hochkomplizierte Klimasystem mit allen Vernetzungen, Rückkopplungen und daraus resultierenden Nichtlinearitäten (kleine Ursache \rightarrow große Wirkung

und umgekehrt; deterministisches Chaos) erfassen zu können. Um es gleich vorwegzunehmen: Der Weg zu einem solchen Modell maximal möglichen Aufwandes ist zwar sinnvoll und angebracht, aber nur neben gleichberechtigten Alternativen.

Nur einige Argumente für die Notwendigkeit von Alternativen können hier genannt sein:

- Ein wirklich umfassendes Modell des Klimasystems existiert nicht, und das wird in den nächsten Jahren sicherlich so bleiben.
- Auch die derzeit aufwendigsten Modelle, nämlich dreidimensionale, gekoppelte Modelle der atmosphärisch-ozeanischen Zirkulation (general circulation models, GCM; AOGCM) beinhalten erhebliche Unsicherheiten (z. B. hinsichtlich Wolken und Niederschlag, Meereis u. a.).
- Gerade das Zusammenwirken der hier diskutierten verschiedenen Klima-Antriebe kann mit solchen aufwendigen Modellen in vertretbarer Rechenzeit nicht realisiert werden (schon gar nicht bezüglich vieler Alternativen natürlicher Einflußparameter und Szenarien menschlichen Verhaltens).

Die Alternativen sind nun vereinfachte Klimamodelle auf physikalischer Grundlage (sog. konzeptionelle Modelle) bis hin zum nulldimensionalen Energiebilanzmodell (EBM), das nur noch die global gemittelte bodennahe Lufttemperatur als Zielgröße enthält, oder aber statistische Modelle auf der Grundlage von Klimabeobachtungsdaten. Der letztgenannte Typus wird durch multiple Regressionsmodelle (MRM) und neuronale Netze (NNM) repräsentiert, deren Stärke neben der strikten Orientierung an den beobachteten Fakten (Kli-

mabeobachtungsdaten) die simultane Verarbeitung unterschiedlicher Klimaantriebsmechanismen, anthropogener wie natürlicher, ist. Wie immer müssen Vorteile durch Nachteile erkauft werden, und das ist im statistischen Fall die fehlende Physik. Führen multimethodische Vorgehensweisen aber zu ähnlichen Ergebnissen, steigt die Wahrscheinlichkeit, sich bei der Analyse bzw. Prognose nicht zu irren. Somit kann es nicht darum gehen, den einen Modelltypus gegen den anderen auszuspielen, sondern mehrere Wege in gegenseitiger Ergänzung und Verifizierung zu verfolgen.

In Bild 7, gepunktete Kurve, ist das Ergebnis einer NNM-Simulation der bodennahen globalen Mitteltemperatur wiedergegeben, die mittels Treibhausgasen (äquivalente CO₂-Konzentration), troposphärischen Sulfat, Vulkanismus, solarer Aktivität und ENSO rund 80 % der beobachteten Varianz der Jahresdaten reproduziert und somit hypothetisch erklärt (Darstellung in Form 10-jährig geglätteter Daten mit noch besserer Varianzerklärung). Daraus lassen sich anhand dieses Modells leicht die transienten (d.h. zeitabhängigen) anthropogenen Treibhaussignale errechnen, vgl. gestrichelte Kurve in Bild 7 (d. h. Simulation des Temperaturanstiegs, falls die erfaßten natürlichen Wirkungsmechanismen ohne Einfluß bleiben würden). Variiert man in solchen statischen Simulationen die Kombination der natürlichen Einflußparameter (nähere Diskussion siehe BAYER et al. 1994, SCHÖNWIESE et al. 1996), so ergibt sich für den seit vorindustrieller Zeit (ca. 1800) bis heute (1993) vermutlich bei der bodennahen Weltmitteltemperatur eingetretenen anthropogenen Zusatz-Treibhauseffekt ein Wert von 0,8 bis 1,3K, vgl. auch Tab. 2, was deutlich über dem insgesamt beobachteten Trend von (0,5 ± 0,15) K (seit 1861) liegt. Mittlere entsprechende EBM-Schätzungen des IPCC wie auch HANSEN et al. (1988) kommen mit einem stark vereinfachten GCM fast zum selben Wert; vgl. Tab. 2. Die Differenz zum beobachteten Trend ist sicherlich beim Effekt des troposphärischen Sulfats zu suchen, vgl. wiederum Tab. 2, aber auch bei anderen nicht berücksichtigten Effekten bzw. der Summe aus allem.

Interessant ist auch ein Vergleich der transienten physikalischen (aufwendigste Modelle, AOGCM) mit den statistischen Abschätzungen der Temperatureffekte für den Fall einer CO₂-Verdoppelung, die mit + 1,3 bis + 3,8 K (Gleichgewicht 2,1 bis + 4,6 K) bzw. + 1,8 bis + 2,6K sehr ähnlich sind, vgl. Bild 1. Alle diese Schätzungen, die physikalischen wie statistischen, enthalten übrigens Rückkopplungs-Nichtlinearitäten, bei den physikalischen direkt und bei den statistischen Modellen indirekt.

Da die hier vorgestellten Ergebnisse statistische Modelle auf der Grundlage von Beobachtungsdaten mit einbeziehen, ist es durchaus angebracht, von einer gegenseitigen – wenn auch bedingten und hypothetischen – Verifizierung der verschiedenen Modellansätze zur Abschätzung des bisherigen (industriellen) und künftigen anthropogenen „Treibhauseffektes“ zu sprechen. Wie Tab. 2 zeigt, lassen sich diese Verifizierungsversuche so-

gar auf einige natürliche Klimasignale ausdehnen und somit untermauern. Ein wichtiges Ergebnis dieser Betrachtungen ist, daß schon jetzt – unter den erfaßten Wirkungsmechanismen – das Treibhaussignal dominiert (vgl. Temperatureffekte in Tab. 2), auch wenn es aus der insgesamt beobachteten Klimavariabilität, dem sog. Klimarauschen, noch nicht eklatant und somit statistisch unzweifelhaft hervortritt. Da sich das anthropogene Klimasignal voraussichtlich vergrößern wird, was vom Klimarauschen nicht oder zumindest längst nicht in vergleichbarem Ausmaß erwartet werden darf, kann sich diese Situation bald ändern. Das heißt, der mit hoher Wahrscheinlichkeit zu führende Beweis der Dominanz der anthropogenen Treibhauseffekte gegenüber den dazu in Konkurrenz stehenden Klimaänderungen ist nur eine Frage der Zeit und kann eigentlich nicht prinzipiell bezweifelt werden, wie im übrigen auch die neuesten Detektionsstudien zeigen (HASSELMANN et al. 1995). Da außerdem der anthropogene Treibhauseffekt mit Zeitverzögerung (bei MRM und NNM hier mit 20a veranschlagt) in Erscheinung tritt und daher Abwehrmaßnahmen nur entsprechend verzögert greifen können, gebietet das Prinzip Verantwortung angesichts der Wahrscheinlichkeitssituation und des Risikoausmaßes baldige, internationale und effektive Klimaschutzmaßnahmen.

Literatur

- D. BAYER et al.: Trend- und multiple Signalanalyse globaler bzw. europäischer Klimavariationen. Bericht Nr. 98 Inst. Meteorol. Geophys. Univ. Frankfurt/M. 1994.
- A. CRESS, C.-D. SCHÖNWIESE: Vulkanische Einflüsse auf die bodennahe und stratosphärische Lufttemperatur der Erde. Bericht Nr. 82 Inst. Meteorol. Geophys. Univ. Frankfurt/M. 1990.
- Enquête-Kommission „Vorsorge zum Schutz der Erdatmosphäre“ des Deutschen Bundestages (Hrsg.): Schutz der Erdatmosphäre; Schutz der Tropenwälder; Schutz der Erde I, II (insges. 4 Bände). Bonn/ Karlsruhe 1990.
- F. FEZER: Das Klima der Städte. Gotha 1995.
- E. FRIIS-CHRISTENSEN, K. LASSEN: Length of the solar cycle: an indicator of solar activity closely associated with climate. *Science* 254 (1991) 698 – 700.
- R.L. GILLILAND: Solar, volcanic and CO₂ forcing of recent climatic changes. *Clim. Change* 4 (1982) 111 – 131.
- H.F. GRAF et al.: The impact of upper-tropospheric aerosol on global atmospheric circulation. *Ann. Geophysicae* 10 (1992) 698 – 707.
- J. HANSEN et al.: Global climate changes as forecast by Goddard Institute for Space Studies three-dimensional model. *J. Geophys. Res.* 93 (1988) 9341 – 9364.

- K. HASSELMANN et al.: Detection of anthropogenic climate change using a fingerprint method. Report No. 168 Max-Planck-Institut Meteorologie Hamburg 1995.
- J.T. HOUGHTON et al.: Climate Change. The IPCC Scientific Assessment. (World Meteorological Organisation /United Nations Environment Programme /Intergovernmental Panel on Climate Change.) Cambridge 1990; Supplementary Report 1992; Second Assessment Report 1996.
- H. JÄGER: The Pinatubo eruption cloud observed by lidar at Garmisch-Partenkirchen. Geophys. Res. Letters 19 (1992) 191-1994; (1994) priv. comm.
- K. LABITZKE, H. VAN LOON: Sonnenflecken und Wetter – Gibt es doch einen Zusammenhang? Geowissenschaften in uns. Zeit 8 (1990) 1- 6.
- J.F.B. MITCHELL et al.: Climate response to increasing levels of greenhouse gases and sulphate aerosols. Nature 376 (1995) 501-504.
- W. ROEDEL: Physik unserer Umwelt. Die Atmosphäre. Berlin 1992.
- C.-D. SCHÖNWIESE: Vulkane beeinflussen das Klima. Geowissenschaften in uns. Zeit 5 (1987) 47 – 54.
- C.-D. SCHÖNWIESE: Das Frankfurter statistische Klimamodell. Naturwiss. Rdsch. 46 (1993) 215 -222.
- C.-D. SCHÖNWIESE: Klimatologie. Stuttgart 1994.
- C.-D. SCHÖNWIESE: Klimaänderungen, Berlin 1995.
- C.-D. SCHÖNWIESE: Der anthropogene Treibhauseffekt in Konkurrenz zu natürlichen Klimaänderungen. Geowiss. 13 (1995) 207-212.
- C.-D. SCHÖNWIESE et al.: Solar signals in global climatic change. Climatic Change 27 (1994) 259 – 281; vgl. auch C.-D. SCHÖNWIESE et al., Bericht Nr. 92 Inst. Meteorol. Geophys. Univ. Frankfurt/M. 1992.
- C.-D. SCHÖNWIESE et al.: Assessments of the global anthropogenic greenhouse and sulfate signal using different types of simplified climate models. Theor. Appl. Climatol 54 (1996), in press.
- D.F. SCHOVE (ed.): Sunspot cycles. Hutchinson, Strondsburg 1983.
- M. WALDMEIER: The sunspot activity in the years 1610-1960. Schulthess, Zürich 1961.
- T.M.L. WIGLEY, S.C.B. Raper: Internally generated natural variability of global-mean temperatures. In M.E. SCHLESINGER (ed.): Greenhouse-Gas-Induced Climatic Change: A Critical Appraisal of Simulations and Observations, Amsterdam 1991, pp. 471 – 482.

Anmerkung: Der vorliegende Beitrag ist die modifizierte Version eines entsprechenden in der Zeitschrift „Geowissenschaften“ (1995, vgl. Literaturliste) publizierten Artikels. Ein Teil der vorgestellten Ergebnisse kam mit Unterstützung des Deutschen Klimaforschungsprogramms (BMBF, Projekt Nr. 07VKV01/1) zustande.

2

K. FRAEDRICH

Das Lorenz-Modell: Ein Paradigma für Wetter und Vorhersagbarkeit

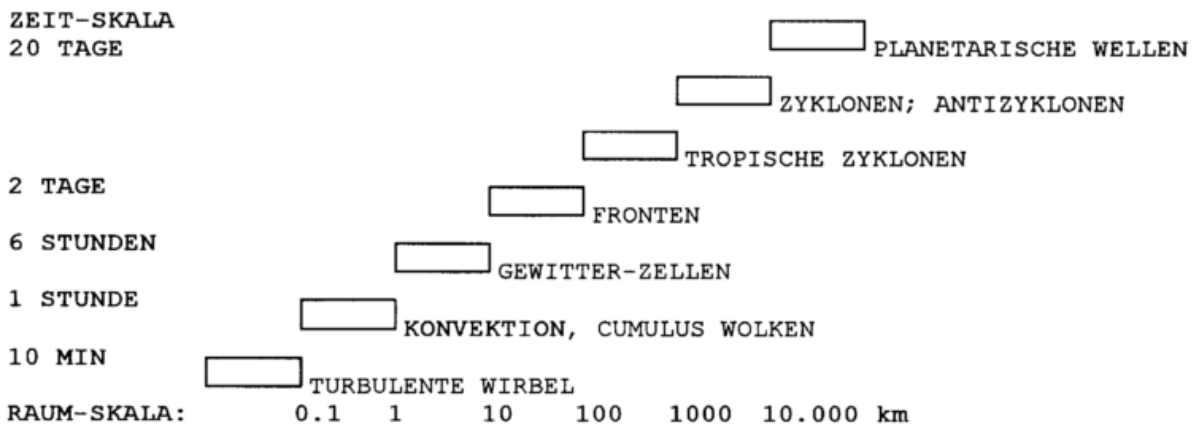
1 EINFÜHRUNG

Es gibt immer wieder bemerkenswerte Arbeiten, die das 'Weltbild' der Meteorologie besonders beeinflussen und die deshalb zum Repertoire von Vorlesungszyklen gehören. Dazu zählen Rossby's (1939) Untersuchung über die freien planetarischen Wellen, Charney's und Eady's Veröffentlichungen (1947 bzw. 1949) zur baroklinen Instabilität von langen Zyklonen-Wellen, und schließlich auch Lorenz's (1963) Arbeit über das chaotische Verhalten einfacher konvektiver Strömungen. Die Analyse dieses Lorenz-Modells hat zu konzeptionellen Vorstellungen über die Komplexität von Wetter und Klima geführt und Untersuchungen auf dem Gebiet der chaotischen Dynamik sowie der Vorhersagbarkeit angeregt, die weit über die Fachrichtung Meteorologie hinausgehen. Hier soll das Lorenz-Modell dazu dienen, unterschiedliche Aspekte der Dynamik darzustellen:

* In einer *Modell-Hierarchie* sind Systeme vom Typ des Lorenz-Modells eine wichtige Station auf dem Weg, der von der Beschreibung eines beobachteten Phänomens zu dessen Simulation, Prognose und zum Verständnis führen soll; hier ist die Rollen-Konvektion das Beispiel. Dieser Weg beginnt bei konzeptionellen Ansätzen oder Gedanken-Experimenten, geht weiter zur linearen Analyse und zu den Instabilitäts-Betrachtungen. Er setzt sich fort über nichtlineare niedrig-dimensionale (low order) Modelle und endet bei immer komplexer werdenden numerischen Simulationen. Hierin eingeschlossen ist auch das Problem der Vorhersagbarkeit.

* In einem *Aufbau* der dynamischen Meteorologie kann man mit der Analyse des Lorenz-Modells die Einführung der Boussinesq-Approximation zur Beschreibung konvektiver Strömungen verbinden, ähnlich wie die Flachwasser-Gleichungen zur Analyse freier Wellen der großräumigen planetarischen Skala abgeleitet werden oder das quasi-geostrophische System zur Beschreibung von Zyklonen und barokliner Instabilität in synoptischem Maßstab samt Lorenz Energie-Zyklus.

SKALEN-DIAGRAMM



* Bei den *Methoden* muß der Spektral-Ansatz erläutert werden. Die geometrischen Vorstellungen von Phasenraum und den entsprechenden physikalisch-meteorologischen Feldern lassen sich so leicht einführen. Hinzu kommt, daß dieser Ansatz auch in vielen Modellen der numerischen Wetterprognose (NWP) benutzt wird. Weitere Untersuchungen über die Dynamik im Phasenraum verwenden die bekannten Verfahren der linearen Algebra, der Systeme gewöhnlicher Differential-Gleichungen und die Ansätze zur Beschreibung kinematischer Strömungsfelder.

Danach beginnt die *Analyse* des Lorenz-Modells mit Stabilitätsuntersuchungen, lokal im Phasen-Raum und mit Hilfe von globalen Maßen. Externe Stabilitäts-analyse zeigt einen der Wege ins Chaos; er wird von Regime- und Bifurkations-Diagrammen begleitet. Interne Instabilitäten führen zum Vorhersagbarkeits-Problem; numerische Vorhersagbarkeitsexperimente beschreiben die sensitive Abhängigkeit des Systems von Anfangsbedingungen und damit Chaos. Der Lorenz-Attraktor wie auch viele andere einfache Systeme zeigen Falten und Strecken wie der Brot-

Teig, wenn er vom Bäcker 'transformiert' wird. Diese dynamische Vielfalt soll am Beispiel des Lorenz-Systems dargestellt werden. Die physikalischen Prozesse, die das Phänomen der Konvektion, der Wolken- und Niederschlagsbildung und deren räumlichen Organisation beschreiben, sind in der Natur jedoch erheblich komplexer als daß sie mit der extrem simplifizierenden Dynamik eines Modells vom Lorenz-Typ beschrieben werden können. Trotz (oder gerade wegen) dieser Realitätsferne hat der Entwurf des Lorenz-Modells und die Analyse des die Dynamik charakterisierenden Lorenz-Attraktors zu Konzepten über die komplexen Strukturen und den Approximationsgrad von Wetter und Klima und deren Vorhersagbarkeit geführt. Nach dem Modell-Bau (konzeptionelles Modell, lineares und nicht-lineares System; Sektion 2) wird die Dynamik im Phasenraum dargestellt und analysiert (Sektion 3 und 4), wo externe und interne Stabilitätsanalysen den Weg ins Chaos bzw. Probleme der Vorhersagbarkeit aufzeigen. Der Kreis schließt sich dadurch, daß die Dynamik auf dem Lorenz-Attraktor ein Konzept für Vorhersagbarkeitsanalysen liefert.

2 VOM KONZEPTIONELLEN ZUM NICHTLINEAREN MODELL: MODELL-HIERARCHIE UND -BAU

Eine Modell-Hierarchie beginnt bei konzeptionellen Ansätzen oder Gedanken-Experimenten, geht weiter zu den linearen Systemen und Instabilitäts-Analysen, setzt sich fort über nichtlineare low-order Modelle und endet schließlich bei numerischen Experimenten auf der Basis des nahezu vollständigen Gleichungssystems. Am Beispiel der Rollen-Konvektion soll eine solche Modell-Hierarchie bis zum Lorenz-System dargestellt werden, um dort strukturelle und interne Stabilität, Chaos und Vorhersagbarkeit zu diskutieren.

2.1 KONZEPTIONELLES MODELL

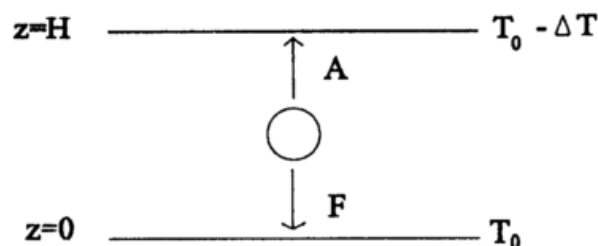
Der Konvektionsprozeß in einer Flüssigkeit zwischen zwei unterschiedlich warmen horizontalen Platten kann konzeptionell beschrieben werden (z.B. Argyris, Faust und Haase, 1995): Obere und untere Platte haben den Abstand H und konstante Temperaturen, $T_0 - \Delta T$ und T_0 . Ein Fluid-Element (oder Partikel) mit Radius r wird von der unteren Platte mit konstanter Geschwindigkeit $w \sim H/\tau$ aufwärts bewegt; dabei legt es in der Zeit τ den Weg H zurück (FIGUR-1). An dieser Bewegung wirken Auftriebskraft, A , und Reibungskraft, F , wobei Reibung dem Stokesschen Gesetz folgt (kinematische Viskosität, ν); in den Auftriebsterm geht die thermische Expansion, $\alpha = 1/T_0$, aus der Zustandsgleichung für Fluide ein:

$$F \sim \rho_0 \nu r |w|; \quad A \sim (\rho_a - \rho_b) g r^3 \sim \rho_0 (\alpha \delta T) g r^3.$$

Bei dieser Verlagerung wird die Temperatur-Anomalie, δT , des Fluid-Elements zum einen bestimmt vom Wärmeaustausch durch seine Oberfläche, $\sim r^2$; sie hängt somit von der Temperatur/Wärme-Leitfähigkeit κ (in m^2/s) ab. Dieser Temperatur-Austausch wirkt mit einer thermischen Relaxationszeit, $\tau_{\text{therm}} \sim r^2/\kappa$, nach der die Partikel-Temperatur durch Wärmeleitung beeinflusst wird. Außerdem hängt die Temperatur-Anomalie des Elements von der vertikalen Verlagerung ab. Nach einer solchen dynamischen Zeitskala $\tau_{\text{dyn}} \sim H/w$ befindet sich das Fluid-Element (mit seiner Temperatur T_0 von der unteren Platte) in einer anderen Umgebung, die vom vertikalen Temperatur-Gradienten zwischen den Platten, $\Delta T/H$, vorgegeben ist. Sind beide Zeitskalen gleich, $\tau_{\text{therm}} \sim \tau_{\text{dyn}} \sim \tau$:

$$\delta T \sim |\Delta T/H| w \tau \sim |\Delta T/H| w r^2/\kappa.$$

Dann kann sich die ursprüngliche Temperatur des Elements auf dem Weg von der unteren zur oberen Platte durch Wärmeleitung abbauen. Ist außerdem bei dieser Verlagerung der Auftrieb größer als die Reibung, dann hat das Fluid-



FIGUR-1: Schematische Darstellung zur thermischen Konvektion und Rayleigh-Zahl; die vertikale Verlagerung verbindet die Zeit für den zurückgelegten Weg H (oder die Geschwindigkeit) mit dem thermischen Gedächtnis des Elements Wärmeleitung.

Element diese konvektive Bewegung und damit den Wärmetransport selbst durchführen können. Das diesen konvektiven Prozeß global charakterisierende Verhältnis von Auftrieb zu Reibung, $Ra=A/F$, führt zur Rayleigh-Zahl, Ra , als einen dimensionslosen Parameter:

$$Ra \sim g\alpha r^4 |\Delta T/H| / \nu \kappa \sim g\alpha H^3 \Delta T / \nu \kappa$$

mit dem Radius des größtmöglichen Elements, $r \sim H$. Ist die Rayleigh-Zahl klein, überwiegt also Reibung, so hat der vertikale Wärmetransport nicht durch Konvektion sondern durch Konduktion zu erfolgen. Systematische Zunahme der Rayleigh-Zahl führt bei einem kritischen Wert, Ra_c , jedoch zu einem Umschlag von Wärmeleitung in Konvektion und damit zu einer qualitativen oder strukturellen Änderung des Prozesses.

Ein solches Konzept-Modell ist nicht ausreichend, quantitative Aussagen über die geometrischen Strukturen der Konvektion abzuleiten, ebensowenig zu ermitteln, bei welcher minimalen Parameter-Anregung oder Temperatur-Differenz (kritische Rayleigh-Zahl) die Konduktion in konvektive Strömung umschlägt. Das ermöglicht erst das lineare Modell und die Stabilitätsanalyse eines durch kleine Änderungen gestörten sonst aber bewegungsfreien Grundzustandes. Dem linearen Modell liegt die dem Konvektions-Phänomen entsprechende Boussinesq-Approximation der hydro-thermodynamischen Grundgleichungen - eigentlich nach vorausgegangener Skalen-Analyse - zugrunde.

2.2 BOUSSINESQ-APPROXIMATION

Das konzeptionelle Modell zeigt, daß Auftrieb, Wärmeleitung und Reibung die wesentlichen an der Rayleigh-Benard Konvektion beteiligten Prozesse sind. Dem entspricht die Boussinesq-Approximation der hydro-thermodynamischen Grundgleichungen, die zur Beschreibung flacher Konvektionsströmungen hergeleitet wurde. Aber auch bei einfachen Modellen von Strömungen größerer Skalen wird sie (in hydrostatischer Approximation) häufiger verwendet: zum Beispiel bei der Untersuchung langer synoptischer Wellen (barokline Instabilität und Eady-Modell) und auf planetarischer Skala. Die Boussinesq-Approximation besteht formal in folgendem (siehe z.B. Lindzen 1990): Die thermodynamischen Größen werden um einen Referenz-Zustand (Index '0': hydrostatisch, adiabatisch geschichtet und in Ruhe) linear entwickelt (*). Weiter ist die Strömung inkompressibel, die temperaturabhängige Dichte ist nur im Auftriebsterm wirksam und sonst konstant, und die Zustandsgleichung vereinfacht sich, da $\rho^*/\rho_0 \ll \rho^*/\rho_0, T^*/T_0$:

$$\begin{aligned} \text{BEWEGUNGSGLG:} & \quad \mathbf{dv}/dt = -\nabla(p^*/\rho_0) - \mathbf{k}g(\rho^*/\rho_0) + \mathbf{F} & (1) \\ \text{1. HAUPTSATZ:} & \quad dT^*/dt = \kappa \nabla^2 T^* \\ \text{KONTINUITÄT:} & \quad \text{div } \mathbf{v} = 0 \\ \text{ZUSTANDSGLG:} & \quad \rho = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0)). \end{aligned}$$

Dabei sind der vertikale Einheitsvektor \mathbf{k} , die Reibung $\mathbf{F} = \nu \nabla^2 \mathbf{v}$ und die Geschwindigkeit $\mathbf{v} = (u, v, w)$; weitere Konstanten des Systems sind Schwerebeschleunigung g , thermische Expansion $\alpha = 1/T_0$, kinematische Viskosität ν und thermische Leitfähigkeit κ . Mit der thermischen Expansion $\alpha = 1/T_0$ wird die Zustandsgleichung $\rho^*/\rho_0 = -T^*/T_0$. Berücksichtigt man die Dichteveränderungen des Referenz-Zustandes, $\rho_0 = \rho_0(z)$, erhält man als Kontinuitätsgleichung $\text{div } \rho_0 \mathbf{v} = 0$, und damit die anelastische Approximation.

2.3 LINEARISIERUNG UND RAYLEIGH-BENARD INSTABILITÄT

Zur Vereinfachung der Dynamik werden nur Konvektions-Rollen parallel zur y-Richtung zugelassen; das heißt, die Bewegung ist y-unabhängig ($\partial/\partial y = 0$) und erscheint in der (x,z)-Ebene mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v} = (u, w)$. Die Strömung des Fluids wird von der horizontalen Komponente der Vorticity $\zeta = \mathbf{j} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) = w_x - u_z$ beschrieben. Sie ergibt sich aus den Bewegungsgleichungen unter Verwendung der Stromfunktion ψ mit $(u, w) = (-\psi_x, \psi_z)$ und der 2-dimensionalen Kontinuitätsgleichung, $\nabla \cdot \mathbf{v} = u_x + w_z = 0$, so daß $\zeta = \nabla^2 \psi = \psi_{xx} + \psi_{zz}$. Hinzu kommt der erste Hauptsatz. So ergibt sich ein dynamisches System, das ähnlich der quasi-geostrophischen Approximation, den Konvektions-Prozeß durch Vorticity- und thermische Energie-Gleichung beschreibt:

$$\begin{aligned} \text{VORTICITY:} & \quad \partial(\nabla^2 \psi) / \partial t & = -J(\psi, \nabla^2 \psi) + g\alpha \partial \theta / \partial x + \nu \nabla^4 \psi \\ \text{1. HAUPTSATZ:} & \quad \partial \theta / \partial t & = -J(\psi, \theta) + (\Delta T/H) \partial \psi / \partial x + \kappa \nabla^2 \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Dabei ist $\theta=T^*$ die Temperaturabweichung vom Vertikalprofil $T_0-(\Delta T/H)z$ mit dem Gradienten $\Delta T/H$. Die einzige Nichtlinearität des Systems liegt in der Advektion; sie wird vom Jacobi-Operator J bezüglich x und z , $J(\psi, \theta) = \psi_x \theta_z - \psi_z \theta_x$, beschrieben. So tritt Temperatur Advektion auf, wenn sich die ψ -Stromlinien mit den θ -Isolinien schneiden, da $J(\psi, \theta) = \mathbf{v} \cdot \nabla \theta = (u, w) \cdot \nabla \theta = (j_x \nabla \psi) \cdot \nabla \theta = \mathbf{j} \cdot (\nabla \psi \times \nabla \theta)$; das gleiche gilt für die Vorticity-Advektion. Der übliche Ansatz kleiner Störungen (θ') eines Grundzustandes [$\theta = [\theta] + \theta'$, $\psi = [\psi] + \psi'$], wird (i) in die Boussinesq-Gleichungen eingesetzt, (ii) die Gleichungen für den Grundzustand (Hydrostasie und Ruhe), $\partial[p^*/\rho_0]/\partial z = g[\theta/T_0]$ und $[\mathbf{v}] = 0$, werden subtrahiert und (iii) nichtlineare Terme oder Advektion, J , vernachlässigt:

$$\begin{aligned} \text{VORTICITY:} & \quad \{\partial/\partial t - \mathbf{v} \nabla^2\} \nabla^2 \psi' = +g\alpha \partial \theta' / \partial x \\ \text{1.HAUPTSATZ:} & \quad \{\partial/\partial t - \kappa \nabla^2\} \theta' = +(\Delta T/H) \partial \psi' / \partial x. \end{aligned} \quad (3)$$

Nach Einführung dimensionsloser Variabler, $(x, z)/\{H\}$, $t\{H^2/\kappa\}$, $\theta'/\{\Delta T\}$, ψ'/κ mit der Prandtl-Zahl $\sigma = \nu/\kappa$, und nach Eliminierung der Temperatur θ' schreibt sich das linearisierte System in Form einer partiellen Differentialgleichung 6. Ordnung in x und z und 2. Ordnung in t (Schwingungsgleichung):

$$\{\partial/\partial t - \nabla^2\} \{\sigma^{-1} \partial/\partial t - \nabla^2\} \nabla^2 \psi' = +Ra \psi'_{xx}. \quad (3a)$$

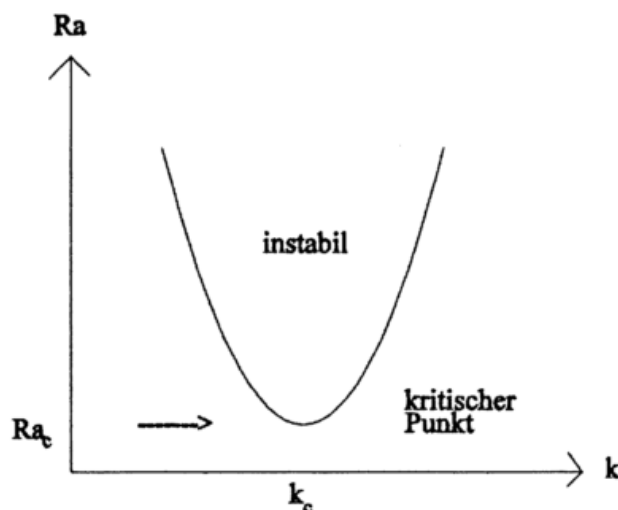
Die Rayleigh-Zahl $Ra = \alpha g H^3 \Delta T / \nu \kappa$ oder Temperatur-Differenz ΔT ist die parametrische Anregung; ihre systematische Zunahme führt zur Rayleigh-Benard Instabilität. Quantitative Aussagen über die Instabilität des Systems liefert der übliche Wellenansatz mit $\psi'(x, z, t) = \text{Re} \sum_k \Psi_k(z) \exp\{S(k)t\} \exp(ikx)$. Er führt auch zur allgemeinen Lösung, da (über alle k summiert) alle ψ' Konfigurationen repräsentiert werden; dabei sind k und Ψ_k die horizontale Wellenzahl und die komplexen Fourier-Amplituden; $S(k) = s(k) + i\omega(k)$ ist die komplexe Phasenfunktion; ihr Realteil $\text{Re}(S) = s(k)$, definiert die Wachstumsrate der Amplitude der 'zonalen' Partialwelle k , der Imaginär-Teil ist proportional zur Phasengeschwindigkeit, $\omega(k)/k$. Wegen der Linearität läßt sich Stabilität getrennt für jede Partialwelle aus der allgemeinen Lösung ermitteln. Das liefert eine Differentialgleichung 6. Ordnung in z mit sechs Randbedingungen unten, oben ($z=0, 1$):

$$(d^2/dz^2 - S(k) - k^2)(d^2/dz^2 - S(k)\sigma^{-1} - k^2)(d^2/dz^2 - k^2) \Psi_k(z) = -Ra(k)^2 \Psi_k(z). \quad (3b)$$

RANDWERTPROBLEM: An einem "freien" Rand verschwinden Vertikalgeschwindigkeit und tangential Schubspannung: Mit $w = \psi'_z = 0$ folgt $\psi' = \text{const} = 0$, mit $u_z = -\psi'_{zz} = 0$ folgt $\nabla^2 \psi' = 0$, so daß $\psi' = d^2 \psi' / dz^2 = d^4 \psi' / dz^4 = 0$ etc. An einem "festen" (no-slip) Rand verschwinden Vertikalbewegung und Tangentialgeschwindigkeit: $\psi' = 0$, $u = -\psi'_z = 0$. Am oberen und unteren Rand, sei er "frei" oder "fest", wird außerdem die Temperatur konstant gehalten: $\theta' = 0$; damit sind an den Rändern auch $J(\psi', \nabla^2 \psi') = J(\psi', \theta') = 0$. Das Rayleigh-Bénard-Problem ist am einfachsten zu behandeln bei freien Rändern oben und unten, obwohl dies nicht besonders realistisch ist.

Bei freiem Rand vereinfacht sich der Lösungs-Ansatz zu $\Psi_k(z, m) = \sin(m\pi z)$ für alle k . Die vertikalen Wellenzahlen $m=1, \dots$ bzw. Wellenlängen $2\pi(2H)\dots$, führen zu quadratischen Eigenwert-Gleichungen in $S(k; Ra, \sigma)$:

$$(m^2 \pi^2 + S(k) + k^2)(m^2 \pi^2 + S(k)\sigma^{-1} + k^2)(m^2 \pi^2 + k^2) = k^2 Ra. \quad (3c)$$



FIGUR-2: Neutrale Kurve (marginal stabil) im $(Ra(m=1), S(k))$ -Diagramm.

Nichttriviale Lösungen des Randwert-Problems heißen Eigenlösungen mit den Eigenwerten $S(k)$. Für vorgegebene externe Parameter (Ra, σ) ist eine beliebige Störung stabil, wenn für *alle* ihre Partial-Wellen die Realteile der Eigenwerte $Re(S)=s(k)<0$ sind, und instabil, wenn für *eine* der Partial-Wellen $s(k)>0$ ist. Das führt zum Ziel der Stabilitäts-Analyse, die geometrische Struktur der Konvektions-Zelle zu identifizieren, die bei minimaler Parameter-Anregung Ra instabil wird und die dazugehörige kritische Rayleigh-Zahl.

KRITISCHER PUNKT: Neutrale Stabilität oder $s(k)=0$ beschreibt Zustände auf einer Hyperfläche, die Stabilität von Instabilität im Parameter-Wellenzahl-Raum trennt: $Ra(m,k)=(m^2\pi^2+k^2)^3/|k|^2$. Auf der Hyperfläche ist die kritische Rayleigh-Zahl Ra_c als ein Minimum definiert, das die Instabilität (von mindestens einer Partialwelle mit $s(k)>0$, falls $Ra>Ra_c$) von der Stabilität aller Partialwellen (mit $s(k)<0$, falls $Ra<Ra_c$) trennt. Da $Ra(m=1,k) < Ra(m=2,k) < \dots$, braucht nur noch die kleinste Rayleigh-Zahl

$$Ra(m=1,k) = (\pi^2 + k^2)^3/k^2,$$

die zur vertikalen Wellenzahl $m=1$ oder Wellenlänge $2H$ gehört, bezüglich der horizontalen Wellenzahl k minimiert zu werden: $d\{Ra(m=1,k)\}/dk=0$. Diese Bedingung (**FIGUR-2**) führt zu der (zu $m=1$ gehörenden) kritischen horizontalen Wellenzahl $k_c=\pi/\sqrt{2}$ oder Wellenlänge $l_c=(2\pi/k)H$, der kritischen Rayleigh-Zahl $Ra_c=\pi^4(1+a^2)^3/a^2=27\pi^4/4 \approx 675.5$, und zum Höhen/Breiten- oder Aspekt-Verhältnis $a=2H/L=1/\sqrt{2}$. Andere Randbedingungen modifizieren das Ergebnis (Tabelle).

TABELLE: Kritische Rayleigh-Zahl und Wellenzahl abhängig von Bedingungen am oberen/unteren Rand.

RAND	frei/frei	fest/fest	fest/frei
Ra_c	657.5	1708	1101
k_c	2.2	3.12	2.68

2.4 LINEARE STABILITÄTS-ANALYSE IM PHASENRAUM

Eine vertikale und eine zonale Wellenzahl, $(m=1, k_c)$, kennzeichnen die geometrische Struktur der bei minimaler Parameter-Anregung Ra_c (kritischer Rayleigh-Zahl) entstehenden instabilen Konvektions-Zelle (**FIGUR-3**). Beide Wellenzahlen sind durch das Aspektverhältnis a miteinander verbunden. Damit wird die Dynamik von $\psi'(x,z;t), \theta'(x,z;t)$ des linearen konvektiven Fluids von einem Stromfunktion- und Temperatur-Mode beschrieben:

STROMFUNKTION- UND TEMPERATUR-MODE: $\psi_1 = \Psi_1(t)F_o(1,1)$ und $\theta_1 = \Theta_1(t)F_1(1,1)$

mit den entsprechenden (nicht normierten) räumlichen Eigenfunktionen $F(k,m)$: $F_o(1,1) = \sin(\pi ax/H)\sin(\pi z/H)$ und $F_1(1,1) = \cos(\pi ax/H)\sin(\pi z/H)$ in der (x,z) -Ebene. Die Eigenfunktionen haben je ein Extremum im Zentrum der Stromlinien-Rolle (Vorticity) sowie der um $\frac{1}{2}\pi$ in x -Richtung phasenverschobenen Temperatur-Zelle (siehe 3b). Zeitliche Änderungen aller Moden-Amplituden sind im linearen System gleich; bei Instabilität wachsen sie exponentiell an, $\Psi_1(t), \Theta_1(t) = [\Psi_1, \Theta_1] \exp\{s(k)t\}$. Wird der so auf eine Mode beschränkte Reihen-Ansatz für $\psi' = \psi_1 + \dots$ und $\theta' = \theta_1 + \dots$, in die lineare Vorticity- und thermische Energie-Gleichung (3b, mit $\nabla^2 = (1+a^2)(\pi/H)^2$) eingesetzt, erhält man folgende linearen Differentialgleichungen für die Amplituden

DIMENSIONIERTE FORM

$$\begin{aligned} d\Psi_1/dt &= -\Psi_1 v(\pi/H)^2(1+a^2) + \Theta_1(g\alpha/(1+a^2))a(\pi/H)^{-1} \\ d\Theta_1/dt &= +\Psi_1(\Delta T/H)a\pi/H + \Theta_1\kappa(\pi/H)^2(1+a^2) \end{aligned}$$

DIMENSIONSLOSE FORM

$$\begin{aligned} dX/d\tau &= -\sigma X + \sigma Y \\ dY/d\tau &= +\tau X - Y \end{aligned} \quad (3d)$$

nach Division durch $\kappa(\pi/H)^2(1+a^2)$ und Multiplikation der oberen und unteren Gleichung mit $a/\{\sqrt{2}(1+a^2)\kappa\}$ bzw. $r\pi/(\Delta T\sqrt{2})$, Einführung der relativen Rayleigh-Zahl $r=Ra/Ra_c$ mit $Ra_c=\pi^4(1+a^2)^3/a^2$, macht die Variablen des Systems dimensionslos. Damit wird aus der Zeit $\tau = t\kappa(\pi/H)^2(1+a^2)$, der Stromfunktion $X = \Psi_1 a/\{\sqrt{2}\kappa(1+a^2)\}$ und der Temperatur $Y = \Theta_1 r\pi/(\Delta T\sqrt{2})$. Diese Darstellung (Glg. 3d) der linearen Konvektionsrolle nahe dem kritischen Punkt legt den Grundstein für das Lorenz-Modell: Die Konvektionsrolle *und* ihre zeitliche Entwicklung, ursprünglich dargestellt als Stromfunktion und Temperatur-Anomalie $\psi_1(x,z;t) = \Psi_1(t)\sin(\pi ax/H)\sin(\pi z/H)$ und $\theta_1(x,z;t) = \Theta_1(t)\cos(\pi ax/H)\sin(\pi z/H)$, wird abgebildet auf Orte $\mathbf{X}=(X,Y)$ und Trajektorien $\mathbf{X}(\mathbf{X}_0, \tau)$ im (X,Y) -Phasenraum. Dort wird die Dynamik von einem System autonomer gewöhnlicher Differentialgleichungen (Glg. 3d) beschrieben, das analog der Kinematik von Strömungen nahe einem ruhenden Grundzustand interpretiert und durch einen Exponential-Ansatz gelöst werden kann.

Die Lösungen des linearen Systems charakterisieren die Stabilität des gestörten Grundzustandes, der Fixpunkt ($d/dt=0$) der linearen oder Störungsgleichungen (Glg. 3d) ist. Er liegt im 'Ursprung' und repräsentiert das ruhende Fluid:

URSPRUNG: $C_1=(X,Y)=(0,0)$

Störungen eines Grundzustandes werden (in einem linearen System) von der Dynamik der Lösungstrajektorien $\mathbf{X}(\mathbf{X}_0, \tau)$ beliebiger Anfangswerte \mathbf{X}_0 beschrieben. Man erhält sie mit einem Exponential-Ansatz $\mathbf{X}(t)=\mathbf{X}_0 \exp(\lambda t)$, der zum Eigenwertproblem $|\mathbf{J}-\lambda \mathbf{I}|=0$ und den Eigenwerten λ der Jacobi-Matrix \mathbf{J} des Systems führt. Selten werden die dazu gehörenden Eigenvektoren analysiert, die die asymptotischen Hauptrichtungen des Lösungsflusses anzeigen. Während lineare Systeme (wie Glg. 3d) dadurch global erfaßt werden, gelten die Aussagen für nichtlineare Systeme nur lokal in einer nahen Umgebung eines (hyperbolischen) Ortes. Bei der Jacobi-Matrix zu (Glg. 3d)

$$J = \begin{pmatrix} (dX/dt)_x & (dX/dt)_y \\ (dY/dt)_x & (dY/dt)_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sigma & \sigma \\ r & -1 \end{pmatrix}$$

interessieren die Real- und Imaginärteile der Eigenwerte, $\text{Re}\lambda \neq 0$ und $\text{Im}\lambda$ und deren Abhängigkeit von der relativen Rayleigh-Zahl r (bei festem $\sigma=10$). Das charakteristische Polynom hat immer eine negative reelle Wurzel (Eigenwert):

$$P(\lambda) = \lambda^2 + (\sigma+1)\lambda - \sigma(r-1) = 0, \text{ wobei } \lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}(\sigma+1) \pm \left\{ \frac{1}{4}(\sigma+1)^2 + \sigma(r-1) \right\}^{1/2}.$$

Mit systematisch von $r=0$ anwachsendem parametrischen Antrieb ändert sich die Struktur des Systems bei $r=1$, wenn ein Eigenwert die imaginäre Achse kreuzt, also von zwei negativen reellen Eigenwerten einer positiv wird. Damit ändert sich der Fluß der Lösungen vom stabilen Knoten zum instabilen Sattel, also von der 'stabilen' Konduktion im ruhenden System zur exponentiell anwachsenden Störung bei einsetzender 'instabiler' Konvektion:

- $0 < r < 1$: $\lambda_{1,2} < 0$: Konduktion, stabiler Knoten, exponentiell abklingend,
- $r = 1$: $\lambda_1 = 0, \lambda_2 < 0$: ein Eigenwert kreuzt die imaginäre Achse,
- $r > r_1 = 1$: $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$: Konvektion, instabiler Sattel, exponentiell wachsend.

Um den Fluß von Lösungstrajektorien $\mathbf{X}(\mathbf{X}_0, t)$ im Phasenraum zu charakterisieren - lokal bei nichtlinearen Systemen und global bei linearen - reicht oft diese Art einer 'qualitativen Dynamik' aus, wie sie vom Eigenwertproblem des dynamischen Systems beschrieben wird. Hiermit sind die Grenzen des linearen Modells erreicht, obgleich sich noch Anfangswert-Probleme etc. analysieren lassen. Denn mit einsetzender Konvektionsbewegung tritt Advektion auf und damit Wechselwirkungen zwischen dem Stromfunktion- und Temperatur-Mode, wie sie der Jacobi-Operator $J(\psi, \theta)$ im nichtlinearen System (3) repräsentiert. Solche Wechselwirkungen oder Nichtlinearitäten sind in einem linearisierten Modell nicht vorhanden und sollen deshalb im nächsten Schritt berücksichtigt werden.

2.5 NICHTLINEARES SYSTEM: MIT DER SPEKTRAL-TRANSFORMATION ZUM LORENZ-MODELL

Der Einfluß nichtlinearer Vorgänge auf die Dynamik des konvektiven Systems soll in einer ersten Näherung untersucht werden. Dazu wird ein Satz gewöhnlicher Differentialgleichungen hergeleitet, um eine analytisch/numerische Analyse zu ermöglichen. In der Herleitung folgt man meist einem Rezept, das für den Bau einfacher niedrig-dimensionaler (low order) nichtlinearer Modelle angewendet wird (Ghil und Childress 1987). Die Konstruktion erfolgt in drei Schritten: (1) Auswahl und Vereinfachung des geeigneten Gleichungssystems (hier: Boussinesq-System und Rollen-Konvektion), (2) die spektrale Transformation des nichtlinearen partiellen Differentialgleichungssystems in ein System autonomer gewöhnlicher Differentialgleichungen und (3) durch Beschränkung auf nur wenige 'Moden' ein analysierbares nicht-lineares Modell niedriger Ordnung zu erhalten: Hier ist es das klassische Modell der Rollen-Konvektion (Saltzman 1962, Lorenz 1963).

ERSTER SCHRITT (BEWEGUNGSGLEICHUNGEN UND VEREINFACHUNG DER DYNAMIK): Das System partieller Differentialgleichungen, das die Dynamik von Strömungen beschreibt, sollte relativ einfach sein und die wesentliche Physik enthalten. Hier ist es die Boussinesq-Approximation der dynamischen Grundgleichungen für konvektive Strömungen. Weite wird die Dynamik auf zwei Dimensionen reduziert und nur Konvektions-Rollen parallel zur y-Richtung zugelassen. Diese Strömung wird von der Vorticity-Gleichung und dem ersten Hauptsatz (2) vollständig beschrieben.

ZWEITER SCHRITT (UMFORMUNG IN SPEKTRALFORM): Das dynamische System partieller Differentialgleichungen wird in einen Satz gewöhnlicher autonomer Differentialgleichungen transformiert: Felder und ihre

zeitliche Entwicklung werden damit auf Punkte und Trajektorien im Phasenraum abgebildet. Dazu werden die Terme der partiellen Differentialgleichungen in Reihen von (vorzugsweise abzählbaren $k=1,2,\dots$) Orthonormalfunktionen F_k entwickelt. Diese Funktionen sind üblicherweise die Eigenfunktionen des Laplace-Operators im Integrationsgebiet, die den Randbedingungen genügen. Die F_k sind damit Lösungen der Helmholtz-Gleichung, $\nabla^2 F = \lambda F$. Mit einem Ansatz für $\psi(x,z,t) = \sum_{k=0}^{\infty} X_k(t) F_k(x,z) = X_k F_k$ und entsprechend für $\theta(x,z,t)$ erhält man (nach Einsetzen, Multiplikation mit der entsprechenden Eigenfunktion und Integration) ein System gewöhnlicher autonomer Differentialgleichungen für die zeitliche Entwicklung der Amplituden $\mathbf{X} = X_j(t)$ mit Wechselwirkungs-Koeffizienten und parametrischer Anregung, a_{jk}, b_{jk} :

$$dX_j/dt = \sum_{k,l} a_{jkl} X_k X_l + \sum_k b_{jk} X_k \text{ oder } d\mathbf{X}/dt = \mathbf{V}(\mathbf{X}).$$

DRITTER SCHRITT (TRUNCATION UND MODELL-BAU): Der letzte Schritt besteht aus dem geeigneten Abhacken (truncation) der unendlichen Funktionen-Reihe und in der Wahl geeigneter Moden, um ein endliches System gewöhnlicher Differentialgleichungen zu erhalten. Die Grenze des "Abhackens" wird durch den Kompromiß zwischen zwei sich widersprechender Forderungen bestimmt: Lösungsvielfalt und ausreichende Darstellung der Physik - Zugänglichkeit und Verstehen der Lösungen. So hofft man, daß Systeme von relativ geringer Ordnung (und relativ wenigen Basisfunktionen) zumindest qualitativ wesentliche Strukturen des Phänomens widerspiegeln. Nun sind mindestens drei Moden in einem zeitkontinuierlichen System notwendig, um deterministisches Chaos zu erzeugen. Um diese drei Moden zu bestimmen, wird hier ein direkter Weg beschritten; er kann allgemein zur Auswahl geeigneter Moden und auch zur Konstruktion anderer niedrig-dimensionaler nichtlinearer Systeme angewandt werden, wenn sie die Dynamik in der Nachbarschaft von Instabilitäten eines linearen Modells beschreiben sollen.

LORENZ GLEICHUNGEN: Im nichtlinearen System (3) entwickeln sich die beiden Amplituden der zur Konvektionsrolle gehörenden Stromlinien- und Temperatur-Moden, $\psi_1(x,z,t)$ und $\theta_1(x,z,t)$, nicht mehr jede für sich exponentiell wachsend, sondern in Wechselwirkung miteinander. Diese Wechselwirkung wird verursacht durch ihre räumlichen Eigenfunktionen $F_0(1,1) = \sin(\pi ax/H) \sin(\pi z/H)$, $F_1(1,1) = \cos(\pi ax/H) \sin(\pi z/H)$ in den Advektionstermen. Eingesetzt in Vorticity- und Temperatur-Gleichung erhält man:

VORTICITY:

$$\begin{aligned} \partial(\nabla^2 \psi_1)/\partial t &= -(\partial \Psi_1/\partial t)(1+a^2)(\pi/H)^2 F_0 \\ J(\psi_1, \nabla^2 \psi_1) &= 0 \\ g\alpha(\partial \theta_1/\partial x) &= -\Theta_1 g\alpha a(\pi/H) F_0 \\ v \nabla^2 \psi_1 &= +\Psi_1 v(1+a^2)^2(\pi/H) F_0 \end{aligned}$$

1. HAUPTSATZ:

$$\begin{aligned} \partial \theta_1/\partial t &= (\partial \Theta_1/\partial t) F_1 \\ J(\psi_1, \theta_1) &= \frac{1}{2}(\Theta_1 \Psi_1) a(\pi/H)^2 \sin(2\pi z/H) \\ (\Delta T/H)(\partial \psi_1/\partial x) &= \Psi_1 (a\Delta T/H)(\pi/H) F_1 \\ \kappa \nabla^2 \theta_1 &= -\Theta_1 \kappa(1+a^2)(\pi/H)^2 F_1 \end{aligned}$$

Es zeigt sich, daß ein neuer zusätzlicher Mode nicht durch die Vorticity-Advektion, $J(\psi_1, \nabla^2 \psi_1)$, sondern nur durch die Temperatur-Advektion $J(\psi_1, \theta_1)$ angeregt wird; das heißt, durch die nichtlineare Wechselwirkung der Vorticity- und Temperatur-Mode mit den Eigenfunktionen $F_0(1,1)$ und $F_1(1,1)$. Dieser neue Mode ergänzt die beiden ursprünglichen Moden ψ_1, θ_1 des linearen Modells (3d: Grundstein des Lorenz-Systems) zu einem Satz von insgesamt drei Moden $\psi_1, \theta_1, \theta_2$, dem angestrebten Ziel:

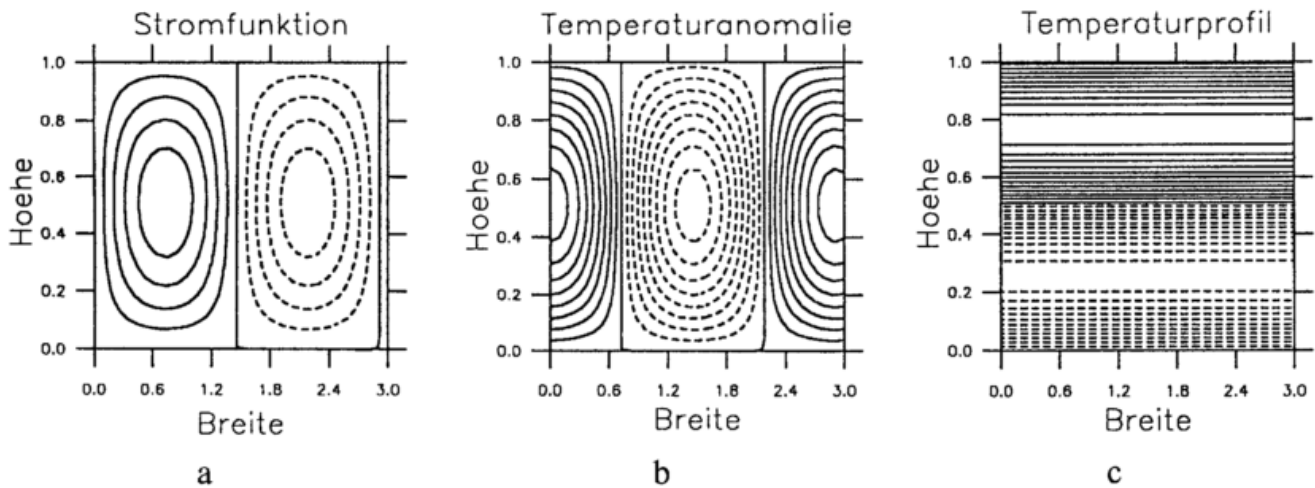
ZWEITER TEMPERATUR-MODE:

$$\theta_2(x,z,t) = \Theta_2(t) F_2(0,2),$$

wobei die räumliche Eigenfunktion $F_2(0,2) = \sin(2\pi z/H)$ ist; θ_2 charakterisiert eine Anomalie des vertikalen Temperatur-Profiles. Dieser Mode ist horizontal homogen; er besitzt, wegen der vertikalen Wellenzahl 2, oben und unten unterschiedliches Vorzeichen und charakterisiert Änderungen der Schichtung (**FIGUR-3**). Er beeinflusst die zeitliche Entwicklung des Systems über $\partial \theta/\partial t$. Wegen der erwünschten Wellenzahl-Begrenzung (hier auf maximal zwei) sollen weitere Wechselwirkungen und damit weitere Anregungen höherer Moden wegfallen. Das bedeutet, daß die zusätzliche Funktion $F_4(1,3) = \cos(\pi ax/H) \sin(3\pi z/H)$, die aus der Wechselwirkung der Moden ψ und θ in der temperatur-Advektion resultiert, vernachlässigt wird:

$$J(\psi_1, \theta_2) = (\Psi_1 \Theta_2) a(\pi/H)^2 [F_1 + \cos(\pi ax/H) \sin(3\pi z/H)] \approx (\Psi_1 \Theta_2) a(\pi/H)^2 F_1.$$

Nun können die endlichen Funktions-Reihen für die Stromfunktion (oder Vorticity) und Temperatur-Anomalie, $\psi = \psi_1, \dots$ und $\theta = \theta_1 + \theta_2, \dots$, in die Vorticity- und thermische Energie-Gleichung des Boussinesq-approximierten Systems (3) eingeführt werden. Das heißt, das dynamische System besitzt eine Vorticity- oder Stromfunktion-Mode ψ_1 und zwei Temperatur-Moden θ_1, θ_2 . Damit erhält man direkt (und ohne numerische Experimente mit allen sonst noch in Frage kommenden Moden) den von Saltzman (1962) aufgestellten und von Lorenz (1963) analysierten Satz autonomer gewöhnlicher Differentialgleichungen für die zeitlich veränderlichen Amplituden $\Psi_1(t), \Theta_1(t), \Theta_2(t)$. Das niedrigdimensionale Modell beschreibt in erster Näherung die nichtlineare Konvektions-Dynamik nahe dem kritischen Punkt:



FIGUR-3: Die Moden der Stromfunktion und Temperatur-Anomalie, $\psi_1(k=1,m=1)$, $\theta_1(k=1,m=1)$ und $\theta_2(k=0,m=2)$ in Form der daran beteiligten horizontalen und vertikalen Wellen und in räumlicher Zusammensetzung.

AMPLITUDEN:	-----LINEARES MODELL-----			(4)
Stromfunktion (1,1)	$dX/d\tau = -\sigma X$	$+\sigma Y$		
Temperatur (1,1)	$dY/d\tau = -Y$	$+rX$	$-XZ$	
Schichtung (0,2)	$dZ/d\tau = -bZ$		$+XY$	
	Dämpfung	parametr. Anregung	nichtlineare Wechselwirkung	

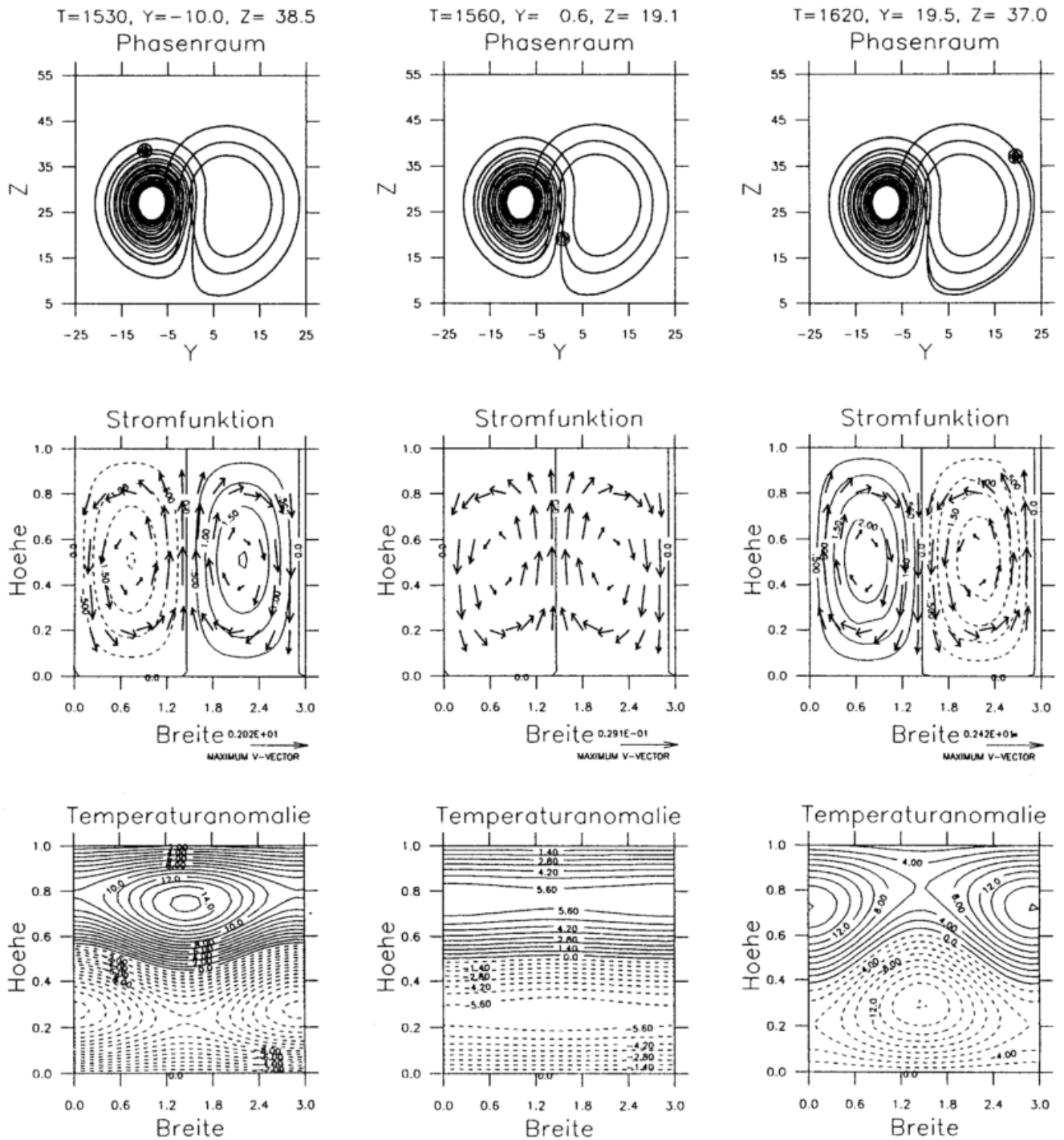
Neben den im linearen Modell (3d) eingeführten dimensionslosen Variablen kommt hier noch ein Koeffizient $b=4/(1+a^2)$ und die Variable $Z=\Theta_2\pi r/\Delta T$ hinzu. Das Modell ist keine vollständige Approximation des Konvektionsproblems, es besitzt jedoch zahlreiche und interessante Strukturen. In dem von den dimensionslosen Amplituden (X,Y,Z) aufgespannten Phasen-Raum wird die zeitlich-räumliche Entwicklung der Moden $\psi_1, \theta_1, \theta_2$ als Trajektorie dargestellt, $\mathbf{X}(\mathbf{X}_0, \tau)$ mit $\mathbf{X}(\tau)=[X(\tau), Y(\tau), Z(\tau)]$:

PHASENRAUM- UND FELD-DARSTELLUNG: Die klassische Parameter-Konstellation für die Darstellung des chaotischen Attraktors ist $\sigma=10$, $r=28$, $b=8/3$. Dann beobachtet man die Trajektorie, wie sie um zwei 'Schmetterlingsflügel' kreist; das heißt, die Integralkurven $\mathbf{X}(\tau)$ verhalten sich wie zwei Oszillatoren, die erst um einen und dann um den anderen Flügel 'spiralen' und scheinbar zufällig umklappen. In **Figur-4** sind eine Phasenraum-Trajektorie $\mathbf{X}(\tau)$ und ihre physikalische Repräsentation $[\Psi_1(t)F_0, \Theta_1(t)F_1, \Theta_2(t)F_2]$ zu drei verschiedenen Zeitpunkten dargestellt: Die Ψ -Rolle (X- oder Ψ_1 -Komponente) ändert ihren Drehsinn (die Phasenraum-Trajektorie wechselt den Flügel) nachdem sie genügend 'Wärme' oder 'Kälte' (Y- oder Θ_1 -Komponente) aufwärts bzw. abwärts transportiert hat (Korrelation mit der X- oder Ψ_1 -Komponente) und damit zur Änderung der vertikalen Schichtung (Z- oder Θ_2 -Komponente) beigetragen hat. Diese Schichtungs-Änderung führt zur Änderung der Stabilität in dem aufwärts gerichteten Ast (er wird stabiler, da oben wärmer), so daß eine Umkehrung der Rollen-Bewegung einsetzen kann. Die beiden Schmetterlingsflügel repräsentieren jeweils ein Typ oder Regime von Rollenbewegung. Die Z-Achse (Θ_2 -Komponente oder Schichtung) ist immer positiv, nur ist der Wert mal kleiner mal größer.

3 STRUKTURELLE STABILITÄT UND EIN WEG INS CHAOS

Die qualitative Struktur und damit auch die Stabilität eines dynamischen Systems werden in der unmittelbaren Umgebung von 'Ausnahme-Trajektorien', wie z.B. Fixpunkten, ermittelt. Diese Analyse läßt sich geometrisch veranschaulichen, wenn man die Dynamik des Lorenz-Systems als Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{V}(\mathbf{X})$ im Phasenraum (X,Y,Z) interpretiert:

$$d\mathbf{X}/dt = \mathbf{V}(\mathbf{X}).$$



FIGUR-4: Phasenraum (nur X,Y-Koordinaten) und Raum der physikalischen Variablen Stromfunktion $\psi(x,z,t)$ und Temperatur-Störung $\theta(x,z,t)$. Den Orten im Phasenraum (dicker Punkt, oben) entsprechen die dazu gehörenden Stromlinien- und Temperatur-Felder (unten).

STABILITÄT: Die Stabilität einer Lösung, $\mathbf{X}(t)=[X(t), Y(t), Z(t)]$, wird im (X, Y, Z) -Raum über das Verhalten einer Nachbarlösung $\mathbf{X}(t)+\delta\mathbf{X}(t)$ mit dem Störungs-Vektor $\delta\mathbf{X}(t)$ definiert. Nach Taylor-Entwicklung wird so Stabilität lokal (in der unmittelbaren Umgebung der Ausnahme-Trajektorie) durch ein System gewöhnlicher linearer Differentialgleichungen charakterisiert:

$$\begin{aligned} d\delta\mathbf{X}/dt &= \mathbf{V}(\mathbf{X}(t)) + \partial\mathbf{V}(\mathbf{X})/\partial\mathbf{X}|_{\mathbf{X}}\delta\mathbf{X}(t) + O(\delta\mathbf{X}^2) + \dots - \mathbf{V}(\mathbf{X}(t)) \\ &= (\partial v_i/\partial x_j)|_{\mathbf{X}(t_0)}\delta\mathbf{X}(t) + \dots = \mathbf{J}\{\mathbf{X}\}\delta\mathbf{X}(t), \end{aligned}$$

wobei $\mathbf{J}\{\mathbf{X}\}=\partial\mathbf{V}(\mathbf{X})/\partial\mathbf{X}|_{\mathbf{X}}=(\partial v_i/\partial x_j)|_{\mathbf{X}}$ die Jacobi-Matrix am Ort \mathbf{X} darstellt. Damit reduziert sich das Stabilitätsproblem auf die Analyse der Lösung von $\delta\mathbf{X}(t)$ und der Eigenwerte/Eigenvektoren der Jacobi-Matrix $\mathbf{J}(\mathbf{X})$. Das Spektrum der Eigenwerte oder lokalen charakteristischen Exponenten beschreibt die lineare Dynamik (des Flusses) in der nahen Umgebung von \mathbf{X} .

SPKTRUM DER LYAPUNOV-EXPONENTEN: Nach der Stabilitätsanalyse an festen Orten \mathbf{X} (zum Beispiel von stationären Lösungen) muß die Stabilität beliebiger quasi-periodischer und chaotischer Lösungen betrachtet werden. Dies geschieht mit Hilfe des Spektrums von Lyapunov-Exponenten, einer Verallgemeinerung der charakteristischen Exponenten (oder der Eigenwerte, z.B. Parker und Chua 1989). Zum zeitkontinuierlichen dynamischen System $d\mathbf{X}/dt=\mathbf{V}(\mathbf{X})$ samt einer Lösungstrajektorie $\mathbf{X}(\mathbf{X}_0, t)$ mit Anfangswert $\mathbf{X}_0=\mathbf{X}(\mathbf{X}_0, t_0)$ gehört ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen (Variations-Gleichung), $d\mathbf{M}(\mathbf{X}_0, t)/dt=\mathbf{J}\{\mathbf{X}(\mathbf{X}_0, t)\}\mathbf{M}(\mathbf{X}_0, t)$ samt Anfangswert $\mathbf{M}(\mathbf{X}_0, t_0)=\mathbf{I}$. Mit diesem System verändert sich ein anfänglich orthogonaler Satz von Störungsvektoren unter Einfluß der zeitvariablen Jacobi-Matrix $\mathbf{J}\{\mathbf{X}(\mathbf{X}_0, t)\}$, die auch als Zustandsübergangsmatrix (oder Tangenten-Abbildung, tangent map) interpretiert werden kann: $\delta\mathbf{X}(t)=\mathbf{M}\delta\mathbf{X}(t_0)$. Die Eigenwerte $\mathbf{m}(t)$ der Lösung der Variations-Gleichung, $\mathbf{M}(\mathbf{X}, t)$, führen zum Spektrum der Lyapunov-Exponenten:

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \{ (t^{-1}) \ln |m_i(t)| \}.$$

Die Exponenten können nach unterschiedlichen Methoden berechnet werden (z.B. Eckmann und Ruelle 1985, Parker und Chua 1989). Ihr Spektrum klassifiziert Attraktoren global (**ANHANG**): Bei chaotischen dissipativen Systemen muß (a) ihre Summe negativ sein, d.h. das Phasenvolumen muß schrumpfen, (b) ein Lyapunov-Exponent muß verschwinden (entlang der Trajektorien-Richtung), (c) mindestens einer muß positiv sein wegen interner Instabilitäten.

STRUKTURELLE STABILITÄT: Neben der Stabilität bei zeitlicher Entwicklung wird strukturelle Stabilität eines dynamischen Systems im Parameter-Raum analysiert: $d\mathbf{X}/dt=\mathbf{V}(\mathbf{X}, \mathbf{p})$. Externe Parameter \mathbf{p} können als langsame Variable verstanden werden, die als Randbedingungen die qualitative Struktur der zeitlichen Evolution bestimmen. Strukturelle Stabilität bedeutet, daß kleine Parameter-Änderungen die topologische Struktur des Attraktors invariant lassen. Instabilitäten treten an Bifurkations- (Verzweigungs-) Punkten auf, an denen eine qualitative Änderung des Flusses stattfindet. Elementare Katastrophen, zum Beispiel, sind klassifizierbare Bifurkationen in einem Gradient-System, das nur wenige externe Parameter besitzt. Im folgenden sollen stichwortartig erste Ergebnisse einer Stabilitäts-Analyse des Lorenz-Attraktors aufgezeigt werden.

STATIONÄRE LÖSUNGEN UND STABILITÄTSANALYSE (FIGUR-5a-c): Stationäre Lösungen oder Fixpunkte sind eine Art von Ausnahme-Trajektorien. Die Gleichgewichtsbedingung ($d/dt=0$, index e) führt zur kubischen Gleichung, $X_e^3 + b(1-r)X_e = 0$, mit drei Lösungen: einen 'Ursprung' und zwei 'Augen'. Die Lösung im 'Ursprung' existiert stets; sie stellt das ruhende Fluid dar. Die 'Augen' existieren erst, wenn Konvektion einsetzt, $r=Ra/Ra_c > 1$, also die kritische Rayleigh-Zahl überschritten wird (z.B. Sparrow 1982, Lorenz 1963, Ott 1993):

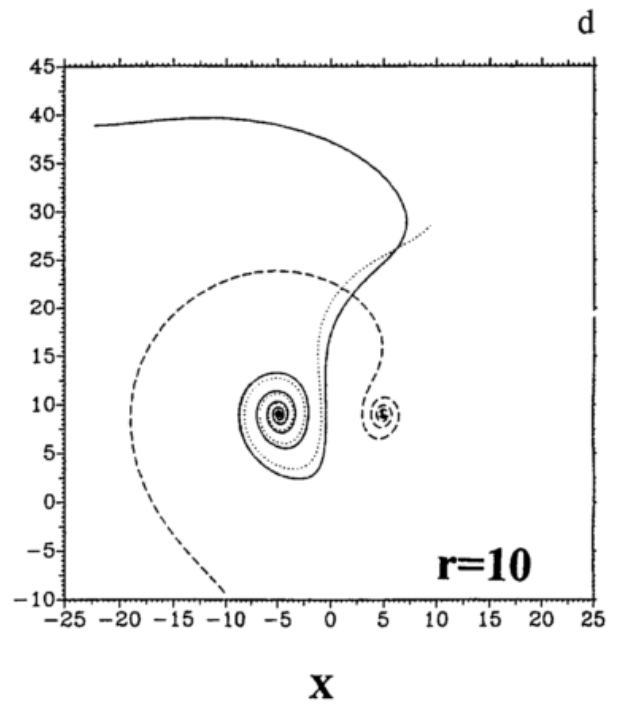
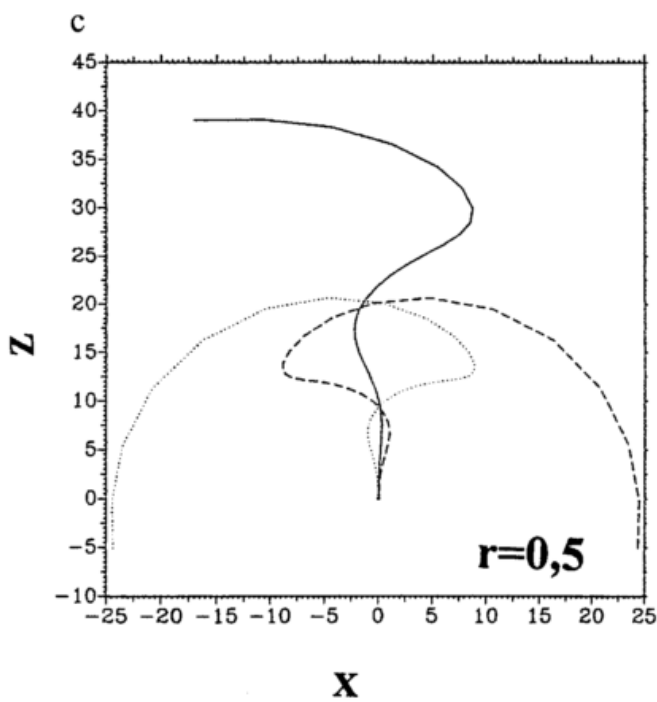
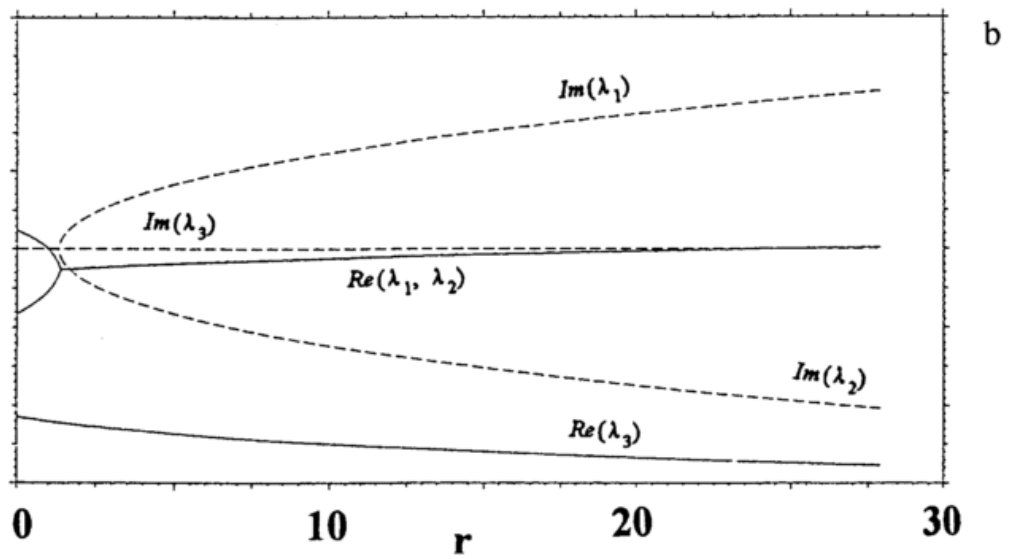
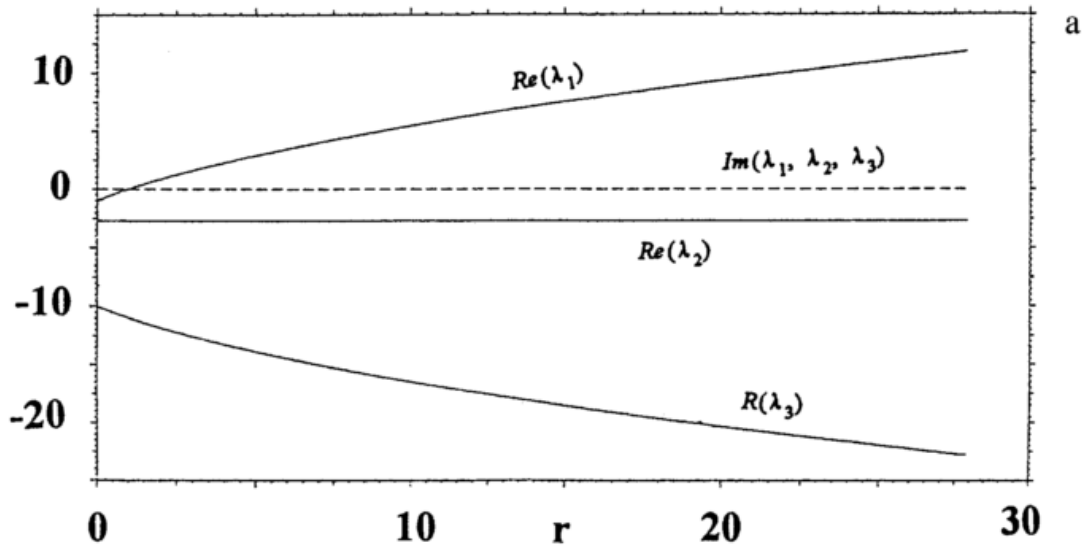
$$\begin{aligned} \text{URSPRUNG:} & \quad C_1=(X, Y, Z)_e=(0, 0, 0) \text{ und} \\ \text{AUGEN:} & \quad C_{2,3}=\{\pm[b(r-1)]^{1/2}, \pm[b(r-1)]^{1/2}, r-1\}. \end{aligned}$$

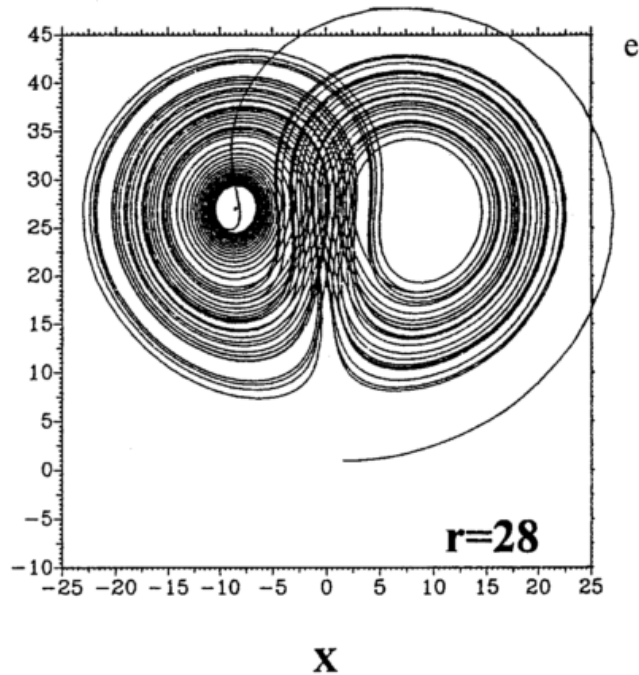
Die Stabilitätsanalyse erfolgt mit Hilfe des Systems linearer Differentialgleichungen, die den Fluß in der Umgebung von Orten im Phasenraum, $(X, Y, Z)_e$, wie zum Beispiel die Ausnahme-Trajektorie, bestimmen. Dazu dienen die Eigenwerte λ der Jacobi-Matrix \mathbf{J} :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ r-Z_e & -1 & -X_e \\ Y_e & X_e & -b \end{pmatrix}$$

Das Eigenwert-Problem, $|\mathbf{J}-\lambda\mathbf{I}|=0$, führt zum charakteristischen Polynom:

$$P(\lambda) = a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0, \tag{5}$$





FIGUR-5: Eigenwerte der Jacobi-Matrix an den stationären Punkten des Lorenz-Systems: (a) im Ursprung und (b) an den beiden 'Augen' in Abhängigkeit vom Parameter r (Rayleigh-Zahl). Die Realteile der Eigenwerte sind durchgezogene Linien, Imaginärteile gestrichelt. (c) Lösungsstrukturen des Lorenz-Systems in Abhängigkeit vom Parameter r : (a) $r=0.5$, (b) $r=10$, (c) $r=28$, vergleiche vertikale Linien in Figur 5a.

mit $a_0=1$, $a_1=(1+\sigma+b)$, $a_2=\sigma(1+b-r+Z_0)+b+X_0^2$, $a_3=\sigma(b+X_0^2-rb+bZ_0+X_0Y_0)$. Die Analyse der Eigenwerte λ , ihr Real- und Imaginärteil $\text{Re}\lambda \neq 0$ und $\text{Im}\lambda$, und ihre Abhängigkeit von der Parameter-Anregung (Rayleigh-Zahl r) bei festem $b=8/3$ und $\sigma=10$ (**FIGUR-5**) führt zur qualitativen Beschreibung der lokalen Phasenraum-Dynamik in der Nähe der Fixpunkte $C_{1,2,3}$ des Lorenz-Modells.

'URSPRUNG' $C_1=(0,0,0)$: Das charakteristische Polynom an diesem Fixpunkt,

$$P(\lambda) = (\lambda+b)(\lambda^2+(\sigma+1)\lambda-\sigma(r-1)) = 0, \quad (5a)$$

hat immer eine negative reelle Wurzel $\lambda_3=-b<0$; der dazu gehörende Eigenvektor zeigt entlang der Z-Achse. Die anderen Eigenwerte, $\lambda_{1,2}$, sind bereits beim linearen Modell im 2-dimensionalen (X,Y)-Phasenraum diskutiert worden.

'AUGEN' $C_{2,3}=\{\pm\sqrt{b(r-1)},\pm\sqrt{b(r-1)},r-1\}$: Sie existieren erst ab $r>1$. Das charakteristische Polynom (5) hat von der Rayleigh-Zahl r abhängige Wurzeln:

$$P(\lambda) = \lambda^3 + (\sigma+1+b)\lambda^2 + (\sigma b+r b)\lambda + \sigma[2b(1-r)] = 0. \quad (5b)$$

Es ermöglicht Aussagen über die qualitative Dynamik in der nahen Umgebung der 'Augen' (siehe **FIGUR-5**):

- $r_1=1$: $\lambda_1=0$; $\lambda_2=-(\sigma+1)$, $\lambda_3=-b$, da $\lambda^2+\lambda(\sigma+1+b)-b(\sigma+1)=0$.
- $r_1<r<r_2$: $\text{Re}\lambda_{1,2}<0$ von $\lambda_{1,2}$ konjugiert komplex, $\lambda_3<0$ reell. Nach Routh-Hurwitz: $D_1=a_1>0$, $D_2=a_1a_2-a_3>0$, $D_3=a_3=2b\sigma(r-1)>0$ für $r>1$.
'Augen' sind asymptotisch stabile Fixpunkte: Fluid rotiert dort mit konstanter Vorticity ohne Temperaturänderung; Anfangswert bestimmt Vorzeichen.
- $r=r_2 \approx 24.74$: $\text{Re}\lambda_{1,2}=0$ mit $\lambda_{1,2}=\pm i\sqrt{a_2}$, $\lambda_3=-a_1<0$.
 $D_2=0$ gibt $r_2=\sigma(3+b+\sigma)/(\sigma-1-b) \approx 24,74$.
 $D_2=0 \rightarrow a_1a_2=a_3$, $\lambda^3+\lambda^2a_1+\lambda a_2+a_3=(\lambda_3-a_1)(\lambda_1+i\sqrt{a_2})(\lambda_2-i\sqrt{a_2})=0$.
- $r>r_2$: $\text{Re}\lambda_{1,2}>0$: 'Augen' sind instabile Fixpunkte (Sattelstrudel).

Im Parameter-Bereich $r > r_2$ bewegen sich die Lösungs-Trajektorien auf einem seltsamen Attraktor (**ANHANG**, z.B. Schuster 1989, Tsonis 1992). Er kennzeichnet chaotische Dynamik oder sensitive Abhängigkeit von Anfangsbedingungen. Die Rollen-Konvektion wird von Vorticity- und Temperatur-Feldern geprägt, die irregulär ihre Intensität und ihr Vorzeichen ändern; im Phasenraum zeigt der Sattel-Strudel oszillatorisches Aufschaukeln. - Weitere Erhöhung der parametrischen Anregung verändert die Strukturen im Lorenz-System. Sie sind jedoch nur mit globalen Maßen, z.B. dem Spektrum der Lyapunov-Exponenten, zu analysieren, da lokale lineare Ansätze nicht ausreichend sind.

SPEKTRUM DER LYAPUNOV-EXPONENTEN: Das Phasenraum-Volumen konvergiert beim Lorenz-Attraktor, da $\text{div}\mathbf{V} < 0$, und damit ist die Summe über das Spektrum der Lyapunov-Exponenten negativ:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{div}\mathbf{V} = \text{div}(d\mathbf{X}_i/dt) = -(\sigma + b + 1) < 0.$$

Das heißt, das Lorenz-System ist dissipativ und der Attraktor nimmt ein sogenanntes Null-Volumen innerhalb des 3-dimensionalen Phasenraumes ein, also 0-dim. Punkte, 1-dim. Grenzzyklen, 2-dim. Flächen, Tori oder Fraktale (z.B. Tsonis 1992) der Dimension < 3 , auf denen sich die Lösungen nach 'vergessenen' Anfangsbedingungen bewegen. Da ein weiterer Lyapunov-Exponent in chaotischen Systemen verschwindet, reicht es beim Lorenz-Attraktor aus, den größten Lyapunov Exponenten, λ_{max} , zu bestimmen, um das ganze Spektrum zu erhalten: $\lambda_1 = \lambda_{\text{max}} > 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = -(\sigma + b + 1) - \lambda_{\text{max}}$ (**FIGUR-6a**). Ist $\lambda_{\text{max}} = 0$, so treten Grenzzyklen auf, wie es in verschiedenen Bändern der relativen Rayleigh-Zahl der Fall ist (**FIGUR-6b**). Man kann so weitere Strukturen aus dem Lyapunov-Spektrum ermitteln:

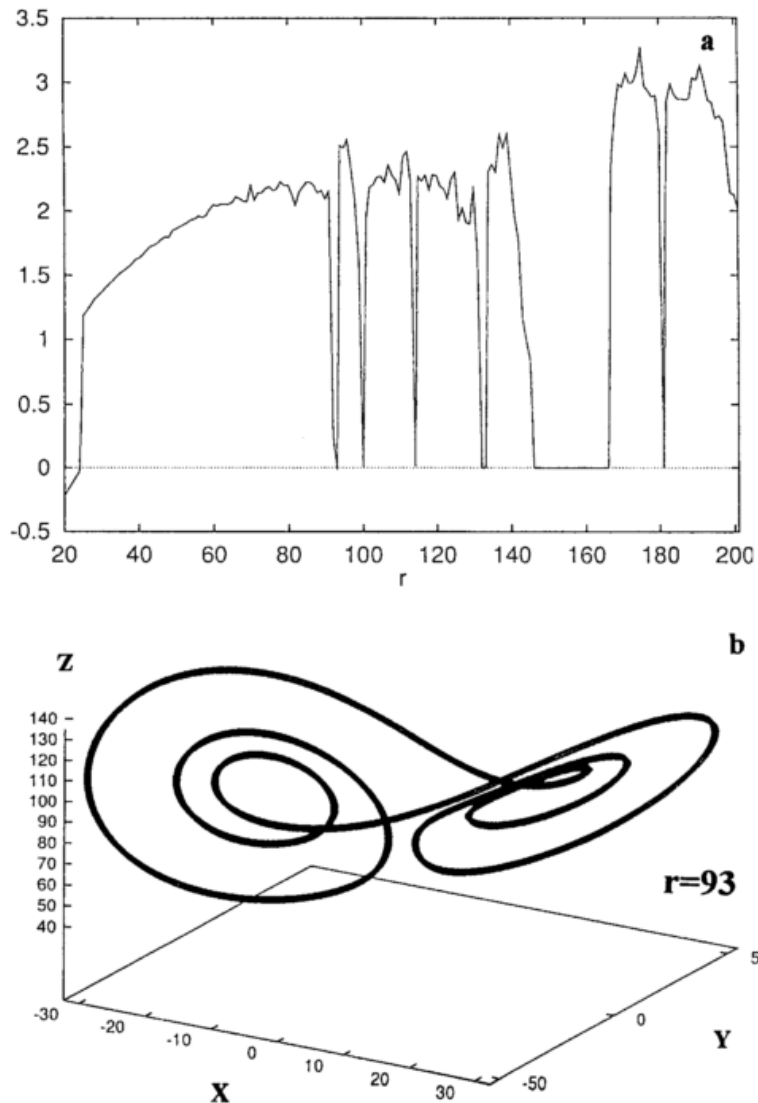


FIGURE-6: (a) Maximaler Lyapunov-Exponent in bits/Zeiteinheit in Abhängigkeit von der relativen Rayleigh-Zahl r . (b) Lösungstrajektorie (Grenzzyklus) im Fenster von $r=93$.

- $r_2 < r < r_3 \approx 145$ chaotischer Attraktor mit periodischen Fenstern (**FIGUR-6b**),
- $r_3 < r < r_4 \approx 166$ stabiler Grenzzyklus mit Perioden-Verdopplung und Band-Aufspaltung
- $r_4 < r < r_5 \approx 235$ chaotischer Attraktor mit periodischen Fenstern.

WEGE INS CHAOS: Die qualitative Struktur-Änderung der Attraktoren unterschiedlicher dynamischer Systeme (von Fixpunkten bis hin zu seltsamen Attraktoren) führt mit wachsender parametrischer Anregung auf unterschiedlichen Wegen ins Chaos (z.B. Loistl und Betz 1994, Jetschke 1989, Schuster 1989); Bifurkations- und Regime-Diagramme veranschaulichen diese Wege, die vom jeweiligen dynamischen System abhängen. Sie alle starten bei einem Fixpunkt und gehen dann mit wachsender Parameteranregung über in einen Grenzzyklus. Von da ab können sie sich unterscheiden. Oft findet man folgende Wege (routes to chaos):

- Perioden-Verdopplung (Feigenbaum): Periodenverdopplung → Chaos
- Hopf-Bifurkation (Ruelle, Takens, Newhouse): Torus → Chaos
- Intermittenz (Pomeau, Manneville): Intermittenz → Chaos.

Für die unmittelbare meteorologische Anwendung sind solche Wege ins Chaos selten relevant. Für die Probleme der Vorhersagbarkeit aber zeigt sich, daß der seltsame Lorenz-Attraktor qualitative Ähnlichkeit mit der großräumigen Zirkulation aufweist, da er Regime-Struktur besitzt und die Vorhersagbarkeit im Phasenraum variiert. Deshalb wird die Analyse des Lorenz-Attraktors auf dem Gebiet der Vorhersagbarkeit fortgesetzt.

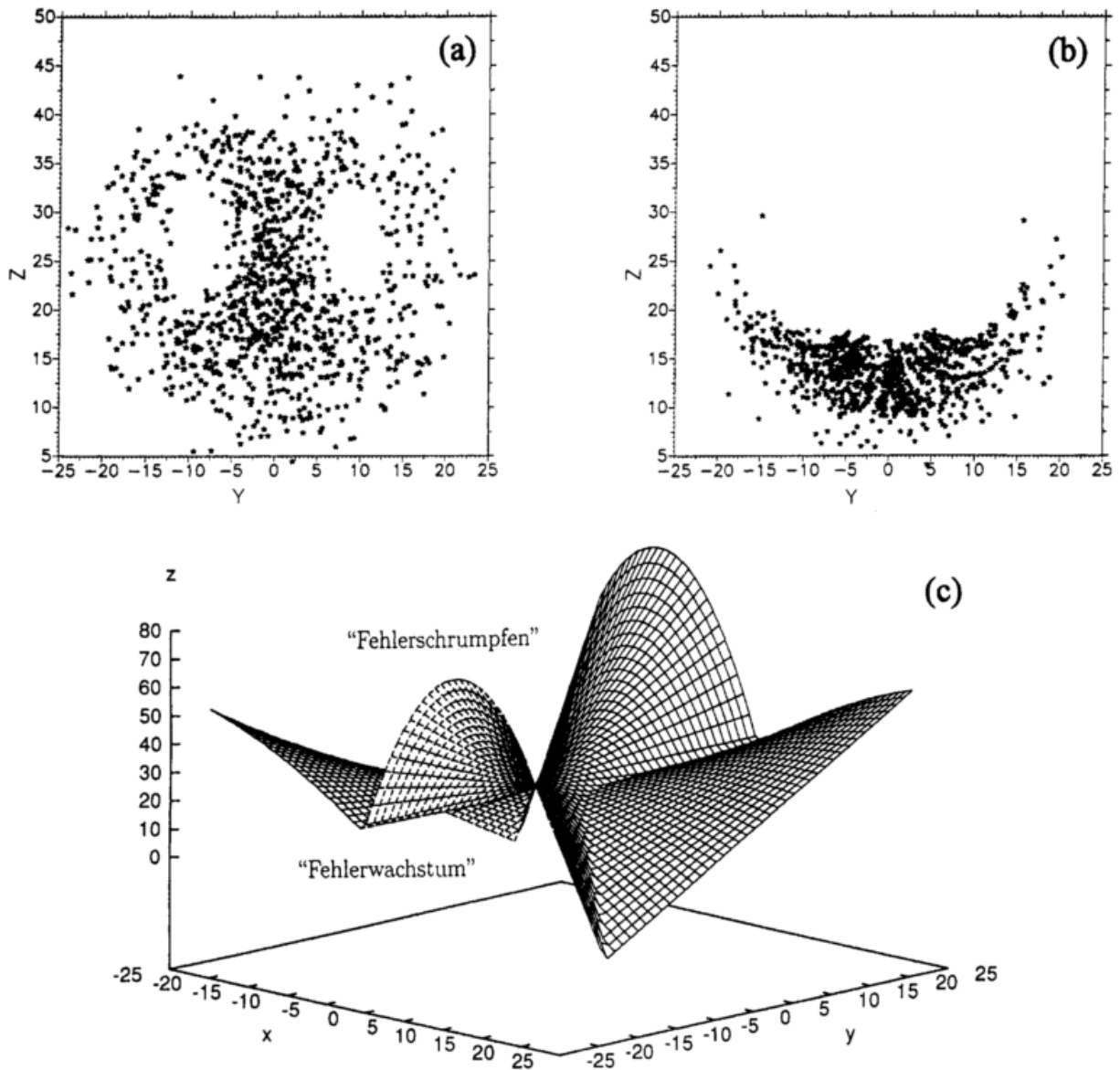
4. VORHERSAGBARKEIT, CHAOS UND BÄCKER-TRANSFORMATION

Wird eine 'Surrogat'-Atmosphäre von demselben dynamischen System simuliert und (ohne systematischen Fehler) prognostiziert, so führt das zur theoretischen - im Vergleich zur praktischen - Vorhersagbarkeit. **Theoretische Vorhersagbarkeit** charakterisiert also die Statistik der Prognose-Fehler eines perfekten Modells. Um eine Statistik von Prognose-Fehlern zu erhalten, werden **Vorhersagbarkeits-Experimente** wie folgt durchgeführt. In einer perfekten Modell-Umgebung ist der 'wahre' Anfangswert, $X_0 = X(t_0)$, bekannt; der Anfangsfehler $|\delta X_0| = |\delta X(t_0)|$ zur Zeit t_0 wird vorgegeben, ist klein und soll, vom gewählten Modell-Anfangswert, $X_0 + \delta X_0$, aus gesehen, in unterschiedlichen Richtungen im Phasenraum liegen. Dann entwickeln sich das 'wahre Wetter' oder die Verifikation und die Prognose auf zwei Trajektorien des Systems: $X(X_0; t)$ und $X(X_0 + \delta X_0; t)$; ihr Abstand ist ein Maß für den Prognose-Fehler. Eine **Analyse der Vorhersagbarkeit** versucht, (nichtlineare) Strukturen aus der Fehler-Statistik zu bestimmen. Prognose-Fehler, das heißt, Abstände zwischen Prognose- und Verifikations-Trajektorien, sind abhängig von Anfangswerten und ändern sich mit wachsendem Vorhersage-Intervall $t = \Delta t$; sie beschreiben das Wachstum oder Schrumpfen von Störungen; sie werden durch dynamische Instabilitäten verursacht, so wie das Wachstum einer kleinen Störung (in einem perfekten Modell) dem eines kleinen unbekanntes Fehlers in einer perfekt modellierten Atmosphäre entspricht. Das heißt: Die begrenzte Vorhersagbarkeit des Wetters beruht auf dem ungenauen Anfangsfeld *und* den internen Instabilitäten des Systems; eine Analyse von Prognose-Fehlern ist damit auch angewandte 'Störungs-Theorie'. Dazu kommen bei der realen Wetterprognose die systematischen Modell-Fehler.

EIN VORHERSAGBARKEITS-EXPERIMENT IM LORENZ-MODELL: Startet man Vorhersagen im Lorenz-System mit Anfangsbedingungen $X(t_0)$, die gleichmäßig im Phasenraum verteilt sind, so beobachtet man für die anfänglich gleichgroßen Fehler, $\delta X(t_0)$, die den Anfangswerten zugeschlagen wurden, daß sie wachsen aber auch schrumpfen können. Das heißt, das Ereignis der Fehlerverdopplung, $|\delta X(t_0 + T_2)| = 2|\delta X(t_0)|$, das zu einer Zeit T_2 stattfindet, findet man nur in besonderen Bereichen des gesamten Phasenraumes, während andere Bereiche besser vorhersagbar sein können (**FIGUR-7a,b**).

ANALYTISCHE BESCHREIBUNG: Das charakteristische Polynom zur Jacobi-Matrix liefert die Eigenwerte, und das Routh-Hurwitz Kriterium (**ANHANG**) führt zu einer Aussage über das Vorzeichen ihrer Realteile und damit über das lokale Anwachsen/Abklingen von Störungen an allen Orten des Phasenraums, ohne die Eigenwerte explizit zu berechnen. Dazu wird das charakteristische Polynom (5)

$$P(\lambda) = a_0 \lambda^3 + \lambda^2 a_1 + \lambda a_2 + a_3 = 0,$$



FIGUR 7a-c: Anfangszustände (Projektion in die (X,Y)-Ebene) für die Durchführung des Vorhersage-Experimentes (a) und die entsprechende Lage dieser Zustände nach der Zeit T_2 der Fehler-Verdopplungszeit. (c) Lage der Fläche $Z(X,Y)$, die den drei-dimensionalen Phasenraum des Lorenz-Modells in ein Gebiet mit positiven (Fehler-Wachstum) und negativen (Fehler-Schrumpfen) Wachstumsraten teilt.

mit $a_0=1$, $a_1=1+\sigma+b$, $a_2=\sigma(1+b-r+Z)+b+X^2$, $a_3=\sigma(b+X^2-rb+bZ+XY)$ im Phasenraum weiter analysiert. Nach dem Routh-Hurwitz Kriterium ergeben sich die Bedingungen, nach denen die Realteile der Eigenwerte der Jacobi-Matrix negativ sind: $\text{Re}\lambda_i < 0$. Danach haben alle Wurzeln von $P(\lambda)=0$ genau dann negative Realteile, wenn folgende Ungleichungen für die Koeffizienten gelten, vorausgesetzt $D_1=a_0=1>0$: $D_2=a_1a_2-a_3>0$ und $D_3=a_3>0$. Das führt zu zwei Flächen im (X,Y,Z)-Phasenraum, die explizit dargestellt werden können, wenn man die beiden Bedingungen $D_2, D_3>0$ nach $Z_{1,2}(X,Y)$ auflöst. Sie sind in einem Gebiet (X,Y,Z*) erfüllt, in dem $Z^*>Z_1$ und $Z^*>Z_2$ gilt. Dieser Bereich liegt oberhalb der $\min(Z^*)$ -Fläche, die in **FIGUR-7c** dargestellt ist. Es zeigt sich, daß bei fast jedem 'orbit' um eines der Augen die Trajektorie das ($\text{Re}\lambda_i < 0$)-Gebiet oberhalb der Fläche *und* das ($\text{Re}\lambda_i > 0$)-Gebiet darunter passiert. Im Gebiet (Z^*, X, Y) mit $\text{Re}\lambda < 0$, schrumpfen Umgebungen von Trajektorien, darunter expandieren sie ($\text{Re}\lambda > 0$). Damit ist der Lorenz-Attraktor zweigeteilt in einen gut vorhersagbaren stabilen Bereich, in dem Fehler schrumpfen, und ein schlecht vorhersagbares Regime, bei dem interne Instabilitäten ($\text{Re}\lambda > 0$) mit exponentiellem Wachstum kleiner Störungen die Ursache der Nichtvorhersagbarkeit sind, wenn ein unvermeidbarer Anfangsfehler vorliegt.

BÄCKER-TRANSFORMATION UND CHAOS: Dieses abwechselnde Falten (oder Schrumpfen) und Strecken ist ein bekannter Generator von Chaos. Anschaulich zeigt das die zeitlich diskrete Bäcker-Abbildung: jeder Zeitschritt (Iteration) entspricht einem Ausrollen oder Strecken eines Brot-Teiges auf seine doppelte Länge und einem anschließenden Zusammenfalten oder Schrumpfen, wobei mit wachsenden Iterationen der Ort eines Punktes im Teig immer schwieriger zu prognostizieren ist. Die Faltungs- und die Streckungsgebiete können im kontinuierlichen Lorenz-System explizit angegeben werden, wie sie nacheinander von den Lösungstrajektorien im Phasenraum durchlaufen werden, und zwar bei jeder Umkreisung (Orbit) eines der 'Attraktorflügel'. Viele niedrig-dimensionale chaotische Systeme zeigen im Chaos solche Trennflächen zwischen Strecken und Schrumpfen.

5 AUSBLICK

Das Lorenz-System (Sektion 2) enthält zahlreiche qualitative Ähnlichkeiten mit der großräumigen Zirkulation der Atmosphäre. Eine dieser Ähnlichkeiten besteht darin, daß eine Regime-Struktur (Sektion 3) vorhanden ist, die andere liegt in der Variabilität der Vorhersagbarkeit auf dem seltsamen Attraktor (Sektion 4). Aus diesem Grund bilden niedrig-dimensionale Systeme mit chaotischem Attraktor eine Art konzeptionelles Modell für theoretische Vorhersagbarkeit, Ensemble Prognosen etc. (z.B. Palmer 1993a,b; Ziehmann et al. 1995). Mit Hilfe dieser konzeptionellen Ansätze können geeignete Vorhersagbarkeits-Experimente mit komplexen Wetter- und Klima-Modellen entworfen und interpretiert werden. Konzept-Modelle zur theoretischen Vorhersagbarkeit müssen natürlich noch ergänzt werden von Konzept-Modellen zur praktischen Vorhersagbarkeit (Fraedrich und Ziehmann 1996); das allerdings ist ein neues Thema.

DANKSAGUNG: Diese Arbeit stellt Untersuchungen aus Literatur und Lehrbüchern zusammen und insofern nichts prinzipiell Neues dar. Sie beruht auf Teilen meiner Vorlesung 'Theoretische Meteorologie I'. Christine Ziehmann fand die topologisch überraschend einfache Struktur vom 'Strecken und Schrumpfen' im Lorenz-Attraktor; sie und Frank Sielmann erstellten Abbildungen. Thomas Frisius gab den Hinweis für die direkte Wahl der am Lorenz-Attraktor beteiligten Moden. Herr M. Dunst las eine letzte Version sehr sorgfältig.

LITERATUR (Auswahl)

Argyris, J.H., G. Faust und M. Haase, 1995: Die Erforschung des Chaos. Vieweg-Verlag, 383pp.

Charney J.G., 1947: The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *J. Meteor.*, 4, 135-162.

Chandrasekhar, S., 1961: Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford University Press, 652pp.

Drazin, P.G., and W.H. Reid, 1981: Hydrodynamic Stability, Cambridge University Press, 527pp.

Eady, E.T., 1949: Long waves and cyclone waves. *Tellus*, 1, 33-52.

Eckmann, J.P. und D.Ruelle, 1985: Ergodic theory of chaos and strange attractors. *Rev. of Modern Physics*, 57, 617-656.

Fraedrich, K. und Chr. Ziehmann, 1995: Praktische Vorhersagbarkeit: Persistenz in rotem Rauschen. *Meteorol. Zeitschrift*, N.F. 4, 139-149.

Ghil, M., und S. Childress, 1987: Topics in Geophysical Fluid Dynamics: Atmospheric Dynamics, Dynamo Theory, and Climate Dynamics. Springer-Verlag, Applied Mathematical Sciences 60, 485pp.

Jackson, E.A. 1990: Perspectives of Nonlinear Dynamics. Cambridge Univ. Press., 633pp.

- Jetschke, G., 1989: Mathematik der Selbstorganisation. Vieweg-Verlag, 328pp.
- Lindzen, R.S., 1990: Dynamics in Atmospheric Physics. Cambridge Univ. Press, 310pp.
- Loistl, O., und I. Betz, 1994: Chaostheorie: zur Theorie nichtlinearer dynamischer Systeme. R. Oldenbourg Verlag, 124pp.
- Lorenz, E.N., 1963: Deterministic nonperiodic flow. J. Atmos. Sci., 20, 130-141.
- Lorenz, E.N., 1993: The Essence of Chaos. University of Washington Press, 227pp.
- Ott, E., 1993: Chaos in Dynamical Systems. Cambridge University Press, 385pp.
- Palmer, T.N., 1993: A nonlinear dynamical perspective on climate change. Weather, 48, 314-326.
- Palmer, T.N., 1993: Extended-Range Atmospheric Prediction and the Lorenz Model. Bull. Amer. Meteor. Soc., 74, 49-65.
- Parker, T.S. und L.O. Chua, 1989: Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems. Springer-Verlag, 348pp.
- Pichler, H. 1984: Dynamik der Atmosphäre. BI-Wissenschaftsverlag, 456pp.
- Rosby, C.G. 1939: Relations between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centres of action. J. Marine Res., 2, 38-55.
- Saltzman, B., 1962: Finite amplitude convection as an initial value problem. J. Atmos. Sci., 19, 329-341.
- Schuster, H.G. 1989: Deterministic Chaos. VCH Verlag, Weinheim, 270pp.
- Sparrow, C., 1982: The Lorenz equations. bifurcations, chaos and strange attractors. Applied Mathematical Sciences, 41. Springer-Verlag, 269pp.
- Strang, G. 1988b: Linear Algebra And Its Applications. Harcourt Brace Jovanovich, San Diego, 505pp.
- Tsonis, A.A., 1992: Chaos - From Theory To Applications. Plenum Press, 274pp.
- Velarde, M.G. und Ch. Normand, 1980: Konvektion. Spektrum der Wissenschaft, September 1980, 119-131.
- Ziehmann-Schlumbohm, C., K. Fraedrich und L. Smith, 1995: Ein internes Vorhersagbarkeitsexperiment im Lorenz-Modell. Meteorol. Zeitschrift NF 4, 16-21.
- Ziehmann-Schlumbohm, Chr., 1994: Vorhersagestudien in chaotischen Systemen und in der Praxis - Anwendung von Methoden der nichtlinearen Systemanalyse. Freie Universität Berlin, Institut für Meteorologie. Meteorol. Abh. N.F., Ser. A, 197pp.

ANHANG:

ATTRAKTOREN: Ein Attraktor ist eine abgeschlossene, beschränkte Punktmenge und invariant bzgl. des Flusses ("wenn einmal auf A, immer auf A"); es gibt eine Umgebung, die auf den Attraktor kontrahiert; Trajektorien auf dem Attraktor kommen jedem Punkt beliebig nahe (wenn $t \rightarrow \infty$). Insbesondere ist ein seltsamer Attraktor durch die sensitive Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen gekennzeichnet. Die Lyapunov-Exponenten für Attraktoren im 3-dimensionalen Phasen-Raum sind in der Tabelle dargestellt; die dazu gehörenden Zeitreihen der Variablen kann man qualitativ sofort aufzeichnen ebenso wie den Fluß im Phasenraum.

TABELLE: Einige bekannte Attraktoren und die Vorzeichen des Spektrums der Lyapunov-Exponenten.

REGIME	LYAPUNOV-EXPONENTEN
stabile Fixpunkte	(-, -, -)
stabile Grenzzyklen	(0, -, -)
stabile Tori (Überlagerung inkommensurabler Frequenzen)	(0, 0, -)
seltsamer Attraktor	(+, 0, -)

ROUTH-HURWITZ-KRITERIUM: Die Eigenwerte λ_i einer Matrix \mathbf{J} besitzen genau dann sämtliche negative Realteile, wenn für die Koeffizienten a_k des charakteristischen Polynoms, $P(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0$, folgende Determinanten-Ungleichungen gelten:

$$\begin{array}{l}
 a_0 = D_0 > 0; \quad a_1 = D_1 > 0; \\
 \begin{array}{|c|} \hline a_1 \quad 1 \\ \hline \end{array} = D_2 > 0; \\
 \begin{array}{|c|} \hline a_3 \quad a_2 \\ \hline \end{array} \\
 \vdots
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \begin{array}{|cccc|} \hline a_1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline a_3 & a_2 & a_1 & 1 \\ \hline a_5 & a_4 & a_3 & a_2 \\ \hline \vdots & & & \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline a_1 \\ \hline \end{array} = D_3 > 0
 \end{array}$$

Da $a_k = 0$ für $k > n$ kann D_n durch $D_{n-1} a_n$ ersetzt werden, so daß als letzte Bedingung gilt: $a_n > 0$.

3 Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Erdboden und Atmosphäre in Regionalmodellen

1 Die Wechselwirkung zwischen Erdboden und Atmosphäre in der regionalen Skala

Die Wechselwirkung zwischen der Atmosphäre und der Erdoberfläche wird im wesentlichen durch die Bilanzen von Impuls, Wärme und Wasser der Erdoberfläche bestimmt. Diese Bilanzen werden in meteorologischen Modellen je nach räumlicher Auflösung unterschiedlich genau und komplex behandelt. Während die Erdoberfläche für den Impuls immer nur eine Senke darstellt, erhält die Troposphäre einen wesentlichen Teil der Wärme über die Erdoberfläche, an der die solare Strahlung absorbiert und in andere Energieformen umgewandelt wird. Deswegen enthalten viele meteorologische Modelle auch eine Energiebilanzgleichung für die Erdoberfläche.

Für viele Anwendungen von Regionalmodellen ist die Beschreibung der planetarischen Grenzschicht wichtig. Ihr tageszeitliches Verhalten bestimmt beispielsweise die Tagesgänge der Temperatur, der Luftfeuchte und der Windgeschwindigkeit. Die Struktur der Grenzschicht wird dabei vor allem durch die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* und den fühlbaren Wärmefluß H bestimmt, also durch die Impulsbilanz und die Energiebilanz an der Erdoberfläche. Weitere bezüglich einer Wettervorhersage relevante Phänomene, die mit der zeitlichen Entwicklung der Grenzschicht verbunden sind, sind die Ausbildung von Inversionen im Bereich der Grenzschicht, Nebel oder der Grenzschichtstrahlstrom. Ein weiterer wichtiger Anwendungsbereich von Regionalmodellen, bei dem die Wechselwirkung zwischen der Erdoberfläche und der Atmosphäre von Bedeutung ist, ist die Vorhersage des Transportes von Luftbeimengungen, hier vor allem die Wirkung der turbulenten Diffusion, die eng mit dem Zustand der Grenzschicht verknüpft ist.

Diese sicher nicht vollständige Liste von Beispielen enthält vor allem eindimensionale Phänomene, die qualitativ durch eindimensionale Beschreibungen wiedergegeben werden können, in denen nur die vertikalen Strukturen in den Feldern der Zustandsvariablen berücksichtigt werden. Viele meteorologische Strömungsmodelle enthalten derartige eindimensionale Beschreibungen der Grenzschicht.

1.1 Einflußgrößen

Ein Teil der von der Erdoberfläche zugeführten Wärme wird von der Atmosphäre in Bewegungsenergie umgewandelt. Der Antrieb der Strömung erfolgt durch räumliche Unterschiede in der Dichte bzw. Temperatur, die durch räumlich differenzierte Erwärmung verursacht

werden. Ein Modell für die atmosphärische Strömung muß deshalb die räumliche Variabilität der Energiebilanz an der Erdoberfläche berücksichtigen. Damit ist gemeint, daß die Aufteilung der an der Erdoberfläche absorbierten Strahlungsflußdichte (Strahlungsbilanz) in die anderen Flüsse fühlbarer Wärme, latenter Wärme und Bodenwärme in ihrer räumlichen Variabilität richtig beschrieben werden muß. Diese Aufteilung hängt von vielen Prozessen und Größen ab:

Geländeform: Die Geländeneigung beeinflusst die Strahlungsbilanz und darüber auch die anderen Energiebilanzkomponenten der Erdoberfläche. Außerdem ist das Windfeld abhängig von der Geländeform.

Eigenschaften der Erdoberfläche: Die physikalischen Eigenschaften der Erdoberfläche und ihr Zustand beeinflussen ebenfalls die Komponenten der Energiebilanz. Parameter wie die Rauigkeit bestimmen den Austausch von Wärme, Wasserdampf und Impuls zwischen der Erdoberfläche und der Atmosphäre. Die Strahlungsbilanz hängt von der Albedo ab. Nasse Oberflächen verdunsten mehr Wasser als trockene Oberflächen. Außerdem hängt beispielsweise die Albedo ebenfalls von der Feuchtigkeit der Oberfläche ab.

Eigenschaften des Erdbodens: Physikalische Eigenschaften des Erdbodens, gekennzeichnet durch Parameter wie die Wärmeleitfähigkeit, -kapazität, Dichte und die Temperaturleitfähigkeit bestimmen den Wärmetransport und das Temperaturfeld im Erdboden und an der Erdoberfläche. Die Temperatur beeinflusst wieder alle Energieflüsse an der Erdoberfläche. Für den latenten Wärmefluß ist der Wassertransport und das Feld des Wassergehaltes im Erdboden und an der Erdoberfläche wichtig. Deswegen müssen hier auch noch Größen wie die hydraulische Leitfähigkeit und die Feldkapazität genannt werden.

Zustand des Erdbodens: Es wurde schon erwähnt, daß die Temperatur und die Feuchtigkeit der Erdoberfläche wichtig für den Energie- und Stoffaustausch zwischen Erdoberfläche und der Atmosphäre sind. Aber auch die schon erwähnten Parameter, die den Wärme- und Wassertransport im Erdboden bestimmen, hängen alle, teilweise nichtlinear, vom Bodenwassergehalt ab. Die Verteilung der Erdbodentemperatur und die Erdbodenfeuchte können also nicht unabhängig voneinander betrachtet werden. Der Erdboden ändert auch seine Eigenschaften, wenn das Wasser im Boden gefroren ist.

Vegetation: Der Zustand der Vegetation bestimmt mit zunehmendem Vegetationsbedeckungsgrad den Wärme-, Wasser- und Impulstransport zwischen der Erdoberfläche und der Atmosphäre. Letztendlich ist dabei

der physiologische Zustand jeder individuellen Pflanze von Bedeutung. Jedoch kann in meteorologischen Modellen die Wirkung der Vegetation nur grob in Abhängigkeit des Vegetationstyps parametrisiert werden. Damit erreicht man bezüglich der Beschreibung der tageszeitlichen Entwicklung der Grenzschicht hinreichend genaue Beschreibungen. Der physiologische Zustand der Vegetation hängt von meteorologischen Parametern wie der Lufttemperatur, der Luftfeuchte und der Globalstrahlung ab. Außerdem ist die Bodenfeuchte wichtig. Bezüglich eines meteorologischen Modells muß beachtet werden, daß die Vegetation über die Wurzeln Wasser aus tieferen Bodenschichten über die überirdischen Pflanzenteile in die Luft transpirieren können. Diese Aufzählung verdeutlicht, daß eine Vielzahl von Wechselwirkungen zwischen dem Erdboden, der Erdoberfläche und der Atmosphäre die Umsetzung des Strahlungsflusses an der Erdoberfläche in Flüsse anderer Energieformen beeinflussen. Dabei spielen standortspezifische Größen aber auch der Zustand der Systeme Atmosphäre und Erdboden eine Rolle. Diese Parameter beschreiben im wesentlichen die Materialeigenschaften des Erdbodens und der Erdoberfläche und zeigen eine große räumliche Variation. Zusätzlich besteht aber noch die Abhängigkeit von Zustandsvariablen. Daraus folgt, daß eine modellmäßige Beschreibung der beteiligten Prozesse auch ein Anfangswertproblem darstellt. Man benötigt eine räumliche Vorgabe von Anfangswerten für die Bodentemperatur und die Bodenfeuchte, die auch Ursachen von räumlichen Variationen der Energiebilanzterme sein können. Im Vergleich zur Atmosphäre sind die Zeitskalen im Erdboden deutlich größer, so daß diese Anfangswerte über den gesamten Vorhersagezeitraum die Lösung beeinflussen.

1.2 Einfluß der Energiebilanzterme auf das Strömungsfeld

Am einfachen Beispiel des Hangwindes kann gezeigt werden, daß häufig eine sehr enge Kopplung zwischen den Energiebilanztermen und dem lokalen Windfeld besteht.

Ein einfaches Modell für Hangwinde ist das Modell von PRANDTL, das von F. DEFANT (1949) modifiziert wurde. In diesem Modell wird angenommen, daß ein Hang mit einem Steigungswinkel α unendlich ausgedehnt ist. Der Zustand der ungestörten Atmosphäre wird hier durch die Brunt-Vaisälä Frequenz N , bzw. durch einen vertikalen Gradienten der Temperatur γ angegeben. Außerdem wird vereinfachend angenommen, daß die turbulenten Flüsse durch eine Schließung erster Ordnung mit konstantem Diffusionskoeffizient K beschrieben werden können. Trotz dieser stark vereinfachenden Annahmen liefert dieses Modell zumindest qualitativ sinnvolle Ergebnisse. Die Lösung lautet für das Windprofil $v(n)$ über dem Hang:

$$v(n) = v_0 \exp\left(\frac{-n}{l}\right) \sin\left(\frac{n}{l}\right)$$

n ist die Koordinate senkrecht zum Hang, l ist eine Längenskala, die sich berechnet als

$$l = \left(4Pr \frac{K^2}{N^2 \sin^2 \alpha}\right)^{1/4}$$

Darin ist Pr die Prandtl-Zahl. Die Geschwindigkeitsamplitude des Hangwindes beträgt

$$v_0 = Pr^{1/2} \frac{N}{\gamma} \Delta T$$

ΔT ist die Temperaturstörung am Erdboden, die mit dem Fluß fühlbarer Wärme

$$H = \rho_0 c_p \frac{\Delta T}{l}$$

gekoppelt ist. Das Ergebnis ist, daß die Hangwindgeschwindigkeit proportional zum fühlbaren Wärmefluß und somit lokal bestimmt ist. Durch den fühlbaren Wärmefluß wird die Erwärmung der Luft durch die Abwärtsbewegung des Hangabwindes bzw. die Abkühlung durch die Aufwärtsbewegung kompensiert.

Durch dieses einfache Modell wird nochmals verdeutlicht, daß die physikalischen Eigenschaften der Erdoberfläche thermisch induzierte Windsysteme in der regionalen Skala bestimmen.

Lösungen des Regionalmodells KAMM, das diese Prozesse mindestens in parametrisierter Form beschreibt, zeigen deutlich den Zusammenhang zwischen Hangwind und dem Strom fühlbarer Wärme auch über komplexem Gelände. In den Bildern 1 und 2 sind Ergebnisse einer Simulation mit dem Karlsruher atmosphärischen Mesoskaligen Modell KAMM (ADRIAN u.a.1991) dargestellt, das eine ausführliche Parametrisierung des Austauschs von Wärme, Wasserdampf und Impuls zwischen Atmosphäre, einer Vegetationsschicht und dem Erdboden enthält [5] und auf die im folgenden noch genauer eingegangen werden soll.

Die Bilder 1 und 2 zeigen die räumliche Verteilung des Stromes fühlbarer Wärme bei Sonnenaufgang (Bild 1) und am Vormittag (Bild 2), nach Einsetzen der Talwinde. Das Modellgebiet umfaßt das Kirchzartener Becken zwischen Freiburg am nordwestlichen Rand und dem Hang des Feldberges am südöstlichen Rand. Als horizontale Gitterweite wurde in dieser Simulation 200 m gewählt, um auch kleinere topographische Strukturen auflösen zu können.

Als großräumiger Antrieb wurde ein geostrophischer Wind von 5 m/s aus Ost vorgegeben, der aber im bodennahen Windfeld nur einen kaum erkennbaren Einfluß besitzt. In diesem orographisch stark gegliedertem Gelände überwiegen die thermischen Windsysteme. Ein prominentes lokales Windsystem ist am Ausgang des

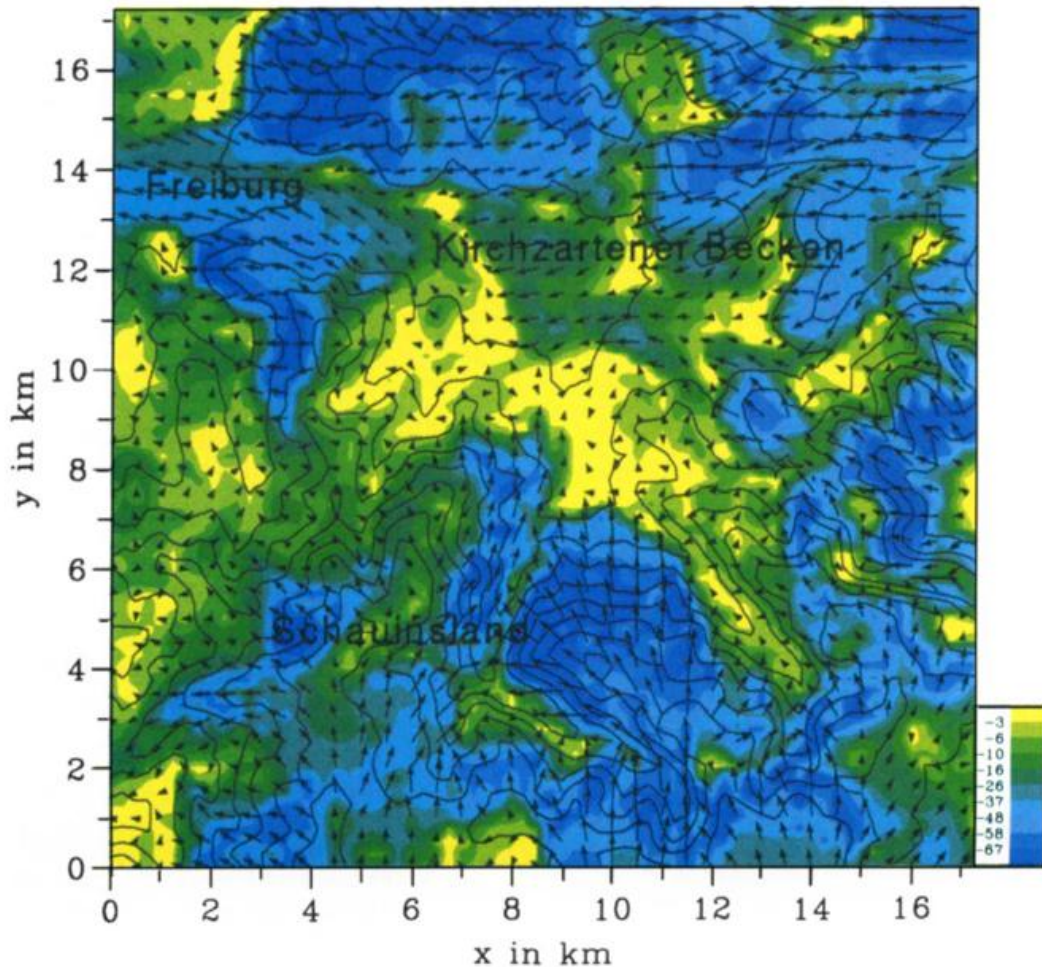


Bild 1: Das Windfeld in 10 m über Grund und die räumliche Verteilung des Stromes fühlbarer Wärme H (in Wm^{-2}) in der Umgebung des Kirchzartener Beckens im Schwarzwald bei Freiburg um 6.00 Uhr Ortszeit. Die Höhenlinien sind im Abstand von 100 m gezeichnet. Ergebnis einer Simulation mit dem Modell KAMM für typische Bedingungen im August. Die horizontale Auflösung des Modells wurde mit 200 m gewählt.

Dreisamtales bei Freiburg am Morgen (Bild 1) zu erkennen. Das Windmaximum kann hier als „Höllentäler“ angesehen werden.

Hier soll vor allem auf den Zusammenhang zwischen Bergwind und dem ebenfalls dargestellten Fluß fühlbarer Wärme hingewiesen werden. Die hangabwärtsgerichtete Komponente der Windgeschwindigkeit ist um so stärker, je größer der zum Boden hin gerichtete Fluß fühlbarer Wärme ist. (Ein nach unten gerichteter Fluß besitzt nach der hier angewendeten Vorzeichenkonvention ein negatives Vorzeichen). In den Gebieten mit geringen Werten des Wärmeflusses treten nur geringe Windgeschwindigkeiten auf.

Für das Bild 2 ist ein Zeitpunkt (10.00 Uhr) ausgewählt worden, an dem an vielen Punkten im Gebiet Talwinde eingesetzt haben. Die Hangaufwinde sind vor allem dort ausgeprägt, wo der Fluß fühlbarer Wärme große Werte erreicht. Die dominierende Einflußgröße ist hier die Exposition der Hänge relativ zum Sonnenstand. Aber auch die Art der Bodenbedeckung (Landnutzung) zeigt in

dieser Abbildung einen Einfluß auf den Fluß fühlbarer Wärme und auch auf die thermisch induzierten Windsysteme.

2 Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Erdboden und Atmosphäre in Regionalmodellen

Im vorhergehenden Abschnitt wurde schon ein Beispiel der Lösung eines Regionalmodells (KAMM) gezeigt, das die wesentlichen Wechselwirkungen zwischen Erdboden, Vegetation und Atmosphäre in parametrisierter Form beschreibt. Das dabei angewendete Parametrisierungskonzept kann als typisch angesehen werden, so daß es im folgenden diskutiert werden soll. Dabei wird hier auf eine Darstellung der mathematischen Realisierung des Konzeptes verzichtet, da sie an anderer Stelle veröffentlicht worden ist (SCHÄDLER 1989, SCHÄDLER u.a. 1990, KALTHOFF u.a. 1993). Das Konzept der Modellierung der Flüsse von Impuls, Wärme und Wasserdampf zwischen Erdboden, Vegetation und der Atmosphäre (in der Literatur auch als SVAT-Modell, Soil Vegetation Atmosphere Transfer Model bezeichnet) in

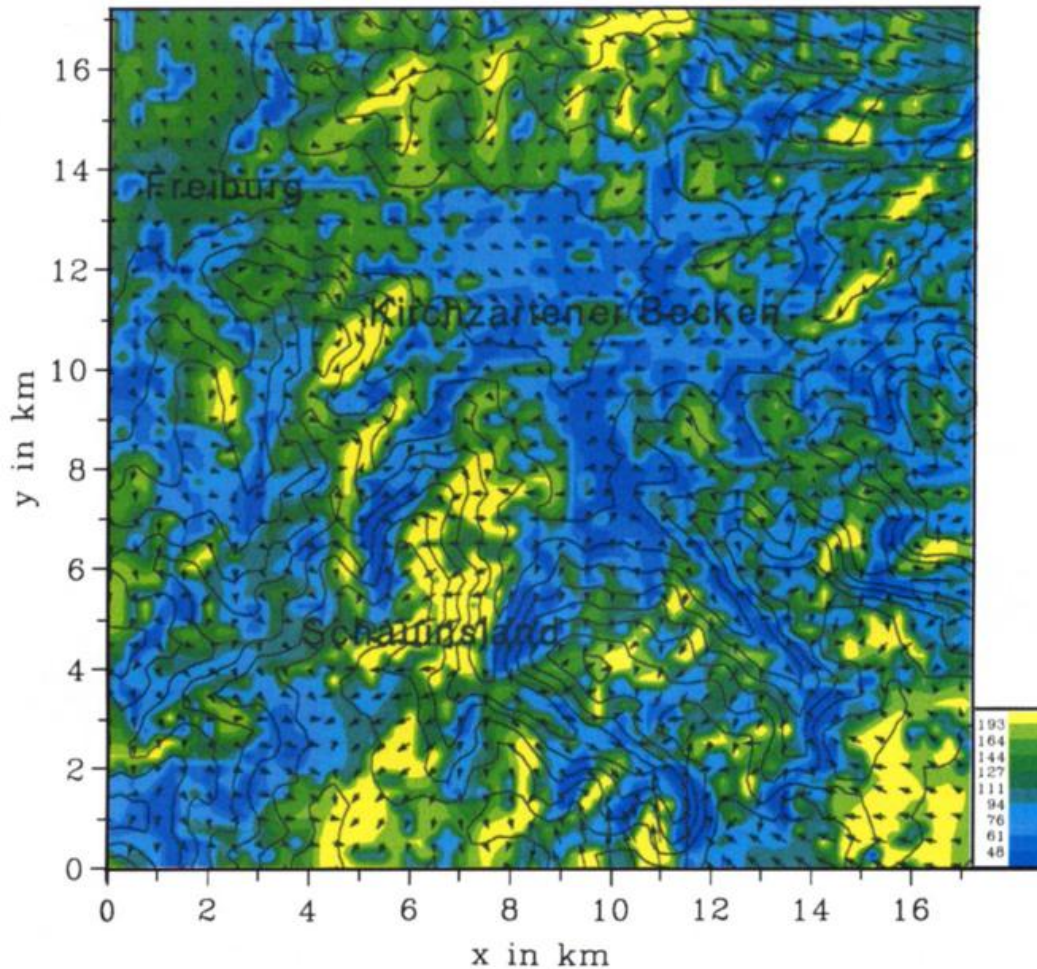


Bild 2: Das Windfeld in 10 m über Grund und die räumliche Verteilung des Stromes fühlbarer Wärme H (in Wm^{-2}) in der Umgebung des Kirchzartener Beckens im Schwarzwald bei Freiburg um 10.00 Uhr Ortszeit. Die Höhenlinien sind im Abstand von 100 m gezeichnet. Ergebnis einer Simulation mit dem Modell KAMM für typische Bedingungen im August. Die räumliche Auflösung wurde mit 200 m gewählt.

einem atmosphärischen Regionalmodell stellt ein Kompromiß dar. Auch in einem Modell wie KAMM, das als Werkzeug für die Forschung und nicht für die operationelle Wettervorhersage entwickelt worden ist, steht die Beschreibung atmosphärischer Prozesse im Vordergrund. Die SVAT-Komponente dient zunächst zur Formulierung der Randbedingungen für das atmosphärische Strömungsmodell und sollte deshalb bezüglich der Rechnerressourcen nicht zu teuer sein. Die eingangs gezeigten Beispiele belegen jedoch, daß diese Modellkomponente wichtig ist. Deswegen werden im Modell KAMM ca. 35% der Rechenzeit für die Simulation der bodennahen Prozesse verwendet.

Für viele der beteiligten Prozesse wurden wesentlich genauere Beschreibungen entwickelt, als sie hier angewendet werden können. Denn diese Ansätze enthalten viele Freiheitsgrade, deren Handhabung in einem Regionalmodell ein besonderes Problem darstellt. Diese bezüglich des Modells externen Parameter müssen als Feldverteilungen für das jeweilige Modellgebiet vorgegeben werden und können meist nur grob geschätzt wer-

den. Die Verfügbarkeit dieser Daten schränkt die praktische Anwendbarkeit geeigneter Parametrisierungen ein.

Viele Schätzungen beruhen auf Kartierungen der Landnutzung, die nur in seltenen Fällen mit Rücksicht auf die Bestimmung von Modellparametern klassifiziert worden sind, entweder weil die Klassen für andere Anwendungen definiert worden sind oder weil entsprechend geeignete Klassen unbekannt sind oder die relevanten Klassen mit den angewendeten Methoden zur Bestimmung von Landnutzungskarten nicht unterscheidbar sind.

Ein grundlegendes und ungelöstes Problem ist auch die Festlegung von Werten der Modellparameter, die charakteristisch für eine Gitterfläche eines Modells sein sollen. Es ist auch noch eine offene Frage, ob derartige charakteristische Werte überhaupt angebar sind. Deswegen werden auch Konzepte verfolgt, in denen auf die Definition von derartigen Flächenmitteln verzichtet wird. So werden beispielsweise Flüsse für mehrere

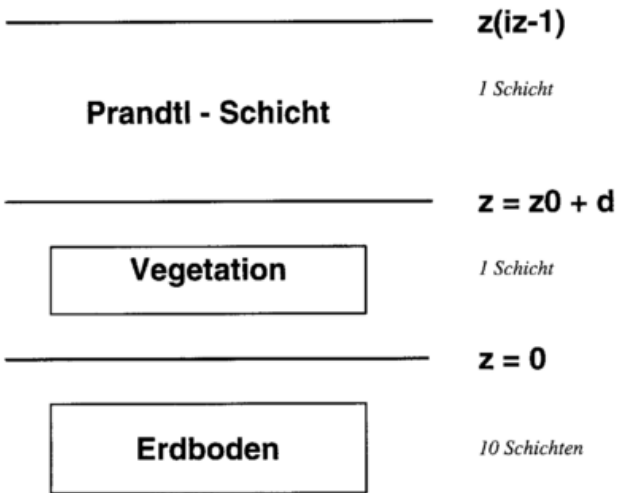


Bild 3: Das Schema des Bodenvegetationsmodells von Kamm. Die unterste Schicht des Strömungsmodells wird als Prandtl-Schicht behandelt. Darunter, in der Fläche $z_0 + d$, befindet sich die Vegetationsschicht. Wieder darunter befindet sich der Erdboden, der durch zehn Schichten aufgelöst wird.

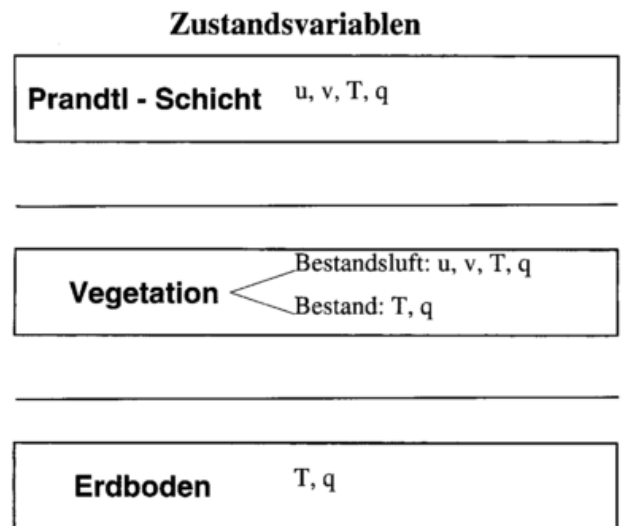


Bild 4: Die im Bodenvegetationsmodell enthaltenen und den drei Untersystemen zugeordneten Zustandsvariablen u, v sind die horizontalen Windgeschwindigkeitskomponenten; T ist die Temperatur der Luft, des Bestandes oder des Erdbodens, q die Feuchte in den Untersystemen.

Oberflächen innerhalb eines Gitterelementes bei vorgegebenem atmosphärischen Zustand bestimmt und diese dann gemittelt.

Ein weiteres Problem ist die Bestimmung der Anfangswerte für die Zustandsvariablen des Erdbodens und der

Vegetation. Die bestehenden Meßnetze sind für die Initialisierung unzureichend.

Wegen dieser Unsicherheiten erscheint die Anwendung sehr aufwendiger Modellkonzepte zur Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Erdboden und Atmo-

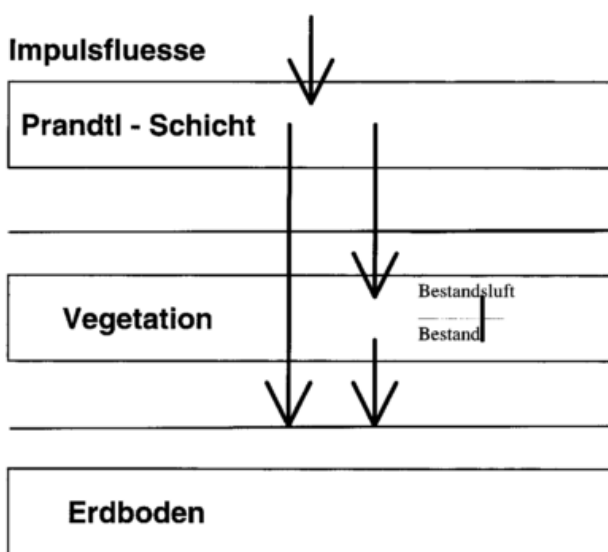


Bild 5: Das Schema der parametrisierten Impulsflüsse. Die Pfeile bezeichnen die Richtung der Impulsflüsse.

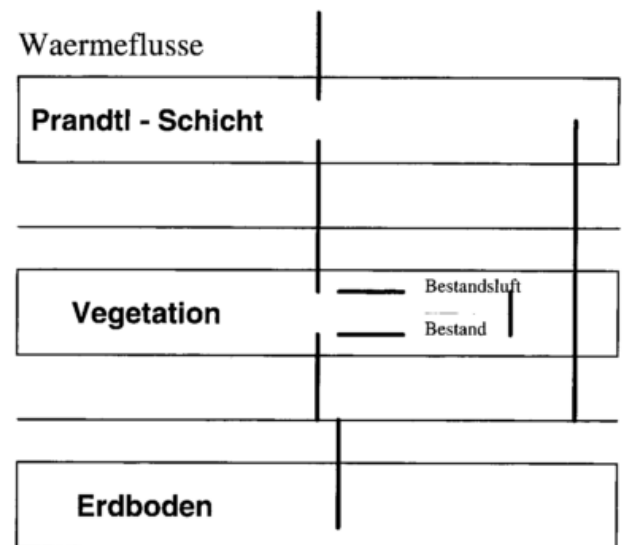


Bild 6: Das Schema der parametrisierten Wärmeflüsse. Die Linien deuten an, daß die Flüsse in beide Richtungen auftreten können.

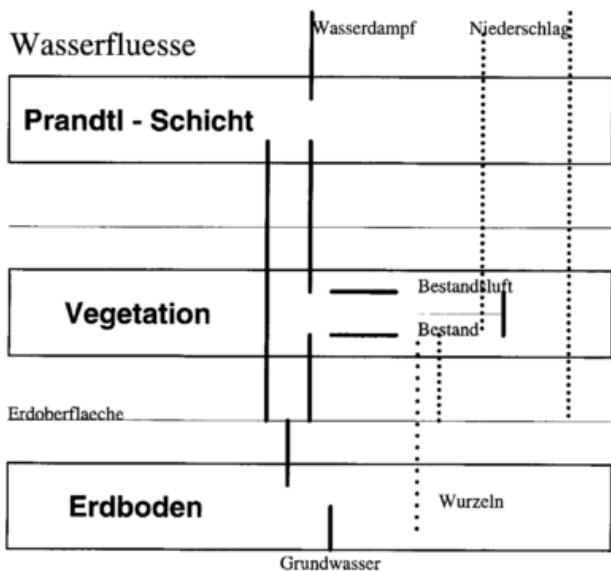


Bild 7: Die parametrisierten Flüsse von Wasserdampf (ausgezogene Linien) und flüssigem Wasser (gepunktet) im Bodenvegetationsmodell.

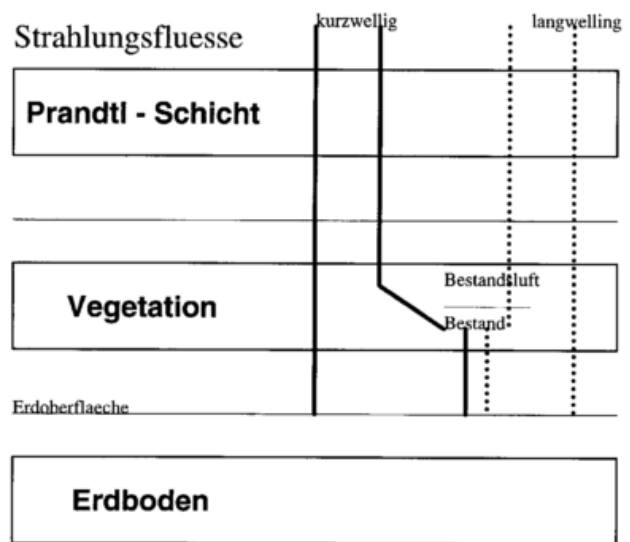


Bild 8: Die parametrisierten Strahlungsflüsse.

sphäre nicht sinnvoll. Die Formulierung in einem Regionalmodell muß aber andererseits die Tagesgänge der Zustandsvariablen und die regionalen und lokalen Unterschiede hinreichend genau beschreiben, um lokale und regionale, thermisch induzierte Strömungssysteme vorhersagen zu können.

2.1 Flüsse von Wärme, Wasser und Impuls

In dem hier als Beispiel dienenden Modell KAMM wird die Vegetation durch eine Fläche repräsentiert. In Bild 3 ist ein entsprechendes Schema angegeben. Darunter liegt der durch mehrere vertikale Schichten aufgelöste Erdboden und darüber die Prandtl-Schicht als unterster Bereich der atmosphärischen Grenzschicht. Die Vegetationsfläche besitzt keine bestimmte Dicke. Man kann sich diese Art von Modellen als ein großes poröses Blatt („big leaf“) vorstellen, das dem Transport von Impuls, Wärme und Wasser zwischen dem Erdboden und der Atmosphäre einen Widerstand entgegensetzt. Die Austauschfläche, an der der Wärme-, Stoff- und Impulsübergang stattfindet, liegt im Modell in der Höhe $z_0 + d$, wenn z_0 die Rauigkeitslänge und d die Verdrängungshöhe ist.

Der durch ein Blatt dargestellte Vegetationsbestand beinhaltet die Pflanzen, bestehend aus transpirierenden Blättern und nicht transpirierenden Stämmen, und die Bestandluft. Die Bestandluft besitzt eine Temperatur, eine Luftfeuchtigkeit und eine Windgeschwindigkeit. Der Pflanzenbestand besitzt ebenfalls eine Temperatur und eine Feuchte. Die Zustandsvariablen in den einzelnen Modellkomponenten sind in dem Schema Bild 4 dargestellt. Es kann zwischen dem Bestand und der Bestandluft Wärme, Wasser und Impuls ausgetauscht werden. Die dazu im Modell parametrisierten Flüsse sind in

den Bildern 5 bis 7 dargestellt. Dabei sind die Flüsse zwischen der äußeren Grenzschicht, der Prandtl-Schicht, der Vegetation, aufgeteilt in Bestandluft und Bestand, und dem Erdboden durch Pfeile bzw. durch Linien gekennzeichnet. Pfeile wurden verwendet, wenn die Richtung eindeutig festliegt. Die Linien kennzeichnen Flüsse, die in beide Richtungen möglich sind. Beispielsweise zeigt Bild 7, daß im Modell Wasserdampf Flüsse zwischen der Grenzschicht und der Prandtl-Schicht, zwischen der Prandtl-Schicht und der Erdoberfläche und der Vegetationsschicht parametrisiert sind. Der Wasserdampf in der Vegetation kann am Pflanzenbestand kondensieren oder verdunsten, um dann einen Austausch mit der Erdoberfläche zu erfahren. Das am Bestand durch Taubildung kondensierte oder durch Interzeption angelagerte Wasser kann als Niederschlag an die Erdoberfläche abgegeben werden.

Alle Flüsse werden mit Hilfe von Widerstandsbeziehungen formuliert. Die zugehörigen Widerstände bzw. Übergangszahlen hängen von vielen internen und externen Parametern ab. Ein wichtiger interner Parameter ist die Windgeschwindigkeit im Bestand, die wieder von der Schubspannungsgeschwindigkeit in der darüberliegenden Prandtl-Schicht abhängt. Alle diese Parameter müßten standortabhängig bestimmt werden. In der Modellanwendung beschränkt man sich aber auf bestandstypische Werte, um sie mit Hilfe von Landnutzungskarten festlegen zu können.

An der gesamten Vegetationsoberfläche kann sich Tau niederschlagen. Der Vegetationsbestand besitzt also auch einen Wasserspeicher. Ist der Pflanzenbestand unbenetzt, kann in Abhängigkeit der Luftfeuchte, der Lufttemperatur, der Globalstrahlung und der Bodenfeuchte Wasser über die transpirierenden Pflanzenoberflächen dem Erdboden direkt entzogen werden. Die dabei statt-

findenden pflanzenphysiologischen Prozesse werden wieder auf einen Parameter, den Stomatawiderstand, reduziert, der die genannten Abhängigkeiten beschreiben soll.

Die Flüsse zwischen der Bestandsluft und der darüber liegenden Grenzschicht werden durch eine Prandtl-Schicht beschrieben, das heißt, es werden die üblichen logarithmischen Wandgesetze (Monin-Obukhov-Theorie) angewendet. Die Flüsse zwischen der Bestandsluft und der Erdoberfläche werden analog behandelt. Es wird also zwischen der Rauigkeit des Bestandes, maßgeblich für die Flüsse zwischen Atmosphäre und Bestand, und der Rauigkeit der Erdoberfläche unterschieden, die die Flüsse zwischen der Bestandsluft und der Erdoberfläche bestimmt.

Die Flüsse von Wärme und Wasserdampf zwischen der Bestandsluft und der Erdoberfläche ergeben die Randbedingungen für den Wärme- und Wassertransport im Erdboden. Dieser wird durch die entsprechende Wärmeleitungsgleichung und Wassertransportgleichung für den Erdboden beschrieben. Dabei wird berücksichtigt, daß das durch die Pflanzen transpirierte Wasser dem Erdboden entzogen werden muß. Diese Wasserentnahme kann in Abhängigkeit vom Vegetationsbestand in verschiedenen Tiefen erfolgen, wozu ein Wurzel dichteprofil vorgegeben werden muß. Dieses und die notwendigen bodenphysikalischen Parameter sind ebenfalls schwierig bestimmbare Größen.

2.2 Die Zustandsvariablen im Vegetationsbestand

Alle im Modell auftretenden Flüsse (s. Bilder 5 bis 7) werden mit Hilfe von Übergangswiderständen parametrisiert. Dadurch wird die mathematische Behandlung eines solchen Modells relativ einfach, indem die entsprechenden Widerstände je nach Prozeß parallel oder seriell „geschaltet“ werden. Die Flüsse sind immer proportional zu Differenzen von Temperaturen, Windgeschwindigkeiten und Feuchten. Deswegen sind die Temperatur, die Feuchte und die Geschwindigkeit der Bestandsluft und die Temperatur und die Feuchte des Vegetationsbestandes selber für das Modellkonzept wichtige Größen.

Wegen der im Modell vorgenommenen Abstraktion des Vegetationsbestandes auf eine Schicht sind diese Größen jedoch nur Hilfsgrößen, die zur Parametrisierung der Flüsse notwendig sind. Es sind keine Größen, die beispielsweise durch eine Messung direkt überprüft werden könnten, denn aus dem Modellkonzept können keine Aussagen über Meßvorschriften dieser Größen abgeleitet werden. So kann beispielsweise den Werten keine Höhe zugeordnet werden, in der ein Größe zu messen ist. Die Zustandsvariablen in diesem Modell sind nur mit zusätzlichen Annahmen interpretierbar, die aber für das Modell selber nicht relevant sind.

Die wichtigen, zu überprüfenden Größen sind die Flüsse von Impuls, Wärme und Wasser oberhalb der Bestandsschicht. Eine Validierung eines solchen Modells

muß sich also auf diese Flüsse beziehen. Denn dieses Modell dient nicht zur Beschreibung und Vorhersage der Lufttemperatur oder Luftfeuchte im Bestand oder des Zustands des Bestandes selber, sondern zur Formulierung der Randbedingungen des regionalen atmosphärischen Modells.

3 Zusammenfassung

Mit zunehmender räumlicher Auflösung meteorologischer Strömungsmodelle gewinnen räumliche Unterschiede der Bodenoberflächentemperatur immer mehr an Bedeutung. Ein regional auflösendes Modell muß deshalb Strukturen in der Bodenoberflächentemperatur und die Energiebilanz der Erdoberfläche genau beschreiben können. Dabei muß der Einfluß der Vegetation auf die Flüsse von Wärme und Wasserdampf mit berücksichtigt werden. Das System Pflanze oder Vegetation ist sehr komplex und kann in meteorologischen Modellen nur mit extrem vereinfachenden Methoden behandelt werden. Aber auch in diesen einfachen Parametrisierungen verdeutlicht sich diese Komplexität in den vielen zu berücksichtigenden Prozessen mit den zugehörigen Parametrisierungen und externen Parametern, die in der praktischen Anwendung häufig leider nur geschätzt werden können.

Das wesentliche Ziel dabei ist die Beschreibung des Austauschs von Impuls, Wärme und Wasser zwischen der Atmosphäre und der Erdoberfläche unter Berücksichtigung der Vegetation. Dieses ist notwendig, um die Strömungsprozesse in der Grenzschicht über komplexem Gelände beschreiben und vorhersagen zu können. Regionalmodelle mit entsprechender Auflösung werden damit auch ein wichtiges Werkzeug in der Regionalmeteorologie, indem mit ihrer Hilfe diese Flüsse einschließlich der Verdunstung über komplexem Gelände bestimmt werden können, wie es durch andere Methoden kaum erreichbar ist.

Literatur

- G. ADRIAN, F. FIEDLER: Simulation of unstationary wind and temperature fields over complex terrain and comparison with observations. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 64:27-48, 1991.
- F. DEFANT: Zur Theorie der Hangwinde, nebst Bemerkungen zur Theorie der Berg- und Talwinde. *Arch. Met. Geoph. Biokl. Ser. A*, 1:421-450, 1949.
- N. KALTHOFF, G. SCHÄDLER, F. FIEDLER, G. ADRIAN: Land surface processes over flat agricultural terrain. *Meteorol. Zeitschr. (N. F.)*, 2:51-69, 1993.
- G. SCHÄDLER: Numerische Simulation zur Wechselwirkung zwischen Landoberflächen und atmosphärischer Grenzschicht. Dissertation, Inst. f. Meteorologie und Klimaforschung, 1989.
- G. SCHÄDLER, N. KALTHOFF, und F. FIEDLER: Validation of a model for heat, mass and momentum exchange over vegetation surfaces using LOTREX-10E/HIBE88 data. *Beitr. Phys. Atmosph.*, 63:85-100, 1990.

Buchbesprechungen – Neuerscheinungen

- ZWEVER, S. u.a.(Ed.): Climate change research. Evaluation and Policy Implications. Amsterdam...: Elsevier 1995, 674 S. ISBN 0-444-82143-0. Studies in Environmental Science Vol. 65A.
- JOHANNESSEN, O. M. u.a.(Ed.): The Polar Oceans and their role in shaping the global environment. Washington: AGU 1994, 525 S. ISBN 0-87590-042-9. Geophysical Monograph 85.
- DIEMINGER, W. u.a.(Ed.): The upper atmosphere. Data analysis and interpretation. Berlin...: Springer 1996, 1014 S. ISBN 3-540-57562-6.
- JONES, P. D. u.a.(Ed.): Climatic variations and forcing mechanisms of the last 2000 years. Berlin...: Springer 1996, 649 S. ISBN 3-540-60695-5. NATO ASI Ser. I, Vol. 41.
- MURRELL, J. C. u.a. (Ed.): Microbiology of atmospheric trace gases. Sources, sinks and global change processes. Berlin...: Springer 1996, 306 S. ISBN 3-540-60612-2. NATO ASI Ser. I, Vol. 39.
- FIOCCO, G.; VISCONTI, G.(Ed.): Diagnostic tools in atmospheric physics. Amsterdam...: IOS Press 1995, 340 S. ISBN 90-5199-202-5. Internat. School of Physics Enrico Fermi, course CXXIV, Varenna 1993.
- GIAMBELLUCA, Th. W. u.a.(ED.): Climate change. Developing southern hemisphere perspectives. Chichester...: Wiley 1996, 475 S. ISBN 0-471-96214-7.
- O'RIORDAN, T.; JÄGER, J.(Ed.): Politics of climate change. A European perspective. London...: Routledge 1996, 396 S. ISBN 0-415-12573-1.
- SALBY, M. L.: Fundamentals of atmospheric physics. San Diego...: Academic Pr. 1996, 624 S. ISBN 0-12-615160-1. Intern. Geophys. Ser. Vol. 61.
- GRAEDEL, Th. E.; CRUTZEN, P. J.: Atmosphäre im Wandel. Die empfindliche Lufthülle unseres Planeten. Heidelberg...: Spektrum 1996, 222 S. ISBN 3-8274-0033-3. Übers. a. d. Engl.
- From atmospheric circulation to global change: celebration of the 80th birthday of Professor Ye Duzheng. Beijing: China Meteorol. Press 1996, 769 S. ISBN 7-5029-2098. China Meteorolog. Press foreign language book No. 114.
- LYNCH, D. K.; LIVINGSTON, W.: Color and light in nature. Cambridge Univ. Pr. 1995, 254 S. ISBN 0-521-46836-1.
- THOMAS, M.: Weather for hillwalkers and climbers. Gloucestershire: Sutton 1995, 93 S. ISBN 0-7509-1080-1.
- JOUSSAUME, S.: Klima, gestern, heute, morgen. Berlin...: Springer 1996, 140 S. ISBN 3-540-58736-5. Übers. a.d. Franz.
- APPS, M. J.(Ed.): Forest ecosystems, forest management and the global carbon cycle. Berlin...: Springer 1996, 452 S. NATO ASI Ser. 1 Vol. 40. ISBN 3-540-60684-X.
- Klimaatlas Oberrhein Mitte-Süd. Atlas climatique du Fosse Rhenan meridional. Offenbach a.M...: IFG, Inst. f. Angewandte Geowissenschaften. ISBN 3-00-000100-X. Kt.-Bd. 1995, graph. Darst., Kt. Textbd. 1995, 212S.
- PLATE, E. (Hrsg.): Windprobleme in dichtbesiedelten Gebieten. Aachen: Windtechnol. Ges. 1995, 285 S. ISBN 3-928909-02-9. WTG-Berichte Nr.3.
- HOUGHTON, J. T. u.a. (Ed.): Climate change 1995. The science of climate change. Cambridge Univ. Pr. 1996, 572 S. ISBN 0-521-56433-6.
- TURNER, D. B.: Workbook of atmospheric dispersion estimates. An introduction to dispersion modeling. 2. Aufl. Boca Raton...: Lewis Publ. 1994. ISBN 1-56670-023-X. Mit Diskette.
- HOGG, N. G. u.a. (Ed.): Collected works of Henry M. Stommel. Vol. I-III. Boston: AMS 1995; 380, 888, 683S. ISBN 1-878220-16-0
- FRISCH, U.: Turbulence. The legacy of A.N. Kolmogorov. Cambridge Univ. Pr. 1995, 296 S. ISBN 0-521-45103-5.
- KONDRATYEV, K. Ya. u.a.: Global change and remote sensing. Chichester ...: Wiley 1996, 370 S. ISBN 0-471-96078-0.
- LESTER, P.F.: Aviation weather. Englewood: Jeppesen Sanderson 1995. ISBN 0-88487-178-9.
- IHLY, B.: Der großräumige Jet in der unteren Troposphäre im Schweizer Mittelland. Opfikon: Lenticularis 1995, 108 S. ISBN 3-906670-17-1.
- MALEWSKI, H.: Zum Thema Wetter. Thun . . . : H. Deutsch 1996, 104 S. ISBN 3-8171-1477-X.
- McMICHAEL, A. J. u.a. (Ed.): Climate change and human health. Genf: WHO 1996, 297 S.
- SCHUBERT, G. u.a.: Klimatologisch-statistische Ergebnisse der Sonnenhalobeobachtungen 1951-1980 in Schwerin (Mecklenburg). Offenbach a.M.: Deutscher Wetterdienst 1996, 193 S. Ber. d. Dt. Wetterdienstes Nr. 199.
- TRAUP, St.; KRUSE, B.: Winddaten für Windenergienutzer. Offenbach a. M.: Deutscher Wetterdienst 1996, 455 S. ISBN 3-88148-322-5. Loseblattsammlung mit einer Datendiskette und einer Faltkarte, DM 380,-.
- Das Werk enthält eine Auswahl von 107 deutschen Stationen, die im Stile des 1989 vom Risø National Laboratory in Dänemark herausgegebenen Europä-

ischen Windatlasses aufbereitet wurden. In einem vorangestellten Textteil werden die Grundlagen zur Ermittlung des Windenergiepotentials mit dem *Wind Atlas Analysis and Application Programme (WAsP)* erläutert. Es folgt ein Vergleich mit früher veröffentlichten Windstatistiken. Die Stationsstatistiken werden genau beschrieben. Eine tabellarische Auflistung der Windmeßstationen und eine beiliegende Übersichtskarte dienen zur Erleichterung der Orientierung.

Die Statistiken setzen sich zusammen aus einer Stationsbeschreibung mit Koordinatenangaben, einem Tabellenwerk mit statistischen Auswertungen (Weibullparameter, Rauigkeitsrose, Häufigkeitsverteilungen, Tages- und Jahresgang, Windenergiepotential) und einer Grafikkarte zur Illustration.

Eine beiliegende Diskette enthält die zur Bestimmung des Windenergiepotentials mit WAsP notwendigen Dateien und die dazugehörigen Häufigkeitsverteilungen aller Stationen.

H.-D. Kirch

ARMBRUSTER, J.: Flugverkehr und Umwelt: Wieviel Mobilität tut uns gut? Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verl. 1996, 230 S., 40 Abb., 29 Tab., DM 34,80, ISBN 3-540-60309-3

Niemand wird sich mehr das Leben ohne den Flugverkehr vorstellen können. Andererseits wirft die weltweite Zunahme des Flugverkehrs Fragen auf, inwieweit

dadurch eine Schädigung der Umwelt bereits vorhanden oder zu erwarten ist und welche Möglichkeiten einer Reduktion der Umweltbelastung sich abzeichnen.

In dem verständlich und interessant geschriebenen Buch widmet sich der Verfasser, der Betriebswirtschaft studiert und bereits zwei Sachbücher zum Thema Fliegen geschrieben hat, diesen Fragestellungen. Vergleiche des Flugzeugs zu anderen Verkehrsmitteln wie Auto, Bahn und Schiff werden ebenfalls einbezogen.

Im Kapitel 1 „Mobilität kontra Umweltschutz“ werden einleitend der Mobilität als „neuem sozialen Besitzstand“ des einzelnen sowie für die Wirtschaft infolge ihres Strukturwandels die Forderungen gegenübergestellt, die sich für die Verkehrspolitik und den Umweltschutz ableiten. Die „wirtschaftliche Bedeutung des Luftverkehrs“ in Form von Langstreckenflügen, Regionalverkehr, Transport von Luftfracht und Arbeitsplatz Flughafen wird in Kapitel 2 dargelegt.

Mit dem „Landverbrauch durch Flughäfen“ im Umfang und den ökologischen Folgen befaßt sich Kapitel 3. Die nächsten Kapitel erläutern konkret die verschiedenen Arten der Umweltbelastung, so Kapitel 4 „Flug- und Bodenschall“ (Entstehung, Messung, mögliche Reduktion), Kapitel 5 „Strahlenbelastung“ (Kosmische Strahlung, Cockpit-Bildschirme), Kapitel 6 „Freier Flug in dicker

Luft: das Flugzeug als Schadstoffemittent“ (Anteile der Emissionen in den verschiedenen Flugphasen, Auswirkungen wie Kondensstreifen, mögliche Zerstörung der Ozonschicht, Ozonforschungsprojekt MOZAIC u.a.) und Kapitel 7 „Schadstoffbilanz eines Flugzeugs“.

„Neue technische Konzepte zur Umweltbelastung“ werden im Kapitel 8 dargestellt. Kapitel 9 enthält den „Ausblick: ohne Politik geht es nicht“ mit Forderungen über notwendige weitere Forschungen, internationale Abstimmungen wie auch nach einem persönlichen Umdenken zum Verhältnis Mobilität und Umwelt.

Die Meteorologie spielt im Buch nur eine Rolle im Hinblick auf die Zusammensetzung und die Austauschvorgänge in der Atmosphäre (s. chemische Reaktionen der Schadstoffemissionen). Neben einigen Vereinfachungen haben sich Druckfehler S. 105 (fehlende Minuszeichen für die Temperaturen in Tropopausehöhe) und S. 107 (der Anteil von Stickstoff N₂ statt NO₂) eingeschlichen.

Das Buch enthält ein Glossar, leider vom Text völlig unabhängige Literaturhinweise, Anschriften von Institutionen und Einrichtungen, bei denen ggf. weiteres Informationsmaterial erhalten werden kann, einen ebenfalls unkonkreten Bildquellennachweis sowie ein ausführliches Sachverzeichnis.

G. Götschmann

Anschriften der Autoren

Prof. Dr. Christian-D. SCHÖNWIESE
Inst. f. Meteorologie u. Geophysik
J.W. Goethe-Universität
Robert-Mayer-Str. 1/V
60325 Frankfurt a. M.

Prof. Dr. Klaus FRAEDRICH
Universität Hamburg
Meteorologisches Institut
Bundesstr. 55
20146 Hamburg

Prof. Dr. Gerhard ADRIAN
Inst. f. Meteorologie u. Klimaforschung
Universität Karlsruhe
Forschungszentrum Karlsruhe
Kaiserstr. 12
76137 Karlsruhe

Korrekturen

Korrektur zu Promet Jg. 24, H. 4, S. 121, rechte Spalte, oben, nach 1. Absatz:

in der Gleichung $rmse(PER)=...$ muß die Klammer hinter $.../N$ geschlossen werden.

Korrektur zu Promet Jg. 25, H. 1/2, S. 46, Bild 1:

in der Unterschrift muß es in der 4. Zeile heißen ...Monsieur Viaut...

Redaktionelle Hinweise für Autoren

1 Allgemeines

Promet dient der Fortbildung von Meteorologen und Wetterberatern. Die Beiträge zum Thema des Heftes sollen den neuesten Stand des zu behandelnden Spezialgebietes auf wissenschaftlicher Basis in einer verständlichen und anschaulichen Weise darstellen.

2 Äußere Form des Manuskriptes

2.1 Text

Einseitig auf durchnumerierten DIN-A4-Blättern (links 4 cm, oben 2 cm als freier Rand), Maschinenschrift, 1 1/2 zeilig, ca. 60 Anschläge/Zeile und 30 Zeilen/Seite.

2.2 Gliederung

Numerierung der Haupt- und Unterabschnitte nach dem Dezimalsystem (1, 1.1, 1.2 ... , 2, 2.1, 2.2. usw.).

2.3 Abbildungen, graphische Darstellungen

Kontrastscharfe und reproduktionsfähige

Vorlagen (Fotos mit Hochglanz, Strichzeichnungen mit schwarzer Tusche und klarer Beschriftung). Legenden zu den Abbildungen auf besonderem Blatt beifügen.

2.4 Formeln, Gleichungen

Auf das Notwendige beschränken, deutlich lesbar mit fortlaufender Numerierung in runden Klammern am rechten Texttrand.

2.5 Tabellen

Nur im notwendigen Umfang, klar und übersichtlich, ggf. auch als Abbildungen.

2.6 Literaturzitate

Literaturhinweise im Text: ... MÜLLER (1980) ... oder ... (MÜLLER 1980) ...

Literaturverzeichnis:

– Autoren in alphabetischer Reihenfolge. Herausgeber werden durch den Zusatz: „Hrsg.“ gekennzeichnet.

– Zeitschriftenaufsatz:

KURZ, M., 1982: Zum Einfluß diabatischer Prozesse auf die Frontogenese in Bodennähe. Meteorol. Rdsch., 35, 21-30.

– Buch:

SCHÖNWIESE, C.-D., 1980: Klimaschwankungen. Berlin: Springer-Verlag, 181 S.

3 Korrekturen

Autoren, die das Thema des Heftes behandeln, erhalten Fahnenabzüge ihres Beitrages zur Korrektur. Die Umbruchkorrekturen werden von der Hauptschriftleitung durchgeführt.

4 Belegexemplar, Fortdrucke

Autoren des Hauptthemas erhalten je 5 Belegexemplare des betreffenden Heftes. Autoren von Kurzmitteilungen (3spaltige Texte) je 1 Heft. Zusätzliche Exemplare können gegen Erstattung der Fortdruckkosten bei der Rücksendung der Korrekturen bestellt werden.

Manuskriptsendungen werden erbeten:

Deutscher Wetterdienst
Hauptschriftleitung Promet
Frankfurter Str. 135
63067 Offenbach a. M.
Tel.: 0 69 / 80 62 22 72 / Telefax 0 69 / 80 62 24 86